6– 2 البرهان باستعمال مبدأ العد الاستقراء الرياضي

المهارات السابقة	درست إيجاد مجموع متسلسلة حسابية
المفردات	مبدأ الاستقراء الرياضي: هو أسلوب لبرهنة الجمل الرياضية المتعلّقة بالأعداد الطبيعية. فرضية الاستقراء :
المهارات الأساسية	أبرهن الجمل الرياضية باستعمال مبدأ الاستقراء الرياضي . أثبت خطأ جملة رياضية بإيجاد مثال مضاد .

مبدأ الاستقراء الرياضي

لإثبات أن جملة ما صحيحة للأعداد الطبيعية جميعها n نتبع التالي

الخطوة الأولى: (الأساس) أثبت أن الجملة صحيحة عندما $n = 1$.

الخطوة الثانية: اكتب (فرضية الاستقراء): وهي أن نفترض أن الجملة صحيحةً عندما $n = k$

الخطوة الثالثة: (خطوة استقرائية). نثبت أن الجملة صحيحة عندما $n = k + 1$

مثال برهن صحة العبارة التالية لجميع الأعداد الصحيحة :

$$3 + 7 + 11 + \cdots (4n - 1) = n(2n + 1)$$

خطوات الاستقراء الرياضي

الطرف الأيمن	الطرف الأيسر
$n(2n + 1)$	$3 + 7 + 11 + \cdots (4n - 1)$
عندما $n = 1$	عندما $n = 1$
$1(2(1) + 1) = 3$ صحيحة	3 صحيحة

فريضة الاستقراء

نفرض صحة العبارة عندما $n = k$

$$3 + 7 + 11 + \cdots (4k - 1) = k(2k + 1)$$

صحيحة

إثبات صحة العبارة عندما $n = k + 1$

نضيف المقدار $4(k + 1) - 1$ لطرفي فرضية الاستقراء

$$3 + 7 + 11 + .. (4k - 1) + 4(k + 1) - 1 = k(2k + 1) + 4(k + 1) - 1$$

$$= 2k^2 + k + 4k + 4 - 1$$

$$= 2k^2 + 5k + 3$$

$$= 2k^2 + 5k + 3$$

$$= (k + 1)(2k + 3)$$

العبارة الأخيرة هي الطرف الأيمن من المعادلة المراد إثباتها، حيث استبدلت n بـ $k + 1$

فتكون المعادلة صحيحة عندما $k + 1$

وبالتالي العبارة $3 + 7 + 11 + \cdots (4n - 1)$ $(k + 1)$

صحيحة لكل عدد طبيعي