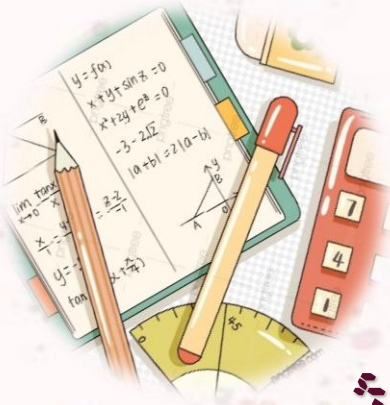
المفيد في الرياضيات

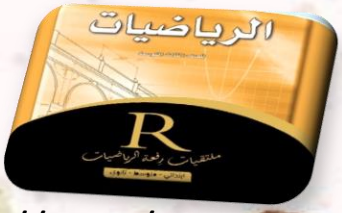
للصف الثالث متوسط

الفصل الدراسي الأول



المؤلف

أ. مهره عبدالله عبدالله القحطاني



https://t.me/RAFAH_middle٣

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

الأستاذة / مهره عبدالله عبدالله القحطاني

نفيدكم علما بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بـ:

المفيد في الرياضيات للصف الثالث متوسط الفصل الدراسي الأول

تحت رقم إيداع 1443/6662 وتاريخ 1443/06/23 هـ، ورقم ردمك 978-603-04-0799-6

الفهرس

الموضوع	رقم الصفحة
المقدمة	٤
شكر و تقدير	٥
إهداء	٦
الفصل الأول " المعادلات الخطية "	٧
الفصل الثاني " العلاقات و الدوال الخطية"	٢٤
الفصل الثالث " الدوال الخطية"	٥٢
الفصل الرابع " المتباينات الخطية "	٧٢
المراجع	٨٩
الخاتمة	٩٠

المقدمة

حينما يمتزج الإبداع والاهتمام والاجتهاد حينها تظهر ثمرة الصبر والجد في نهاية الأمر وتشعر بلذة الانجاز والفخر وتستمر في العطاء بدون توقف . . .أضع بين أيديكم المفيد في الرياضيات ؛ يشرح بصورة مبسطة و سهلة وواضحة و شاملة كثير من التمارين و التعاريف و القوانين الهامة لطلاب الصف الثالث متوسط و معلمي مادة الرياضيات و أولياء الأمور و لكل من يستفيد منه . . .

نأمل أن ينال هذا العمل على رضاكم و استحسانكم

شكر وتقدير

أتقدم بالشكر و التقدير لمجموعة رفعة المهني لجميع المعلمين و المعلمات ، وابتكار الافكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات و التعليم العام

إهداء

الحمد لله وكفى والصلاة والسلام على الحبيب المصطفى وأهله ومن وفى . . الحمد لله الذي وفقنا لإنجاز هذه الخطوة في مسيرتنا العلمية والعملية فهي ثمرة النجاح والجهد بفضل الله تعالى ومهداه

إلى من أشتاق إليه بكل جوارحي . . أبي الغالي الحبيب

إلى من قدَّمت سعادتي وراحتي على سعادتها . . . أمي الفاضلة الحبيبة

إلى أخواني وأخواتي . . . إلى مديرتي الفاضلة ... إلى مشرفاتي العزيزات . . . . . إلى رفيقات المشوار . . . . إلى كل من كان له أثر على حياتي

جعل الله تعالى عملنا خالصا لوجهه الكريم وأتمنى أن ينال رضاكم واستحسانكم

الفصل الأول

المعادلات الخطية

١ – ١ المعادلات

المعادلات :

العبارة الجبرية : جملة رياضية تحوي رموزا و أعداد و عمليات مثل " ٣ س + ٧ " .

المعادلة : جملة رياضية تحوي عبارتين جبريتين يفصل بينهما إشارة المساواة " = " مثل " ٣ س + ٧ = ١٣" .

حل المعادلة : عملية إيجاد قيم المتغير التي تجعل المعادلة صحيحة .

مجموعة الحل : مجموعة العناصر التي تجعل المعادلة صحيحة .

مجموعة التعويض : هي مجموعة الأعداد التي نعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحل .

مثال ١ : اوجد مجموعة حل المعادلة التالية " ٨ م – ٧ = ١٧ إذا كانت مجموعة التعويض { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

م	٨ م – ٧	صحيح أم خطأ
٠	٨ × ٠ - ٧ = ٠ - ٧ = -٧ ≠ ١٧	خطأ
١	٨ × ١ - ٧ = ٨ - ٧ = ١ ≠ ١٧	خطأ
٢	٨ × ٢ - ٧ = ١٦ - ٧ = ٩ ≠ ١٧	خطأ
٣	٨ × ٣ - ٧ = ٢٤ - ٧ = ١٧ = ١٧	صحيح

المعادلة صحيحة عندما م = ٣

∴ حل المعادلة ٨ م – ٧ = ١٧ هو م = ٣

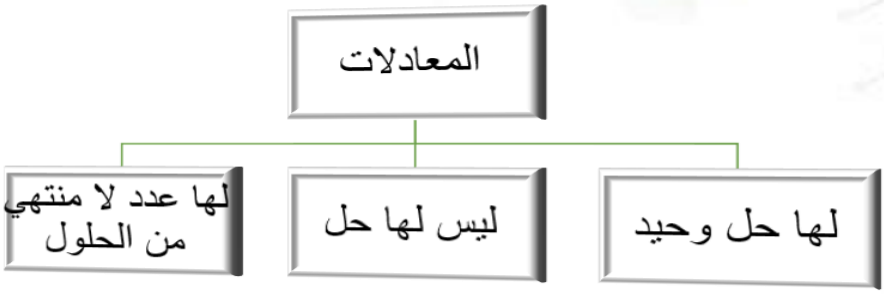
∴ م . ح = { ٣ }

---

١ – ١ المعادلات

ملاحظات هامة :

- معادلة ≡ متساوية ≡ متكافئة ≡ متطابقة
- يمكن أحيانا استعمال ترتيب العمليات الحسابية و خصائص العمليات الحسابية لحل المعادلات .



مثال ٢ : اوجد مجموعة حل كلا من المعادلات التالية ؟

أ) ٣ (ب+١)-٥=٣ب-٢ ٣ب+٣-٥=٣ب-٢ ٣ب-٢=٣ب-٢ * الطرفان متكافئان أي أن هذه المعادلة تمثل متطابقة . * حل هذه المعادلة غير منتهي يمثل كل مجموعة الأعداد الحقيقية.	ب) $-٣٣=ي+٣\times٢-٢٣$ $(٢)(٨\times٣)+ي$ ي+(٢)(٢٤-٢٧)=ي-٦٩ ي+(٢)(٣)=ي+٣ ي+٦=ي+٣ * لا يمكن أن تكون المعادلة صحيحة عند التعويض بأي عدد حقيقي . * لا يوجد حل للمعادلة فيكون م . ح = ∅
ج) ٢ ع + ٥ = ٢٧ ٢ ع + ٥ – ٥ = ٢٧ - ٥ ٢ ع = ٢٢ $\frac{٢ع}{٢}=\frac{٢٢}{٢}$ ع = ١١ ∴ م . ح = { ١١ }	د) و = ٥٦ ÷ ($٣+٢٢$) و = ٥٦ ÷ (٤ + ٣) و = ٥٦ ÷ ٧ و = ٨ ∴ م . ح = { ٨ }

١ - ١ المعادلات

مهارات التفكير العليا ٥٣ صـ ١٧ ـ

اكتشف الخطأ : حلَّ عصام وعدنان المعادلة: س= ٤(٣ – ٢)+ ٦ ÷ ٨ كما هو مبين أدناه. أيهما على صواب؟ وضِّح إجابتك.

عصام

س = ٤(٣ – ٢) + ٦ ÷ ٨
= ٤(١) + ٦ ÷ ٨
= ٤ + ٦ ÷ ٨
= ٤ + $\frac{٦}{٨}$
= ٤ $\frac{٣}{٤}$

عدنان

س = ٤(٣ – ٢) + ٦ ÷ ٨
= ٤(١) + ٦ ÷ ٨
= ٤ + ٦ ÷ ٨
= ١٠ ÷ ٨
= $\frac{٥}{٤}$

حل عصام صحيح لأنه اتقن استخدام ترتيب العمليات الحسابية

" حيث بدأ بإيجاد ناتج القسمة ثم تمم عملية الجمع "

١ – ٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

خصائص المساواة :

لأي أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ إذا كان أ = ب فإن :

أ + جـ = ب + جـ	أ - جـ = ب - جـ	أ × جـ = ب × جـ	أ ÷ جـ = ب ÷ جـ
خاصية الجمع	خاصية الطرح	خاصية الضرب	خاصية القسمة

مثال ١ : أوجد حل كلا من المعادلات التالية و تحقق من صحة الحل ؟؟

أ) ن – ٩ = ١٤

ن – ٩ + ٩ = ١٤ + ٩

ن = ٢٣

التأكد : ن – ٩ = ١٤

٢٣ – ٩ = ١٤

١٤ = ١٤

∴ م . ح = { ٢٣ }

ب) ق + ٥ = ٣

ق + ٥ – ٥ = ٣ – ٥

ق = - ٢

التأكد : ق + ٥ = ٣

-٢ + ٥ = ٣

٣ = ٣

∴ م . ح = { - ٢ }

ج) – ٤ ﻫ = ٤٨

$\frac{-٤ﻫ}{-٤} = \frac{٤٨}{-٤}$

ﻫ = - ١٢

التأكد : - ٤ ﻫ = ٤٨

- ٤ × (-١٢) = ٤٨

+ ٤٨ = ٤٨

∴ م . ح = { - ١٢ }

د) $\frac{ب}{٧}$ = - ١١

$\frac{ب}{٧} \times ٧ = -١١ \times ٧$

ب = - ٧٧

التأكد : $\frac{ب}{٧}$ = - ١١

$\frac{-٧٧}{٧}$ = - ١١

- ١١ = - ١١

∴ م . ح = { - ٧٧ }

١ - ٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

هـ) $\frac{٢}{٣}$ ن = ١٤

$\frac{٣}{٢} \times \frac{٢}{٣}$ ن = ١٤ $\times \frac{٣}{٢}$

ن = ٢١

التأكد : $\frac{٢}{٣}$ ن = ١٤

$\frac{٢}{٣} \times$ ٢١ = ١٤

$\frac{٤٢}{٣}$ = ١٤

١٤ = ١٤

∴ م . ح = { ٢١ }

ز) $\frac{-٢}{٥} = \frac{-ع}{٤٥}$

$(-٤٥) \times \frac{-٢}{٥} = (-٤٥) \times \frac{-ع}{٤٥}$

ع = ١٨

التأكد : $\frac{-٢}{٥} = \frac{-ع}{٤٥}$

$\frac{-١٨ \div ٩}{٤٥ \div ٩} = \frac{-٢}{٥}$

$\frac{-٢}{٥} = \frac{-٢}{٥}$

∴ م . ح = { ١٨ }

تمرين ٢٣ صـ ٢٣ ـ

فطائر: قسمت فطيرة دائرية إلى ٦ قطع متساوية. إذا كانت كتلة القطعة الواحدة ١٨ جرامًا، فاكتب معادلة لإيجاد كتلة الفطيرة كاملة، وحلها.

* نفرض كتلة الفطيرة = س

* نكون معادلة : $\frac{١}{٦}$ س = ١٨

* حل المعادلة : $\frac{٦}{١} \times \frac{١}{٦}$ س = ١٨ $\times \frac{٦}{١}$

س = ١٠٨

∴ كتلة الفطيرة كاملة = ١٠٨ جرام .

١ - ٢ حل المعادلات ذات الخطوة الواحدة

مهارات التفكير العليا ٤٠ صـ ٢٥ ـ

٤٠) حدّد المعادلة التي تختلف عن المعادلات الثلاث الأخرى، وفسّر تبريرك.

ن+ ١٤ = ٢٧	١٢ + ن = ٢٥	ن -١٦ = ٢٩	ن- ٤ = ٩
ن+١٤=٢٧	١٢+ن=٢٥	ن-١٦=٢٩	ن-٤=٩
ن+١٤-١٤=٢٧-١٤	١٢+ن-١٢=٢٥-١٢	ن-١٦+١٦=٢٩+١٦	ن-٤+٤=٩+٤
ن = ١٣	ن=١٣	ن = ٤٥	ن=١٣

∴ المعادلة " ن-١٦=٢٩ " مختلفة لأن حلها هو ن=٤٥ بينما حل المعادلات الثلاث الأخرى هو ن=١٣ .

١ - ٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات

المعادلة المتعددة الخطوات :

هي معادلة تتطلب أكثر من خطوة لحلها ... و لحل هذه المعادلة يجب أن نلغي عمل كل عملية بالحل العكسي .

مثال ١ : حل كلا من المعادلات التالية و تحقق من صحة الحل ؟

أ) ٣ ت + ٧ = -٨

٣ت + ٧ - ٧ = -٨ - ٧

٣ت = -١٥

$\frac{٣ت}{٣} = \frac{-١٥}{٣}$

ت = -٥

التأكد :

٣ت + ٧ = -٨

٣ × (-٥) + ٧ = -٨

-١٥ + ٧ = -٨

-٨ = -٨

∴ م . ح = {-٥}

ب) -٣٤ = ٦م - ٤

-٣٤ + ٤ = ٦م - ٤ + ٤

-٣٠ = ٦م

$\frac{-٣٠}{٦} = \frac{٦م}{٦}$

-٥ = م

التأكد :

-٣٤ = ٦م - ٤

-٣٤ = ٦ × (-٥) - ٤

-٣٤ = -٣٠ - ٤

-٣٤ = -٣٤

∴ م = {-٥}

ج) $\frac{ن+١}{-٢} = ١٥$

$\frac{ن+١}{-٢} \times -٢ = ١٥ \times (-٢)$

ن + ١ = -٣٠

ن + ١ - ١ = -٣٠ - ١

ن = -٣١

التأكد : $\frac{ن+١}{-٢} = ١٥$

$\frac{-٣١+١}{-٢} = ١٥$

$\frac{-٣٠}{-٢} = ١٥$

١٥ = ١٥

∴ م . ح = {-٣١}

١ - ٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات

تحقق من فهمك

٢) القراءة: قرأ عبدالله $\frac{٣}{٤}$ كتاب في عطلة نهاية الأسبوع، ثم قرأ ٢٢ صفحة يوم الأحد. فإذا كان عدد الصفحات التي قرأها عبد الله في هذه الأيام ٢٢٠ صفحة، فما عدد صفحات ذلك الكتاب؟

* نفرض عدد صفحات الكتاب = ص

* نكون المعادلة : $\frac{٣}{٤}$ ص + ٢٢ = ٢٢٠

* نحل المعادلة $\frac{٣}{٤}$ ص + ~~٢٢~~ - ~~٢٢~~ = ٢٢٠ - ٢٢

$\frac{٣}{٤}$ ص = ١٩٨

$\frac{٤}{٣} \times \frac{٣}{٤}$ ص = $\frac{٤}{٣} \times$ ١٩٨

ص = $\frac{٧٩٢}{٣}$

ص = ٢٦٤ صفحة

∴ عدد صفحات الكتاب = ٢٤٦ صفحة

نظرية الأعداد : هي دراسة الأعداد و العلاقات بينها .

---

١ - ٣ حل المعادلات المتعددة الخطوات

حل معادلات تتضمن أعداد صحيحة متتالية :

الأعداد الصحيحة المتتالية هي أعداد صحيحة مرتبة بالتتالي
مثل ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ...

النوع	الرموز
أعداد صحيحة متتالية	ن ، ن + ١ ، ن + ٢ ، ...
أعداد صحيحة زوجية متتالية	ن ، ن + ٢ ، ن + ٤ ، ...
أعداد صحيحة فردية متتالية	ن ، ن + ٢ ، ن + ٤ ، ...

