

الفصل الثامن

الدائرة



8-2

قياس الزوايا والأقواس

الموضوع / قياس الزوايا والأقواس

اليوم /
التاريخ /



اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزرنا علما

 @MarymAlamer





المفردات



أهداف الدرس



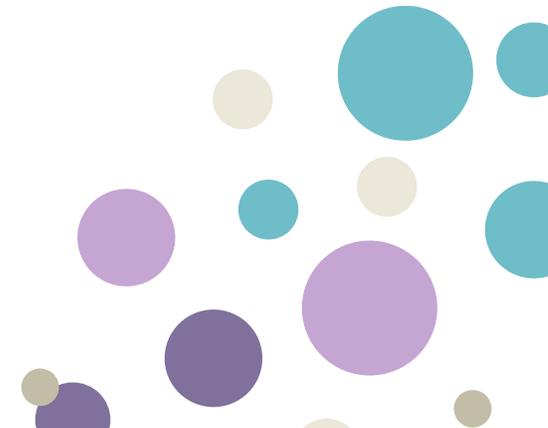
فيما سبق تعلمنا



- الزاوية المركزية
- القوس
- القوس الأكبر
- القوس الأصغر
- الأقواس المتطابقة
- الأقواس المتجاورة
- طول القوس

- أعيّن الزوايا المركزية والأقواس الكبرى والأقواس الصغرى ونصف الدائرة وأجد قياسها.
- أجد طول القوس.

إيجاد قياسات الزوايا
وتحديد الزوايا المتطابقة





ماذا؟



معظم الساعات في الأجهزة الإلكترونية عبارة عن ساعات رقمية، وهي الساعات التي تُظهر الوقت على شكل أرقام. وتستعمل الساعات العادية في تزيين المنازل ، أو استعمالها ساعات يدوية ، وهذه الساعات لها عقارب أو مؤشرات متحركة تُشير إلى الساعة والدقيقة ، وأحيانا هناك مؤشر أو عقرب للثواني.

ووجه هذه الساعة عبارة عن دائرة ، وتكون العقارب الثلاث زوايا مركزية فيها.

1 ما النقطة التي تبعد مسافات متساوية عن الأعداد من 1-12 ؟

2 ضع تخميناً حول سبب بقاء الزاوية المحصورة بين عقربي الساعات والدقائق والذوا يشيران لوقت ما . في الساعة ثابتة بغض النظر عن كبر الساعة أو صغرها ؟



شاهد - دون - شارك



الموضوع / قياس الزوايا والأقواس

اليوم /
التاريخ /

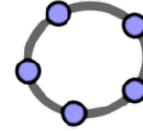


فيديو



من خلال مشاهدتك سجلي
ملاحظاتك حول كل مما يلي

مفهوم الزاوية المركزية
مجموع قياسات الزوايا المركزية
القوس



GeoGebra

الزاوية المركزية

الزاوية المركزية في الدائرة هي زاوية يقع رأسها في المركز وضلعها نصفين في الدائرة.

في الشكل المجاور $\angle ABC$ هي زاوية مركزية في $\odot B$.

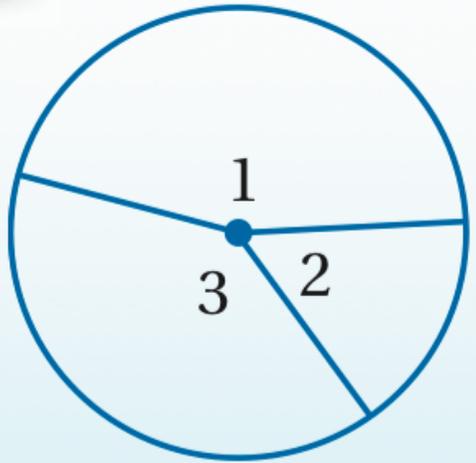


مجموع قياسات الزاوية المركزية

التعبير اللفظي: مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة، والتي لا تحوي نقاطًا داخلية مشتركة يساوي 360° .

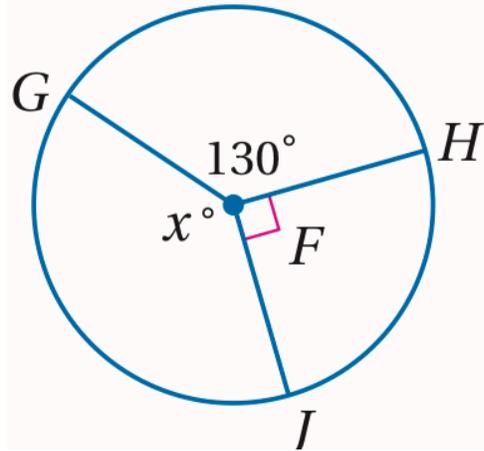
$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$$

مثال





أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



مجموع قياسات الزوايا المركزية $m\angle GFH + m\angle HFJ + m\angle GFJ = 360^\circ$

بالتعويض

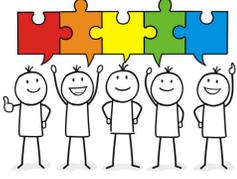
$$130^\circ + 90^\circ + x = 360^\circ$$

