مشروع مادة رياضيات ١

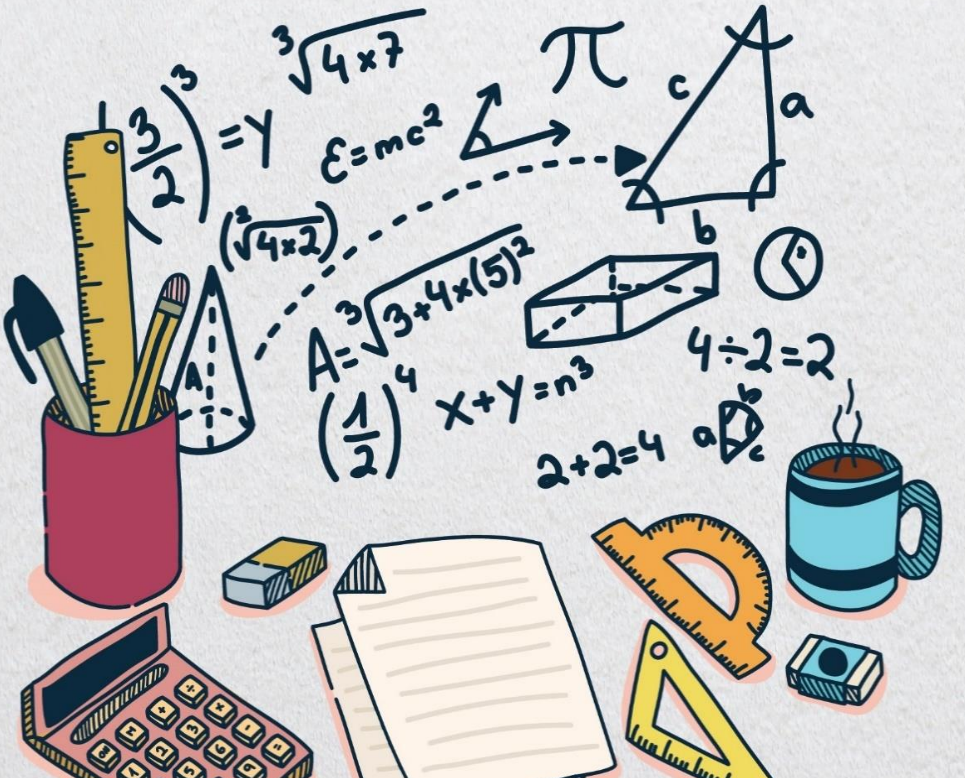
طالبات المستوى الأول

الفصل الدراسي الأول للعام ١٤٤١ - ١٤٤٢ هـ

الرياضيات معنا أسهل

إعداد المعلمة :

نورة الحربي



الأستاذة / نورة علي عوض الحربي

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية
أثناء النشر

" الرياضيات معنا أسهل "

الصف الأول ثانوي
الفصل الدراسي الأول

رقم الإيداع /

1442 \ 5669

تاريخه /

1442 \ 07 \06

رقم ردمك /

978-603-03-6887-7

شكر و عرفان

أتقدم بالشكر الجزيل لمجموعة رفعة التي تضم نخبة من المعلمين والمعلمات المبدعين والمبدعات

شكرا لكم، ولي الفخر بأن أكون أحد أعضاء هذه المجموعة المبدعة

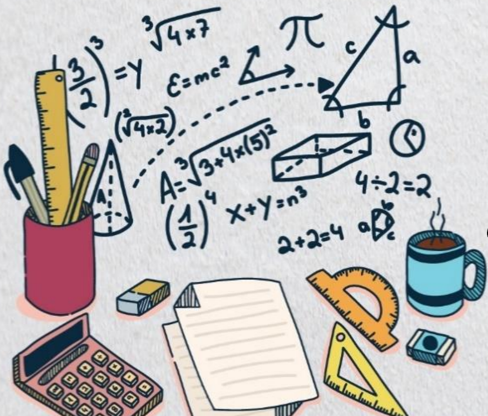
مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

المقدمة

تُعدّ الرياضيات علماً متسلسلاً يتّجه دائماً نحو الأمام، كما أنّه علم تراكمي؛ لأن حاضره ومستقبله يعتمد بشكل أساسي على بدايته (ماضيه)، وتُعدّ علماً تجريدياً؛ لأنها مبنية على العلاقات الهندسية والرقمية، حيث تتميز بدقتها وترتيبها لعرض الأفكار وتدرجها مما يساعد في الوصول إلى التوضيحات وتفسيرات دقيقة لجميع النتائج. وقد ارتبطت الرياضيات بمعانٍ عديدة، حيث كانت في نظر البعض عبارة عن مهارات حسابية فقط، وكانت في نظر البعض الآخر أداة تستعمل في مجالات الحياة اليومية وفي الدارسات العلمية والأكاديمية، أما العلماء والمختصون في هذا المجال فقد عرّفوها بأنّها الدارسة العميقة للأنظمة التجريدية، وبهذا أصبحت أسلوب تفكير يُنمّي طرق التفكير، ويطوّرها، ويستعملها بمنتهى الدقة والابتكار.

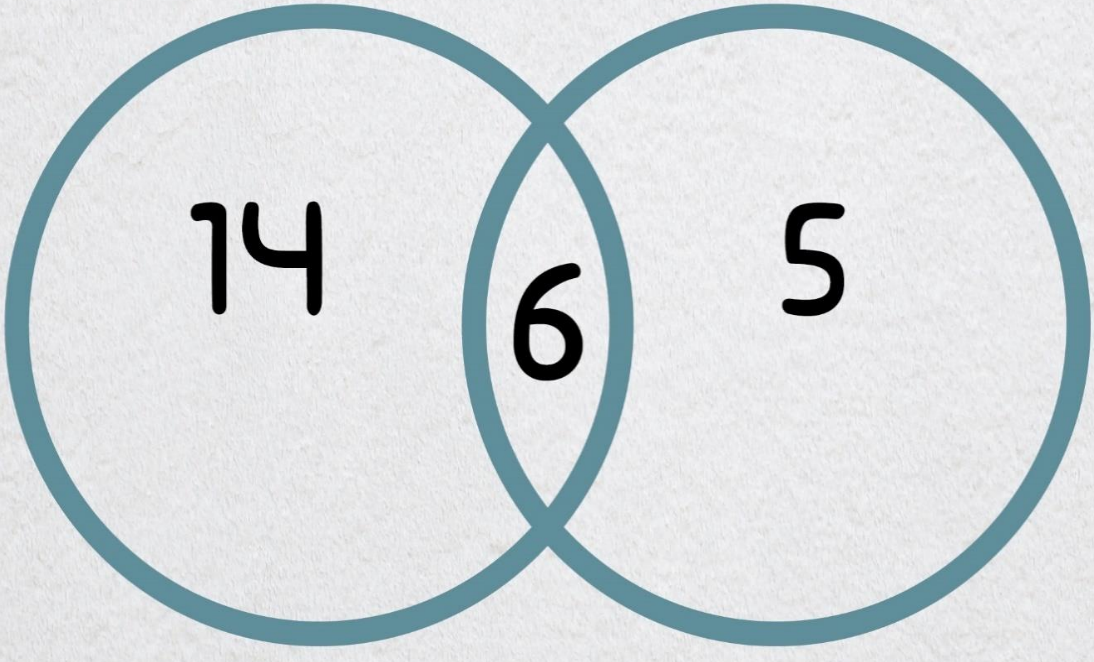
نحن طالبات المستوى الاول نقدم لكم هذا الكتاب بشكل شيق وجذاب



والله ولي التوفيق

الفهرس

التبرير والبرهان



التبرير الاستقرائي والتخمين

التبرير الاستقرائي : هو تبرير تستعمل فيه أمثلة محددة للوصول إلى نتيجة .

التخمين : هو العبارة النهائية التي توصلت إليها باستعمال التبرير الاستقرائي .

المثال المضاد : هو مثال معاكس لمثال معطى.

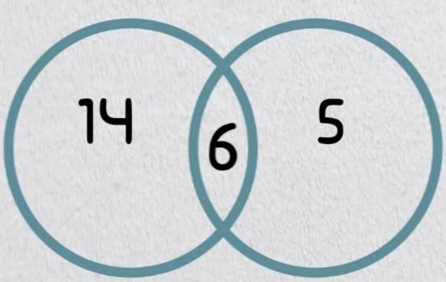
ملاحظات هامة :

ناتج جمع عددين زوجين هو عدد زوجي

ناتج جمع عددين فرديين هو عدد زوجي

ناتج جمع عددين زوجين هو عدد زوجي

ناتج ضرب عددين فردين ه هو عدد زوجي



المنطق

العبارة: هي جملة خبرية لها حالتان فقط إما أن تكون صائبة أو تكون خاطئة.