مثال ٢ : اكتب معادلة للمسائل التالية ثم حلها ؟؟

أ) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها ٢١ ؟

- نفرض الأعداد الصحيحة المتتالية : ن ، ن+١ ، ن+ ٢
- نكون المعادلة :

ن + ن + ١ + ن + ٢ = ٢١
٣ ن + ٣ = ٢١

- حل المعادلة :

٣ ن + ٣ - ٣ = ٢١ - ٣
٣ ن = ١٨
$\frac{٣ن}{٣} = \frac{١٨}{٣}$
ن = ٦

- ∴ العدد الأول = ن = ٦
- العدد الثاني = ن+١ = ٦+١ = ٧
- العدد الثالث = ن+٢ = ٦+٢ = ٨

ب) أوجد ثلاثة أعداد صحيحة فردية متتالية مجموعها ٧٥ ؟؟

- نفرض الأعداد الصحيحة الفردية المتتالية : ن ، ن +٢ ، ن + ٤
- نكون المعادلة :

ن+ن+٢+ن+٤ = ٧٥
٣ ن +٦ = ٧٥

- حل المعادلة :

٣ ن + ٦ - ٦ = ٧٥ - ٦
٣ن = ٦٩
$\frac{٣ن}{٣} = \frac{٦٩}{٣}$
ن = ٢٣

- ∴ العدد الفردي الأول = ن = ٢٣
- العدد الفردي الثاني = ن+٢ = ٢٣+٢ = ٢٥
- العدد الفردي الثالث = ن+٤ = ٢٣+٤ = ٢٧

١ – ٤ حل المعادلات التي تحوي متغيرا في طرفيها

المعادلات التي تحتوي متغيرا في طرفيها :

لحل معادلة تحتوي متغيراً في طرفيها :

١) نستخدم خاصية الجمع أو الطرح لكتابة معادلة مكافئة تكون المتغيرات في أحد طرفيها و الأعداد في الطرف الآخر .

٢) نستخدم خاصية الضرب و القسمة في المساواة لحل المعادلة .

ملحوظة هامة :

- بسط العبارة الموجودة في طرفي المعادلة .
- إذا احتوت المعادلة أقواساً بكافة أشكالها فنستعمل خاصية التوزيع للتخلص منها .

مثال ١ : حل كلا من المعادلات التالية و تحقق من صحة الحل ؟؟

أ) $١٣س + ٢ = ٤س + ٣٨$

$١٣س + ٢ - ٤س = ٤س + ٣٨ - ٤س$

$٩ س + ٢ = ٣٨$

$٩ س + ٢ - ٢ = ٣٨ - ٢$

$٩ س = ٣٦$

$\frac{٩ س}{٩} = \frac{٣٦}{٩}$

س = ٤

التأكد : $١٣س + ٢ = ٤س + ٣٨$

$١٣ \times ٤ + ٢ = ٤ \times ٤ + ٣٨$

$٥٢ + ٢ = ١٦ + ٣٨$

$٥٤ = ٥٤$

∴ م . ح = { ٤ }

ب) $٨ل - ١٠ = ٣(٦ - ٢ل)$

$٨ ل - ١٠ = ١٨ - ٦ ل$

$٨ ل - ١٠ + ٦ ل = ١٨ - ٦ل + ٦ل$

$١٤ ل - ١٠ = ١٨$

$١٤ ل - ١٠ + ١٠ = ١٨ + ١٠$

$١٤ ل = ٢٨$

$\frac{١٤ ل}{١٤} = \frac{٢٨}{١٤}$

ل = ٢

التأكد : $٨ل - ١٠ = ٣(٦ - ٢ل)$

$٨ \times ٢ - ١٠ = ٣(٦ - ٢ \times ٢)$

$١٦ - ١٠ = ٣(٦ - ٤)$

$٦ = ٣ \times ٢$

$٦ = ٦$

∴ م . ح = { ٢ }

١ – ٤ حل المعادلات التي تحوي متغيرا في طرفيها

ج) $٢(٤ر+٦)=\frac{٢}{٣}(١٢ر+١٨)$

$٨ر+١٢=٨ر+١٢$

المعادلة صحيحة و تمثل متطابقة

∴ للمعادلة عدد غير منتهي من الحلول

∴ م . ح = جميع الأعداد الحقيقية

م . ح = ح

د) $٢ س = ٢(س-٣)$

$٢ س = ٢ س – ٦$

$٢س-٢س=٢س-٢س-٦$

$٠=-٦$

المعادلة غير صحيحة

∴ لا يوجد حل للمعادلة

∴ م . ح = ∅

هـ) $\frac{ب-٤}{٦}=\frac{ب}{٢}$

$٢(ب-٤)=٦\times ب$ استخدمنا الضرب التبادلي

$٢ ب – ٨ = ٦ ب$

$٢ ب – ٨ – ٢ ب = ٦ ب – ٢ب$

$-٨ = ٤ ب$

$\frac{-٨}{٤}=\frac{٤ ب}{٤}$

$-٢ = ب$

التأكد :

$\frac{ب-٤}{٦}=\frac{ب}{٢}$

$\frac{-٢-٤}{٦}=\frac{-٢}{٢}$

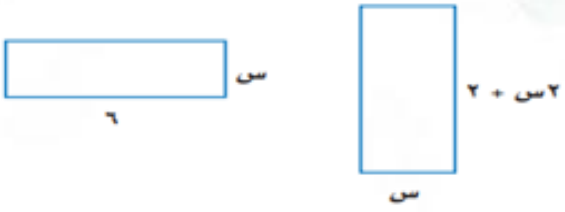
$\frac{-٦}{٦}=-١$

$-١=-١$

١ – ٤ حل المعادلات التي تحوي متغيرا في طرفيها

تحقق من فهمك

٣) أوجد قيمة س التي تجعل محيطي الشكلين الآتيين متساويين:



أ) ١,٥ ب) ٢ جـ) ٣,٢ د) ٤

- محيط أي شكل = مجموع أطوال أضلاعه
- محيط الشكل الأول = محيط الشكل الثاني

٢س+٢+٢س+٢+س+س=س+س+٦+٦

٦ س + ٤ = ٢ س+١٢

٦ س+٤-٢س=٢س+١٢-٢س

٤س+٤=١٢

٤س+٤-٤=١٢-٤

٤س = ٨

$\frac{٤ س}{٤} = \frac{٨}{٤}$

س = ٢

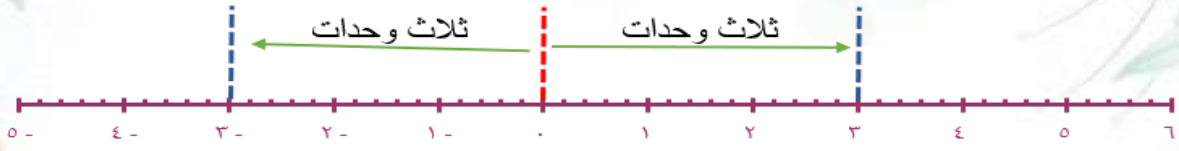
١ – ٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

القيمة المطلقة :

- لأي عددين حقيقيين أ ، ب ،

إذا كانت |أ|=ب فإن أ = ب أو أ = - ب

- |س|=٣ تعني أن المسافة بين ٠ وَ س ثلاث وحدات .



مثال ١ : احسب قيمة كل عبارة مما يلي عند القيمة المعطاة ؟؟

أ) ٢٣ - | ٣ – ٤ س | إذا كان س = ٢

٢٣ - | ٣ – ٤ س | = ٢٣ -| ٣ – ٤ × ٢ | = ٢٣-|٣-٨|

= ٢٣ - | -٥ | = ٢٣ – ٥ = ١٨

ب) ١٦ - | د + ٩ | عندما د = -٤

١٦ - | د + ٩ | = ١٦ - | -٤ + ٩ | = ١٦ - | ٥ |

= ١٦ – ٥ = ١١

١ – ٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

معادلات القيمة المطلقة :

- عند حل معادلات تتضمن قيمة مطلقة هناك حالتان يجب أخذهما في الحسبان :

الحالة (١) : العبارة داخل رمز القيمة المطلقة موجبة أو صفراً .

الحالة (٢) : العبارة داخل القيمة المطلقة سالبة .

- تظهر معادلات القيمة المطلقة في المواقف الحياتية ؛ حيث تصف المدى الذي يجب أن تقع ضمنه قيم المتغير .

مثال ٢ : حل كلا من المعادلات التالية و مثل الحل بيانياً ؟؟

أ) $|ص+٢|=٤$

$ص+٢=٤$ وَ $ص+٢=-٤$

$ص+٢-٢=٤-٢$ $ص+٢-٢=-٤-٢$

$ص=٢$ $ص=-٦$

∴ م . ح = { ٢ ، - ٦ }

ب) $|ن - ٣| = ٥$

$ن - ٣ = ٥$ وَ $ن - ٣ = -٥$

$ن - ٣ + ٣ = ٥ + ٣$ $ن - ٣ + ٣ = -٥ + ٣$

$ن = ٨$ $ن = -٢$

∴ م . ح = { ٨ ، - ٢ }

١ – ٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

ج) | هـ - ٢ | = -٥

هذه المعادلة تعني أن القيمة المطلقة بين هـ وَ ٢ تساوي (-٥)

∵ لا يمكن أن تكون المسافة سالبة

∴ م . ح = ∅

د) | ٣ ن – ٤ | = - ١

هذه المعادلة تعني أن القيمة المطلقة بين ٣ ن وَ ٤ تساوي (-١)

∵ لا يمكن أن تكون المسافة سالبة

∴ م . ح = ∅

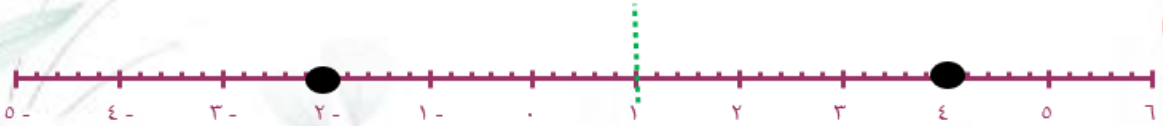
كتابة معادلة القيمة المطلقة :

إذا أعطيت نقطتان على خط الأعداد يمكن أن نكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثل المسافة بينهما باستخدام المعادلة

| س – المنتصف | = المسافة بين المنصف و النقطة

مثال ٣ : اكتب معادلة تتضمن قيمة مطلقة للتمثيل في كلا مما يلي ؟؟

أ)



- المنتصف = $\frac{٤+(-٢)}{٢} = \frac{٢}{٢} = ١$
- المسافة من ١ إلى ٤ = ٣ وحدات
- المعادلة : | س – المنتصف | = المسافة بين المنصف و النقطة

| س – ١ | = ٣

١ – ٥ حل المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

ب)

- المنتصف = $\frac{٢+(-٦)}{٢} = \frac{-٤}{٢} = -٢$
- المسافة من ٢ إلى (-٢) = ٤ وحدات
- المعادلة : | س – المنتصف | = المسافة بين المنصف و النقطة

| س – (-٢) | = ٤

| س + ٢ | = ٤

ج)

- المنتصف = $\frac{١١+١٩}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$
- المسافة من ١٩ إلى ١٥ = ٤ وحدات
- المعادلة : | س – المنتصف | = المسافة بين المنصف و النقطة

| س – ١٥ | = ٤

٤٢) **اكتشف الخطأ :** حلَّ كلٌّ من علي وعبدالرحمن المعادلة: | س + ٥ | = -٣ كما هو موضح أدناه ، فأيهما إجابته صحيحة؟ ولماذا؟

علي

	أو	
|س + ٥| = ٣		|س + ٥| = -٣
س + ٥ = ٣		س + ٥ = -٣
-٥ -٥		-٥ -٥
س = -٢		س = -٨

عبدالرحمن

\|س + ٥\| = -٣

ليس لها حل ، ∅

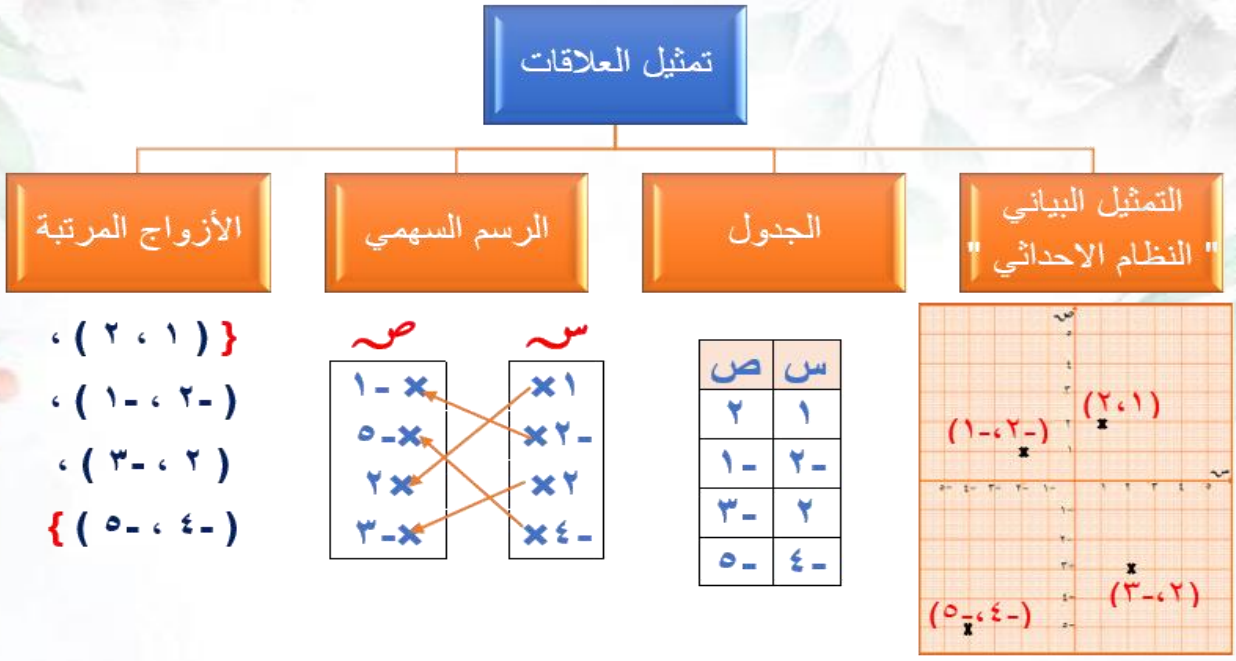
حل عبدالرحمن صحيح ؛ لأنه لا يوجد مسافة سالبة فالمعادلة ليس لها حل وَ م . ح = ∅

الفصل الثاني

العلاقات و الدوال الخطية

٢ – ١ العلاقات

تمثيل العلاقات :



المجال و المدى :

المجال هو مجموعة عناصر المجموعة الأولى .

المدى هو مجموعة عناصر المجوعة الثانية المرتبطة بعلاقة مع المجموعة الثانية .

٢ - ١ العلاقات

ملاحظات هامة :

- التمثيل البياني يُبين النمط بين العلاقات .
- المخطط السهمي نستدل منه على ارتباط عدة عناصر بالعنصر نفسه .
- عند تمثيل العلاقات بجدول تكتب العناصر المكررة في المجال و المدى ، و لا تكتب مكررة عند التمثيل بالمخطط السهمي .
- يمكن تمثيل العلاقة دون تدرج المحورين ، و نفسر هذه التمثيلات من خلال تحليل شكلها .

