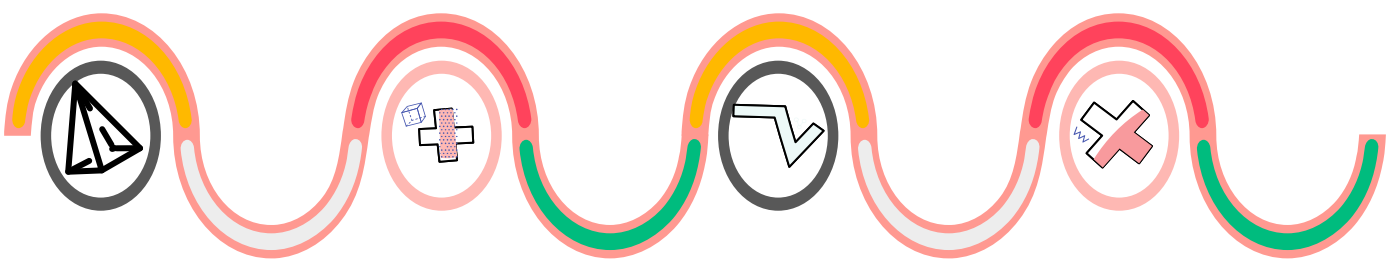
مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

ملخص كتاب الرياضيات
للصف الثاني متوسط
الفصل الدراسي الأول

تأليف: رشا عبيد الله الهلياني

يوزع مجانا ولا يباع



الباب الأول
الأعداد النسبية

١) تحويل الكسر الاعتيادي على صورة كسر عشري

أ كسر عشري منتهي

مثال

حول الكسر الاعتيادي التالي إلى كسر عشري $\frac{٢}{٥}$

$$\frac{٢}{٥} = ٠,٤$$

		٠,٤
٥	٢٠	
	٢٠	
	٠٠	

ب كسر عشري دوري

مثال

حول الكسر الاعتيادي التالي إلى كسر عشري $\frac{٥}{٣}$

$$\frac{٥}{٣} = ١,٦٦٦٦$$

		١,٦
٣	٥	
	٣	
	٢٠	
	١٨	
	٠٢	

وهكذا ستستمر عملية القسمة في كل مرة نضرب في ٦ ويبقى ٢

٢) كتابة الكسور العشرية على صورة كسور اعتيادية

مثال

حول الكسر العشري ٠,٤٥ إلى كسر اعتيادي

$$\frac{٤٥}{١٠٠} = \frac{٩}{٢٠}$$

نبسط الكسر في أبسط صورة بالقسمة على ٥ فيصبح

تحذير: خطأ شاسع يخطي بعض الطلاب في كتابة الكسر الدوري

٨,٦٣٦٣ كما يأتي $٨,٦\overline{٣}$

والصحيح $٨,\overline{٦٣}$

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

الكسر الاعتيادي $\frac{٥}{٩}$ على صورة كسر عشري هو

$\overline{٠.٤}$ ٠.٥ ٠.٦٨

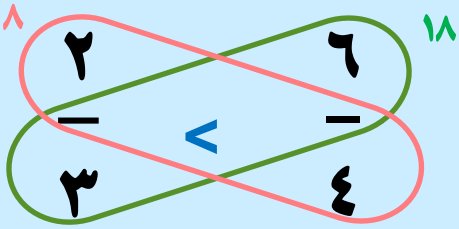
الكسر العشري -٠,٤ على صورة كسر اعتيادي هو

$\frac{٢}{٧}$ $\frac{٢}{٤}$ $\frac{٢}{٧}$

@Rashaalalyani

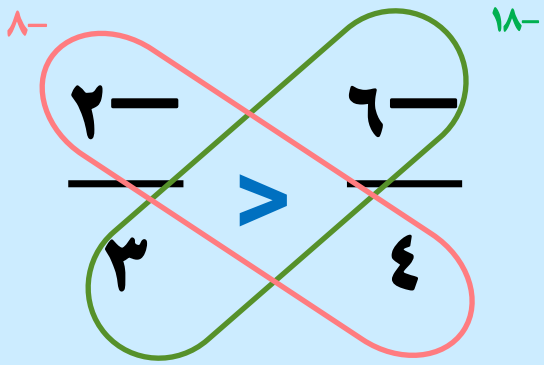
٢) مقارنة الأعـــداد النـــسبية وترتيبها

مقارنة الأعداد النسبية الموجبة



نضرب الوسطين في الطرفين

مقارنة الأعداد النسبية السالبة



نضرب الوسطين في الطرفين

العدد الأقرب إلى الصفر في خط الأعداد هو الأكبر كلما اقتربت من الصفر والأعداد الموجبة زادت قيمته

المقارنة باستعمال الكسور العشرية

$\frac{١}{٣}$ > ٠,٣

نحوله إلى كسر عشري

$\frac{١}{٣} = ٠,\overline{٣}$

٣ | ١٠ | ٠,٣٣٣
٩
١٠

تحذير: يخطي بعض الطلبة في المقارنة بين الأعداد النسبية السالبة

يزداد

-٥ -٤ -٣ -٢ -١ ٠ ١ ٢ ٣ ٤ ٥

الأكبر (-٤) لأنه أقرب إلى الصفر

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

$\frac{١}{٢}$ ☐ $\frac{٥}{١٢}$	<	>	=
-٣,١٧ ☐ -٣,١٥	<	>	=
٠,٢٥ ☐ $\frac{٣}{١١}$	<	>	=

@Rashaalalyani

٣) ضرب الأعداد النسبية

ضرب الأعداد النسبية

مثال

$$\frac{٨}{٩} \times \frac{-٣}{٤}$$

نضرب البسطين

نضرب المقامين

$$= \frac{٨ \times -٣}{٤ \times ٩}$$

$$= \frac{-٢٤}{٣٦}$$

نبسط الكسر

$$= \frac{-٢}{٣}$$

ضرب الأعداد الكسرية

مثال

$$٤\frac{١}{٢} \times ٢\frac{٢}{٣}$$

نحولها

$$\frac{+١}{٢} \times \frac{+٢}{٣}$$

اقسم على القواسم المشتركة

$$\frac{٣}{١} \times \frac{٤}{١}$$

نضرب البسطين

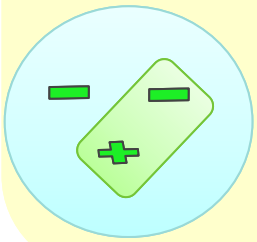
نضرب المقامين

$$= \frac{٣ \times ٤}{١ \times ١}$$

$$= \frac{١٢}{١} = ١٢$$

تحذير: يخطئ بعض الطلبة عند ضرب الكسور في استخدام الإشارات.