بالتبسيط

$$220^\circ + x = 360^\circ$$

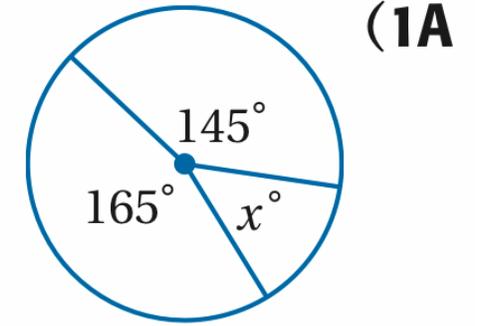
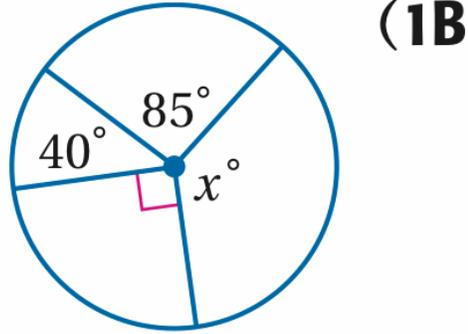
ب طرح 220° من كلا الطرفين

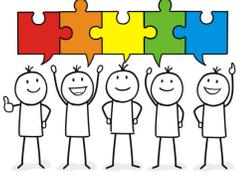
$$x = 140^\circ$$



تحقق من فهمك 1 صفحة 126

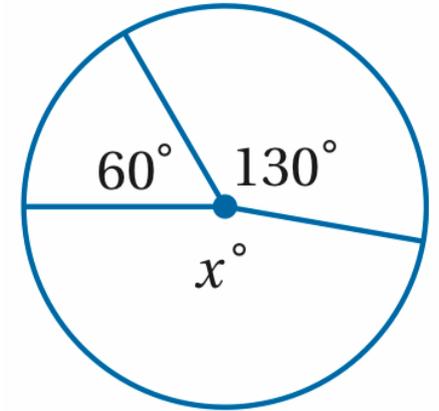
أوجد قيمة x في الشكل المجاور.





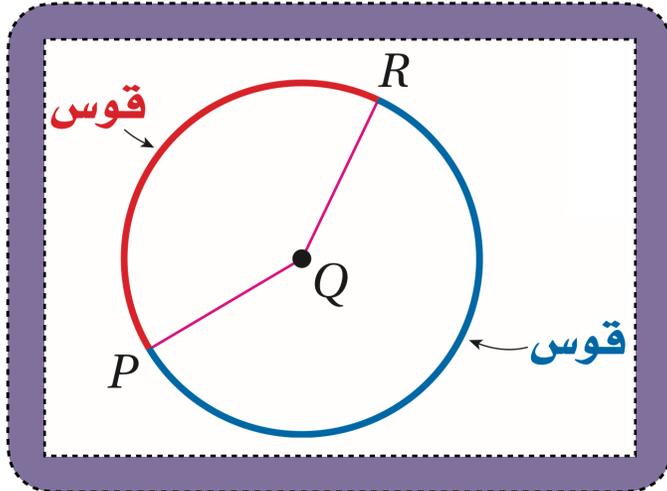
أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين:

Blank area for writing the solution, featuring four horizontal dashed lines.





القوس



القوس جزء من دائرة يحدد طرفيه ، وعند رسم زاوية مركزية ، تنقسم الدائرة إلى قوسين ، يرتبط كل منهما بقياس الزاوية المركزية المقابلة له.



الموضوع / قياس الزوايا والأقواس

اليوم /
التاريخ /



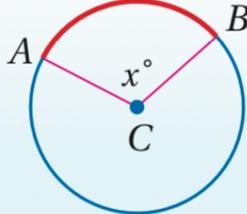
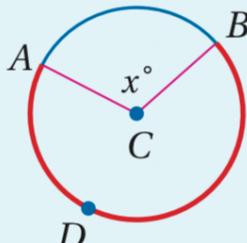
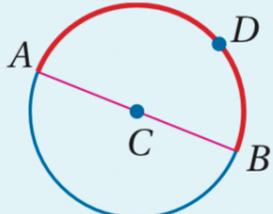
الأقواس وقياسها



إرشادات الدراسة

تسمية الأقواس:

يُسمّى القوس الأصغر
بنقطتي طرفيه ، أما
القوس الأكبر ونصف
الدائرة فيسميان
بنقطتي الطرفين
بالإضافة إلى نقطة
على القوس بينهما.