المتغير المستقل و المتغير التابع :

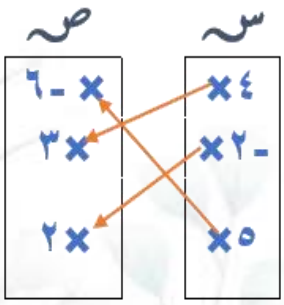
المتغير المستقل هو المتغير الذي يحدد قيم مخرجات العلاقة

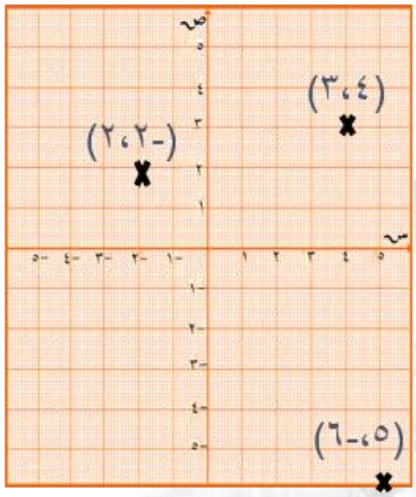
المتغير التابع هو المتغير الذي تعتمد قيمته على قيم المتغير المستقل .

مثال ١ : مثل العلاقات التالية بجدول و بمخطط سهمي ؟ ثم حدد مجالها و مداها ؟؟

{ (٤ ، ٣) ، (-٢ ، ٢) ، (٥ ، -٦) }

س	ص
٤	٣
-٢	٢
٥	-٦





المجال = { ٤ ، -٢ ، ٥ }

المدى = { ٣ ، ٢ ، -٦ }

٢ – ١ العلاقات

مثال ٢ : حدد كلا من المتغير المستقل و المتغير التابع لكل علاقة فيما يلي ؟؟

١) زيادة درجة الحرارة لمركب داخل وعاء محكم الاغلاق يزيد من الضغط داخل الوعاء .

المتغير المستقل : درجة حرارة المركب .

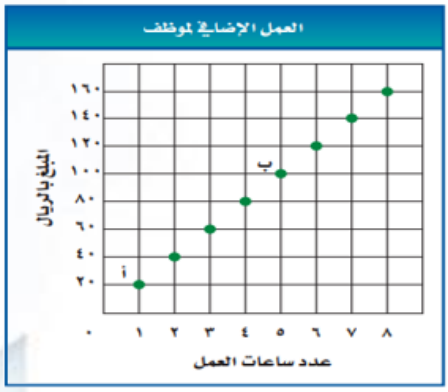
المتغير التابع : الضغط داخل الوعاء .

٢) إذا قاد محمد سيارته بصورة أسرع ، فإنه يستغرق وقتاً أطول للوقوف التام .

المتغير المستقل : سرعة محمد .

المتغير التابع : الوقت الذي يستغرقه للوقوف .

استعمل التمثيل البياني المجاور للإجابة عن الأسئلة من ١٧ – ١٩ :



١٧) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة أ، وبيِّن ماذا يمثل.

١٨) اكتب إحداثيات الزوج المرتب عند النقطة ب، وبيِّن ماذا يمثل.

١٩) عيِّن كلًّا من المتغير المستقل والمتغير التابع في هذه العلاقة.

١٧ – إحداثيات أ (١ ، ٢٠) يمثل أن الموظف يحصل على ٢٠ ريال مقابل ساعة عمل إضافية .

١٨ – إحداثيات أ (٥ ، ١٠٠) يمثل أن الموظف يحصل على ١٠٠ ريال مقابل ٥ ساعات عمل إضافية .

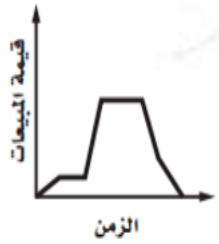
١٩ – المتغير المستقل : عدد ساعات العمل الإضافية .

المتغير التابع : المبلغ الذي يحصل عليه الموظف .

٢ – ١ العلاقات

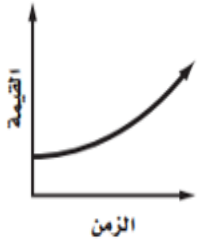
صف كل تمثيل بياني مما يأتي ؟

١٤) يوضح التمثيل البياني أدناه مبيعات محل للأدوات الرياضية.



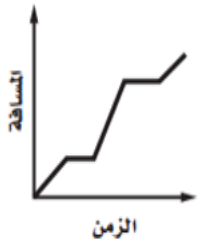
زادت مبيعات محل الأدوات الرياضية ثم استقرت و بعد ذلك زادت من جديد ثم استقرت ثم تناقصت في سائر السنة

١٥) يوضح التمثيل البياني أدناه قيمة لوحة فنية نادرة.



تزداد قيمة اللوحة الفنية بسرعة عالية

١٦) يوضح التمثيل البياني أدناه المسافة التي قطعتها سيارة.



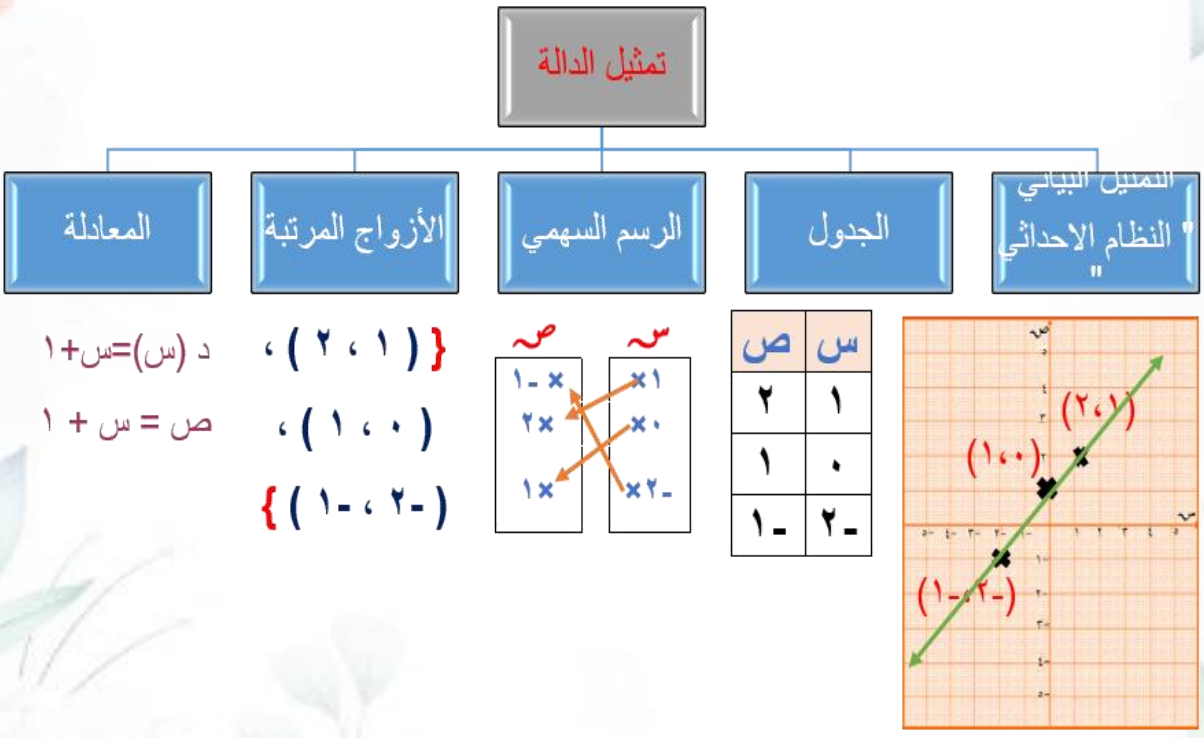
زادت المسافة التي قطعتها السيارة ثم توقفت في فترة زمنية ثم زادت من جديد و بعد ذلك توقفت مرة ثانية ثم زادت المسافة و واصلت السيارة تحركها

٢ – ٢ الدوال

الدالة :

علاقة تربط المدخلات بالمخرجات ؛ على أن يكون هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة .

طرق تمثيل الدالة :



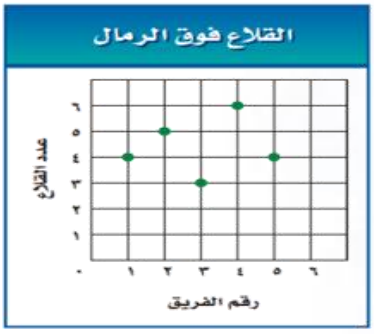
---

٢ – ٢ الدوال

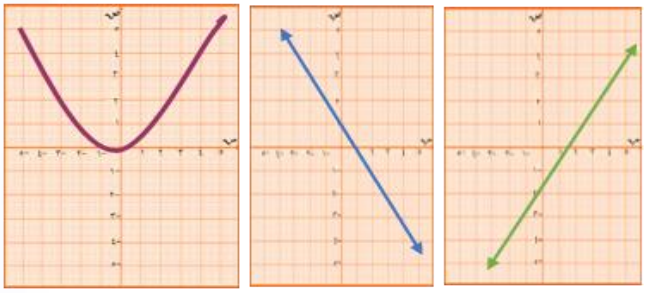
الدالة :

الدالة

- دالة منفصلة
- دالة متصلة



الدالة المنفصلة : تُمثل بيانيا بنقاط غير متصلة .



الدالة المتصلة : تُمثل بيانيا بخط أو منحنى دون انقطاع .

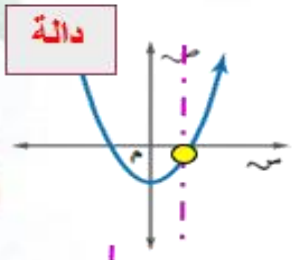
ملحوظة هامة :

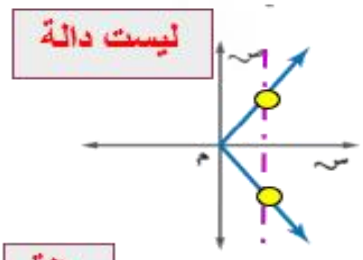
الدالة التي يختلف أس متغيرها عن العدد ١ تُسمى دالة غير خطية.

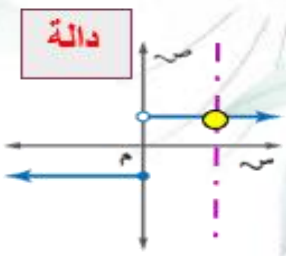
٢ – ٢ الدوال

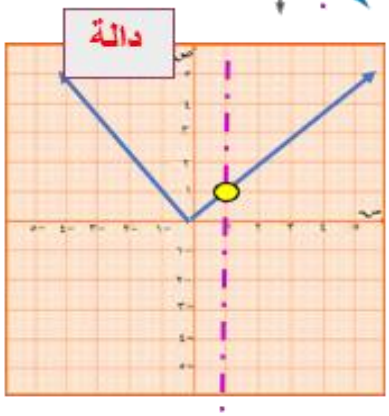
اختبار الخط الرأسي :

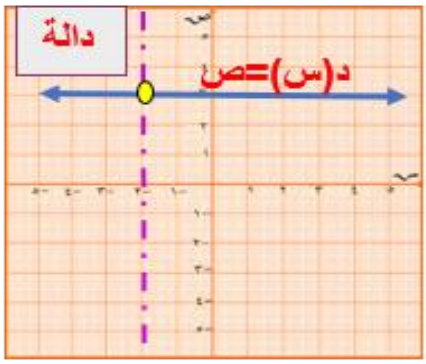
يمكن استخدام اختبار الخط الرأسي للتحقق مما إذا كان التمثيل البياني دالة أم لا ؛ فإذا قطع الخط الرأسي لتمثيل بياني في أكثر من نقطتين فإنه لا يمثل دالة و إلا فالعلاقة دالة .

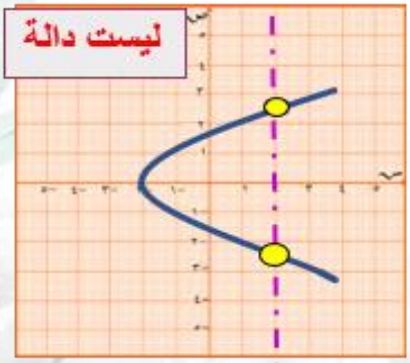


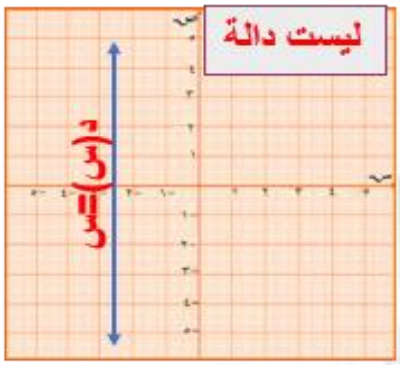












٢ – ٢ الدوال

هل تمثِّل كل علاقة فيما يأتي دالة؟

٢١) {(٥، –٧)، (٦، –٧)، (–٨، –١)، (٠، –١)}

٢٢) {(٤، ٥)، (٣، –٢)، (–٢، ٥)، (٤، ٧)}

٢٣) ص = –٨

٢٤) س = ١٥

٢٥) ص = ٣س – ٢

٢٦) ص = ٣س + ٢ص

٢١) دالة

٢٢) ليست دالة لأن العنصر ٤ من المجال له صورتان

٢٣) دالة

٢٤) ليست دالة لأن " الخط الرأسي لا يمثل دالة "

٢٥) دالة

٢٦) دالة

مثال : إذا كانت د (س) = - ٢ س -٣ ، هـ (س) = $س^{٢}$ + ٥س

فأوجد قيمة كلا مما يلي :

١) د (-١) = -٢ × (-١) -٣ = ٢ – ٣ = -١ .	٢) د (٦) = -٢ × ٦ – ٣ = -١٢ -٣ = -١٥ .
٣) هـ (٢) = $٢^{٢}$ + ٥×٢ = ٤ + ١٠ = ١٤ .	٤) هـ(-٥) = $(-٥)^{٢}$ + ٥×(-٥) = ٢٥ + (-٢٥) = ٠
٥) د (٢) + هـ (-٢) = -٢×٢ -٣ + $(-٢)^{٢}$ + ٥×(-٢) = -٤ -٣ + ٤ + (-١٠) = -٧ -٦ = -١٣ .	

٢ – ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

المعادلة الخطية :

هي المعادلة التي تُمثل بيانيا بخط مستقيم ، و تكتب على الصورة أ س + ب ص = جـ و تُسمى الصورة القياسية للمعادلة الخطية . .

و يسمى جـ الحد الثابت ، تمثل أ س ، ب ص الحدود الجبرية .

في الصورة القياسية أ س + ب ص = جـ : -

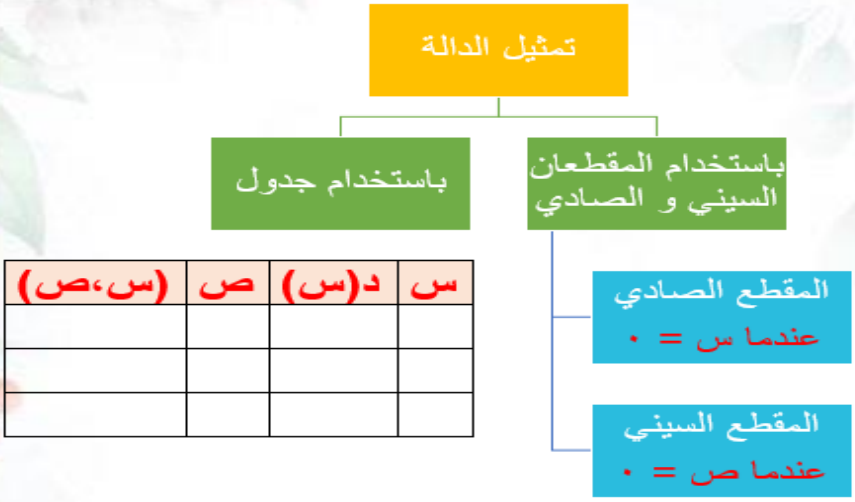
- أ ≥ ٠ ، لا تكون قيمة أ ، ب معاً صفراً .
- أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة العامل المشترك الأكبر لها ١ .
- المعادلة الخطية أكبر أس فيها (١) " من الدرجة الأولى ".

