

متطابقات المجموع

1 $\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$

مثال

دون استعمال الآلة الحاسبة ، أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin 75^\circ$

الحل :

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(30^\circ + 45^\circ) \\ &= \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}\end{aligned}$$

2 $\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

مثال

دون استعمال الآلة الحاسبة ، أوجد القيمة الدقيقة لـ $\cos 105^\circ$

الحل :

$$\begin{aligned}\cos 105^\circ &= \cos(60^\circ + 45^\circ) \\ &= \cos 60^\circ \cos 45^\circ - \sin 60^\circ \sin 45^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{\sqrt{6}}{4} \\ &= \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}\end{aligned}$$

3 $\tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

مثال

دون استعمال الآلة الحاسبة ، أوجد القيمة الدقيقة لـ $\tan 105^\circ$

الحل :

$$\begin{aligned}\tan 105^\circ &= \tan(60^\circ + 45^\circ) \\ &= \frac{\tan 60^\circ + \tan 45^\circ}{1 - \tan 60^\circ \tan 45^\circ} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - (\sqrt{3})(1)}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{\sqrt{3} + 1}{1 - \sqrt{3}} \cdot \frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 3 + 1 + \sqrt{3}}{1 - 3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{4 + 2\sqrt{3}}{-2} \\ &= -2 - \sqrt{3}\end{aligned}$$