قياسه	القوس
 <p>يقبل قياس القوس الأصغر عن 180° ، ويساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له. $m\widehat{AB} = m\angle ACB = x^\circ$</p>	<p>القوس الأصغر هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.</p>
 <p>يزيد قياس القوس الأكبر على 180° ، ويساوي 360° مطروحًا منه قياس القوس الأصغر الذي يصل بين النقطتين نفسيهما. $m\widehat{ADB} = 360^\circ - m\widehat{AB} = 360^\circ - x^\circ$</p>	<p>القوس الأكبر هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة.</p>
 <p>قياس نصف الدائرة يساوي 180° $m\widehat{ADB} = 180^\circ$</p>	<p>نصف الدائرة هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة.</p>



تصنيف الأقواس وإيجاد قياساتها

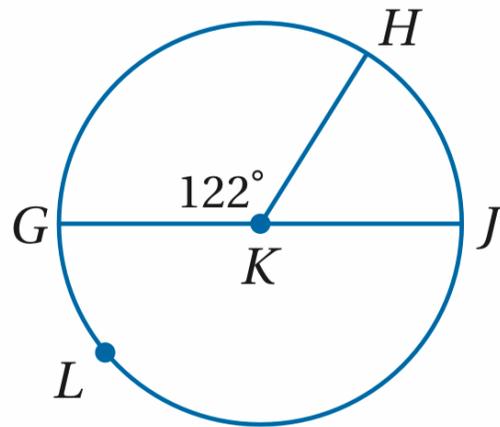
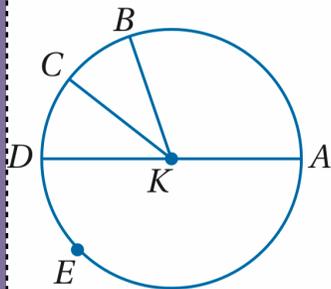
مثال 2 صفحة 127

قراءة الرياضيات



الرمز

يقرأ الرمز \widehat{AB} القوس في الدائرة أدناه \widehat{AB} يقرأ القوس AB ، أما \widehat{AEC} فيقرأ القوس AEC ، وكذلك \widehat{AED} فيقرأ القوس AED .



\overline{GJ} قطر في $\odot K$ ، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.

(a) \widehat{GH}

\widehat{GH} قوس أصغر، وقياسه: $m\widehat{GH} = m\angle GKH = 122^\circ$.

(b) \widehat{GLH}

\widehat{GLH} هو القوس الأكبر الذي يشترك مع القوس الأصغر \widehat{GH} في نقطتي طرفيه.

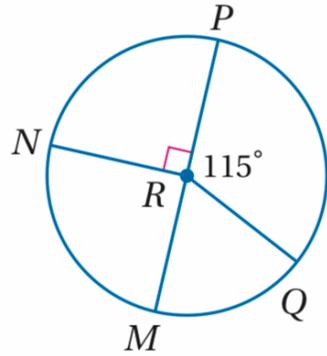
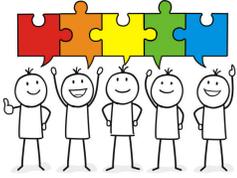
$$m\widehat{GLH} = 360^\circ - m\widehat{GH}$$

$$= 360^\circ - 122^\circ = 238^\circ$$

(c) \widehat{GLJ}

\widehat{GLJ} هو نصف دائرة،

إذن: $m\widehat{GLJ} = 180^\circ$.



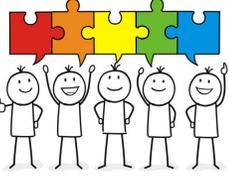
تحقق من فهمك 2 صفحة 127

\overline{PM} قطر في $\odot R$ ، حدّد ما إذا كان كلٌّ من الأقواس الآتية قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.

\widehat{MNQ} (2C)

\widehat{MNP} (2B)

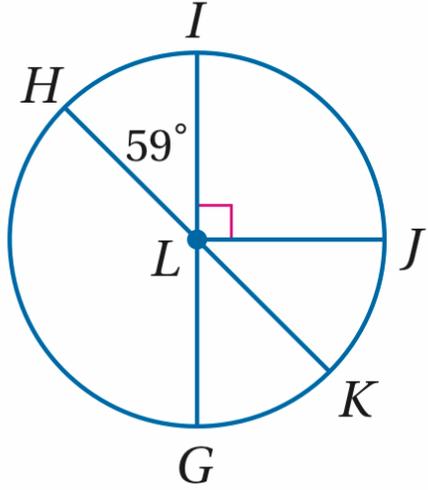
\widehat{MQ} (2A)



\overline{HK} , \overline{IG} قطران في $\odot L$ ، حدّد ما إذا كان كلّ قوس فيما يأتي قوسًا أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.

صفحة 130

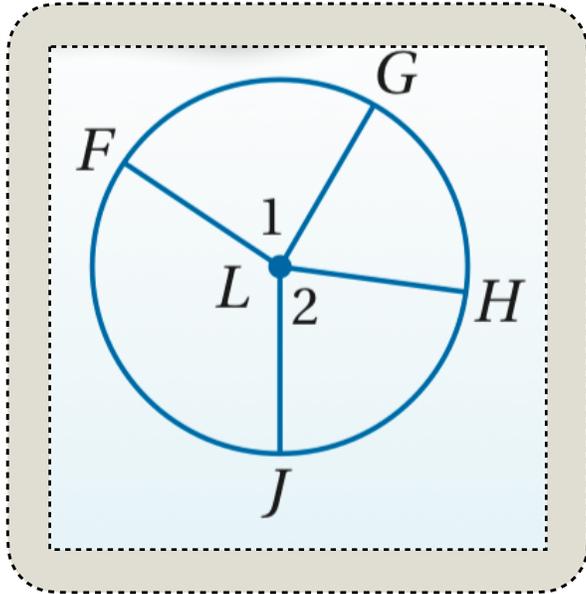
تأكد

 \widehat{HGK} (5) \widehat{HI} (4) \widehat{IHJ} (3)



الأقواس المتطابقة

هي الأقواس التي تقع في دائرة واحدة أو في دائرتين متطابقتين ويكون لها القياس نفسه.