مثال ١ : حدد ما إذا كانت كل معادلة فيما يلي خطية أم لا ؟؟ و إذا كانت كذلك فاكتبها بالصورة القياسية ؟؟

الدالة	خطية أم لا و السبب	الصورة القياسية
س = ص – ٥	خطية	س – ص = -٥
٥س+ص^{٢} =٢٥	ليست خطية لأن ص من الدرجة الثانية	-
٩س ص-٦س=٧	ليست خطية لوجود الحد س ص	-
-٢س-٣=ص	خطية	-٢ س – ص =٣ ٢ س + ص = -٣
-٤ص+٦=٢	خطية	-٤ ص = ٢ – ٦ -٤ ص = - ٤ ص = ١
٧ن-٨م=٤+٢م	خطية	٧ ن-٨ م - ٢ م = ٤ ٧ ن – ١٠ م = ٤

٢ – ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

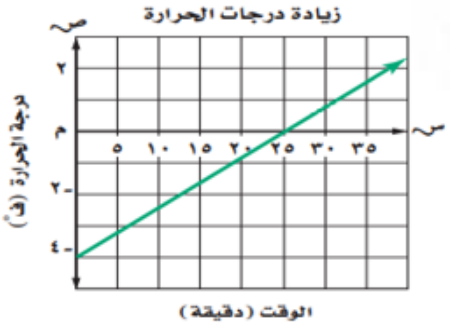
تمثيل الدالة :



س	د(س)	ص	(س،ص)

أوجد المقطعين السيني والصادي لكل دالة خطية فيما يأتي، ثم صف معنى كل منهما:

٥)



عندما س = ٠ ⟸ المقطع الصادي = (-٤)

و هذا يعني ؛ عند الوقت صفر بالدقائق كانت درجة الحرارة (-٤ ف°)

عندما ص = ٠ ⟸ المقطع السيني = ٢٥

و هذا يعني ؛ درجة الحرارة بعد ٢٥ دقيقة تساوي (٠ ف°)

٦)

موقع غطاس	
الزمن (ثانية) (س)	العمق (متر) (ص)
٠	٢٤–
٣	١٨–
٦	١٢–
٩	٦–
١٢	٠

عندما س = ٠ ⟸ المقطع الصادي = (-٢٤)

و هذا يعني ؛ موقع الغطاس في البداية "عند الوقت صفر " -٢٤ متراً أو ٢٤ متر تحت سطح البحر .

عندما ص = ٠ ⟸ المقطع السيني = ١٢

و هذا يعني ؛ في الثانية الثانية عشر كان الغواص في العمق صفر " أي على السطح ".

٢ – ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

مثال ٣ : مثل المعادلات التالية باستعمال المقطعين السيني و الصادي ؟؟

١) ص = ٤ + ٢س

- نضع ص = ٠ لنحصل على المقطع السيني

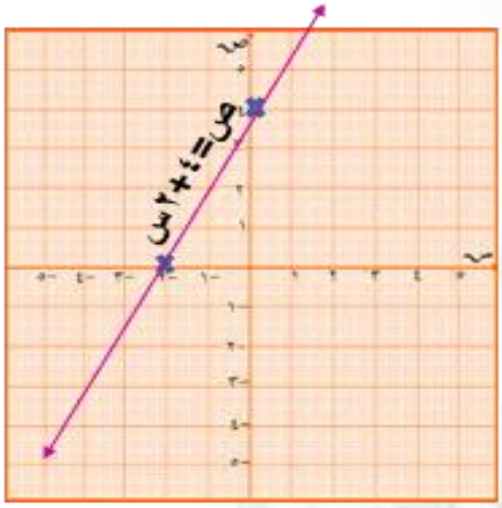
٠ = ٤ + ٢ س ⟸ -٤ = ٢س

⟸ س = $\frac{-٤}{٢}$ ⟸ س = -٢

- نضع س = ٠ لنحصل على المقطع الصادي

ص = ٤ + ٢ × ٠ ⟸ ص = ٤

- ∴ المستقيم يمر بالنقطتين (-٢ ، ٠) ، (٠ ، ٤)
- التمثيل :



٢) - س + ٢ ص = ٣

- نضع ص = ٠ لنحصل على المقطع السيني

- س + ٢ × ٠ = ٣ ⟸ - س = ٣

⟸ س = - ٣

- نضع س = ٠ لنحصل على المقطع الصادي

- ٠ + ٢ ص = ٣ ⟸ ص = ٣

⟸ ص = $\frac{٣}{٢}$ ⟸ ص = ١,٥

- ∴ المستقيم يمر بالنقطتين (-٣ ، ٠) ، (٠ ، $١\frac{١}{٢}$)
- التمثيل :

٢ - ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

مثال ٤ : مثل المعادلات التالية بيانيا بإنشاء جدول ؟؟

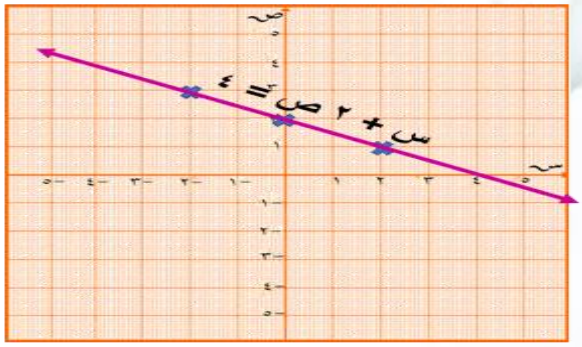
١) س + ٢ ص = ٤

● ص = $\frac{-س}{٢}$ + ٢

● الجدول

س	$\frac{-س}{٢}$ + ٢	ص	(س،ص)
٢	$\frac{-٢}{٢}$ + ٢	١	(٢ ، ١)
٠	$\frac{-٠}{٢}$ + ٢	٢	(٠ ، ٢)
-٢	$\frac{-(-٢)}{٢}$ + ٢	٣	(-٢ ، ٣)

● التمثيل :

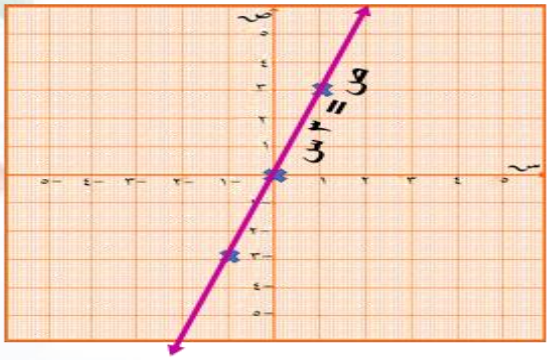


٢) ص = ٣ س

● الجدول :

س	٣ س	ص	(س،ص)
٠	٣×٠	٠	(٠ ، ٠)
١	٣×١	٣	(١ ، ٣)
-١	٣×(-١)	-٣	(-١ ، -٣)

● التمثيل :

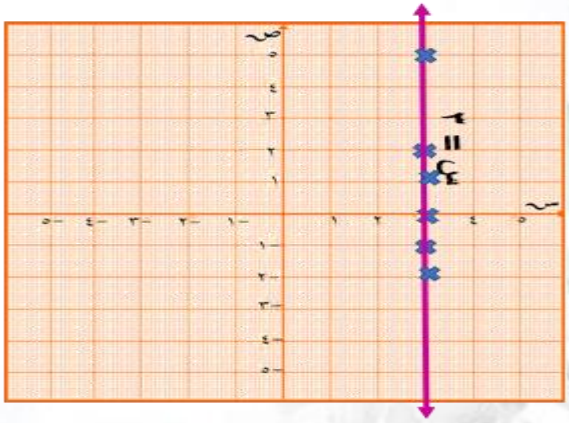


٣) س = ٣

● الجدول :

س	٣	٣	٣	٣	٣
ص	٠	١	-١	٢	-٢

● التمثيل :

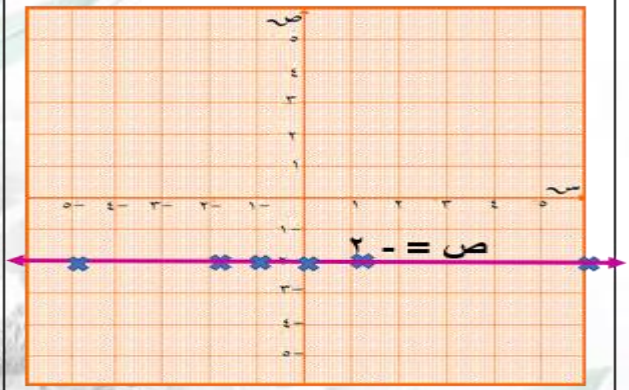


٤) ص = -٢

● الجدول :

س	١	٠	-١	٢	-٢
ص	-٢	-٢	-٢	-٢	-٢

● التمثيل :



٢ - ٣ تمثيل المعادلات الخطية بيانياً

تحدٍّ: انسخ كل جدول، مما يأتي وأكمله، ثم حدِّد أيّ الجداول، استُعملت فيه معادلة خطيّة:

محيط المربع	
طول الضلع	المحيط
١	٤
٢	٨
٣	١٢

محيط المربع
= ٤ × طول الضلع

ص = ٤ س

∴ العلاقة خطية

مساحة المربع	
طول الضلع	المساحة
١	١
٢	٤
٣	٩

مساحة المربع
= مربع طول الضلع

ص = س^{٢}

∴ العلاقة ليست خطية

حجم المكعب	
طول الضلع	الحجم
١	١
٢	٨
٣	٢٧

حجم المكعب
= مكعب طول الضلع

ص = س#

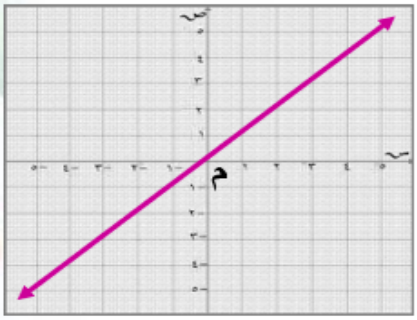
∴ العلاقة ليست خطية

٢ – ٤ حل المعادلات الخطية بيانياً

الدالة الخطية :

هي دالة تمثل بيانياً بمستقيم

الدالة المولدة الأم :



- د (س) = س تُسمى الدالة المولدة الأم لمجموعة الدوال الخطية
- نوع التمثيل البياني : خط مستقيم
- المجال = جميع الأعداد الحقيقية .
- المدى = جميع الأعداد الحقيقية .
- جذور (حل) المعادلة : أي قيمة تجعل المعادلة صحيحة .
- أصفار الدالة : القيمة التي تجعل د (س) = صفر

ملاحظات هامة :

- المعادلة الخطية لها جذر واحد على الأكثر ، و بعض المعادلات ليس لها حل .
- يمكن إيجاد جذر المعادلة بتمثيل الدالة المرتبطة بها .
- لكتابة الدالة على شكل معادلة نعوض عن د (س) بصفر .
- يقع صفر الدالة عند المقطع السيني لها ، كما أن جذر المعادلة هو قيمة المقطع السيني .

المعادلة الخطية	الدالة المرتبطة
٢ س – ٨ = ٠	د (س) = ٢ س – ٨ أو ص = ٢ س – ٨

٢ – ٤ حل المعادلات الخطية بيانياً

مثال ١ : أوجد حل كل معادلة مما يلي جبرياً و بيانياً ؟؟

١) ٢- س + ٦ = ٠

▪ الحل جبريا

٢- س = - ٦

$\frac{-٢س}{-٢} = \frac{-٦}{-٢}$

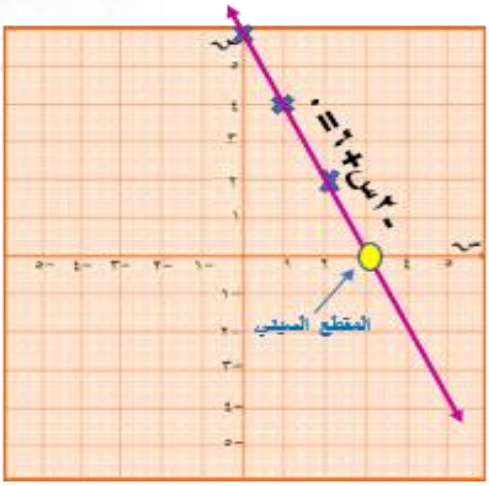
س = ٣

▪ الحل بيانياً

الدالة المرتبطة :

د (س) = - ٢ س + ٦

س	٠	١	٢
-٢س+٦	-٢×٠+٦	-٢×١+٦	-٢×٢+٦
ص	٦	٤	٢
(س،ص)	(٠ ، ٦)	(١ ، ٤)	(٢ ، ٢)



∴ م . ح = { ٣ }

٢) ٤ س – ٢ = ٠

▪ الحل جبريا :

٤ س = ٢

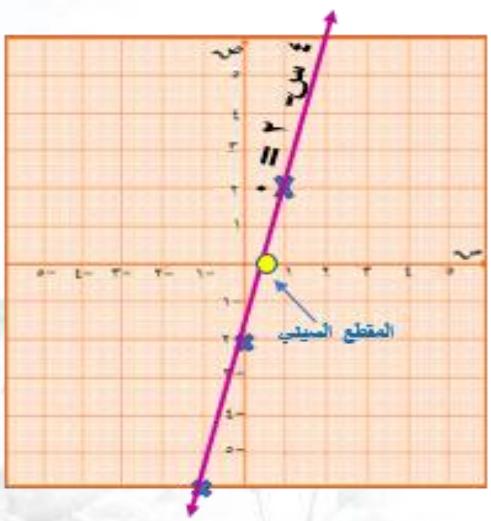
$\frac{٤س}{٤} = \frac{٢}{٤}$

$س = \frac{١}{٢}$

▪ الحل بيانياً : الدالة المرتبطة

د (س) = ٤ س – ٢

س	٠	١	-١
٤س-٢	٤×٠-٢	٤×١-٢	٤×(-١)-٢
ص	-٢	٢	-٦
(س،ص)	(٠ ، -٢)	(١ ، ٢)	(-١ ، -٦)



∴ م . ح = $\{ \frac{١}{٢} \}$

م . ح = { ٠,٥ }

٢ – ٤ حل المعادلات الخطية بيانياً

٣) ٣ س – ١٠ = ٣ س + ٢١ ▪ الحل جبرياً : ٣س-١٠=٣س+٢١ -١٠=٢١ هذه عبارة غير صحيحة ∴ المعادلة ليس لها حل ∴ م . ح = ∅	٤) ٧ س + ٥ = ٧ س + ٢+٣ ▪ الحل جبرياً : ٧س+ ٥ = ٧ س + ٥ هذه المعادلة تمثل متطابقة ∴ للمعادلة عدد غير منتهي من الحلول ∴ م . ح = جميع الأعداد الحقيقية

٢٥) تبرير: وضِّح متى يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل المعادلة، ومتى يفضل حلها بالتمثيل البياني؟

يفضل استعمال الطريقة الجبرية لحل معادلة إذا كان المطلوب هو الإجابة الدقيقة .

صفر الدالة ≡ حل المعادلة ≡ جذر المعادلة ≡ المقطع السيني

٢ – ٥ معدل التغير و الميل

معدل التغير :

- نسبة تصف معدل تغير كمية بالنسبة لتغير كمية أخرى
- إذا كانت س هي المتغير المستقل و ص هي المتغير التابع فإن

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}}$$

- معدل التغير الموجب يشير إلى الزيادة في الكمية .
- معدل التغير السالب يشير إلى نقصان الكمية .
- لتكون الدالة خطية يجب أن يكون معدل التغير ثابتاً ؛ أي يجب أن يكون التغير في كلاً من قيم س ، ص .