استعن بالوجه الصيني



$$- \times + = -$$

$$- \times - = +$$

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

$$\frac{٣}{٥} \times \frac{٥}{٧}$$ يساوي

$\frac{٣}{٧}$ $\frac{٢}{٧}$ $\frac{٤}{٧}$

$$٢\frac{١}{٢} \times ١\frac{٢}{٥}$$ يساوي

$\frac{١}{٣}$ $\frac{١}{٤}$ $\frac{١}{٣}$

@Rashaalalyani

٤) قسمة الأعداد النسبية

١) النظير الضربي

النظير الضربي: هو مقلوب العدد

الأمثلة

$\frac{٢}{٣}$ النظير الضربي $= \frac{٣}{٢}$

$٥\frac{١}{٢} = \frac{١١}{٢}$ النظير الضربي $= \frac{٢}{١١}$

٢) قسمة الأعداد النسبية

$\frac{٤}{٥} \div \frac{٦}{٧}$

يبزل ← $\frac{٤}{٥}$ ÷ نقلبها ← $\frac{٦}{٧}$ نظيره ← $\frac{٧}{٦}$

$\frac{٤}{٥} \times \frac{٧}{٦}$

نضرب البسطين

نضرب المقامين

$= \frac{٤ \times ٧}{٥ \times ٦}$

في أبسط صورة $= \frac{٢٨}{٣٠} = \frac{١٤}{١٥}$

الأمثلة

$١\frac{١}{٢} \div ١\frac{٢}{٣}$

نقوم بتحويل الأعداد الكسرية أولاً الى كسور غير فعلية كما تعلمنا في درس ضرب الأعداد الكسرية

$\frac{٣}{٢} \div \frac{٧}{٣}$

الآن نفعل كما فعلنا في المثال السابق بوضع الكسر الأول كما هو وتحويل القسمة إلى ضرب ونوجد النظير للكسر الثاني

$\frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٧} = \frac{٩}{١٤}$

تحذير: عند القسمة على عدد صحيح أعد كتابة ذلك العدد على صورة كسر غير فعلي ثم اضرب في مقلوبه

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

$\frac{٥}{٨} \times \frac{١}{٢}$ يساوي

- $\frac{٦}{٤}$
- $\frac{٥}{٤}$
- $\frac{٣}{٢}$

النظير الضربي للعدد -١٢ هو

- $\frac{١}{١٢}$
- $\frac{١٢}{١}$
- +١٢

@Rashaalalyani

٥) جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المتشابهة وطرحها

لجمع أعداد نسبية ذات مقامات متشابهة اجمع أو أطرح البسوط واكتب الناتج فوق المقام نفسه.

مثال

$\frac{١}{٥} + \frac{٣}{٣} = \frac{١+٣}{٥}$ نجمع البسطين — نوحد المقام

$= \frac{٤}{٥}$

١) جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المتشابهة

مثال

$\frac{٥}{٩} + \frac{٧}{٩} = \frac{٥+٧}{٩}$

$= \frac{١٢}{٩} =$ نبسط الكسر بالقسمة على ٣ $\frac{٤}{٣}$

٢) طرح الأعداد النسبية ذات المقامات المتشابهة

مثال

$\frac{٨}{٩} - \frac{٧}{٩}$

ينزل — نقلبها — نظيره الجمعي

$\frac{٨}{٩} + \frac{-٧}{٩}$

$= \frac{٨+(-٧)}{٩}$ نجمع البسطين — نوحد المقام $= \frac{١}{٩}$

تحذير: يخطئ بعض الطلاب في جمع الأعداد الصحيحة وطرحها

+ = + + +

- = - + -

- = + + -

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

$\frac{١}{٩} + \frac{٤}{٥} =$

$\frac{١}{٧}$ $\frac{١}{٣}$ $\frac{٢}{٤}$

$٣\frac{٥}{٦} - ١\frac{٥}{٦}$

$\frac{١}{٣}-٥\frac{١}{٢}$ $\frac{١}{٢}-٤\frac{١}{٢}$ $\frac{١}{٢}-٢\frac{١}{٢}$

@Rashaalalyan1

٦) جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المختلفة وطرحها

١) جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المختلفة وطرحها

مثال

$\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٤}$

نوحد المقامات بضرب ٤×٣

$= \frac{٨}{١٢} + \frac{٣}{١٢}$

$= \frac{٥}{١٢}$

٢) جمع الأعداد الكسرية وطرحها

مثال

$١\frac{١}{٣} + ٢\frac{١}{٢}$

نحولها

$= \frac{٤}{٣} + \frac{٥}{٢}$

نوحد المقامات بضرب ٢×٣

$= \frac{٨}{٦} + \frac{١٥}{٦}$

$= \frac{٢٣}{٦}$

تحذير: يخطئ بعض الطلاب في جمع أو طرح الأعداد النسبية الكسرية قبل تحويلها

مثلا: $١\frac{١}{٢}$ نحولها الى $\frac{٣}{٢}$

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

$\frac{٣}{٤} + (\frac{١}{٦} -) =$

$\frac{٧}{١٢}$ $\frac{٩}{٢}$ $\frac{٧}{٣}$

$١\frac{٥}{٦} + ٣\frac{٢}{٥} -$

$\frac{٢}{٣}$ $٤\frac{٩}{٤} -$ $١\frac{١٧}{٣٠} -$

@Rashaalalyan1

٧) القوى والأسس

$$٢^{٤} = \underbrace{٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢}_{\text{٤ عوامل مشتركة}}$$

الأساس: العامل المشترك

الأس: يبين عدد المرات التي استعمل فيها الأساس

كتابة العبارات باستعمال القوى

مثال

ع × م × م × ع

↓

$ع^{٢} \times م^{٢}$

مثال

$٥^{٠} = ١$

↓

أي عدد مرفوع للصفر يساوي واحد

مثال

$٧^{-٣} =$

نأتي بالنظير للعدد (٧) لأنه مرفوع للأس السالب (٣)

$\frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} = \frac{١}{٧^{٣}}$

تحذير: الأسس السالبة

لاحظ $١٠^{-٢}$ نحولها الى موجب

=

$\frac{١}{١٠^{٢}} = \frac{١}{١٠} \times \frac{١}{١٠} = \frac{١}{١٠٠}$

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

لكتابة العبارة ٨ × ٨ × أ

باستعمال الأسس فإنها تساوي

$٨ \times أ^{٢}$ $٨ \times أ^{٣}$ $٨ \times أ^{٤}$

لكتابة العبارة $٦^{-٣}$

باستعمال الأسس يساوي

$\frac{١}{٢١٦}$ $\frac{١}{٢٦٦}$ $\frac{١}{٦٦٢}$

@Rashaalalyani

٨) الصيغة العلمية

١) كتابة الأعداد بالصيغة القياسية

مثال

$٧,٤٢ \times ١٠^{٥}$

الأس موجب نضع دائرة حول الفاصلة ونتحرك يمين بعدد مرات الأس خمس خانات

$= ٧٤٢٠٠٠,$

أضفنا أصفار لأنه يوجد عددان في يمين الفاصلة ونحن سوف نتحرك خمس خانات

وفي حال كان الأس سالب نحرك الفاصلة إلى اليسار بعدد مرات الأس

١) كتابة الأعداد بالصيغة العلمية

مثال

٠,٠٠٠٣١٦

يكتب هذا العدد بالصيغة العلمية بتحريك الفاصلة ثم نعد المنازل التي حركت فيها الفاصلة الى أول عدد صحيح لكن هنا العكس الفاصلة إذا حركتها يمين نرفع الأس سالب ، وإذا حركتها يسار ترفع الأس موجب