قيمة الصواب

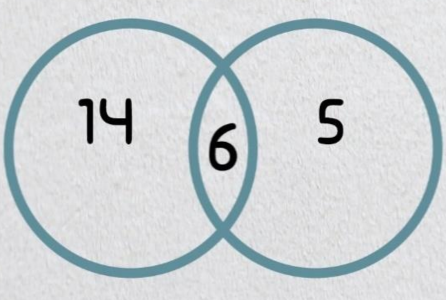
- صواب العبارة (T)
- خطأ العبارة (F)

يرمز للعبارة بالرمز مثل p أو q

العبارة المركبة: ربط عبارتين أو أكثر باستعمال

١. عبارة وصل وتحتوي على (و) يرمز له بالرمز ∧

٢. عبارة فصل وتحتوي على (أو) يرمز لها بالرمز ∨



المنطق

جدول الصواب

عبارة الوصل (٨)

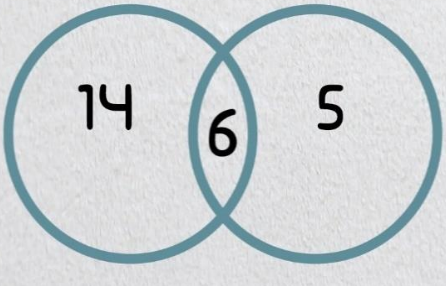
p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

عبارة الفصل (٧)

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

عبارة الوصل تكون صائبة إذا فقط كانت جميع العبارات صائبة T T T والباقي F

عبارة الفصل تكون خاطئة إذا فقط كانت جميع العبارات خاطئة F F F والباقي T



العبارات الشرطية

العبارة الشرطية: هي عبارة يمكن كتابتها على صورة (إذا ....، فإن .....) يرمز لها بالرمز $p \rightarrow q$

في العبارة الشرطية

تسمي الجملة التي تلي كلمة (إذا) مباشرة (الغرض) يرمز له بالرمز p	تسمي الجملة التي تلي كلمة (فإن) مباشرة (النتيجة) يرمز له بالرمز q

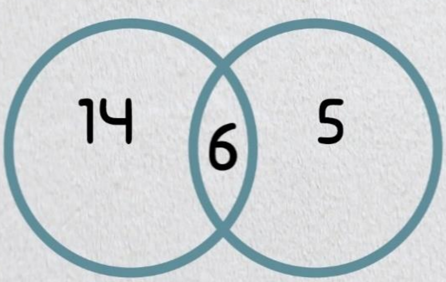
ملاحظة :

١.كلمة (إذا) ليست جزءاً من الغرض وكلمة (فإن)ليست جزءاً من النتيجة.

٢.النتيجة تعتمد الغرض.

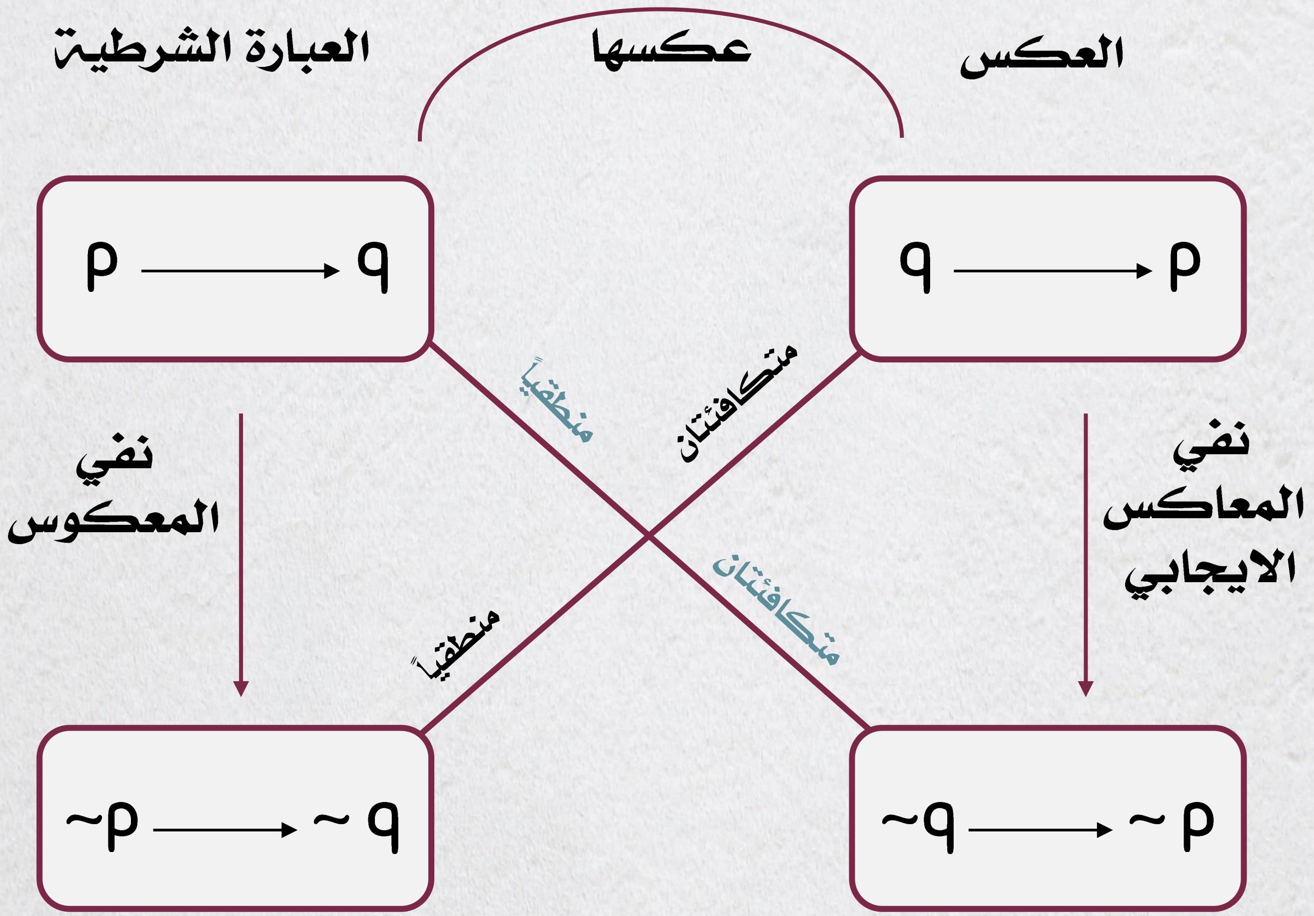
جدول الصواب (العبارات الشرطية)

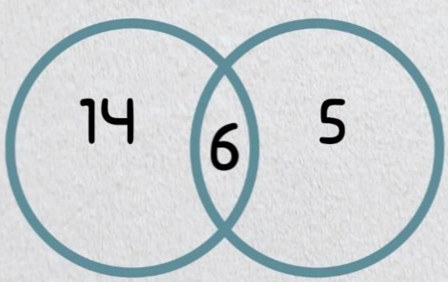
p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T



العبارات الشرطية

العبارات الشرطية المرتبطة





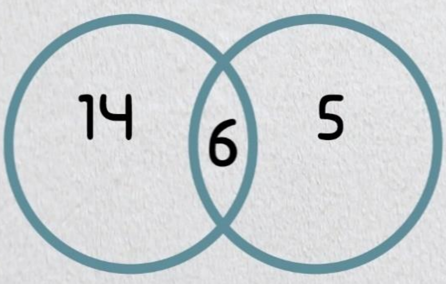
التبرير الاستنتاجي

التبرير الاستنتاجي: يستعمل حقائق و قواعد وتعريفات وخصائص من أجل الوصول إلى نتائج منطقية من عبارات معطاة.

التبرير الاستقرائي: تستعمل فيه أنماط من الأمثلة أو المشاهدات لعمل تخمين.

طرق التبرير الاستنتاجي

- **قانون الفصل المنطقي**
  - إذا كانت العبارة الشرطية $p \to q$ صائبة والغرض p صائباً فإن النتيجة q تكون صائبة
- **قانون القياس المنطقي**
  - إذا كانت العبارتان الشرطتين $p \to q$ و $q \to r$ صائبتين فإن العبارة الشرطية $q \to r$ صائبة



المسلمات والبراهين الحرة

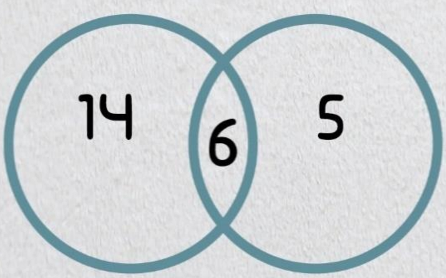
المسلمة أو البدهية: عبارة تعطى وصفاً لعلاقة أساسية بين المفاهيم الهندسية الأولية وتقبل على أنها صحيحة دون برهان.

مسلمات النقاط والمستقيمات والمستويات

- أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط
- أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط
- كل مستقيم يحوي نقطتين على الأقل
- كل محتوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة
- إذا وقعت نقطتان في مستوى فإن المستقيم الوحيد المار بهما يقع كلياً في ذلك المستوى

تقاطع المستقيمات والمستويات

- إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.
- إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما يكون مستقيماً.



المسلمات والبراهين الحرة

خطوات كتابة البرهان

المعطيات (الفرض)

العبارات والمبررات

المطلوب (النتيجة)

١ اكتب المعطيات ، وارسم شكلاً يوضحها إن أمكن.

٢ اكتب العبارة أو التخمين المطلوب إثباته.