مثال ١ : حدد إذا كانت كل دالة فيما يلي خطية أم لا ، فسر إجابتك؟؟

أ)

س	٧-	٤-	١-	٢	٥
ص	٥	٤	٣	٢	١

$$\text{معدل التغير} = \frac{\text{التغير في ص}}{\text{التغير في س}} = \frac{٥-٤}{(٧-)-٤-} = \frac{٤-٣}{(٤-)-١-} = \frac{٣-٢}{(١-)-٢} = \frac{٢-١}{٢-٥}$$

$$= \frac{١-}{٣} = \frac{١-}{٣} = \frac{١-}{٣} = \frac{١-}{٣}$$

معدل التغير ثابت

∴ الدالة خطية

---

٢ - ٥ معدل التغير و الميل

ب)

س	-٣	-٢	-١	١	٢
ص	١١	١٥	١٩	٢٣	٢٧

معدل التغير = التغير في ص / التغير في س = $\frac{١١-١٥}{(-٣)-(-٢)} = \frac{١٥-١٩}{(-٢)-(-١)} = \frac{١٩-٢٣}{(-١)-١} = \frac{٢٣-٢٧}{١-٢}$

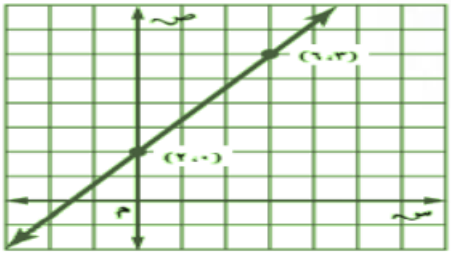
$= \frac{٤}{١} = \frac{٤}{١} \neq \frac{٤}{٢} \neq \frac{٤}{١}$

معدل التغير غير ثابت

∴ الدالة ليست خطية

أوجد معدّل التغير الممثل في كلٍّ من التمثيل البياني أو الجدول فيما يأتي:

١)



معدل التغير = التغير في ص / التغير في س

$= \frac{٦-٢}{٣-٠} = \frac{٤-}{٣-} = \frac{٤}{٣}$

معدل التغير = $\frac{٦-٢}{٣-٠} = \frac{٤}{٣}$

٢)

س	ص
٣	٦-
٥	٢
٧	١٠
٩	١٨
١١	٢٦

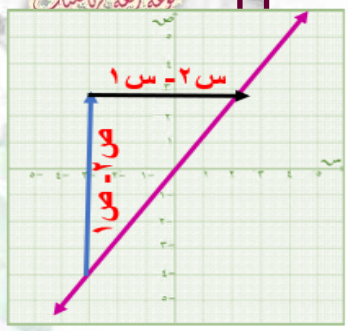
معدل التغير = التغير في ص / التغير في س

$= \frac{(٦-)-٢}{٣-٥} = \frac{٨}{٢} = \frac{٤}{١} = ٤$

معدل التغير = $\frac{١٠-٢}{٧-٥} = \frac{٨}{٢} = ٤$

معدل التغير = $\frac{١٨-١٠}{٩-٧} = \frac{٨}{٢} = ٤$

٢ - ٥ معدل التغير و الميل



الميل :

- هو نسبة التغير في الاحداثي الصادي " الرأسي " إلى التغير في الاحداثي السيني " الأفقي " .
- يمكن إيجاد الميل (م) للمستقيم غير الرأسي المار بالنقطتين (س ١ ، ص ١) ، (س ٢ ، ص ٢) على النحو التالي :

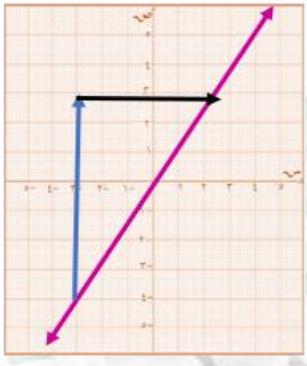
$$م = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$$

ص٢ − ص١ ← التغير في ص

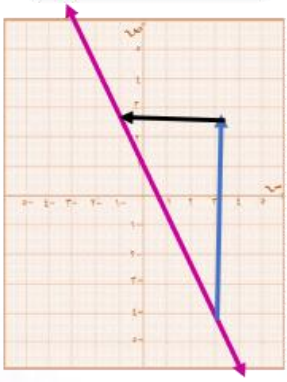
س٢ − س١ ← التغير في س

الميل

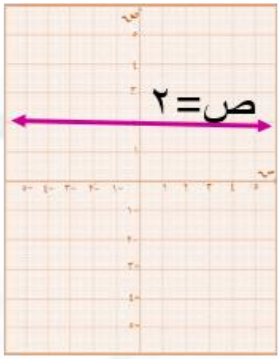
م موجب	م سالب	م = ٠	م غير معرفة
∴ المستقيم مائل لأعلى عند التحرك من اليمين لليسار	∴ المستقيم مائل لأسفل عند التحرك من اليمين لليسار	∴ المستقيم ليس منحدر و إنما "أفقي" يوازي محور السينات	∴ المستقيم ليس له ميل و يوازي محور الصادات "رأسي"



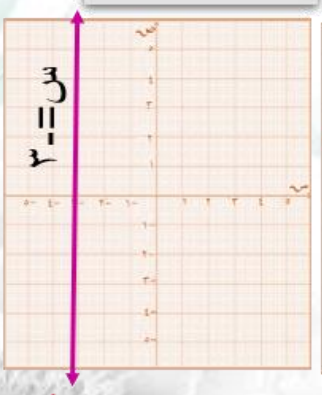
م > ٠



م < ٠



م = ٠



م غير معرف

٢ - ٥ معدل التغير و الميل

مثال ٢ : أوجد ميل المستقيم المار بكل نقطتين من النقاط الآتية ؟

أ) (-٤،٣)،(-٢،١)	ب) (-٣،٧)،(-٣،٤)	ج) (-٣،-١)،(٢،-١)
$م = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$	$م = \frac{ص١ - ص٢}{س١ - س٢}$	$م = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$
$م = \frac{١ - ٣}{-٢ - (-٤)}$	$م = \frac{٧ - ٤}{-٣ - (-٣)}$	$م = \frac{-١ - (-١)}{٢ - (-٣)}$
$م = \frac{-٢}{-٢ + ٤}$	$م = \frac{٣}{-٣ + ٣}$	$م = \frac{-١ + ١}{٣ + ٢}$
$م = \frac{-٢}{٢}$	م = $\frac{٣}{٠}$ غير معرف	$م = \frac{٠}{٥}$
م = -١	∴ المستقيم رأسي يوازي محور ص	م = ٠
∴ المستقيم مائل لأعلى		∴ المستقيم أفقي يوازي محور س

تطبيق : أوجد قيمة ر التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (-٤ ، ر) ، (-٨ ، ٣) هو م = -٥ ؟؟

$$م = \frac{ص٢ - ص١}{س٢ - س١}$$

$$-٥ = \frac{ر - ٣}{-٨ - (-٤)}$$

$$-٥ = \frac{ر - ٣}{-٤}$$

٣ - ر = -٥ × (-٤) استخدمنا الضرب التبادلي

٣ - ر = ٢٠

-ر = ٢٠ - ٣

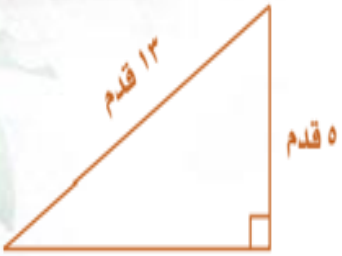
-ر = ١٧

$$\frac{-ر}{-١} = \frac{١٧}{-١}$$

ر = -١٧ .

٢ - ٥ معدل التغير و الميل

٢٢) تحدٍ: إذا كنت ترتفع ٥ أقدام لكل ١٣ قدمًا تتحركها إلى الأمام عند قيادة سيارتك في طريق جبلي، فما ميل الطريق؟



$$\text{ميل الطريق} = \frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}} = \frac{٥}{١٣}$$

---

٢١) تبرير: لماذا لا تستعمل معادلة الميل في المستقيمات الرأسية؟ فسِّر ذلك.

لأن المستقيم الرأسي ميله غير معرف لا يمكن إيجاده .

---

٢ - ٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

المتتابعة :

هي مجموعة مرتبة من الأعداد و يُسمى كل عدد فيها حداً .

المتتابعة الحسابية :

- هي متتابعة يكون الفرق بين كل حدين متتالين فيها ثابت و يُسمى الفرق بين الحدين المتتاليين الأساس و يرمز له بالرمز " د " .
- تدل النقاط الثلاث المستعملة في المتتابعة على استمرارها على هذا النمط ، و تشير إلى وجود المزيد من حدود المتتابعة التي لم تكتب.

مثال ١ : حدد إذا كانت كل متتابعة فيما يأتي حسابية أم لا ؟؟ و فسر اجابتك ؟؟

أ) ١٨ ، ١٦ ، ١٥ ، ١٣ ، ...	ب) -٣ ، ١ ، ٥ ، ٩ ، ...
• ١٦-١٨=-٢ ١٥-١٦=-١ ١٣-١٥=-٢	• ١-(-٣)=١+٣=٤ ٥-١=٤ ٩-٥=٤
• الفرق بين كل حدين متتالين غير ثابت	• الفرق بين كل حدين متتالين ثابت
• ∴ المتتابعة غير حسابية .	• ∴ المتتابعة حسابية .

٢ - ٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

مثال ٢ : اوجد الحدود الثلاثة التالية للمتتابعات التالية ؟؟

أ) ١٢ ، ٩ ، ٦ ، ٣ ، ...	ب) -٢ ، ٢ ، ٦ ، ١٠ ، ...
• الأساس = ٩-١٢=-٣	• الأساس = ٢-(-٢)=٢+٢=٤
• ∴ الحدود الثلاثة التالية :	• ∴ الحدود الثلاثة التالية :
٠ ، -٣ ، -٦ ،	١٤ ، ١٨ ، ٢٢ ، ....

الحد النوني في متتابعة حسابية :

نعبر عن الحد النوني " $أ_ن$ " للمتتابعة الحسابية التي حدها الأول " $أ_١$ " و أساسها " د " بالصيغة $أ_ن = أ_١ + (ن - ١) د$

حيث ن عدد صحيح موجب ، ن هي ترتيب الحد .

٢ - ٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

مثال ٣ بناء على المتتابعة الحسابية ٣ ، - ١٠ ، - ٢٣ ، ... ، - ٣٦

أ) اكتبي معادلة الحد النوني للمتتابعة ؟

ب) أوجد الحد الخامس عشر ؟

ج) ما الحد الذي يساوي — ١٤٤ ؟؟

أ)

- الحد الأول = $أ_1$ = ٣
- الأساس = د = - ١٠ — ٣ = - ١٣
- معادلة الحد النوني $أ_ن = أ_1 + (ن — ١) د$

$$أ_ن = ٣ + (ن — ١) (- ١٣)$$

$$أ_ن = ٣ — ١٣ ن + ١٣$$

$$\boxed{أ_ن = - ١٣ ن + ١٦}$$

ب) الحد الخامس عشر = $أ_{١٥} = -١٣ \times ١٥ + ١٦$

$$= - ١٩٥ + ١٦ = \boxed{- ١٧٩}$$

ج) الحد الذي = - ١١٤ $\Longleftarrow$ $أ_ن = -١١٤$ و المطلوب إيجاد ن ؟

$$أ_ن = - ١٣ ن + ١٦$$

$$-١١٤ = -١٣ ن + ١٦$$

$$-١١٤ - ١٦ = -١٣ ن$$

$$- ١٣٠ = -١٣ ن$$

$$\frac{- ١٣٠}{- ١٣} = \frac{-١٣ن}{- ١٣}$$

$$\boxed{١٠ = ن}$$

∴ الحد العاشر يساوي (-١١٤) .

٢ - ٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

مثال ٤ : اكتب معادلة الحد النوني للمتتابعة التالية :

-٣ ، -٨ ، -١٣ ، -١٨ ، ...

- الحد الأول = $أ_1$ = -٣
- الأساس = د = -٨ - (-٣) = -٨ + ٣ = -٥
- معادلة الحد النوني $أ_ن = أ_1 + (ن - ١) د$

$أ_ن = -٣ + (ن - ١) (-٥)$

$أ_ن = -٣ - ٥ ن + ٥$

$أ_ن = -٥ ن + ٢$

مثال ٥ : ما الحد الأول في متتابعة حسابية حدها الرابع يساوي ٨ وَ أساسها ٢ ؟؟

- الحد الرابع = $أ_٤ = ٨$
- الأساس د = ٢
- معادلة الحد النوني $أ_ن = أ_1 + (ن - ١) د$
- نعوض عن ن بـ ٤ و عن د بـ ٢

$أ_٤ = أ_1 + (٤ - ١) (٢)$

$٨ = أ_1 + ٣ \times ٢$

$٨ = أ_1 + ٦$

$أ_1 = ٨ - ٦$

$أ_1 = ٢$

∴ الحد الأول = ٢ .

٢ – ٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

المتتابعة الحسابية كدالة خطية :

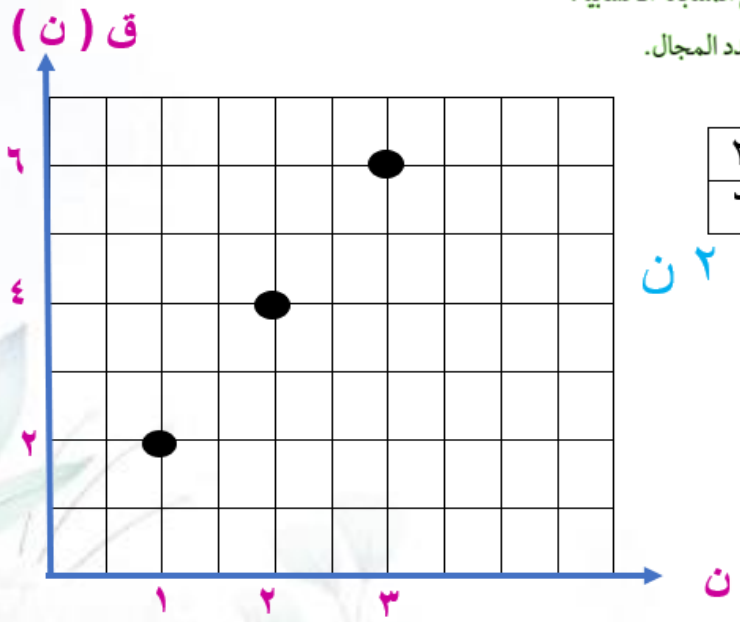
يمكن كتابة المتتابعة الحسابية كدالة خطية بحيث يكون ن متغيراً مستقل ، ق ن متغيراً تابع ، د الميل .

و تكون معادلة الحد النوني عل صورة دالة ق ن = (ن – ١) د + ق ١

مثال ٦ : ١٨) حدائق ترفيهية: لعب حمد وأصدقاؤه في مدينة الألعاب لعبتين خلال الساعة الأولى، وبعد ساعتين كانوا قد لعبوا ٤ ألعاب، وبعد ثلاث ساعات ٦ ألعاب.

أ) اكتب دالة للتعبير عن المتتابعة الحسابية.

ب) مثِّل الدالة بيانيًّا، وحدد المجال.



الزمن (ساعة)	١	٢	٣
عدد الألعاب	٢	٤	٦

قاعدة الدالة : ق (ن) = ٢ ن

---

٢ - ٦ المتتابعات الحسابية كدوال خطية

٢٨) تحدٌ: بيِّن هل المتتابعة في كل مما يلي حسابية أم لا. وفسِّر إجابتك. وإذا كانت حسابية فأوجد أساسها والحدود الثلاثة التالية.