في المثال الذي لدينا سوف نحرك الفاصلة اربع ويصبح العدد بالصيغة العلمية هكذا

$٣,١٦ \times ١٠^{-٤}$

تحذير: لاحظ أن الصيغة التي تكتب بها الأعداد دون استعمال الأسس نسميها بالصيغة القياسية

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

العدد $٧,٣٢ \times ١٠^{٤}$ يكتب بالصيغة القياسية

٧٣٢٠٠ ٧٣٢ ٧٣٠٢

٢٧٧٠٠٠ العدد ممكن أن تكون الصيغة العلمية له هي

٢.٧٧×١٠^{٥} ٢.٧٧×١٠^{-٥} ٢.٧٧×١٠^{٤}

@Rashaalalyani

الباب الثاني
الأعداد الحقيقية ونظرية فيثاغورس

١) الجذور التربيعية

مربعات كاملة

استعمال الجذور التربيعية لحل المعادلات

مثال

جبر : حل المعادلة: $ت^{٢} = ١٦٩$ ، وتحقق من حلك.

$ت^{٢} = ١٦٩$ — اكتب المعادلة.

$ت = \pm \sqrt{١٦٩}$ — تعريف الجذر التربيعي.

$ت = ١٣ ، -١٣$ — **تحقق:** $١٣ \times ١٣ = ١٦٩$ ، $(-١٣) \times (-١٣) = ١٦٩$ ✓

للمعادلة حلان هما: ١٣ ، -١٣.

تحذير: يخطئ بعض الطلبة في إشارة الجذر

$-\sqrt{٩} = -٣$ $\quad$ $\pm\sqrt{٩} = \pm٣$

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

حساب قيمة $\sqrt{٣٦}$: ٥ ، ٤ ، ٦

حساب قيمة $\sqrt{\frac{٢٥}{٨١}}$: $\frac{٥}{٩}$ ، $\frac{٩}{٥}$ ، $\frac{٢٥}{٩}$

حساب قيمة $(\sqrt{٢٥})^{٢}$: ٢٥ ، ٥ ، ١٢٥

@Rashaalalyan1

٢) تقدير الجذور التربيعية

مربعات كاملة

ما هي قيمة √١٨ ؟

يقع بين √١٦ √١٨ √٢٥

أقرب إلى √١٦ ∴ ≅ ٤

مثال قدّر √٢٣,٥ إلى أقرب عدد كلي.

- أكبر مربع كامل أقل من ٢٣,٥ هو ١٦. √١٦ = ٤
- أصغر مربع كامل أكبر من ٢٣,٥ هو ٢٥. √٢٥ = ٥

لغة الرياضيات:

المتباينات

١٦ < ٢٣,٥ < ٢٥

تقرأ: ١٦ أصغر من ٢٣,٥ و ٢٣,٥ أصغر من ٢٥ أو ٢٣,٥ يقع بين ١٦ و ٢٥.

تحذير

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

تقدير قيمة √٢٨ : ٥ ٤ ٧

تقدير قيمة √٤٤ : ٨ ٧ ٩

@Rashaalalyan1

٣) الأعداد الحقيقة

الأعداد الحقيقة

عدد نسبي

الكلية: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، .....

الأعداد الصحيحة:

... ، ٢، ١، ٠، -١، -٢، .....

النسبية: ٠,٧٥، $\frac{٢٥}{٥}$، $٠,\overline{٥}$

عدد غير نسبي

$\sqrt{٢}$ = ١,٤١٤٢١٣٠٦٦

عدد لا يمكن كتابته على صورة الكسر $\frac{أ}{ب}$

تصنيف الأعداد

سمِّ كل مجموعات الأعداد التي تنتمي إليها الأعداد الحقيقية الآتية:

١) ٠,٢٥٢٥٢٥... الكسر العشري الدوري $٠,\overline{٢٥} = \frac{٢٥}{٩٩}$. فهو عدد نسبي.

٢) $\sqrt{٣٦}$ بما أن $\sqrt{٣٦} = ٦$، فهو عدد كلي، وصحيح، ونسبي.

٣) $-\sqrt{٧} \approx -٢,٦٤٥٧٥١٣١١...$، وبما أن الكسر العشري ليس منتهيًا ولا متكررًا، فهو عدد غير نسبي.

الأمثلة

تحذير: عند المقارنة بين الأعداد الحقيقية

لا بد من إيجاد قيمة $\sqrt{٧}$ = ٢,٦٤٥٧٥١٣١١

و $٢\frac{٢}{٣} = \frac{٨}{٣} = ٢,\overline{٦}$

$\sqrt{٧} \square ٢\frac{٢}{٣}$

إذا $\sqrt{٧} < ٢\frac{٢}{٣}$

@Rashaalalyani

٣) الأعداد الحقيقة

تمثيل الأعداد الحقيقة

إرشادات للدراسة

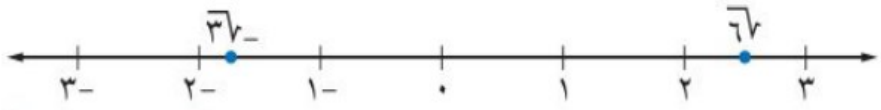
استعمال الحاسبة:
يمكن استعمال الآلة الحاسبة لإيجاد $\sqrt{٧}$ بالضغط على المفاتيح من اليمين لليسار:

مثال

قدّر $\sqrt{٦٧}$ ، $-\sqrt{٣٧}$ إلى أقرب جزء من عشرة، ثم مثِّلهما على خط الأعداد.

$\sqrt{٦٧} \approx ٢,٤٤٩٤٨٩٧٤٣...$ أو ٢,٤ تقريبًا — استعمل الآلة الحاسبة.

$-\sqrt{٣٧} \approx -١,٧٣٢٠٥٠٨٠٧٥$ أو $-١,٧$ تقريبًا — استعمل الآلة الحاسبة.



اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

العدد ١٤ هو عدد

صحيح — كلي صحيح نسبي — غير نسبي

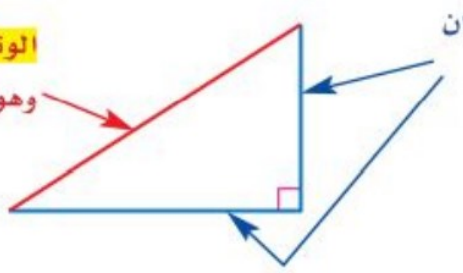
الإشارة المناسبة في الفراغ $\sqrt{١٢٦}$ ◯ ٣,٥ هي

$>$ — $<$ — $=$

@Rashaalalyani

٤) نظرية فيثاغورس

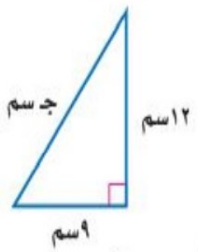
المثلث القائم الزاوية هو مثلث إحدى زواياه قائمة.



إيجاد الطول المجهول

إذا كان الوتر هو المجهول

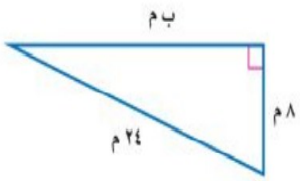
نجمع ونربع الضلعين



$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$	نظرية فيثاغورس.
$جـ^{٢} = ٩^{٢} + ١٢^{٢}$	عوّض أ = ٩، ب = ١٢.
$جـ^{٢} = ٨١ + ١٤٤$	احسب $٩^{٢}$، $١٢^{٢}$.
$جـ^{٢} = ٢٢٥$	اجمع ٨١ و ١٤٤.
$جـ = \pm\sqrt{٢٢٥}$	تعريف الجذر التربيعي.
$جـ = \pm ١٥$	بسّط.

إذا كان الضلع هو المجهول

نربع الضلعين ونطرح



$أ^{٢} + ب^{٢} = جـ^{٢}$	نظرية فيثاغورس.
$٨^{٢} + ب^{٢} = ٢٤^{٢}$	عوّض أ = ٨، جـ = ٢٤.
$٦٤ + ب^{٢} = ٥٧٦$	احسب $٨^{٢}$، $٢٤^{٢}$.
$٦٤ - ٦٤ + ب^{٢} = ٥٧٦ - ٦٤$	اطرح ٦٤ من كل طرف.
$ب^{٢} = ٥١٢$	بسّط.
$ب = \pm\sqrt{٥١٢}$	تعريف الجذر التربيعي.
$ب \approx ٢٢,٦$ أو $-٢٢,٦$	استعمل الآلة الحاسبة.

@Rashaalalyani

٥) تطبيقات على نظرية فيثاغورس

أكتب معادلة يمكن استعمالها للإجابة على السؤال التالي وقم بحله؟
❁ كم ترتفع القطة على الشجرة:

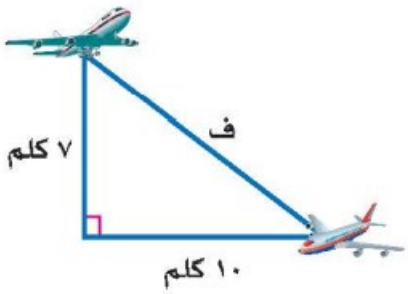
الضلع هو المجهول إذا نربع ونطرح

$$ع^{٢} = (١٢)^{٢} - (٥)^{٢}$$

$$ع^{٢} = ١٤٤ - ٢٥$$

$$ع = ١٠,٩ م$$

أكتب معادلة يمكن استعمالها للإجابة على السؤال التالي وقم بحله؟
❁ المسافة بين الطائرتين:



الضلع المجهول هو الوتر

$$ف^{٢} = (١٠)^{٢} + (٧)^{٢}$$

$$ف^{٢} = ١٠٠ + ٤٩$$

$$ف = ١٢,٢$$

اختبر نفسك

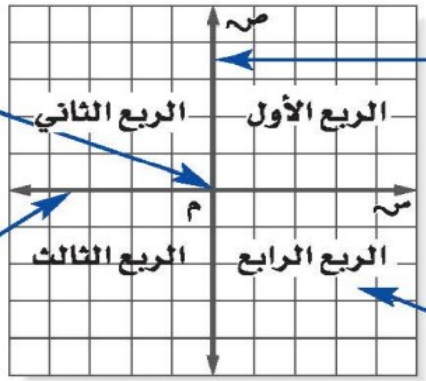
اختر الإجابة الصحيحة

المثلث ٤، ٢، ٣ : قائم الزاوية | غير قائم الزاوية | متساوي الساقين

المثلث ٥، ٧، ٢ : قائم الزاوية | غير قائم الزاوية | متساوي الساقين

@Rashaalalyani

٦) هندسة الأبعاد في المستوى الإحداثي



المحور الصادي هو خط الأعداد الرأسي.

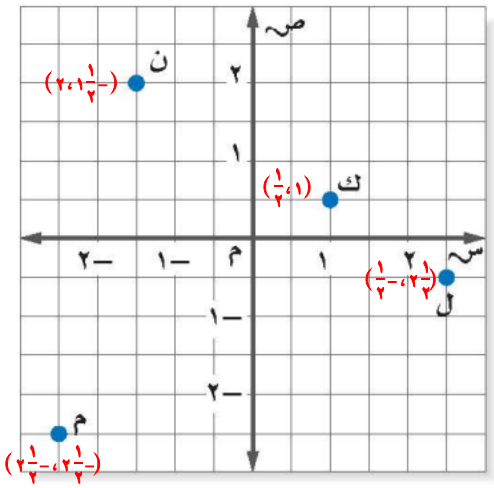
نقطة الأصل هي نقطة تقاطع خطي الأعداد.

المحور السيني هو خط الأعداد الأفقي.

أرباع المستوى الإحداثي هي الأجزاء الأربعة للمستوى الإحداثي.

تسمية الزوج المرتب

الزوج المرتب (س ، ص)



سمِّ الأزواج المرتبة للنقاط الموضحة في الشكل.

أ) ن $(-2\frac{1}{2}، 1)$

ب) ك $(\frac{1}{2}، 1)$

جـ) ل $(-\frac{1}{2}، 2\frac{1}{2})$

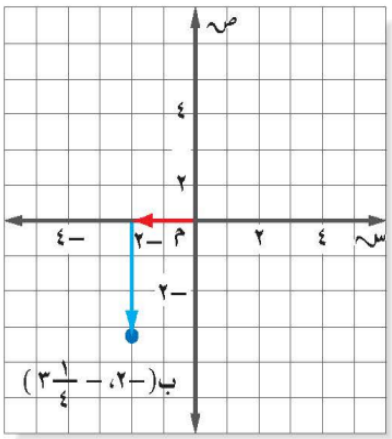
د) م $(-2\frac{1}{2}، -2\frac{1}{2})$

تمثيل الأزواج المرتبة

مثل النقطة التالية على المستوى الإحداثي

$(-2، -3\frac{1}{4})$

- ابدأ من نقطة الأصل ، وتحرك وحدتين إلى اليسار . ثم $3\frac{1}{4}$ وحدات إلى الأسفل.
- ارسم النقطة وسمّها ب $(-2، -3\frac{1}{4})$.