٣ استعمل التبرير الاستنتاجي لتكوين سلسلة منطقية من العبارات التي تربط المعطيات بالمطلوب .

٤ بررٍّ كل عبارة مستعملاً تعريفات أو خصائص جبرية أو مسلمات أو نظريات.

٥ اكتب العبارة أو التخمين الذي قمت بإثباته.

أنواع البراهين

البرهان الحر: تكتب فيه فقرة تفسر أسباب صحة التخمين في موقف معطى.

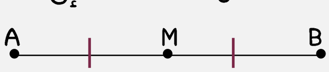
البرهان الجبري: يتكون من سلسلة عبارات جبرية.

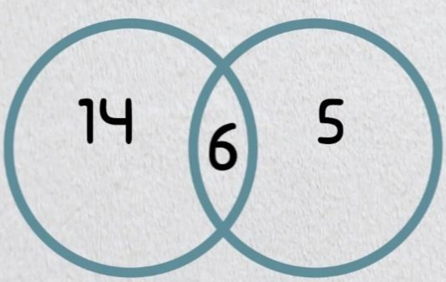
البرهان ذا العمودين: العبارات مرتبة في عمود والتبريرات في عمود موازٍ.

البرهان الهندسي

نظرية نقطة المنتصف

إذا كانت M نقطة منتصف $\overline{AB}$ فإن $\overline{MB} \cong \overline{AM}$





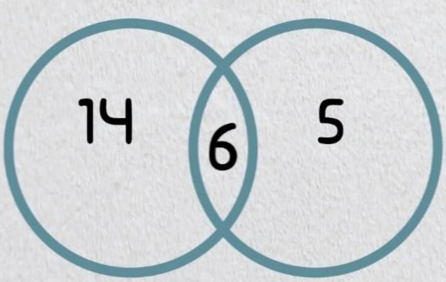
البرهان الجبري

الجبر: نظام مكون من مجموعات من الأعداد وعمليات عليها وخصائص .

خصائص الأعداد الحقيقية

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c

خاصية الجمع للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a + c = b + c$
خاصية الطرح للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a - c = b - c$
خاصية الضرب للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $a \cdot c = b \cdot c$
خاصية القسمة للمساواة	إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$
خاصية الانعكاس للمساواة	$a = a$
خاصية التماثل للمساواة	إذا كان $a = b$، فإن $b = a$
خاصية التعدي للمساواة	إذا كان $a = b$ و $b = c$، فإن $a = c$
خاصية التعويض للمساواة	إذا كان $a = b$، فإنه يمكننا أن نضع b مكان a في أي معادلة أو عبارة جبرية تحتوي على a
خاصية التوزيع	$a(b + c) = ab + ac$



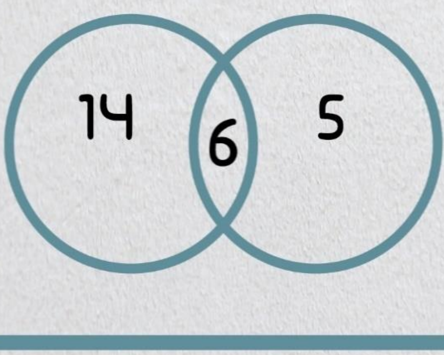
البرهان الجبري

البـرهـان الـهـنـدسـي

الهندسة : نظام مكون من متغيرات و أعدادًا وعمليات ، فأطوال القطع المستقيمة وقياس الزوايا هي أعداد حقيقية.

خصائص القطع المستقيمة والزوايا

الخاصية	القطع المستقيمة	الزوايا
الانعكاس	AB = AB	$m\angle 1 = m\angle 1$
التماثل	إذا كان AB = CD ، فإن CD = AB	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ فإن $m\angle 2 = m\angle 1$
التعدي	إذا كانت AB = CD ، و CD = EF فإن AB = EF	إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، و $m\angle 2 = m\angle 3$ فإن $m\angle 1 = m\angle 3$



إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

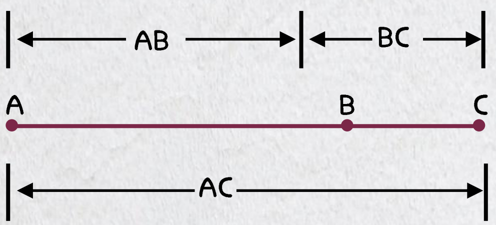
مسلمة أطوال القطع المستقيمة

النقاط التي تقع على مستقيم أو قطعة مستقيمة يمكن ربطها بأعداد حقيقية.

مثال :
إذا أعطيت نقطتين A و B على مستقيم ، وكانت A تقابل الصفر ، فإن B تقابل عددًا موجبًا

مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة

إذا علمت أن النقاط A, B, C على استقامة واحدة ، فإن النقطة B تقع بين C و A إذا كان $AB + BC = AC$ والعكس

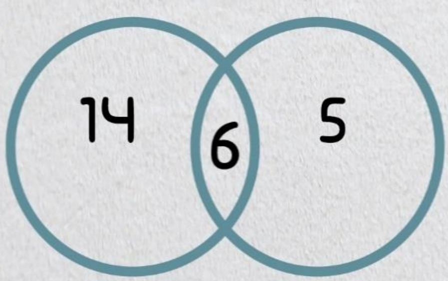


خصائص تطابق القطع المستقيمة

خاصية الانعكاس للتطابق
$\overline{AB} \cong \overline{AB}$

خاصية التماثل للتطابق
إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

خاصية التعدي للتطابق
إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ فإن $\overline{CD} \cong \overline{AB}$



إثبات علاقات بين الزوايا

مسلمة المنقلة

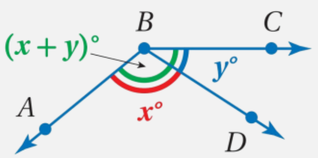
تستعمل المنقلة للربط بين قياس زاوية و عدد حقيقي يقع بين $0°$ و $180°$

مثال :
في $\angle ABC$، إذا صفر المنقلة على BA ، فإن العدد الذي ينطبق على BC يمثل قياس $\angle ABC$

مسلمة جمع قياسات الزوايا

تقع النقطة D داخل $\angle ABC$ إذا وفقط إذا كان

$$m\angle ABD + m\angle DBC = m\angle ABC$$

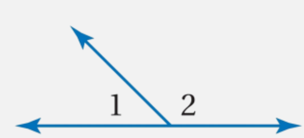


يمكن استعمال مسلمة جمع قياسات الزوايا مع علاقات أخرى على الزوايا ، لإثبات نظريات تتعلق بالزوايا

نظرية الزاويتين المتكاملتين

إذا كانت الزاويتان متجاورتين على مستقيم ، فإنهما متكاملتان.

مثال :
$\angle 1 , \angle 2$ متجاورتان على مستقيم

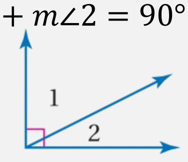


نظرية الزاويتين المتتامتين

إذا شكّل الضلعان غير المشتركين لزاويتين متجاورتين زاوية قائمة ، فإن الزاويتين تكونان متتامتين.

مثال : ضلعا الزاويتين المتجاورتين $\angle 1 , \angle 2$ غير المشتركين يشكلان زاوية قائمة

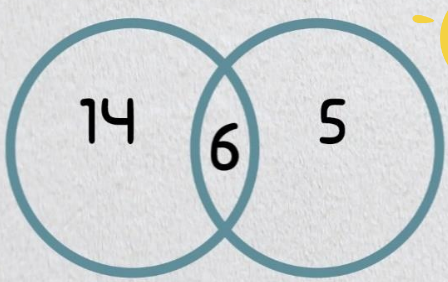
إذن $m\angle 1 + m\angle 2 = 90°$



الزاويتان المتكاملتان : هما زاويتان مجموع قياسيهما يساوي $180°$

الزاويتان المتتامتان : هما زاويتان مجموع قياسيهما يساوي $90°$

الزاويتان المتجاورتان على مستقيم : هما زاويتان متجاورتان بحيث يكون ضلعاهما غير المشتركين نصفي مستقيم متعاكسين.



إثبات علاقات بين الزوايا

خصائص تطابق الزوايا

خاصية الانعكاس للتطابق

$\angle 1 \cong \angle 2$

خاصية التماثل للتطابق

إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$

فإن $\angle 2 \cong \angle 1$

خاصية التعدي للتطابق

إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$

وكانت $\angle 2 \cong \angle 3$

فإن $\angle 1 \cong \angle 3$

يمكنك تطبيق الخصائص الجبرية لإثبات نظريات على تطابق الزوايا تتضمن زوايا متتامة و زوايا متكاملة

نظرية تطابق المكمّلات

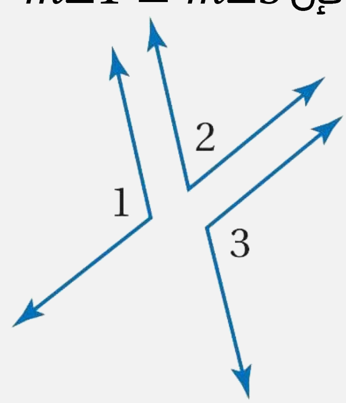
الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقين تكونان متطابقتين .