التعبير اللفظي: في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين، يكون القوسان متطابقين، إذا فقط إذا كانت الزاويتان المركزيتان المقابلتان لهما متطابقتين.

مثال: إذا كانت $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$.

إذا كان $\widehat{FG} \cong \widehat{HJ}$ ، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

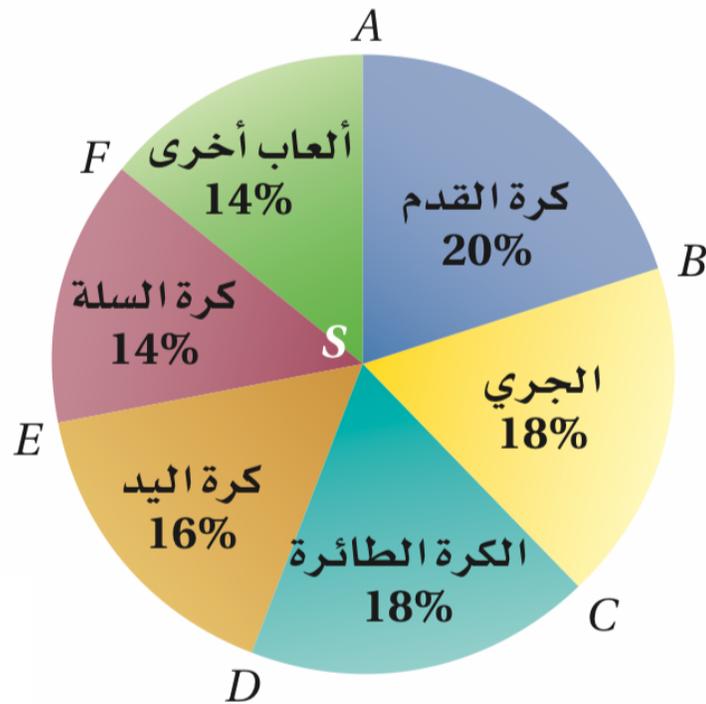


إيجاد قياس القوس من القطاعات الدائرية

مثال 3 صفحة 128

رياضة: استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كل من القياسات الآتية:

النشاطات الرياضية المدرسية



$m\widehat{CD}$ (a)

\widehat{CD} هو قوس أصغر.

إذن $m\widehat{CD} = m\angle CSD$

$\angle CSD$ تُمثّل 18% من الكل أو 18% من الدائرة.

$$m\angle CSD = 0.18(360^\circ)$$

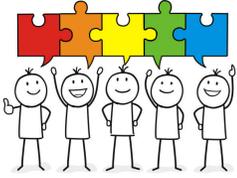
بالتبسيط

$$= 64.8^\circ$$

$m\widehat{BC}$ (b)

النسبتان المئويتان للكرة الطائرة والجرى متساويتان؛ إذن الزاويتان المركزيتان متطابقتان. والقوسان المقابلان لهما متطابقان.

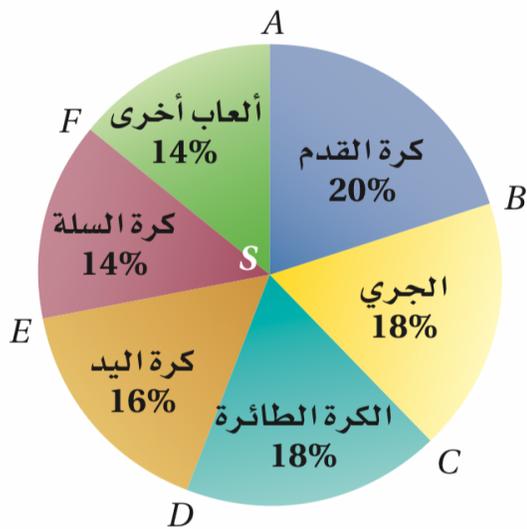
$$m\widehat{BC} = m\widehat{CD} = 64.8^\circ$$



تحقق من فهمك 3 صفحة 128

رياضة: استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كل من القياسات الآتية:

النشاطات الرياضية المدرسية

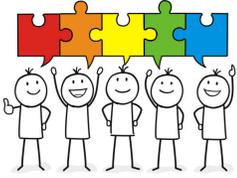


$m\widehat{FA}$ (3B)

$m\widehat{EF}$ (3A)