إرشادات للدراسة

التمثيل البياني:

بما أن إشارة كلا الإحداثيين سالبة، لذا تأكد من أن الحركة لليسار ثم للأسفل.

@Rashaalalyan1

٦) هندسة الأبعاد في المستوى الإحداثي

إيجاد المسافة في المستوى الإحداثي

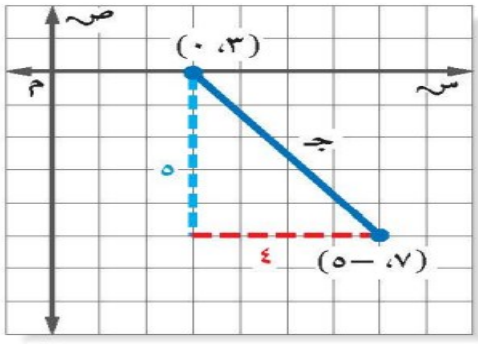
مثل الزوجين المرتبين (٣ ، ٠) ، (١ ، -٥) في المستوى الإحداثي ثم أوجد المسافة جـ بينهما

١) نمثل النقاط (٣ ، ٠) ، (٧ ، -٥)

٢) نصل بين النقاط بخط

٣) نرسم مثلا قائم الزاوية تكون النقطتين وترا له

٤) نحسب كم نزلنا من النقطة (٣ ، ٠) وكم مربع الى اليمين تحركنا



$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢}$ نظرية فيثاغورس.

$جـ^{٢} = ٤^{٢} + ٥^{٢}$ أ = ٤ ، ب = ٥

$جـ^{٢} = ٤١$ $٤^{٢} + ٥^{٢} = ١٦ + ٢٥ = ٤١$

$جـ \approx \pm ٦,٤$ استعمل الآلة الحاسبة.

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

يطلق على العدد الأول في الزوج المرتب

الإحداثي السيني | المقطع الصادي | الإحداثي الصادي

المحور الصادي هو خط الأعداد

الرأسي | الأفقي | المائل

@Rashaalalyani

الباب الثالث
التناسب
والتشابه

١) العلاقات المتناسبة وغير المتناسبة

س	٢	٤	٨	٩
ص	٣	٦	٩	١٢

س/ كيف تزاد قيمة س؟!
بمقدار ٢

س/ كيف تزاد قيمة ص؟!
بمقدار ٣

س/ ما نسبة قيمة ص إلى س؟! $\frac{٣}{٢}$

إذا كانت الكميتان **متناسبتين** فإن النسبة بينهما ثابتة.
أما في العلاقات التي تكون فيها النسبة غير ثابتة فيقال: إن الكميتين **غير متناسبتين**

تحديد العلاقات المتناسبة وغير المتناسبة

مطاعم: يبيع أحد المطاعم الوجبة الواحدة بمبلغ ١٤ ريالًا، ويتقاضى ريالين عن توصيل كل طلب. هل تتناسب التكلفة مع عدد الوجبات المطلوبة؟
أوجد تكلفة: ١، ٢، ٣، ٤ وجبات، ثمَّ نظِّمها في جدول كما يأتي:

التكلفة (ريال)	١٦	٣٠	٤٤	٥٨
عدد الوجبات	١	٢	٣	٤

اكتب العلاقة بين التكلفة وعدد الوجبات في صورة نسبة، ثمَّ بسِّطها.

$\frac{\text{التكلفة}}{\text{العدد}}$ ← $\frac{١٦}{١} = ١٦$ ، $\frac{٣٠}{٢} = ١٥$ ، $\frac{٤٤}{٣} \approx ١٤,٧$ ، $\frac{٥٨}{٤} = ١٤,٥$

بما أن النسبة بين الكميات ليست ثابتة، فإن التكلفة لا تتناسب مع عدد الوجبات. إذن العلاقة غير متناسبة.

اختبر نفسك

اختر الجدول الذي يكون سعر القطعة فيه ثابتًا؟

أ)

المتجر الأول	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣,٥
٦	٦
٩	٨,٥

ب)

المتجر الثاني	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣,٥
٦	٦,٥
٩	٩,٥

ج)

المتجر الثالث	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣
٦	٦
٩	٩

د)

المتجر الرابع	
عدد القطع	السعر (ريال)
٣	٣
٦	٥
٩	٧

@Rashaalalyan1

٢) معدل التغير

المشاركون في الأنشطة الصفية	
السنة	المشاركون
١٤٢٦هـ	٧٠
١٤٢٧هـ	٧٥
١٤٢٨هـ	٨٧
١٤٢٩هـ	١٠٥

س١ : أي السنين كانت الزيادة في عدد المشاركين؟
١٤٢٨ ، ١٤٢٩

س٢ : أي السنتين كانت أقل؟
١٤٢٦ ، ١٤٢٧

ما هو معدل الزيادة؟
إذا معدل التغير هو معدل يصف كيف تتغير كمية ما في علاقتهما بكمية أخرى

إيجاد معدل التغير الموجب

يبين الجدول الآتي طول ثامر عندما كان عمره ٨ سنوات و ١١ سنة. أوجد معدل التغير في طوله خلال هذين العمرين

الطول (سم)	١٣٠	١٤٥
العمر (سنة)	٨	١١

١١ _ ٨

فرق العمر =٣

١٤٥ _ ١٣٠

فرق الطول = ١٥

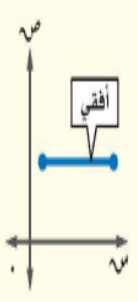
$\therefore \frac{١٥}{٣}$ = ٥ سم

@Rashaalalyan1

٢) معدل التغير

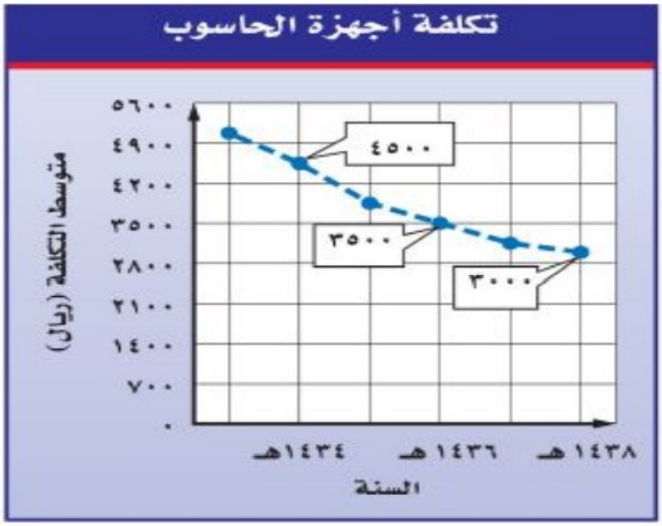
معدلات التغيّر

ملخص المفهوم

معدل التغيّر	الموجب	السالب	الصفري
الدلالة (المعنى)	يتزايد	يتناقص	لا يتغيّر
التمثيل			