مثال :

إذا كان $m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$

وكان $m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$

فإن $m\angle 1 \cong m\angle 3$



نظرية تطابق المتممات

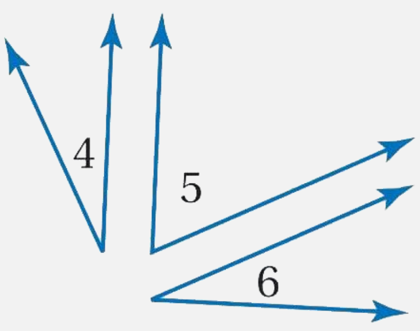
الزاويتان المتممتان للزاوية نفسها أو لزاويتين متطابقين تكونان متطابقتين .

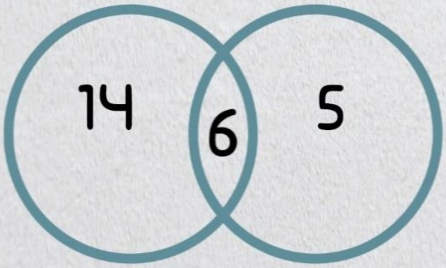
مثال :

إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 90°$

و $m\angle 5 + m\angle 6 = 90°$

فإن $m\angle 4 \cong m\angle 6$





إثبات علاقات بين الزوايا

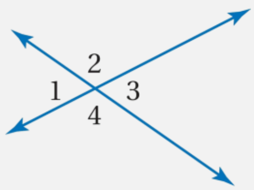
نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس

الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان

مثال :

$\angle 1 \cong \angle 3$

$\angle 2 \cong \angle 4$



نظريات الزاوية القائمة

يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان أربع زوايا قائمة

مثال :

إذا كان

$\overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{DB}$

فإن

$\angle 1 , \angle 2 , \angle 3 , \angle 4$

جميعها قائمة

جميع الزوايا القائمة متطابقة

مثال :

إذا كانت $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4$

جميعها قائمة

فإن

$\angle 1 \cong \angle 2 \cong \angle 3 \cong \angle 4$

المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة

مثال :

إذا كان $\overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{DB}$

فإن

$\angle 1 \cong \angle 2 , \angle 2 \cong \angle 4 ,$

$\angle 4 \cong \angle 3 , \angle 3 \cong \angle 1$

إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين ، فإنهما قائمتان

مثال :

إذا كانت $\angle 6 \cong \angle 5$

وكانت $\angle 5$ و $\angle 6$

متكاملتين ،

فإن $\angle 5$ و $\angle 6$

قائمتان

إذا تجاورت زاويتان على مستقيم ، وكانتا متطابقين ، فإنهما قائمتان

مثال :

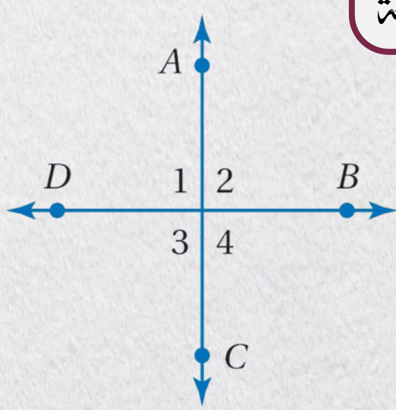
إذا كانت $\angle 7$ و $\angle 8$

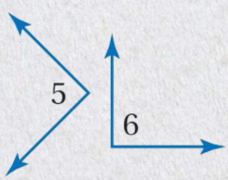
متجاورتين على مستقيم ،

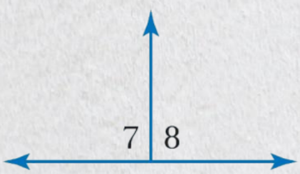
وكانت $\angle 8 \cong \angle 7$

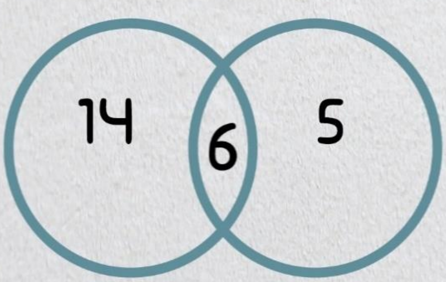
فإن $\angle 7$ و $\angle 8$

قائمتان

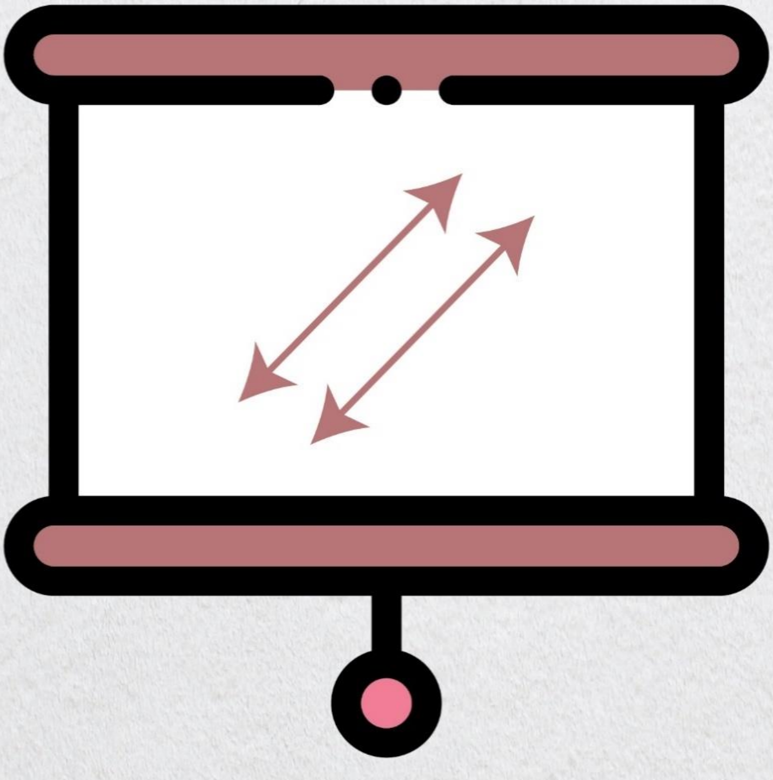








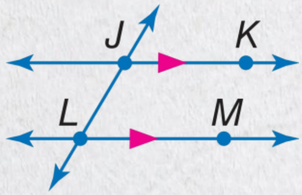
التوازي و التعامد



المستقيمان والقاطع

الـتــوازي والـتـحــالــف

المستقيمان المتوازيان : هما مستقيمان لا يتقاطعان أبدًا ، يقعان في المستوى نفسه .



مثال : $\overleftrightarrow{AC} \perp \overleftrightarrow{DB}$

المستقيمان المتخالفان : هما مستقيمان لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه

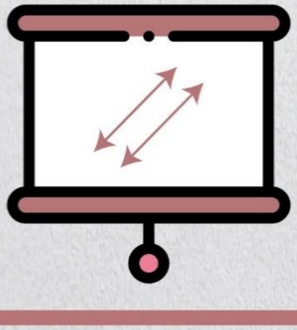
مثال : المستقيمان L,m متخالفان

المستويان المتوازيان : هما مستويان غير متقاطعين

مثال : المستويان A,B متوازيان

الـقــاطـــع

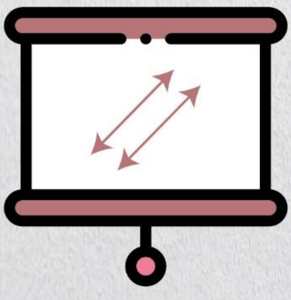
القاطع: المستقيم الذي يقطع مستقيمين أو أكثر في المستوى نفسه.

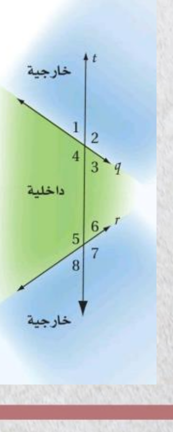


المستقيمان والقاطع

علاقات أزواج الزوايا الناتجة عن القاطع

توجد أربع زوايا داخلية في المنطقة بين المستقيمين q, r	$\angle 3, \angle 4, \angle 5, \angle 6$
توجد أربع زوايا خارجية في منطقتين ليستا بين q, r	$\angle 1, \angle 2, \angle 7, \angle 8$
الزاويتان المتحالفتان : هما زاويتان داخليتان واقعتان في جهة واحدة من القاطع t	$\angle 6, \angle 3, \angle 5, \angle 4$
الزاويتان المتبادلتان داخليًا : هما زاويتان داخليتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع t	$\angle 6, \angle 4, \angle 5, \angle 3$
الزاويتان المتبادلتان خارجيًا : هما زاويتان خارجيتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع t	$\angle 8, \angle 2, \angle 7, \angle 1$
الزاويتان المتناظرتان: هما زاويتان تقعان في جهة واحدة من القاطع t وفي الجهة نفسها من المستقيمين q, r	$\angle 6, \angle 2, \angle 5, \angle 1$ $\angle 8, \angle 4, \angle 7, \angle 3$





الزوايا والمستقيمات المتوازية

إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين فإن كل :

زاويتين متناظرتين

الزاويتين المتبادلتين داخلياً

الزاويتين المتبادلتين خارجياً

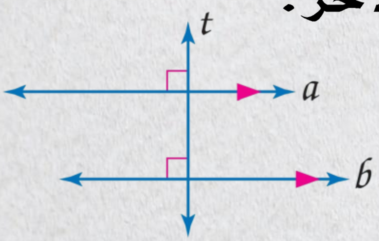
متطابقتان

الزاويتين المتحالفتين

متكاملتان

نظرية القاطع العمودي

إذا كان مستقيم عمودياً على أحد مستقيمين متوازيين في المستوى فإنه يكون عمودياً على المستقيم الآخر.



