

المتطابقات المثلثية لنصف الزاوية

$$\sin \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}}$$

مثال

أوجد القيمة الدقيقة لـ $\sin \frac{\theta}{2}$ ، إذا كان $\cos \theta = \frac{3}{5}$
 $270^\circ < \theta < 360^\circ$

الحل :

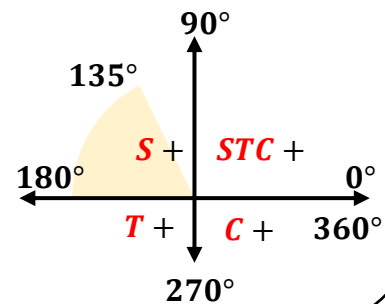
$$\begin{aligned} \sin \frac{\theta}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \theta}{2}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{1 - \frac{3}{5}}{2}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{\frac{2}{5}}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \pm \sqrt{\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

إنطاق المقام :

$$135^\circ < \frac{\theta}{2} < 180^\circ$$

$\frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني
 $\sin \frac{\theta}{2}$ موجبة



$$\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$$

مثال

أوجد القيمة الدقيقة لـ $\cos \frac{\theta}{2}$ ، إذا كان $\cos \theta = \frac{3}{5}$
 $270^\circ < \theta < 360^\circ$

الحل :

$$\begin{aligned} \cos \frac{\theta}{2} &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{1 + \frac{3}{5}}{2}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{\frac{8}{5}}{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \pm \sqrt{\frac{8}{5} \cdot \frac{1}{2}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{4}{5}} = \pm \frac{2}{\sqrt{5}} \\ &= -\frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

إنطاق المقام :

$$135^\circ < \frac{\theta}{2} < 180^\circ$$

$\frac{\theta}{2}$ تقع في الربع الثاني
 $\cos \frac{\theta}{2}$ سالبة