مثال

ما هو معدل التغير بين ١٤٣٤هـ و ١٤٣٦هـ



$$\frac{\text{التغيّر في التكلفة}}{\text{التغيّر في السنوات}} = \frac{٤٥٠٠ - ٣٥٠٠}{١٤٣٤ - ١٤٣٦}$$

تتغيّر التكلفة من ٤٥٠٠ إلى ٣٥٠٠ ريال والسنوات من ١٤٣٤هـ إلى ١٤٣٦هـ.

$$= \frac{-١٠٠٠}{٢}$$

اطرح لإيجاد مقدار التغيّر في التكلفة والسنوات.

$$= \frac{-٥٠٠}{١}$$

عبّر عن الناتج في صورة معدل وحدة.

تحذير بلغ عدد التغير في المثال السابق – ٥٠٠ لأن تكلفة جهاز الحاسوب تتناقص بين عامي ١٤٣٤ – ١٤٣٦هـ

لهم

اختبر نفسك

الوقت	عدد الأجهزة المباعة
١٠:٠٠	٤
١٠:٣٠	٢
١١:٠٠	١٠
١١:٣٠	١٠
١٢:٠٠	١٥
١٢:٣٠	١٠

اختر الإجابة الصحيحة

معدل التغير بين الوقتين ١٠:٣٠ – ١١:٠٠ هو

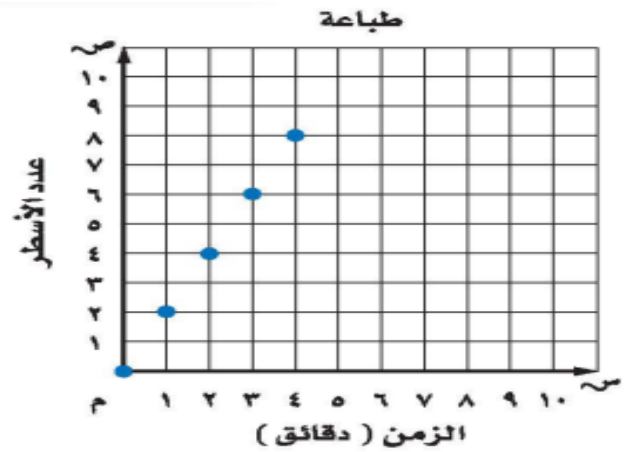
٦ ٨ ٥

معدل التغير في عدد الأجهزة كل نصف ساعة بين الوقتين ١١:٠٠ – ١٢:٣٠ هو

٥ ٢ صفر

@Rashaalalyani

٣) المعدل الثابت للتغير



تسمى العلاقة التي تمثل بيانيا بخط مستقيم ـ كما في الشكل أعلاه ـ **علاقة خطية**.

لاحظ أنه بزيادة الزمن دقيقة في كل مرة يزداد عدد الأسطر بمقدار ٢.

معدل التغيّر

$\frac{٢}{١}$ = ٢ سطر لكل دقيقة.

الزمن (دقائق)	٠	١	٢	٣	٤
عدد الأسطر	٠	٢	٤	٦	٨

+١ +١ +١ +١

+٢ +٢ +٢ +٢

بما أن معدل التغير بين أي نقطتين ثابت، لذا فالعلاقة الخطية لها **معدل ثابت لا يتغير**

تحديد العلاقة الخطية

تبريد الماء	
الزمن (دقيقة)	درجة الحرارة (سْ)
٥	٣٥
١٠	٣٢
١٥	٣٠
٢٠	٢٨

لإثبات أن العلاقة بالجدول السابق خطية أم لا ، نوجد أولا المعدل الثابت للتغير

العلاقة ليست خطية، لأن معدل التغير من ٥ إلى ١٠ دقائق لا يساوي معدل التغير من ١٠ إلى ١٥ دقيقة، فمعدل التغير من ٥ إلى ١٠ دقائق يساوي:

$$\frac{٣٢ - ٣٥}{١٠ - ٥} = \frac{-٣}{٥} = -٠.٦$$

بينما معدل التغير من ١٠ إلى ١٥ دقيقة يساوي:

$$\frac{٣٠ - ٣٢}{١٥ - ١٠} = \frac{-٢}{٥} = -٠.٤$$

ولذلك فإن العلاقة بين الكميتين غير خطية

@Rashaalalyan1

٣) المعدل الثابت للتغير

إيجاد المعدل الثابت للتغير

نختار أي نقطتين تقعان على الخط ونوجد معدل التغير بينهما

(١، ٣) ← قصة واحدة بـ ٣ ريالات.

(٣، ٩) ← ثلاث قصص بـ ٩ ريالات.

$$\frac{\text{التغيّر في الثمن}}{\text{التغيّر في العدد}} = \frac{(٩-٣)\text{ ريالات}}{(٣-١)\text{ قصة}}$$

يتغيّر ثمن القصص من ٩ ريالات إلى ٣ ريالات عندما يتغيّر عددها من ٣ قصص إلى قصة واحدة.

$$= \frac{٦\text{ ريالات}}{٢\text{ قصة}}$$

اطرح لإيجاد مقدار التغيّر في الثمن والعدد.

$$= \frac{٣\text{ ريالات}}{١\text{ قصة}}$$

عبّر عن المعدل في صورة معدل وحدة.

يتغيّر ثمن القصص بمقدار ٣ ريالات لكل قصة.

تحديد العلاقة المتناسبة

العلاقة الخطيّة المتناسبة — ملخص المفهوم

التعبير اللفظي: إذا كان أ، ب كميتين فإن العلاقة بينهما تكون خطية متناسبة إذا كانت النسبة بينهما ثابتة، ومعدل التغيّر ثابتًا.

الرموز: $\frac{أ}{ب} = \text{ثابت}$ ، $\frac{\text{التغير في أ}}{\text{التغير في ب}} = \text{ثابت}$.