ملاحظة :
رمز التوازي : ∥
رمز التعامد : ⊥

إثبات توازي مستقيمين

(عكس)

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ، ونتج عن التقاطع :

زاويتين متناظرتان متطابقتان

زاويتان متبادلتان داخليًا متطابقتان

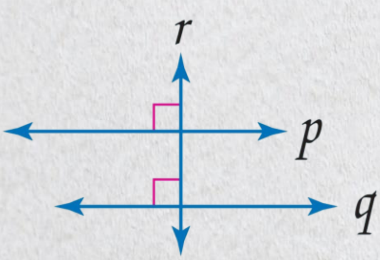
زاويتان متبادلتان خارجيًا متطابقتان

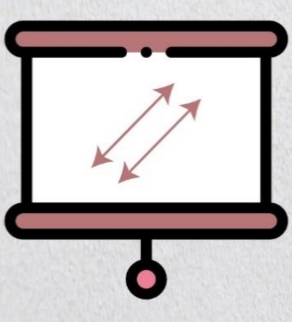
الزاويتين المتحالفتان متكاملتان

فإن المستقيمين متوازيان

عكس نظرية القاطع العمودي

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ، وكان عموديًّا على كل منهما ، فإن المستقيمين متوازيان



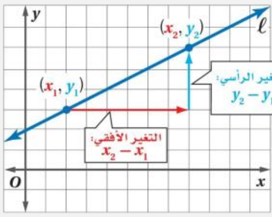


ميل المستقيم

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

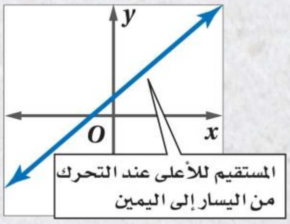
حيث

$$x_1 \neq x_2$$

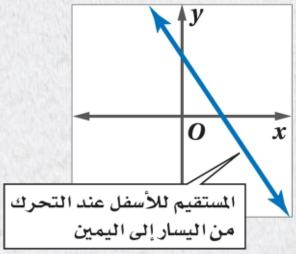


حـــالات الــميــل

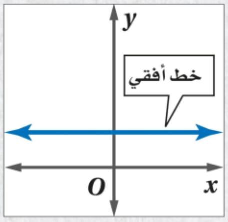
الميل موجب



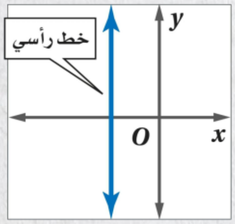
الميل سالب



الميل يساوي صفراً



الميل غير معرف



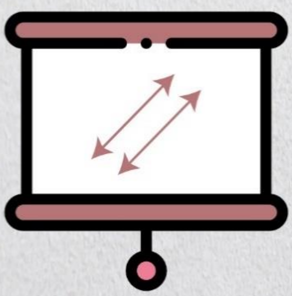
المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

المستقيمين المتعامدين

الميل أحدهما معكوس مقلوب الثاني حاصل ضربهما = -١

المستقيمين المتوازيين

الميل نفسه



ملاحظة:

$\frac{\text{عدد}}{\text{صفر}}$ = غير معرف ، $\frac{\text{صفر}}{\text{عدد}}$ = صفر

صيغ معادلة المستقيم

معادلة المستقيم غير الرأسي

صيغة الميل والمقطع

$$y = mx + b$$

صيغة الميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

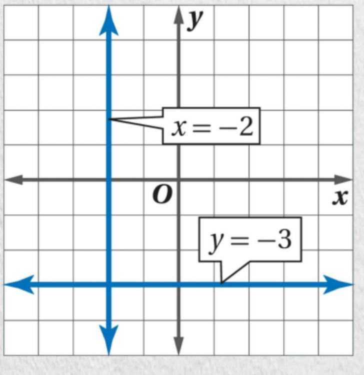
معادلات المستقيمات الأفقية أو الرأسية

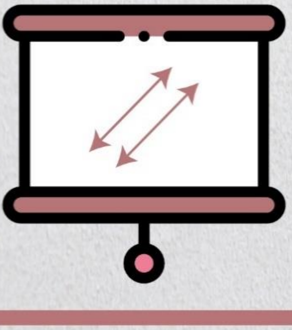
معادلة المستقيم الأفقي

$$y = b$$

معادلة المستقيم الرأسي

$$x = a$$



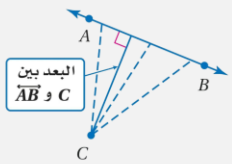


الأعمدة و المسافة

المسافة العمودية: بين نقطة ومستقيم هي أقصر مسافة في جميع الحالات ، وهي تمثل البعد بين النقطة والمستقيم .

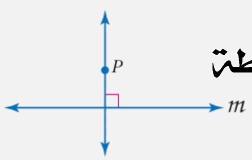
البعد بين نقطة ومستقيم

البعد بين مستقيم ونقطة لا تقع عليه هو طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة



مسلمة التعامد

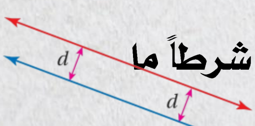
لأي مستقيم ونقطة لا تقع عليه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بالنقطة ، ويكون عمودياً على المستقيم المعلوم



البعد بين مستقيمين متوازيين

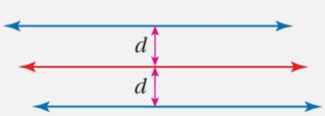
البعد بين مستقيمين متوازيين هو المسافة العمودية بين أحد المستقيمين واي نقطة على المستقيم الآخر.

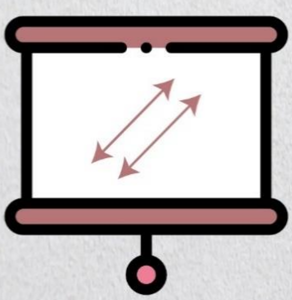
المحل الهندسي: الشكل الذي تمثله مجموعة النقاط التي تحقق شرطاً ما



المستقيمين المتساويا البعد عن مستقيم ثالث

إذا كان المستقيمان في المستوى متساويي البعد عن مستقيم ثالث فإنهما متوازيان





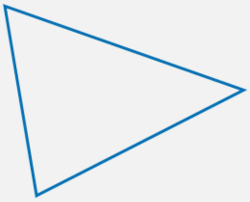
المثلثات المتطابقة

تصنيف المثلثات

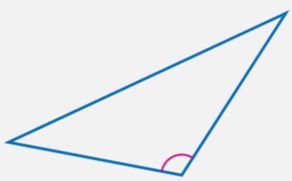
تصنيف المثلثات

وفقًا لزواياها

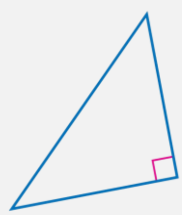
مثلث حاد الزوايا



مثلث منفرج الزاوية

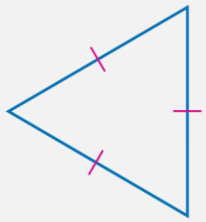


مثلث قائم الزاوية

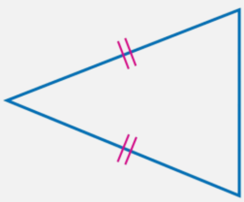


وفقًا لأضلاعها

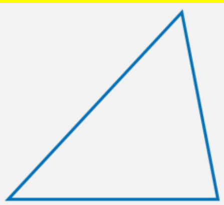
مثلث متطابق الأضلاع



مثلث متطابق الضلعين



مثلث مختلف الأضلاع



الزاوية الحادة : زاوية يقل قياسها عن $90°$

الزاوية القائمة : زاوية قياسها $90°$

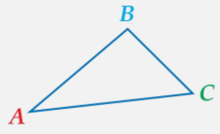
الزاوية المنفرجة: زاوية قياسها من أكبر $90°$

زوايا المثلثات

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي $180°$

مثال: $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$



تعريف الزاوية الخارجية

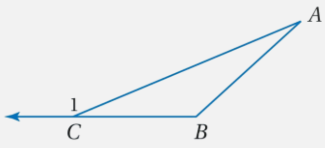
زوايا خارجية تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع مجاور له

لكل زاوية خارجية زاويتان داخليتان بعيدتان غير مجاورتين لها

نظرية الزاوية الخارجية

قياس الزاوية الخارجية في مثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين البعيدتين

مثال: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$



النتيجة: هي نظرية يكون برهانها مبنيًا على نظرية أخرى.