أ) ٢ س+١، ٣ س+١، ٤ س+١ ...

ب) ٢س، ٤س، ٨س، ...

أ) ٢س+١ ، ٣س+١ ، ٤س+١

٣س+١ - (٢س+١) = ٣س+١-٢س-١ = س

٤س+١ - (٣س+١) = ٤س+١-٣س-١ = س

∴ المتتابعة حسابية ؛ لأن الفرق بين حدين متتاليين ثابت

أساسها = س

الحدود الثلاثة التالية :

٥س+١ ، ٦س+١ ، ٧س+١ ، ...

ب) ٢س ، ٤س ، ٨س ، ...

٤س - (٢س) = ٢س

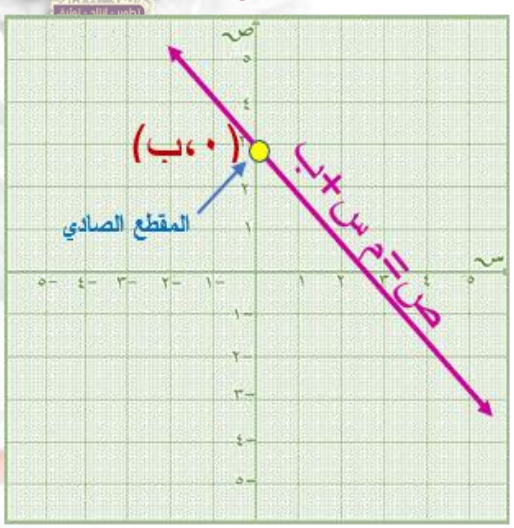
٨س - (٤س) = ٤س

∴ المتتابعة ليست حسابية ؛ لأن الفرق بين حدين متتاليين غير ثابت

الفصل الثالث

الدوال الخطية

٣ - ١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل و المقطع الصادي



صيغة الميل و المقطع :

صيغة الميل و المقطع للمعادلة الخطية هي :

ص = م س + ب ؛

م = الميل ، ب = المقطع الصادي

ملاحظات هامة :

- إذا لم تكن المعادلة مكتوبة بصيغة الميل و المقطع ، فإن إعادة كتابتها بهذه الصورة يسهل تمثيلها بيانياً .
- ص هو المتغير التابع لأنه يعتمد على التغير في س .
- لكتابة معادلة عرف تمثيلها البياني : عين المقطع الصادي ثم استعمل الحركة أفقياً وَ رأسياً لإيجاد الميل ، ثم نكتب المعادلة بصيغة الميل و المقطع .
- يمكن تمثيل بيانات من واقع الحياة بمعادلة خطية إذا كان معدل تغيرها ثابتاً ؛ فالمعدل الثابت للتغير يمثل الميل وَ المقطع الصادي هو النقطة التي تكون عندها قيمة المتغير المستقل تساوي صفراً .

٣ - ١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل و المقطع الصادي

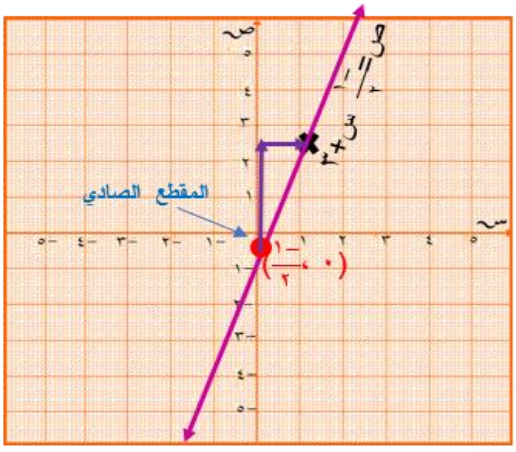
٣ - ١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل و المقطع الصادي

مثال ١ : اكتب معادلة المستقيم فيما يلي بصيغة الميل و المقطع ؟ ثم مثلها بيانياً ؟

أ) الميل = $\frac{-١}{٢}$ ، المقطع الصادي = ٣

الصورة العامة لمعادلة مستقيم بمعلومية الميل و المقطع الصادي ص =م س+ب

$$ص = \frac{-١}{٢} س + ٣$$

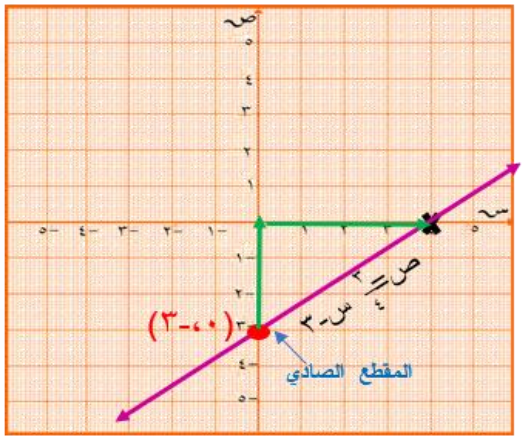


ب) ٣س-٤ص=١٢

-٤ص=-٣س+١٢

ص= $\frac{-٣س}{-٤} + \frac{١٢}{-٤}$

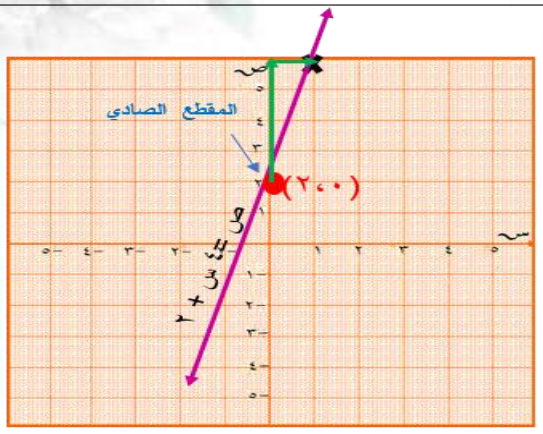
$$ص = \frac{٣}{٤} س - ٣$$



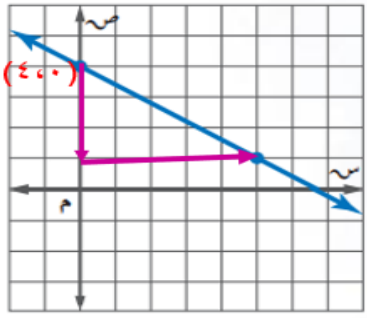
٣ - ١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل و المقطع الصادي

ج) -٤س+ص=٢

ص = ٤ س + ٢



مثال ٢: اكتب بصيغة الميل و المقطع معادلة المستقيم الممثل في كلاً مما يلي ؟؟

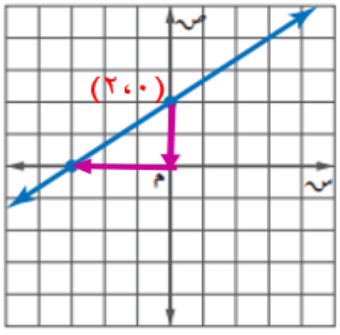


- المقطع الصادي = ٤
- الميل = $\frac{-٣}{٥}$
- الصورة العامة

ص = م س + ب

- المعادلة :

ص = $\frac{-٣}{٥}$ س + ٤

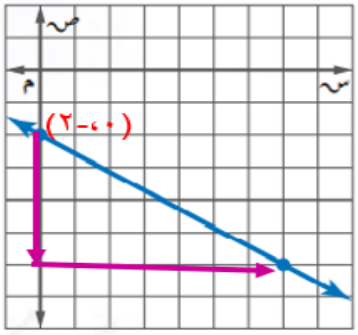


- المقطع الصادي = ٢
- الميل = $\frac{-٢}{-٣}$ = $\frac{٢}{٣}$
- الصورة العامة

ص = م س + ب

- المعادلة :

ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ٢



- المقطع الصادي = -٢
- الميل = $\frac{-٤}{٧}$
- الصورة العامة

ص = م س + ب

- المعادلة :

ص = $\frac{-٤}{٧}$ س - ٢

٣ - ١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل والمقطع الصادي

٧) نقود: اشترى محمد أجهزة كهربائية بالتقسيط حيث دفع ٧٥٠ ريالًا دفعة أولى، ويدفع ١٠٠ ريال كل أسبوع.

أ) اكتب معادلة للمبلغ الكلي الذي سيدفعه بعد (س) أسبوعًا.

ب) مثِّل المعادلة بيانيًّا.

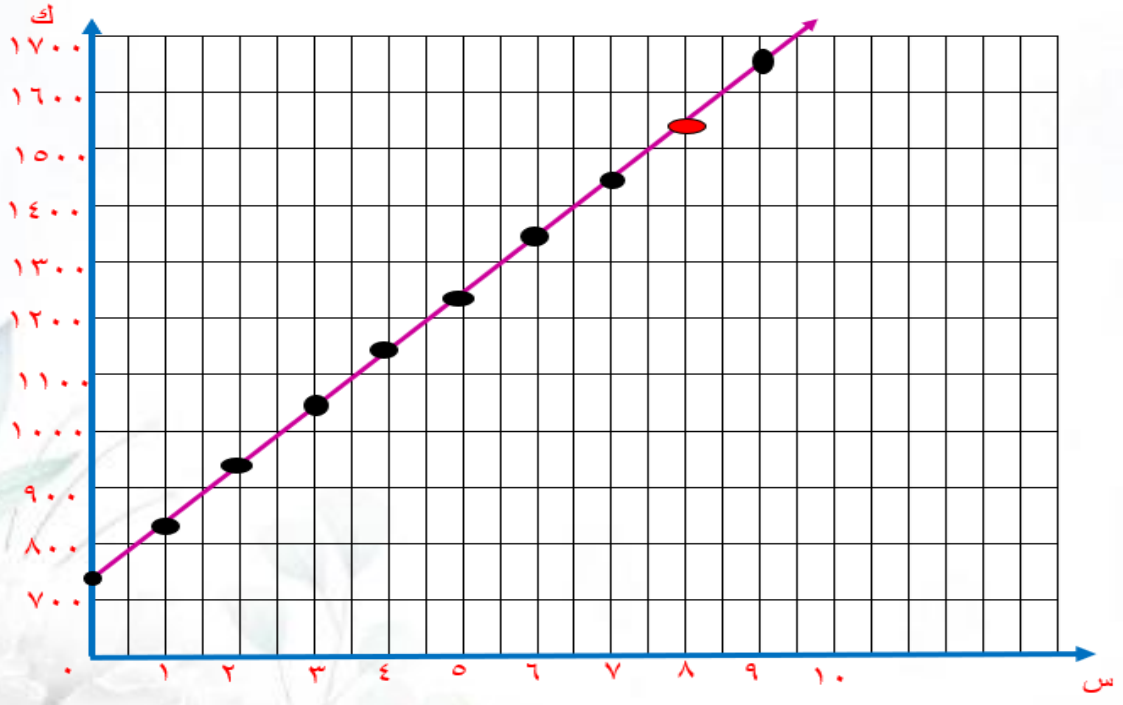
جـ) أوجد المبلغ الذي سيدفعه محمد بعد ٨ أسابيع.

أ) نفرض المبلغ الكلي = ك ، الأسبوع = س

معادلة المبلغ الكلي الذي سيدفعه محمد بعد س أسبوعاً هي :

ك = ١٠٠ س + ٧٥٠

ب)



ج) بعد ٨ أسابيع : ك = ١٠٠ × ٨ + ٧٥٠

= ٨٠٠+٧٥٠=١٥٥٠ ريال

٣ - ١ تمثيل المعادلات المكتوبة بصيغة الميل و المقطع الصادي

مثال ٣ : اكتب كل معادلة مما يلي بصيغة الميل و المقطع ؟

أ) الميل = - ١ ، المقطع الصادي = ٠ ١) الصورة العامة ص = م س + ب ٢) ∴ المعادلة : ص = -١ س + ٠ ص = - س	ب) المستقيم يمر بنقطة الأصل ز الميل =٣ ٣) الصورة العامة ص = م س + ب ٤) ∴ المعادلة : ص = ٣ س + ٠ ص = ٣ س

٢٤) **تحدٍ:** ما الخصائص المشتركة للتمثيلات البيانية للمعادلات الآتية:

ص= ٢س+ ٣، ص= ٤س+ ٣، ص= -س+٣، ص = - ١٠س + ٣

تشترك جميع هذه المعادلات في أنها تقطع محور الصادات عند (٣)

٣ - ٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل و المقطع

كتابة معادلة مستقيم عُلم ميله و نقطة يمر بها بصيغة الميل و المقطع :

نتبع الآتي :

١. نعوض في المعادلة ص = م س + ب بإحداثيات النقطة لنحصل على المقطع الصادي ب .
٢. نعوض في المعادلة ص = م س + ب بالميل م و المقطع الصادي ب لنحصل على المعادلة المطلوبة .

مثال ١ : اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة و المعلوم ميله فيما يأتي بصيغة الميل و المقطع ؟

أ) (١،٣) ، الميل = ٢

١) نوجد المقطع الصادي بالتعويض بإحداثيات النقطة

ص = م س + ب

٣ = ٢ × ١ + ب

٣ = ٦ + ب

ب = ٣ - ٦

ب = -٥

٢) نعوض في الصورة العامة

ص = م س + ب

ص = ٢ س + (-٥)

ص = ٢ س - ٥

ب) (٢،٤) ، الميل = $\frac{١}{٢}$

١) نوجد المقطع الصادي بالتعويض بإحداثيات النقطة

ص = م س + ب

٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٢ + ب

٤ = ١ + ب

ب = ٤ - ١

ب = ٣

٢) نعوض في الصورة العامة

ص = م س + ب

ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٣

ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٣

ج) (-٢،٥) ، ميله = ٣

١) نوجد المقطع الصادي بالتعويض بإحداثيات النقطة

ص = م س + ب

٥ = ٣ × (-٢) + ب

٥ = -٦ + ب

ب = ٥ + ٦

ب = ١١

٢) نعوض في الصورة العامة

ص = م س + ب

ص = ٣ س + ١١

٣ - ٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل و المقطع

كتابة معادلة مستقيم علمت نقطتين يمر بهما بصيغة الميل و المقطع :

نتبع الآتي :

١) نوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين باستخدام الصيغة $م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$.

٢) نوجد المقطع الصادي ب بالتعويض بإحدى النقطتين في المعادلة ص = م س + ب

٣) نكتب المعادلة بصيغة الميل و المقطع .

مثال ٢ : اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين المعطاة بصيغة الميل و المقطع ؟؟

أ) (٩، -٢) ، (٣، ٤)

١) نوجد الميل م

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$م = \frac{٣ - (-٢)}{٤ - ٩}$

$م = \frac{٥}{-٥}$

م = -١

٢) نوجد المقطع الصادي بالتعويض بإحداثيات النقطة

ص = م س + ب

-٢ = -١ × ٩ + ب

-٢ = -٩ + ب

-٢ + ٩ = ب

ب = ٧

٣) نعوض في الصورة العامة

ص = م س + ب

ص = -١ × س + ٧

ص = - س + ٧

ب) (-١، ١٢)، (٤، -٨)

١) نوجد الميل م

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$م = \frac{-٨ - ١٢}{-١ - ٤}$

$م = \frac{-٢٠}{٥}$

م = -٤

٢) نوجد المقطع الصادي بالتعويض بإحداثيات النقطة

ص = م س + ب

١٢ = -٤ × (-١) + ب

١٢ = ٤ + ب

١٢ - ٤ = ب

ب = ٨

٣) نعوض في الصورة العامة

ص = م س + ب

ص = -٤ × س + ٨

ص = - ٤س + ٨

ج) (-٧، -٣)، (-٣، ٥)

١) نوجد الميل م

$م = \frac{ص_١ - ص_٢}{س_١ - س_٢}$

$م = \frac{-٣ - ٥}{-٧ - (-٣)}$

$م = \frac{-٨}{-٤}$

م = ٢

٢) نوجد المقطع الصادي بالتعويض بإحداثيات النقطة

ص = م س + ب

٥ = ٢ × (-٣) + ب

٥ = -٦ + ب

٥ + ٦ = ب

ب = ١١

٣) نعوض في الصورة العامة

ص = م س + ب

ص = ٢ × س + ١١

ص = ٢ س + ١١

٣ - ٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

التنبؤ الخطي :

هو استعمال المعادلة الخطية لإجراء تنبؤات حول القيم التي تتجاوز مدى البيانات .