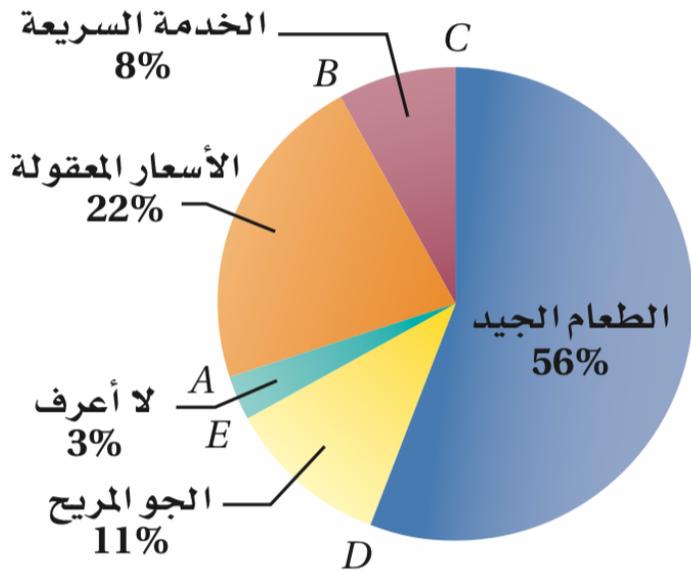
Blank area for solving the problem related to $m\widehat{FA}$ (3B).

Blank area for solving the problem related to $m\widehat{EF}$ (3A).



(6) **مطاعم:** يعرض الشكل المجاور نتائج استطلاع حول ما يطلبه رواد المطاعم.

ما يطلبه رواد المطاعم



(a) أوجد $m\widehat{AB}$.

(b) أوجد $m\widehat{BC}$.

(c) صف نوع قوس قطاع الطعام الجيد.



تعلمنا اليوم :

الزاوية المركزية



مجموع قياسات الزوايا المركزية 360°

الأقواس وقياساتها



○ قوس أصغر قياسها أقل من 180°

○ نصف دائرة قياسها يساوي 180°

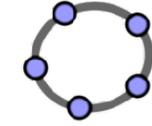
○ قوس أكبر قياسها أكبر من 180°



الأقواس المتجاورة

هي أقواس في الدائرة تشترك مع بعضها في نقطة واحدة فقط

قياس الأقواس المتجاورة. \widehat{HJ} , \widehat{JK} قوسان متجاوران في $\odot M$ ، وكما هي الحال في الزوايا المتجاورة، يمكنك جمع



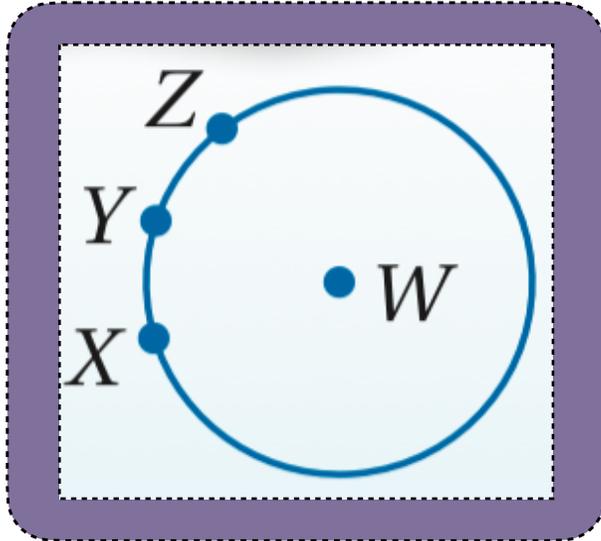
GeoGebra

مسلمة جمع الأقواس

التعبير اللفظي: قياس القوس المتكوّن من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسَي هذين القوسين.

$$m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$$

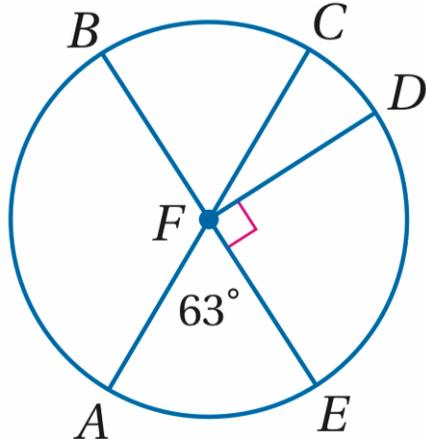
مثال





إيجاد قياس القوس باستعمال مسلّمة جمع الأقواس

مثال 4 صفحة 128



مسلّمة جمع الأقواس

$$m\widehat{AE} = m\angle AFE, m\widehat{ED} = m\angle EFD$$

بالتعويض

أوجد كلاً من القياسات الآتية في F :
(a) $m\widehat{AD}$

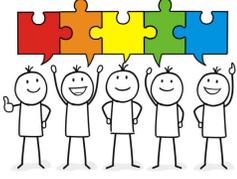
$$\begin{aligned} m\widehat{AD} &= m\widehat{AE} + m\widehat{ED} \\ &= m\angle AFE + m\angle EFD \\ &= 63^\circ + 90^\circ = 153^\circ \end{aligned}$$

(b) $m\widehat{ADB}$

$$\begin{aligned} m\widehat{ADB} &= m\widehat{AE} + m\widehat{EDB} \\ &= 63^\circ + 180^\circ = 243^\circ \end{aligned}$$