بين ما إذا كانت العلاقة بين كل كميتين في الجدول الآتي خطية أم لا وإذا كانت خطية فأوجد المعدل الثابت للتغير

المسافة التي يقطعها الجسم الساقط				
المسافة (م)	٤,٩	١٩,٦	٤٤,١	٧٨,٤
الزمن (ثانية)	١	٢	٣	٤

$$\frac{٤,٩}{١} = ٤,٩$$

$$\frac{١٩,٦}{٢} = ٤,٩$$

$$\frac{٤٤,١}{٣} = ٤,٩$$

$$\frac{٧٨,١}{٤} = ٤,٩$$

إذا النسب متساوية ،إذا العلاقة متناسبة لأن معدل التغير ثابت

اختبر نفسك

إذا كان ثمن ربطة الشعر الواحدة ٣,٥ ريالات، فأيّ الجداول التالية يعبر عن القيم المناسبة للموقف؟

أ)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	١	٢	٣	٤
التكلفة بالريالات	٣,٥	٤,٢٥	٥	٥,٧٥

ب)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	١	٢	٣	٤
التكلفة بالريالات	٤,٥	٨	١١,٥	١٥

جـ)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	١	٢	٣	٤
التكلفة بالريالات	٤,٥	٥	٥,٥	٦

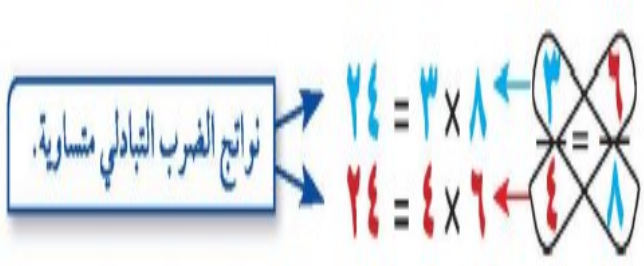
د)

أسعار ربطات الشعر				
عدد الربطات	١	٢	٣	٤
التكلفة بالريالات	٣,٥	٧	١٠,٥	١٤

@Rashaalalyani

٤) حل التناسب

تسمى نواتج الضرب أ د ، ب ج بنواتج **الضرب التبادلي** للتناسب وهي متساوية في أي تناسب ويمكن استعمال الضرب التبادلي في حل تناسب أحد أطرافه غير معروف



حل التناسب التالي:

$$\frac{\text{س}}{٤} = \frac{٩}{١٠}$$

$$\frac{٤ \times ٩}{١٠} = \frac{٣٦}{١٠} = ٣,٦$$

كتابة معادلة وحلها

دفع حسان ٣٠ ريالاً ثمنا لـ ١٢ كيلوجرام من الطعام. اكتب معادلة توضح العلاقة بين الثمن والكمية. كم يدفع حسان ثمناً لـ ٥ كيلوجرامات من الطماطم؟

$$\frac{\text{٣٠ ريالاً}}{\text{١٢ كلم}} = \frac{\text{س}}{\text{٥ كلم}}$$

$$\frac{٣٠ \times ٥}{١٢} = ١٢,٥$$

اختبر نفسك

اختر الإجابة الصحيحة

حل التناسب $\frac{١,٥}{٦} = \frac{١٠}{\text{س}}$ هو

٦٠ ، ٨٠ ، ٤٠

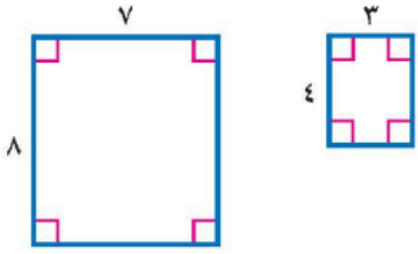
حل التناسب $\frac{٤١}{\text{س}} = \frac{٥}{٢}$ هو

٥,٤ ، ١٦,٤ ، ١٦,٢

@Rashaalalyani

٥) تشابه المضلعات

تمديد المضلعات المتشابهة



$$\frac{٣}{٧} \neq \frac{٤}{٨}$$

$$\frac{٣}{٧} \neq \frac{١}{٢}$$

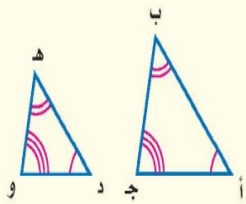
الزوايا متناظرة ، لكن الأضلاع غير متطابقة

المضلعات المتشابهة — مفهوم أساسي

التعبير اللفظي : إذا تشابه مضلعان فإن :

- زواياهما المتناظرة متطابقة، أي أن لها القياس نفسه.
- أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

النموذج :

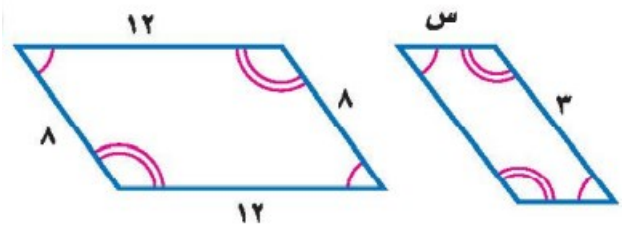


Δ أ ب جـ ~ Δ د هـ و

الرموز : $\angle$ أ $\cong$ $\angle$ د ، $\angle$ ب $\cong$ $\angle$ هـ ، $\angle$ جـ $\cong$ $\angle$ و

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{د هـ}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{هـ و}} = \frac{\text{جـ أ}}{\text{و د}}$$

إيجاد القياسات الناقصة



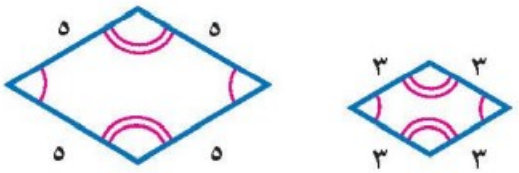
$$\frac{\text{طول}}{\text{طول}} = \frac{\text{عرض}}{\text{عرض}}$$

$$\frac{١٢}{٣} = \frac{٨}{\text{س}}$$

$$\text{س} = \frac{٣ \times ٨}{١٢} = \frac{٢٤}{١٢} = ٢$$

اختبر نفسك

المضلعات في الرسمة المجاورة



متشابهان — متساويان — متكاملان

@Rashaalalyan1

٦) التكبير والتصغير

التمثيل البياني للتمدد

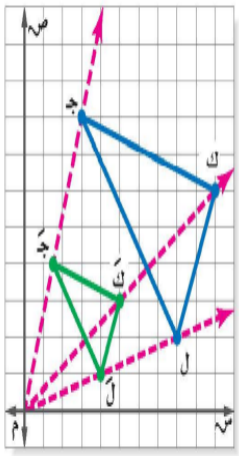
مثل بيانيًا Δ جـ ك ل الذي رؤوسه جـ(٨،٣)، ك(٦،١٠)، ل(٢،٨)، ثم مثِّل بيانيًا الصورة التي تمثِّل Δ جَـ كَ لَ الناتج عن تمدد عامل مقياسه يساوي $\frac{١}{٢}$.

لإيجاد الرؤوس بعد التمدد نضرب كل زوج في $\frac{١}{٢}$ على النحو الآتي:

جـ(٨،٣) ← (٣ × $\frac{١}{٢}$، ٨ × $\frac{١}{٢}$) ← جَـ ($\frac{٣}{٢}$، ٤)

ك(٦،١٠) ← (١٠ × $\frac{١}{٢}$، ٦ × $\frac{١}{٢}$) ← كَ (٣،٥)

ل(٢،٨) ← (٨ × $\frac{١}{٢}$، ٢ × $\frac{١}{٢}$) ← لَ (١،٤)



تحقق: ارسم ثلاثة مستقيمات يمر كلٌّ منهم بنقطة الأصل، وبأحد رؤوس الشكل الأصلي. يجب أن تقع رؤوس الشكل بعد التمدد على المستقيمات نفسها.

