الضرب الداخلي في الفضاء

الضرب الداخلي للمتجهين $\mathbf{a} = \langle a_1 , a_2 , a_3 \rangle , \mathbf{b} = \langle b_1 , b_2 , b_3 \rangle$

$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$ ← الناتج يكون عددًا وليس متجهًا

المتجهان متعامدان

إذا كان حاصل الضرب الداخلي

يساوي صفر

المتجهان غير متعامدان

إذا كان حاصل الضرب الداخلي

لا يساوي صفر

مثال

$\mathbf{u} = \langle 3 , -5 , 4 \rangle , \mathbf{v} = \langle 5 , 7, 5 \rangle$

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 3(5) + (-5)7 + 4(5)$

$= 0$

$\mathbf{u} = \langle 4 , -2 , -3 \rangle , \mathbf{v} = \langle 1 , 3, -2 \rangle$

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 4(1) + (-2)3 + (-3)(-2)$

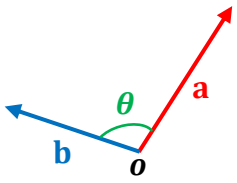
$= 4$

الزاوية بين المتجهين

إذا كانت θ هي الزاوية بين متجهين غير صفريين $\mathbf{a} , \mathbf{b}$ فإن :

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| \ |\mathbf{b}|}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| \ |\mathbf{b}|}$$



مثال

أوجد قياس الزاوية θ بين المتجهين $\mathbf{u} , \mathbf{v}$:

$\mathbf{u} = \langle -4 , 2 , 1 \rangle , \mathbf{v} = \langle 4 , 0 , 3 \rangle$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{u}| \ |\mathbf{v}|}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{-4(4) + 2(0) + 1(3)}{\sqrt{(-4)^2 + (2)^2 + (1)^2} \sqrt{(4)^2 + (0)^2 + (3)^2}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{-13}{\sqrt{21} \sqrt{25}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{-13}{} = 124.6°$$