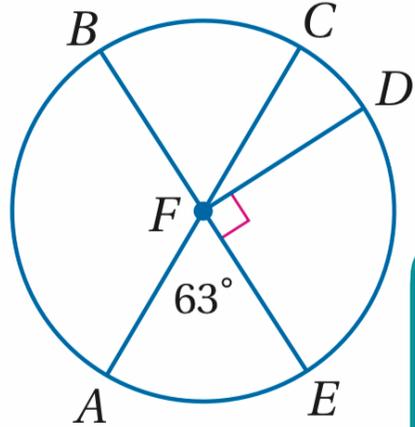
مسلّمة جمع الأقواس

$$m\widehat{EDB} = 180^\circ \text{ إذن: } m\widehat{EDB} = 180^\circ$$



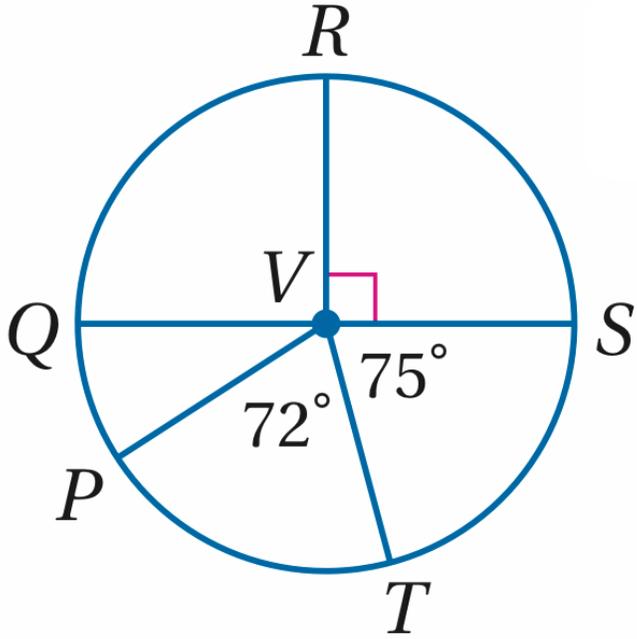
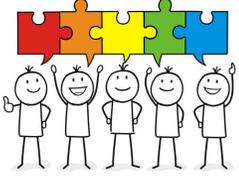
تحقق من فهمك 4 صفحة 128

أوجد كلاً من القياسات الآتية في $\odot F$:



$m\widehat{ABD}$ (4B)

$m\widehat{CE}$ (4A)



\overline{QS} قطر في $\odot V$ ، أوجد كلاً من القياسات الآتية:

$m\widehat{QRT}$ (8)

$m\widehat{STP}$ (7)