١٠) سيارات: يحرك سامي سيارة لعبة باستعمال جهاز التحكم عن بعد بسرعة ثابتة. فبدأ بتحريك السيارة عندما كانت على بُعد ٥ أقدام منه، وبعد ثانيتين أصبح بُعدها ٣٥ قدمًا.

أ) اكتب معادلة خطية لإيجاد بعد السيارة (ف) عن سامي بعد (ن) ثانية.

ب) قدّر المسافة التي تقطعها السيارة بعد ١٠ ثوانٍ.

- عند البداية أي عن الثانية (صفر) كانت السيارة على بعد ٥ أقدام ⟸ (٥،٠)
- عند الثانية الثانية كانت السيارة على بعد ٣٥ قدماً ⟸ (٣٥،٢)
- ف بعد السيارة ، ن الزمن بالثانية .

أ)

- معدل تغير المسافة للزمن = $\frac{٣٥-٥}{٢-٠} = \frac{٣٠}{٢} =$ ١٥ قدم / ثانية
- نعوض في المعادلة ف = م ن + ب لإيجاد المقطع الصادي ب

٥ = ١٥ × ٠ + ب

٥ = ٠ + ب

ب = ٥

- المعادلة التي توجد بعد السيارة (ف) عن سامي بعد (ن) ثانية هي : ف = ١٥ ن + ٥

ب) بعد ١٠ ثواني ⟸ ف = ١٥ × ١٠ + ٥

ف = ١٥٠ + ٥ = ١٥٥ قدم

٣ - ٢ كتابة المعادلات بصيغة الميل والمقطع

٢٢) **اكتشف الخطأ :** كتب كل من أحمد وسمير معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٣، -٢)، (٦، ٤). فأيهما كانت إجابته صحيحة؟ وضح السبب.

أحمد

$$م = \frac{٤ - (-٢)}{٦ - ٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

ص = م س + ب

-٢ = ٢(٣) + ب

-٢ = ٦ + ب

-٨ = ب

ص = ٢س - ٨

سمير

$$م = \frac{٤ - (-٢)}{٦ - ٣} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

ص = م س + ب

٦ = ٢(٤) + ب

٦ = ٨ + ب

-٢ = ب

ص = ٢س - ٢

حل أحمد صحيح ؛ لأن أحمد بدل الإحداثي السيني بالإحداثي الصادي عند التعويض في الصورة العامة .

٣ - ٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل و نقطة

كتابة المعادلات بصيغة الميل و نقطة :

تُعبر المعادلة الخطية (ص – ص١) = م (س – س١) عن معادلة المستقيم غير الرأسي بصيغة الميل م و نقطة معطاة (س١ ، ص١) تقع على هذا المستقيم .

مثال ١ : اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة و المعلوم ميله بصيغة النقطة و ميل ؟؟

أ) (٣،٥) ، ميله = ٧ ▪ الصورة العامة (ص-ص١)=م(س-س١) ▪ نعوض : (ص-٣)=٧(س-٥)	ب) (-٢،٥) ، وميله=-٦ ▪ الصورة العامة (ص-ص١)=م(س-س١) ▪ نعوض : (ص-٥)=-٦(س-(-٢)) (ص-٥)=-٦(س+٢)	ج) (-٢،-٨)،الميل = $\frac{٥}{٦}$ ▪ الصورة العامة (ص-ص١)=م(س-س١) ▪ نعوض : (ص-(-٨))=$\frac{٥}{٦}$(س-(-٢)) (ص+٨)=$\frac{٥}{٦}$(س+٢)

٣ – ٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل و نقطة

مثال ٢ : اكتب كل معادلة بالصيغة المطلوبة فيما يلي ؟؟

أ) ص – ٦ = - ٢ (س – ٧) " بصيغة الميل و المقطع "

ص = - ٢ س + ١٤ + ٦

ص = - ٢ س + ٢٠ .

ب) ص + ٥ = ٦ (س + ٧) " بصيغة الميل و المقطع "

ص = ٦ س + ٤٢ – ٥

ص = ٦ س + ٣٧ .

ج) ص + ٧ = - ٥ (س + ٣) " بالصورة القياسية "

ص + ٧ = - ٥ س – ١٥

٥ س + ص = - ١٥ – ٧

٥ س + ص = - ٢٢ .

د) ص – ١٠ = ٢ (س – ٨) " بالصورة القياسية "

ص – ١٠ = ٢ س – ١٦

– ٢ س + ص = - ١٦ + ١٠

– ٢ س + ص = - ٦ . بقسمة جميع الحدود على (- ١)

٢ س – ص = ٦ .

٣ - ٣ كتابة المعادلات بصيغة الميل و نقطة

٢٤) اكتشف الخطأ: يكتب كل من أنس وأيمن معادلة المستقيم المارّ بالنقطتين (٣، -٧)، (-٦، ٤) بصيغة الميل ونقطة. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر ذلك.

أنس	أيمن
$ص - ٧ = -\frac{١١}{٩}(س + ٣)$	$ص - ٤ = -\frac{١١}{٩}(س + ٦)$

إجابة أيمن صحيحة و إجابة أنس خاطئة ؛ لأنه أخطأ في إشارات النقطة التي عوض بها .

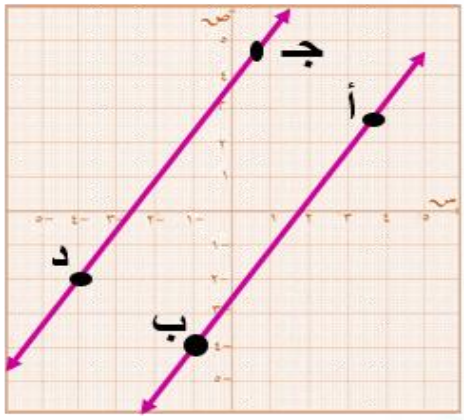
٣ – ٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

المستقيمات المتوازية و المستقيمات المتعامدة :

المستقيمات المتوازية و المستقيمات المتعامدة

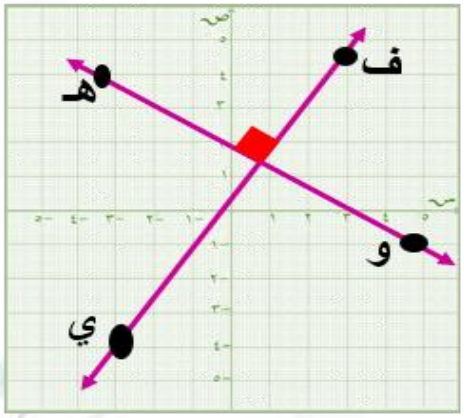
المستقيمات المتوازية

* يقعان في المستوى نفسه
* لا يتقاطعان أبداً
* الزاوية بينهما = صفر°
* يتساوى ميلاهما م١=م٢
* نكتب أب // جـ د



المستقيمات المتعامدة

* يتقاطعان مكونان زاوية قياسها ٩٠°
* ميل كل منهما معكوس مقلوب الأخر
م١ = معكوس مقلوب م٢
* حاصل ضرب ميلهما = -١
م١ × م٢ = -١
* نكتب هـ و ⊥ ف ي



٣ - ٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

مثال ١ : اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة و الموازي للمستقيم المعطى بصيغة الميل و المقطع ؟؟

أ) (٤،-٣) ، ص=٣س-٥

- ميل المستقيم المعطى = م١=٣
- المستقيمان متوازيان ⟸

م١=م٢=٣

- نعوض في ص=م س+ب بالنقطة المعطاة لإيجاد ب

-٣=٣×٤+ب

-٣=١٢+ب

-٣-١٢=ب

-١٥=ب

- نوجد المعادلة المطلوبة بالتعويض في الصورة العامة ص=م س+ب

ص = ٣ س + (-١٥)

ص = ٣ س – ١٥

ب) (٠،٤) ، ص=-٤س+٥

- ميل المستقيم المعطى= م١=-٤
- المستقيمان متوازيان ⟸

م١=م٢=-٤

- نعوض في ص=م س+ب بالنقطة المعطاة لإيجاد ب

٤=-٤×٠+ب

٤=٠+ب

٤=ب

- نوجد المعادلة المطلوبة بالتعويض في الصورة العامة ص=م س+ب

ص = -٤ س + ٤

١) نوجد ميل المستقيم المعطى
٢) نوجد ميل المستقيم المطلوب
٣) نوجد ب بالتعويض بإحداثيات النقطة المعطاة
٤) نعوض في الصورة العامة ص = م س + ب و نوجد المعادلة المطلوبة

٣ - ٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

مثال ٢ : اكتب بصيغة الميل و المقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة المعطاة و العمودي على المستقيم المعطى فيما يلي ؟؟

أ) (-٣،-٢) ، ص=-٢س+٤

- ميل المستقيم المعطى= م١=-٢
- المستقيمان متعامدان ⟸ م٢ معكوس مقلوب م١

$$م_2 = \frac{1}{2}$$

- نعوض في ص=م س+ب بالنقطة المعطاة لإيجاد ب

$$-2 = -3 \times \frac{1}{2} + ب$$

$$-2 = \frac{-3}{2} + ب$$

$$ب = -2 + \frac{3}{2}$$

$$ب = -\frac{1}{2}$$

- نوجد المعادلة المطلوبة بالتعويض في الصورة العامة ص=م س+ب

$$ص = \frac{1}{2} س + (-\frac{1}{2})$$

$$ص = \frac{1}{2} س - \frac{1}{2}$$

ب) (٤،٧) ، ص= $\frac{3}{2}$ س - ١

- ميل المستقيم المعطى= م١= $\frac{3}{2}$
- المستقيمان متعامدان ⟸ م٢ معكوس مقلوب م١

$$م_2 = \frac{-2}{3}$$

- نعوض في ص=م س+ب بالنقطة المعطاة لإيجاد ب

$$7 = -\frac{2}{3} \times 4 + ب$$

$$7 = \frac{-8}{3} + ب$$

$$ب = 7 + \frac{8}{3}$$

$$ب = \frac{29}{3}$$

- نوجد المعادلة المطلوبة بالتعويض في الصورة العامة ص=م س+ب

$$ص = \frac{-2}{3} س + \frac{29}{3}$$

٣ - ٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

مثال ٣ : حدد إذا كان المستقيمان في كلا مما يلي متوازيان أم متعامدان أم غير ذلك ؟؟

أ) ص=٤س+٣

٤س+ص=٣

- نكتب المعادلتين بصيغة الميل و المقطع
- المستقيم الأول ص=٤س+٣ ⟸ م١ = ٤
- المستقيم الثاني ص=-٤س+٣ ⟸ م٢=-٤
- م١ ≠ م٢
- م١×م٢=٤×(-٤)=-١٦≠-١
- ∴ المستقيمان غير ذلك

ب) ص=-٢س

٢س+ص=٣

- نكتب المعادلتين بصيغة الميل و المقطع
- المستقيم الأول ص=-٢س ⟸ م١ = -٢
- المستقيم الثاني ص=-٢س+٣ ⟸ م٢=-٢
- م١= م٢
- ∴ المستقيمان متوازيان

ج) ٣س+٥ص=١٠

٥س-٣ص=-٦

- نكتب المعادلتين بصيغة الميل و المقطع
- المستقيم الأول ٥ص=-٣س+١٠ ⟸ ص=$\frac{-٣}{٥}$ س+٢ ⟸ م١ = $\frac{-٣}{٥}$
- المستقيم الثاني -٣ص=-٥س-٦ ⟸ ص=$\frac{٥}{٣}$ س+٢ ⟸ م٢=$\frac{٥}{٣}$
- م١ ≠ م٢
- م١× م٢ = $\frac{-٣}{٥}$ × $\frac{٥}{٣}$ = -١
- ∴ المستقيمان متعامدان

٣ - ٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

٣٢) **اكتشف الخطأ :** يحاول فيصل وأسامة إيجاد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ والمار بالنقطة (-٣، ٥). فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

فيصل

ص - ٥ = -٣ [س - (-٣)]
ص - ٥ = -٣(س + ٣)
ص = -٣س - ٩ + ٥
ص = -٣س - ٤

أسامة

ص - ٥ = ٣ [س - (-٣)]
ص - ٥ = ٣(س + ٣)
ص = ٣س + ٩ + ٥
ص = -٣س + ١٤

إجابة فيصل صحيحة ؛ لأن أسامة أخطأ في إيجاد ميل المستقيم العمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ .

تطبيق : اكتب بصيغة الميل و نقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤،-١) و يتعامد أو يوازي المستقيم ص = $\frac{٧}{٢}$ س -٥

نوجد معادلة المستقيم الموازي للمستقيم المعطى :

- ميل المستقيم المعطى = م١ = $\frac{٧}{٢}$
- المستقيمان متوازيان ⟸

م١ = م٢ = $\frac{٧}{٢}$

- نعوض في

ص-ص١ = م (س-س١)

ص - (-١) = $\frac{٧}{٢}$ (س - ٤)

ص+١ = $\frac{٧}{٢}$ (س - ٤)

نوجد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم المعطى :

- ميل المستقيم المعطى = م١ = $\frac{٧}{٢}$
- المستقيمان متعامدان ⟸

م٢ = معكوس مقلوب م١

م٢ = $\frac{-٢}{٧}$

- نعوض في

ص-ص١ = م (س-س١)

ص - (-١) = $-\frac{٢}{٧}$ (س - ٤)

ص+١ = $-\frac{٢}{٧}$ (س - ٤)

٣ - ٤ المستقيمات المتوازية والمستقيمات المتعامدة

٣٢) **اكتشف الخطأ :** يحاول فيصل وأسامة إيجاد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ والمار بالنقطة (-٣، ٥). فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

فيصل

ص - ٥ = -٣ [س - (-٣)]
ص - ٥ = -٣(س + ٣)
ص = -٣س - ٩ + ٥
ص = -٣س - ٤

أسامة

ص - ٥ = ٣ [س - (-٣)]
ص - ٥ = ٣(س + ٣)
ص = ٣س + ٩ + ٥
ص = -٣س + ١٤

إجابة فيصل صحيحة ؛ لأن أسامة أخطأ في إيجاد ميل المستقيم العمودي على المستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢ .

تطبيق : اكتب بصيغة الميل و نقطة معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤،-١) و يتعامد أو يوازي المستقيم ص = $\frac{٧}{٢}$ س -٥

نوجد معادلة المستقيم الموازي للمستقيم المعطى :

- ميل المستقيم المعطى = م١ = $\frac{٧}{٢}$
- المستقيمان متوازيان ⟸

م١ = م٢ = $\frac{٧}{٢}$

- نعوض في

ص-ص١ = م (س-س١)

ص - (-١) = $\frac{٧}{٢}$ (س - ٤)

ص+١ = $\frac{٧}{٢}$ (س - ٤)

نوجد معادلة المستقيم العمودي على المستقيم المعطى :

- ميل المستقيم المعطى = م١ = $\frac{٧}{٢}$
- المستقيمان متعامدان ⟸

م٢ = معكوس مقلوب م١

م٢ = $\frac{-٢}{٧}$

- نعوض في

ص-ص١ = م (س-س١)

ص - (-١) = $-\frac{٢}{٧}$ (س - ٤)

ص+١ = $-\frac{٢}{٧}$ (س - ٤)

الفصل الرابع

المتباينات الخطية

٤ – ١ حل المتباينات بالجمع و الطرح

المتباينات :

عبارة رياضية مكونة من طرفين بينهما إشارة > أو < أو ≤ أو ≥

المتباينة	>	<	≤	≥
العبارة التي تدل على المتباينة	▪ أكبر من ▪ أكثر من	▪ أقل من ▪ أصغر من	▪ أكبر من أو يساوي ▪ على الأقل ▪ لا يقل عن	▪ أصغر من أو يساوي ▪ على الأكثر ▪ لا يزيد على

خصائص جمع و طرح المتباينات :

لأي أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ

١) إذا كان أ > ب فإن أ + جـ > ب + جـ لا تتغير إشارة التباين عند جمع أي عدد لطرفي المتباينة .