مجموع زوايا المثلث

الزاويتان الحادثان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان.

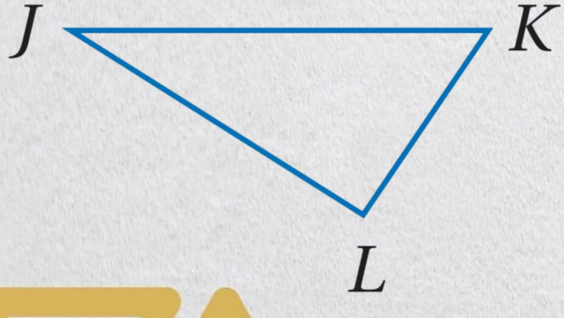
مثال: إذا كانت

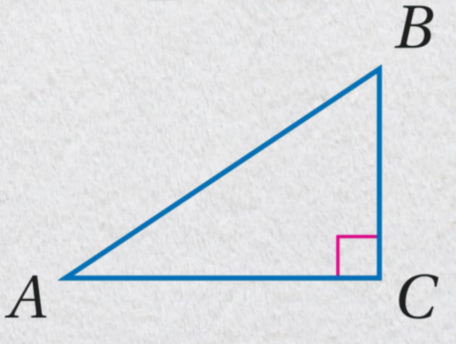
$\angle C$ قائمة ، فإن $\angle A, \angle B$ زاويتان متتامتان

توجد زاوية قائمة واحدة ، أو زاوية منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث .

مثال: إذا كانت

$\angle L$قائمة ، فإن $\angle J, \angle K$ زاويتان حادتان



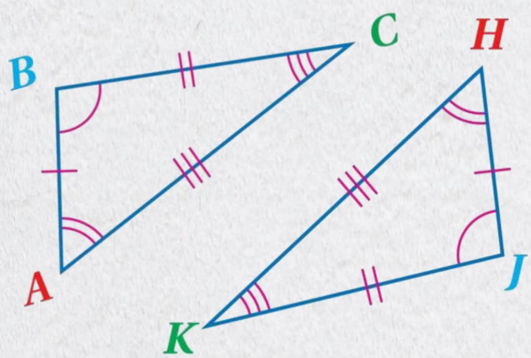


المثلثات المتطابقة

المثلثات المتطابقة :
يتطابق مضلعان إذ وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة

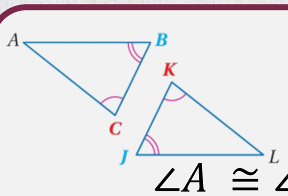
العناصر المتناظرة

- **الزوايا المتناظرة متطابقة**
- **الاضلاع المتناظرة متطابقة**



نظرية الزاوية الثالثة

إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر ، فإن الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني



مثال : إذا كانت $\angle b \cong \angle J$ ، $\angle c +\cong \angle k$ ، فإن $\angle A \cong \angle L$

المثلثات المتطابقة

خصائص تطابق المثلثات

خاصية الانعكاس للتطابق

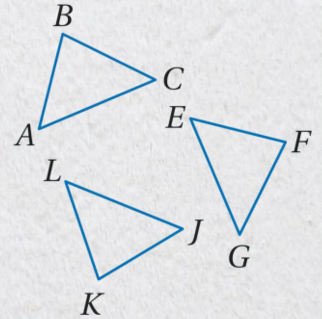
$$\triangle ABC \cong \triangle ABC$$

خاصية التماثل للتطابق

إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ ، فإنّ $\triangle EFG \cong \triangle ABC$

خاصية التعدي للتطابق

إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG, \triangle EFG \cong \triangle JKL$ ، فإنّ $\triangle ABC \cong \triangle JKL$



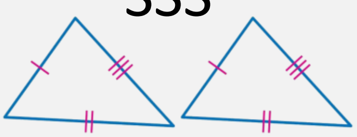
إثبات تطابق المثلثات
SAS , SSS ,ASA ,AAS

ملاحظة : A = زاوية   S = ضلع

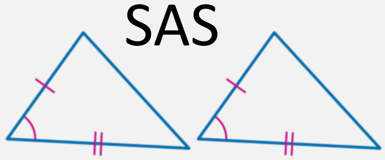
الزاوية المحصورة:
الزاوية المتكونة من ضلعين متجاورتين لمضلع .

الضلع المحصور:
الضلع الواقع بين زاويتين متتاليتين لمضلع .

إثبات تطابق المثلثات

SSS


يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة متطابقة

SAS


يتطابق المثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر .

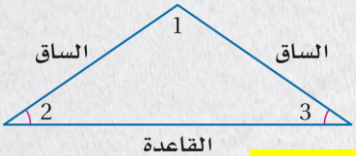
ASA


يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر

AAS


يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع



الساقين:
الضلعان المتطابقان

زاوية الرأس:
الزاوية التي ضلعاها الساقان

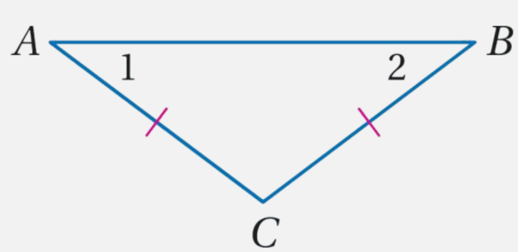
القاعدة:
ضلع المثلث المقابل الزاوية الرأس

زاويتي القاعدة:
الزاويتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقان

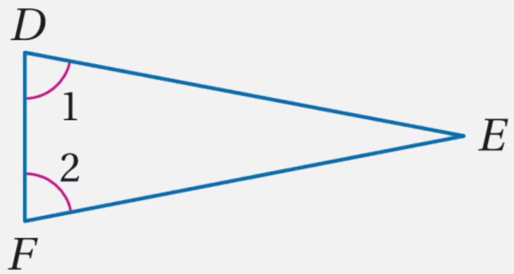
المثلث المتطابق الضلعين

نظرية المثلث المتطابق الضلعين	عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين
إذا تطابق ضلعان في مثلث ، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان	إذا تطابقت زاويتان في مثلث ، فإن الضلعين المقابلين لهما متطابقان

مثال: إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BC}$، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$

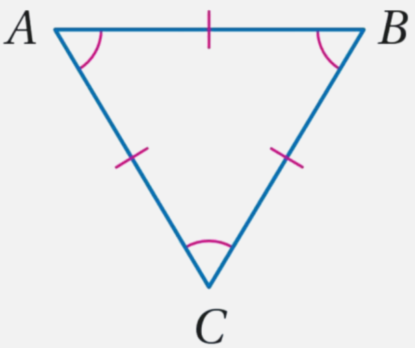
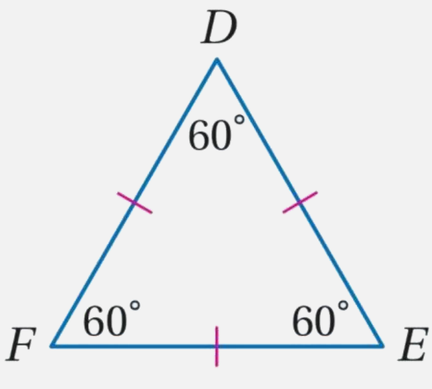


مثال: إذا كان $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $\overline{FE} \cong \overline{DE}$



المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع

المثلث المتطابق الأضلاع

يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا	قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع ٦٠
مثال: $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ ، إذا وفقط إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$ 	**مثال:** إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FD}$ ، فإن $m\angle E = m\angle F = m\angle D = 60^\circ$ 

المثلثات والبرهان الإحداثي

يستعمل **البرهان الإحداثي** الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية ، فالخطوة الأولى في البرهان الإحداثي هي تمثيل الشكل في المستوى الإحداثي .

رسم المثلثات في المستوى الإحداثي

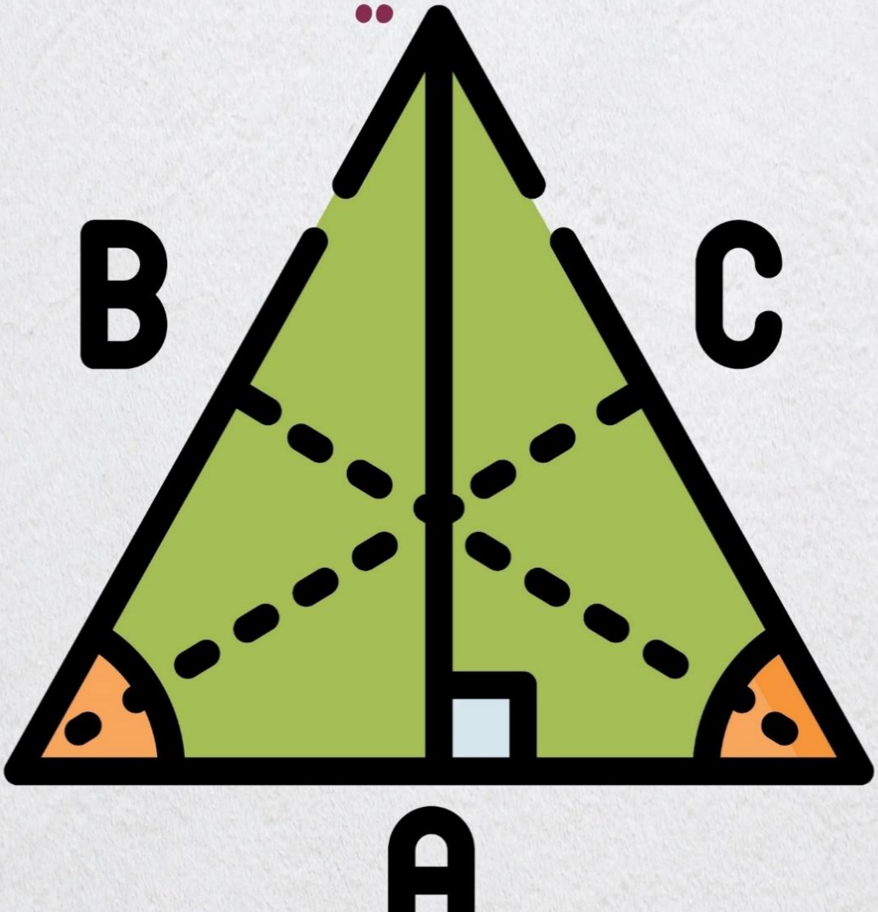
١ اجعل نقطة الأصل رأسًا للمثلث.