شاهد - دون - شارك

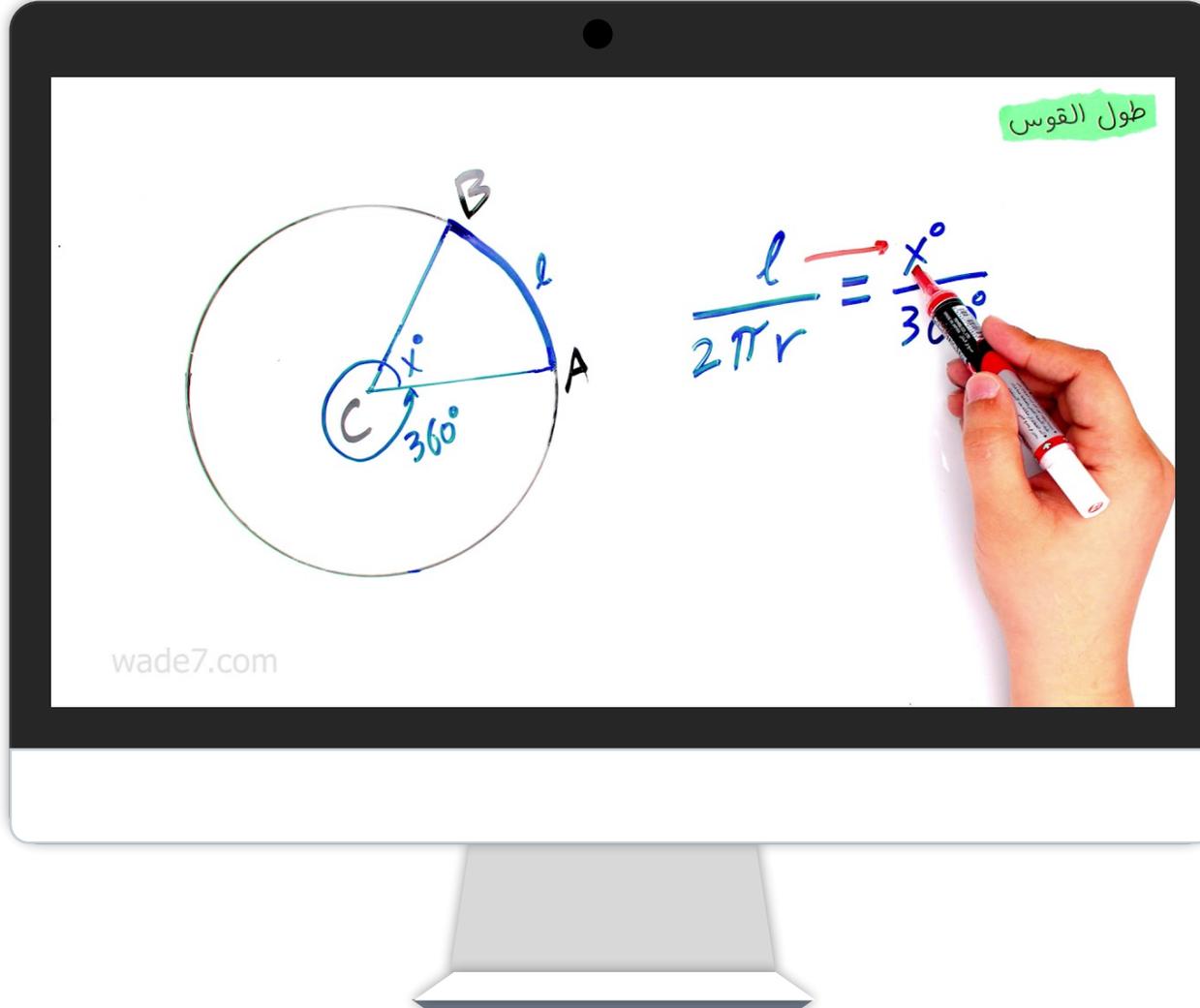


الموضوع / قياس الزوايا والأقواس

اليوم /
التاريخ /



فيديو

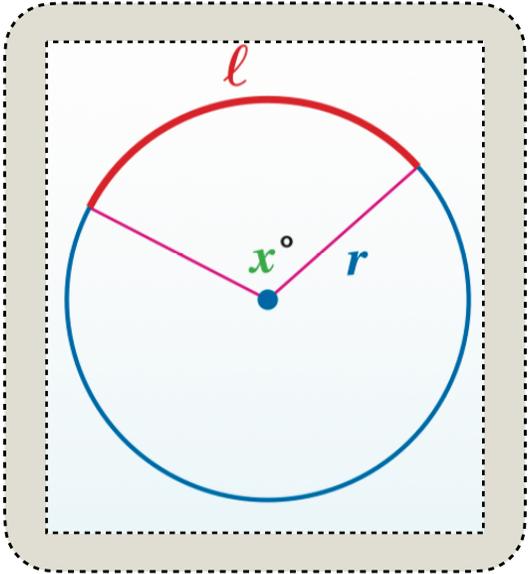


من خلال مشاهدتك سجلي
ملاحظاتك حول
الفرق بين قياس القوس وطول
القوس



طول القوس

هي المسافة على الدائرة بين نقطتي طرفيه ويقاس بوحدات الطول وبما أن جزء من الدائرة فإن طوله جزء من محيطها



التعبير اللفظي: إذا كان طول القوس يساوي l ومحيط الدائرة يساوي $2\pi r$ ، وقياس القوس بالدرجات يساوي x° فإن نسبة **طول القوس** إلى **محيط الدائرة** يساوي نسبة **قياس القوس بالدرجات** إلى 360°

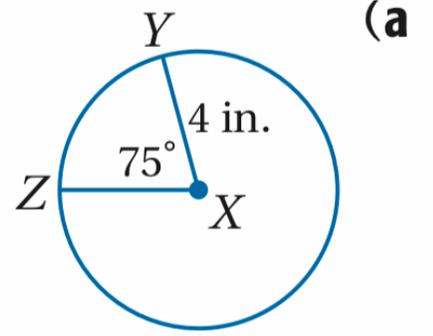
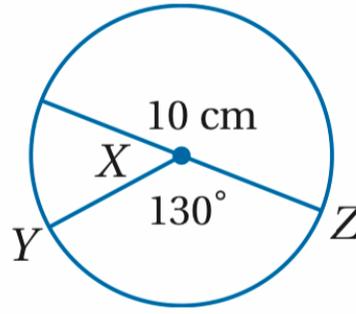
$$\frac{l}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$$

الرموز:

$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

أي أن:





صيغة طول القوس $l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

صيغة طول القوس $l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$

بالتعويض $= \frac{130^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(5)$

بالتعويض $= \frac{75^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi(4)$

باستعمال الحاسبة $\approx 11.34 \text{ cm}$

باستعمال الحاسبة $\approx 5.24 \text{ in}$



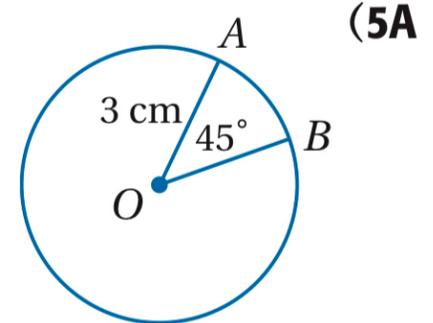
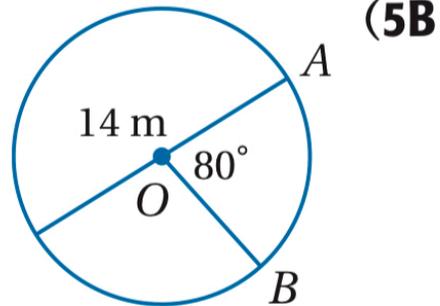
تحقق من فهمك 5 صفحة 129