التمدد الذي يكون عامل مقياسه أكبر من ١ يكون تكبير.
التمدد الذي يكون عامل مقياسه اصغر من ١ يؤدي إلى تصغير.

إيجاد عامل التمدد

يمثل الشكل الرباعي سَ صَ عَ لَ تمددا للشكل الرباعي س ص ع ل أوجد عامل مقياس التمدد وصنفه فيما إذا كان تكبيرا أم تصغيرا؟

١) نختار نقطة مثلا ل ، لَ

٢) نوجد الزوج المرتب لهما

٣) نطبق القاعدة:

$$\frac{\text{الإحداثي الصادي لَ}}{\text{الإحداثي الصادي ل}}$$

النقطة ل = (١ ، ١)

النقطة لَ = (٥ ، ٣)

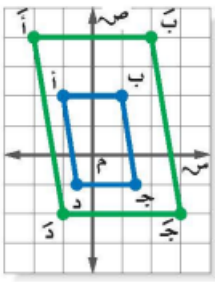
حيث النقطه هي (س ، ص)

$$\frac{\text{الإحداثي الصادي للنقطة لَ}}{\text{الإحداثي الصادي للنقطة ل}} = \frac{٣}{١} = ٣$$

التمدد تكبير لأن ٣ > ١

اختبر نفسك

عامل التمدد للرسم المجاور تكبير وقيمته تمدد بمقدار



٢ ٧ ٥

@Rashaalalyani

٠١ الفصل الأول الجبر: الأعداد النسبية

(١) الأعداد النسبية ٢
(٢) مقارنة الأعداد النسبية ٣
(٣) ضرب الأعداد النسبية ٣
(٤) قسمة الأعداد النسبية ٤
(٥) جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المتشابهة وطرحها ٦
(٦) جمع الأعداد النسبية ذات المقامات المختلفة وطرحها ٦
(٧) القوى والأسس ٨
(٨) الصيغة العلمية ٩

٠٢ الفصل الثاني: الأعداد الحقيقية

(١) الجذور التربيعية ١١
(٢) تقدير الجذور التربيعية ١٢
(٣) الأعداد الحقيقية ١٣
(٤) نظرية فيثاغورس ١٥
(٥) تطبيقات على نظرية فيثاغورس ١٦
(٦) الأبعاد في المستوى الإحداثي ١٧

@Rashaalalyan1

٠٣
الفصل الثالث:
التناسب والتشابه

(١) العلاقات المتناسبة وغير المتناسبة ٢٠

(٢) معدل التغير ٢١

(٣) المعدل الثابت للتغير ٢٣

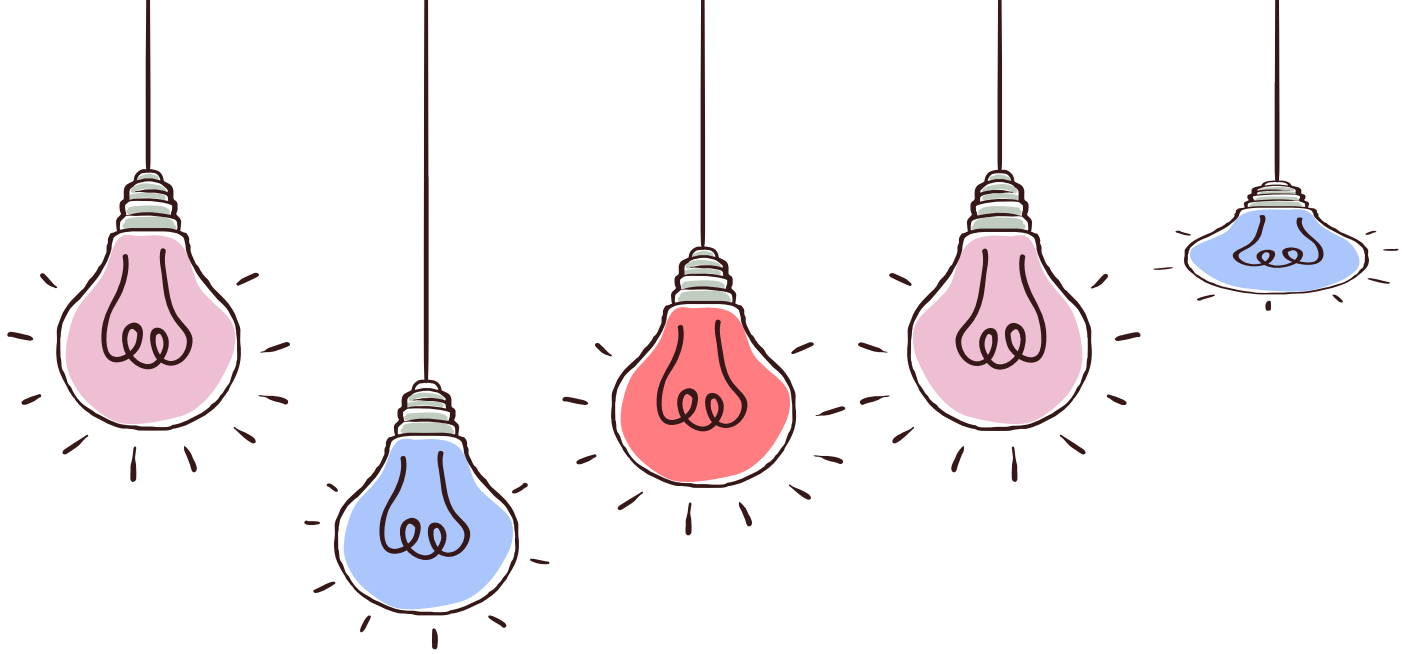
(٤) حل التناسب ٢٥

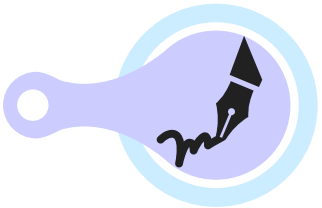
(٥) تشابه المضلعات ٢٦

(٦) التكبير والتصغير ٢٧

(٧) القياس غير المباشر ٢٨

@Rashaalalyan1





تأليف أ. رشا عبيد الله العلياني

التنسيق أ. أحمد صالح مجيد الخلف

الساده /رشاعبيدالله
رقم الايداع /1443/3128
تاريخ/25/3/1443
رقم ردمك
978-603-03-9486-9

المرجع

ماجروهيل. رياضيات ثاني متوسط. وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار. المملكة العربية السعودية. ٢٠٢١

@Rashaalalyan1