٢ ارسم ضلعًا واحدًا على الأقل من أضلاع المثلث على أحد المحورين .

٣ ارسم المثلث في الربع الأول إن أمكن.

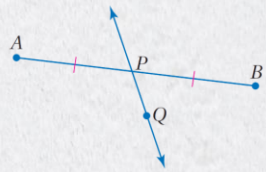
٤ استعمل الإحداثيات التي تجعل الحسابات أبسط ما يمكن .

العلاقات في المثلث

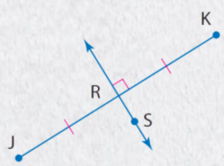


المنصفات في المثلث

المنصف : قطعة مستقيمة أو مستقيم أو مستوى يقطع القطعة عند نقطة منتصفها وإذا كان المنصف عموديا على القطعة سُمي عمودا منصفاً

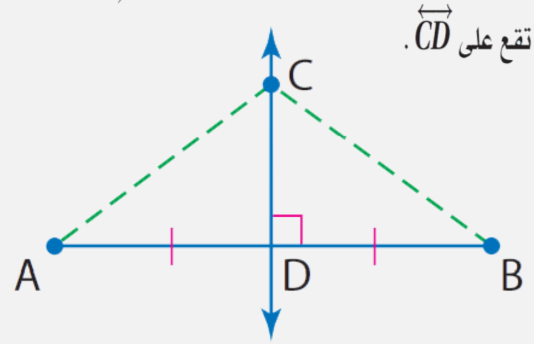
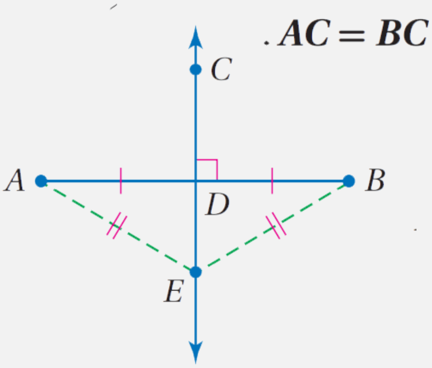


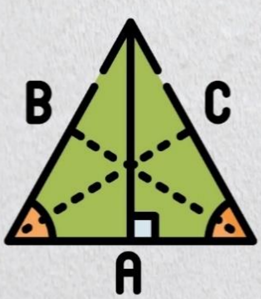
$\overleftrightarrow{PQ}$ منصَف لـ $\overline{AB}$



$\overleftrightarrow{RS}$ عمود منصَف لـ $\overline{JK}$

الأعمدة المنصفة

نظرية العمود المنصف	عكس نظرية العمود المنصف
كل نقطة على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفي القطعة المستقيمة	كل نقطة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تقع على العمود المنصف لتلك القطعة
مثال : إذا كان $AE = BE$ ، و $\overleftrightarrow{CD}$ هو العمود المنصَف لـ $\overline{AB}$، فإن E تقع على $\overleftrightarrow{CD}$. 	**مثال :** إذا كان $\overleftrightarrow{CD}$ عمودًا منصّفًا لـ $\overline{AB}$ ، فإن $AC = BC$. 

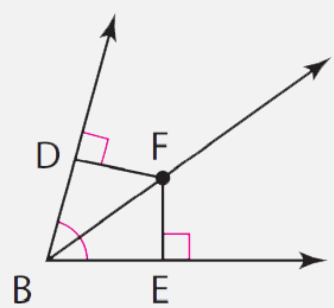
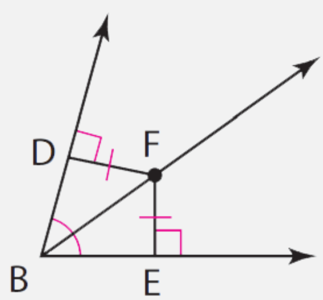


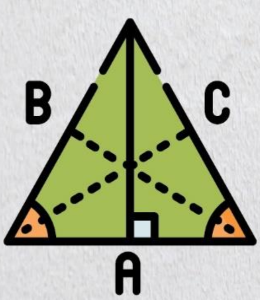
المنصفات في المثلث

المستقيمات المتلاقية: عندما تتقاطع ثلاثة مستقيمات أو أكثر في نقطة مشتركة.

نقطة التلاقي: هي النقطة التي تلتقي فيها المستقيمات.

منصفات الزوايا

نظرية منصف الزاوية	عكس نظرية منصف الزاوية
كل نقطة تقع على منصف زاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعيها	كل نقطة تقع داخل الزاوية وتكون على بعدين متساويين من ضلعيها فإنها تكون واقعة على منصف الزاوية
مثال: إذا كان $\overrightarrow{BF}$ منصّفاً لـ $\angle DBE$، وكان $\overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}$, $\overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}$ فإن $DF = FE$. 	مثال: إذا كان $\overline{FD} \perp \overrightarrow{BD}, \overline{FE} \perp \overrightarrow{BE}, DF = FE$ ، فإن $\overrightarrow{BF}$ ينصّف $\angle DBE$ 



القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

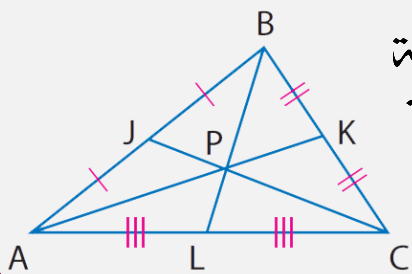
القطعة المتوسطة لمثلث: قطعة مستقيمة طرفاها أحد رؤوس المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الرأس .

نظرية الزاوية الثالثة

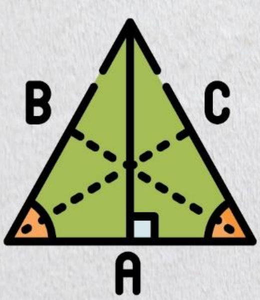
يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس المثلث ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له .

مثال : إذا كانت P مركز $\triangle ABC$ ، فإنّ

$$AP = \frac{2}{3}AK,\ BP = \frac{2}{3}BL,\ CP = \frac{2}{3}CJ$$

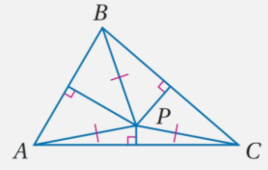
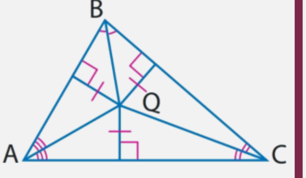
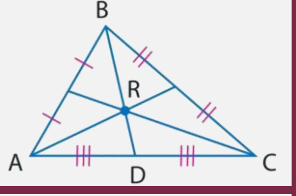
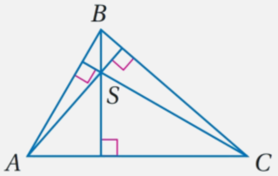


ارتفاع المثلث: القطعة المستقيمة العمودية النازلة من أحد الرؤوس إلى المستقيم الذي يحوي الضلع المقابل لذلك الرأس .



القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

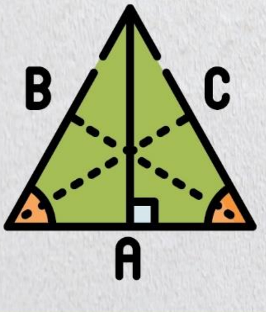
قطع مستقيمة ونقاط خاصة في المثلث

المفهوم	مثال	نقطة التلاقي	الخاصية	أين تقع ؟
العمود المنصف		مركز الدائرة الخارجية للمثلث	P مركز الدائرة الخارجية لـ $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.	داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه .
منصف الزاوية		مركز الدائرة الداخلية للمثلث	Q مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$ ، وتقع على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث.	داخل المثلث
القطعة المتوسطة		مركز المثلث	R مركز $\triangle ABC$، وتبعد عن كل رأس ثُلُثَي طول القطعة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.	داخل المثلث
الارتفاع		ملتقى الارتفاعات	تلتقي المستقيمات التي تحوي ارتفاعات $\triangle ABC$ عند النقطة S ، وتسمى ملتقى الارتفاعات.	داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه.