أوجد طول \widehat{AB} في كلٍّ مما يأتي مقربًا إلى أقرب جزءٍ من مئة:

تنبیه

طول القوس:

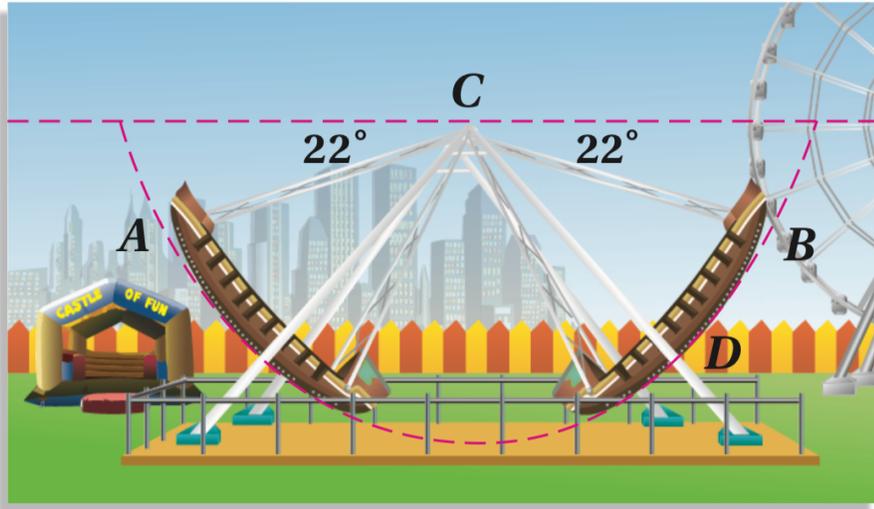
يُعطى طول القوس
بوحدة الطول مثل
السنتمترات، أما قياس
القوس فيعطى
بالدرجات.





تدرب وحل المسائل صفحة 132

(43 ألعاب: يأخذ مسار لعبة السفينة في مدينة ألعاب شكل نصف دائرة كما في الشكل المجاور.

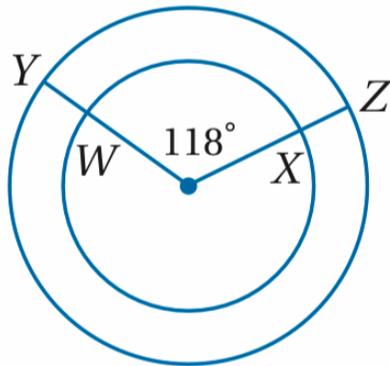


(a) أوجد $m\widehat{AB}$

(b) إذا كان $CD = 62$ ft، فما طول \widehat{AB} ؟ قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.



(47) **اكتشف الخطأ:** يقول إبراهيم: إن \widehat{WX} , \widehat{YZ} متطابقان؛ لأن زاويتيهم المركزيتين متطابقتان، بينما يقول سالم: إنهما غير متطابقتين. هل أيُّ منهما على صواب؟ برّر إجابتك.

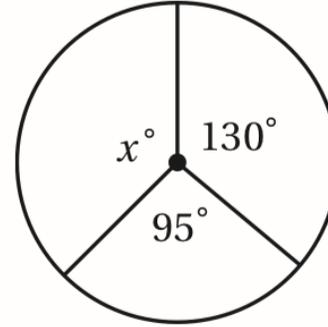




تحصيلي

تدرب على اختبار صفحة 125

54) أوجد قيمة x ؟



145 C

160 D

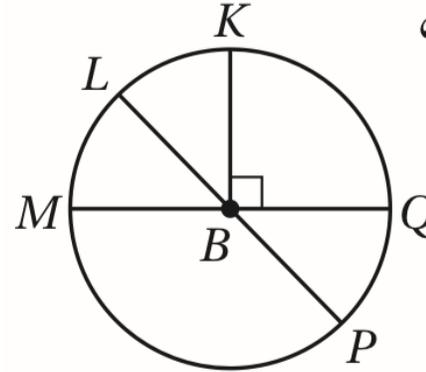
120 A

135 B



تحصيلي

تدرب على اختبار صفحة 125



55 في $\odot B$ ، إذا كان: $m\angle LBM = (3x)^\circ$ ،

$m\angle LBQ = (4x + 61)^\circ$ ،

فما قياس $\angle PBQ$ ؟



تعلمنا في هذا الدرس:

مسلمة جمع الأقواس



قياس القوس المتكون من قوسين متجاورين يساوي مجموع قياسي هذين القوسين

طول القوس



$$l = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

الزاوية المركزية



مجموع قياسات الزوايا المركزية 360°

الأقواس وقياساتها



○ قوس أصغر قياسها أقل من 180°

○ نصف دائرة قياسها يساوي 180°

○ قوس أكبر قياسها أكبر من 180°

