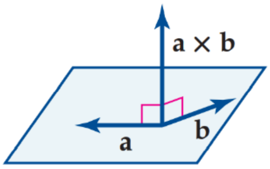
الضرب الاتجاهي

الضرب الاتجاهي لمتجهين a , b هو متجه وليس عددًا

ويرمز له بالرمز $a \times b$ (× تقرأ cross)

ويكون المتجه الناتج عموديًا على المستوى الذي يحوي المتجهين a , b

يطبق الضرب الاتجاهي على المتجهات في النظام ثلاثي الأبعاد فقط.



الضرب الاتجاهي للمتجهات في الفضاء

إذا كان : $a = a_1 i + a_2 j + a_3 k \ , \ b = b_1 i + b_2 j + b_3 k$

فإن الضرب الاتجاهي للمتجهين a , b هو المتجه :

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$a \times b = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} k$$

$$a \times b = (a_2 b_3 - a_3 b_2) i - (a_1 b_3 - a_3 b_1) j + (a_1 b_2 - a_2 b_1) k$$

يكون الضرب الاتجاهي
$u \times v$
عموديًا على كلًا من
المتجهين
u , v
إذا كان حاصل
الضرب الداخلي لـ $u \times v$
مع كلًا من المتجهين
يساوي صفرًا.

مثال

أوجد الضرب الاتجاهي للمتجهين u , v : $u = \langle 4 , 2 , -1 \rangle , v = \langle 5 , 1 , 4 \rangle$

$$u \times v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 2 & -1 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$u \times v = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} i - \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} j + \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} k$$

$$u \times v = (2(4) - (-1)(1)) i - (4(4) - (-1)(5)) j + (4(1) - 2(5)) k$$

$$u \times v = (8 + 1) i - (16 + 5) j + (4 - 10) k$$

$$u \times v = 9 i - 21 j - 6 k$$