ملاحظة :

لكل مثلث ثلاث

- أعمدة منصفة
- زوايا منصفة
- قطع متوسطة
- ارتفاعات



المتباينات في المثلث

تعريف المتباينة

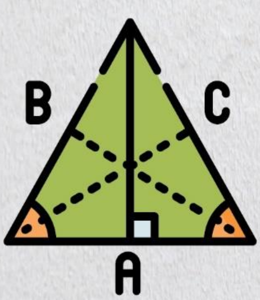
لأي عددين حقيقيين مثل a, b يكون $a > b$ ، إذا وفقط إذا وُجِدَ عدد حقيقي موجب c على أن يكون $a = b + c$

مثال إذا كان $5 = 2 + 3$ ، فإنّ $5 > 2$

خصائص المتباينة على الأعداد الحقيقية

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a , b
c

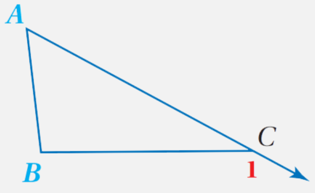
خاصية المقارنة	$a > b$ أو $a = b$ أو $a < b$
خاصية التعدي	1) إذا كان $a < b, b < c$ ، فإن $a < c$ 2) إذا كان $a > b, b > c$ ، فإن $a > c$
خاصية الجمع	1) إذا كان $a > b$ ، فإن $a + c > b + c$ 2) إذا كان $a < b$ ، فإن $a + c < b + c$
خاصية الطرح	1) إذا كان $a > b$ ، فإن $a - c > b - c$ 2) إذا كان $a < b$ ، فإن $a - c < b - c$



المتباينات في المثلث

متباينة الزاوية الخارجية

قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.

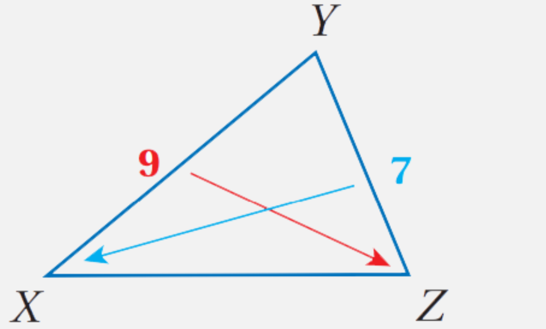
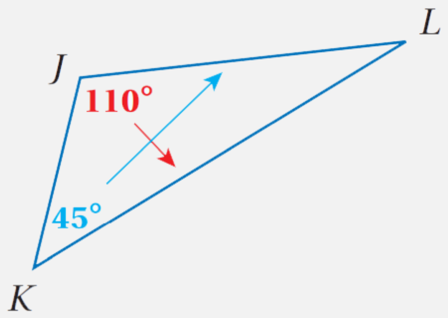


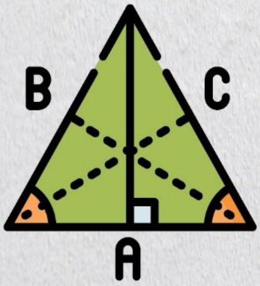
مثال:

$$m\angle 1 > m\angle A$$

$$m\angle 1 > m\angle B$$

العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه

متباينة ضلع - زاوية	متباينة زاوية- ضلع
إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر ، فإن قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول يكون أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر	إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى ، فإن الضلع المقابل للزاوية الكبرى يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى.
مثال بما أنّ $XY > YZ$ ، فإن $m\angle Z > m\angle X$	مثال بما أنّ $m\angle J > m\angle K$ ، فإن $KL > JL$
	



البرهان غير المباشر

البرهان: جمع براهين ، ويأتي بمعنى الدليل والحجة البينة الفاصلة الواضحة .

أنواع البراهين

البرهان المباشر

تبدأ بمعطيات صحيحة وتثبت أن النتيجة صحيحة هذه الطريقة من البرهان

البرهان غير المباشر

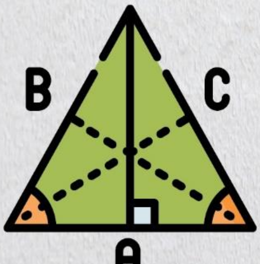
إنك تفترض أن النتيجة خاطئة ثم تبين أن هذه الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات .

خطوات كتابة البرهان غير المباشر

١ حدد النتيجة التي ستبرهنها ، ثم افترض خطأها ، وذلك بافتراض أن نفيها صحيح

٢ استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذه الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع حقيقة أخرى ، مثل تعريف أو مسلمة أو نظرية

٣ بما أن الافتراض الذي بدأت به أدى إلى تناقض ، فبين أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة



متباينة المثلث

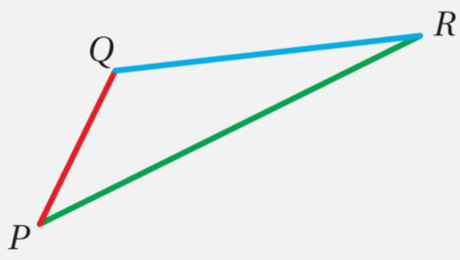
نظرية متباينة المثلث

مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث

أمثلة $PQ + QR > PR$

$QR + PR > PQ$

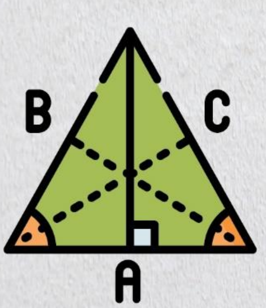
$PR + PQ > QR$



قاعدة مهمة :

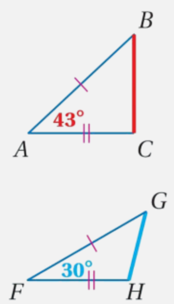
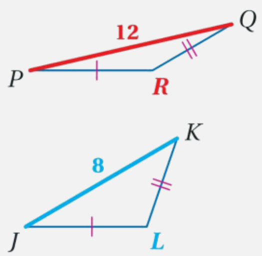
إذا كان a , b طولا ضلعين في مثلث فإن متباينة مدى طول الضلع الثالث

$$a - \mathrm{b} < x < a + b$$



المتباينات في مثلثين

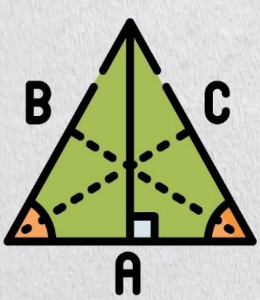
المتباينات في مثلثين

متباينة SAS	عكس متباينة (SSS)SAS
إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر ، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني ، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني	إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر ، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني ، فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني
مثال: إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}, \overline{AC} \cong \overline{FH}, m\angle A > m\angle F$ ، فإن $BC > GH$. 	مثال: إذا كان: $\overline{PR} \cong \overline{JL}, \overline{QR} \cong \overline{KL}, PQ > JK$ ، فإن $m\angle R > m\angle L$. 

استعمال الجبر في العلاقات بين مثلثين

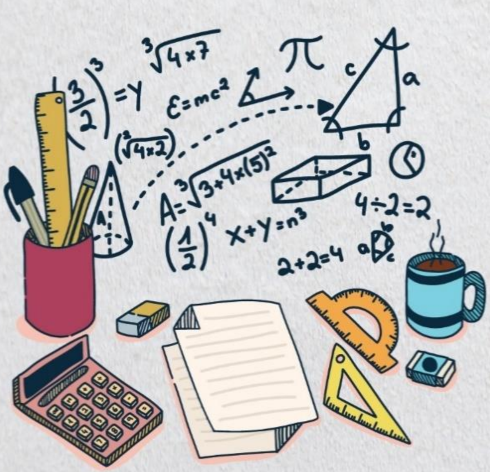
عند إيجاد مدى القيم الممكنة للمتغير x، قد تحتاج إلى استعمال إحدى الحقائق الآتية :

- قياس أي زاوية في المثلث يكون أكبر من الصفر وأقل من ١٨٠ دائماً.
- طول أي قطعة مستقيمة يكون أكبر من الصفر دائماً .



الطالبات المشاركات في إعداد هذا الكتاب :

دينا المطوع
لينا المطوع
اشجان المطوع
ايلان الصعب
حصة المطوع
ليان محمد
انهار الحمد
ريفان الحمد
يسرا القصير
شموخ القصير
رناد القصير
سهام القصير
سهى الحمود
شهد العوض
رانيا الحمد
داليا العمر



الخاتمة

الحمد للّه تعالى الذي وفقنا في تقديم هذا البحث وقد بذلنا كل الجهد والبذل لكي يخرج هذا البحث في هذا الشكل و نرجو من اللّه أن تكون رحلة ممتعة و شيقة وكذلك نرجو أن تكون قد ارتقت بدرجات العقل الفكر حيث لم يكن هذا الجهد بالجهد اليسير ونحن لا ندعي الكمال فإن الكمال للّه عز وجل فقط