٢) إذا كان أ > ب فإن أ - جـ > ب - جـ لا تتغير إشارة التباين عند طرح أي عدد من طرفي المتباينة .

" خواص الجمع و الطرح تبقى صحيحة في حالة < أو ≤ أو ≥ "

الصفة المميزة للمجموعة :

تكتب مجموعة حل متباينة باستخدام الصفة المميزة للمجموع على الصورة : - { س | س " الصفة المميزة " }

٤ – ١ حل المتباينات بالجمع و الطرح

مثال ١ : أوجد حل كلا من المتباينات التالية و مثل الحل على خط الأعداد؟

أ) ف + ٦ > ٢

ف > ٢ – ٦

ف > -٤

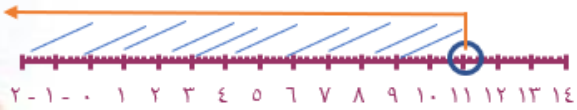
م . ح = { ف | ف > -٤ }

ب) ١٠ > ن – ١

١٠ + ١ > ن

١١ > ن

ن < ١١

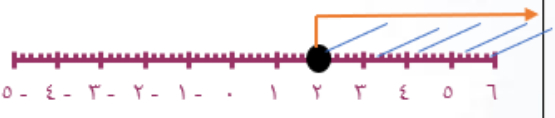


م . ح = { ن | ن < ١١ }

ج) ٥ هـ ≤ ٢ + ٤ هـ

٥ هـ - ٤ هـ ≤ ٢

هـ ≤ ٢

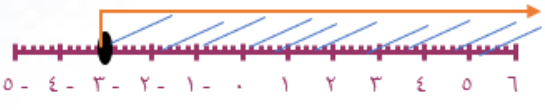


م . ح = { هـ | هـ ≤ ٢ }

د) ك + ٤ ≤ ١

ك ≤ ١ – ٤

ك ≤ -٣



م . ح = { ك | ك ≤ -٣ }

مثال ٢ : عرف كل متغير فيما يأتي ثم اكتب المتباينة و حلها ؟؟

أ) ناتج جمع عدد و أربعة لا يقل عن ١٠ ؟

- نفرض أن العدد = س
- نكون المتباينة : س + ٤ ≤ ١٠
- نحل المتباينة س ≤ ١٠ – ٤

س ≤ ٦

- ∴ م . ح = { س | س ≤ ٦ }

٤ – ١ حل المتباينات بالجمع والطرح

ب) ٩) **مدينة ألعاب:** تتحرك أرجوحة إلى الأمام وإلى الخلف وترتفع قليلًا في كل مرة بحيث لا يتجاوز أقصى ارتفاع لها ١٣٧ قدمًا. فإذا كان ارتفاع الأرجوحة بعد ٣٠ ثانية هو ٤٥ قدمًا، فكم قدمًا يمكن أن يزيد ارتفاعها على ذلك؟

- نفرض الارتفاع = ع
- نكون متباينة : ع + ٤٥ ≤ ١٣٧
- نحل المتباينة ع ≤ ١٣٧ – ٤٥
  ع ≤ ٩٢
- ∴ يجب ألا يزيد الارتفاع عن ٩٢ قدم

ج) ٢٠) مِثْلا عدد ما أكبر من مجموع ذلك العدد وَ ٩.

- نفرض العدد = ص
- نكون متباينة : ٢ ص > ص + ٩
- نحل المتباينة ٢ ص – ص > ٩
- ص > ٩
- ∴ م . ح = {ص | ص > ٩}

٤ – ٢ حل المتباينات بالضرب و القسمة

خصائص ضرب و قسمة المتباينات :

لأي أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ

١) إذا كان أ < ب فإن أ جـ < ب جـ ، جـ موجب لا تتغير إشارة التباين عند ضرب أي عدد موجب ف طرفي المتباينة .

٢) إذا كان أ < ب فإن أ جـ > ب جـ ، جـ سالب تتغير إشارة التباين عند ضرب طرفي المتباينة في عدد سالب .

٣) إذا كان أ < ب فإن أ ÷ جـ < ب ÷ جـ ، جـ موجب لا تتغير إشارة التباين عند قسمة طرفي المتباينة على عدد موجب .

٢) إذا كان أ < ب فإن أ ÷ جـ > ب ÷ جـ ، جـ سالب تتغير إشارة التباين عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب .

" خواص الضرب و القسمة تبقى صحيحة في حالة < أو ≤ أو ≥ "

مثال ١ : حل كلا من المتباينات التالية ؟؟

أ) $\frac{١}{٢}$ ن < ٣٠ $\frac{٢}{١} \times \frac{١}{٢}$ ن < ٣٠ × $\frac{٢}{١}$ ن < ٦٠ م . ح = { ن | ن < ٦٠ }	ب) $\frac{ف}{-٦}$ > -٧٢ $\frac{ف}{-٦} \times -٦$ < (-٧٢) × -٦ ف < ٤٣٢ م . ح = { ف | ف < ٤٣٢ }
ج) $\frac{ل٩}{٩}$ < $\frac{١٠٨}{٩}$ ل < ١٢ م . ح = { ل | ل < ١٢ }	د) – ٣ س ≥ -٣٣ $\frac{-٣ س}{-٣} \leq \frac{-٣٣}{-٣}$ س ≤ ١١ م . ح = { س | س ≤ ١١ }

٤ – ٢ حل المتباينات بالضرب والقسمة

٧) **نقود:** يحتاج رائد إلى ٥٦٠ ريالًا على الأقل لتغطية نفقات رحلته. وقد بدأ بتوفير ٢٥ ريالًا من مصروفه كل أسبوع. فبعد كم أسبوع يمكنه القيام بالرحلة؟

- نفرض عدد الأسابيع اللازمة لتغطيات نفقات الرحلة = س
- نكون متباينة : $٢٥ س \geq ٥٦٠$
- حل المتباينة $\frac{٢٥ س}{٢٥} \geq \frac{٥٦٠}{٢٥}$
- $س \geq ٢٢,٤$
- ∴ يحتاج رائد أن يوفر مدة ٢٣ أسبوع حتى يجمع المبلغ الكافي للرحلة .

٢١) **متحف:** أراد مدرس التاريخ في مدرسة متوسطة اصطحاب طلابه لزيارة متحف. فإذا كان سعر بطاقة دخول المتحف للفرد ٨ ريالات. فما عدد الطلاب الذين يمكن أن يزوروا المتحف بمبلغ ٢٦٠ ريالًا؟

- نفرض عدد الطلاب = س
- نكون متباينة : $٨ س \geq ٢٦٠$
- حل المتباينة $\frac{٨س}{٨} \geq \frac{٢٦٠}{٨}$
- $س \geq ٣٢,٥$
- ∴ عدد الطلاب لا يزيد عن ٣٢ طالب .

٢٩) **اكتشف الخطأ:** حل كل من طلال وجمال المتباينة $٦ د \leq -٨٤$. فأيّهما كانت إجابته صحيحة؟ اشرح تبريرك.

طلال	جمال
$٦ د \leq -٨٤$	$٦ د \leq -٨٤$
$\frac{٦ د}{٦} \leq \frac{-٨٤}{٦}$	$\frac{٦ د}{٦} \geq \frac{-٨٤}{٦}$
$د \leq -١٤$	$د \geq -١٤$

إجابة طلال صحيحة ؛ لأن جمال غير إشارة التباين عندما قسم على عدد موجب .

٤ – ٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

حل المتباينات المتعددة الخطوات :

يمكن حل المتباينات المتعددة الخطوات بإلغاء أثر العمليات بالطريقة نفسها التي اتبعتها في حل المعادلات المتعددة الخطوات .

مثال ١ : حل كل متباينة فيما يلي ؟

أ) $-٣س+٧>٤٣$

$-٣س>٤٣-٧$

$-٣س>٣٦$

$\frac{-٣س}{-٣} > \frac{٣٦}{-٣}$

$س > -١٢$

$\therefore$ م . ح = $\{س \mid س > -١٢\}$

ب) $-٣(٧ن+٣)>٦ن$

$-٢١ن - ٩ > ٦ن$

$٢١ن - ٦ن > ٩$

$-٢٧ن > ٩$

$\frac{-٢٧ن}{-٢٧} < \frac{٩}{-٢٧}$

$ن < -\frac{١}{٣}$

$\therefore$ م . ح = $\{ن \mid ن < -\frac{١}{٣}\}$

ج) $\frac{-٥}{٤}ص + ٦ > ١٢$

$\frac{-٥}{٤}ص > ١٢ - ٦$

$\frac{-٥}{٤}ص > ٦$

$\frac{٤}{-٥} \times \frac{-٥}{٤}ص < \frac{٤}{-٥} \times ٦$

$ص < \frac{-٢٤}{٥}$

$ص < ٤,٨$

$\therefore$ م . ح = $\{ص \mid ص < ٤,٨\}$

٤ – ٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

مثال ٢ : عرف المتغير ، و اكتب المتباينة و حلها ثم تحقق من صحة الحل :

١١) ثلاثة أرباع عدد ناقص تسعة يساوي على الأقل اثنين وأربعين.

- نفرض العدد = س
- نكون المتباينة : $\frac{٣}{٤}$ س – ٩ ≤ ٤٢
- نحل المتباينة

$\frac{٣}{٤}$ س ≤ ٤٢ + ٩

$\frac{٣}{٤}$ س ≤ ٥١

$\frac{٤}{٣} \times \frac{٣}{٤}$ س ≤ $\frac{٤}{٣} \times$ ٥١

س ≤ ٦٨

∴ م . ح = { س | س ≤ ٦٨ }

للتحقق نختار عدد أكبر من ٦٨

$\frac{٣}{٤}$ س – ٩ ≤ ٤٢

$\frac{٣}{٤} \times$ ٧٠ – ٩ ≤ ٤٢

٥٢,٥ – ٩ ≤ ٤٢

٤٣,٥ < ٤٢

٨) تسوق: يريد سليمان شراء حاسوب ثمنه ٢١٩٥ ريالًا وعدد من البرمجيات التعليمية ثمن الواحدة ٥٠ ريالًا. فإذا كان معه ٢٥٠٠ ريال، فاكتب متباينة لإيجاد أكبر عدد من البرمجيات يمكن أن يشتريها، ثم حلها، وفسِّر إجابتك.

- نفرض عدد البرمجيات = ص
- نكون المتباينة : ٥٠ س + ٢١٩٥ ≥ ٢٥٠٠
- نحل المتباينة

٥٠ س ≥ ٢٥٠٠ – ٢١٩٥

٥٠ س ≥ ٣٠٥

$\frac{٥٠ س}{٥٠} \geq \frac{٣٠٥}{٥٠}$

س ≥ ٦,١

- ∴ عدد البرمجيات ٦ على الأكثر .

للتحقق نختار عدد أقل من ٦,١

٥٠ س + ٢١٩٥ ≥ ٢٥٠٠

٥٠ × ٤ + ٢١٩٥ ≥ ٢٥٠٠

٢٠٠ + ٢١٩٥ ≥ ٢٥٠٠

٢٣٩٥ > ٢٥٠٠

٤ – ٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

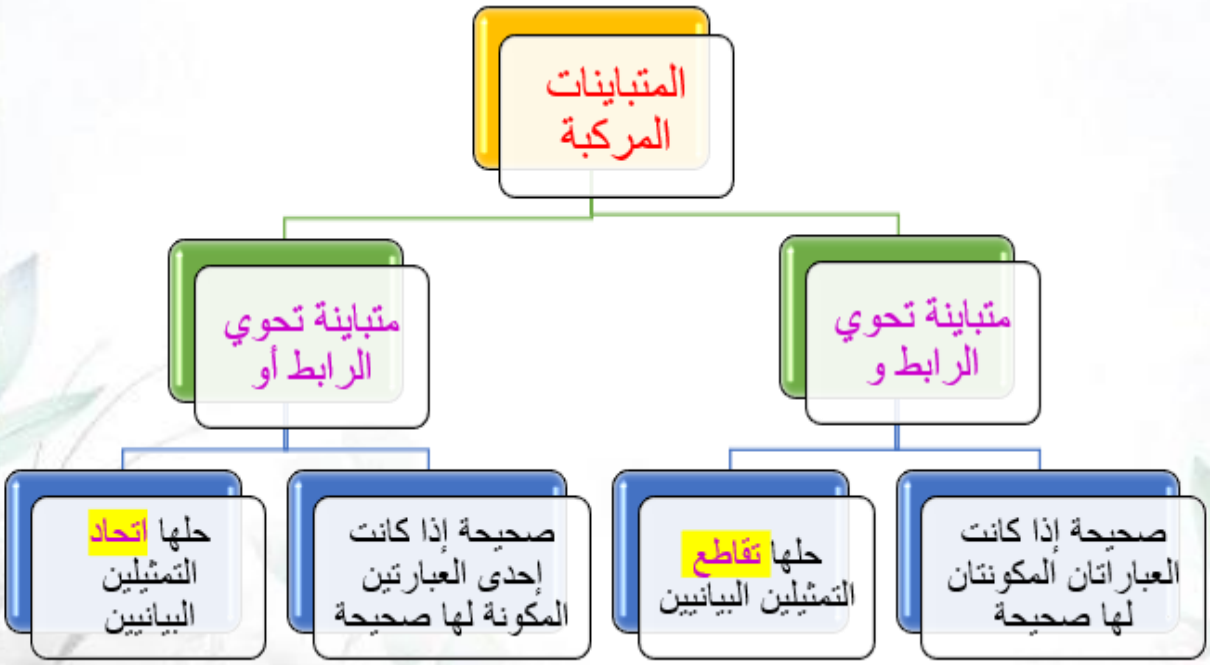
٢٩) حدِّد المتباينة التي تختلف عن المتباينات الثلاث الأخرى. وفسِّر إجابتك.

٤ص + ٩ > -٣	٣ص - ٤ > ٥	-٢ص + ١ < -٥	-٥ص + ٢ < -١٣
٤ص +٩>-٣	٣ص -٤>٥	-٢ص +١<-٥	-٥ص +٢>-١٣
٤ص>-٣-٩	٣ص>٥+٤	-٢ص>-٥-١	-٥ص>-١٣-٢
٤ص>-١٢	٣ص>٩	-٢ص>-٦	-٥ص>-١٥
$\frac{٤ص}{٤} > \frac{-١٢}{٤}$	$\frac{٣ص}{٣} > \frac{٩}{٣}$	$\frac{-٢ص}{-٢} < \frac{-٦}{-٢}$	$\frac{-٥ص}{-٥} < \frac{-١٥}{-٥}$
ص > -٣	ص > ٣	ص > ٣	ص > ٣

∴ المتباينة المختلفة هي المتباينة الأولى ؛ لأن حلها ص > -٣

بينما حل بقية المتباينات ص > ٣

٤ – ٤ حل المتباينات المركبة



٤ – ٤ حل المتباينات المركبة

مثال ١ : حل كلا من المتباينات المركبة الآتية و مثل مجموعة الحل بيانيا ؟؟

أ) ٢ ≤ ق + ٤ < ٧

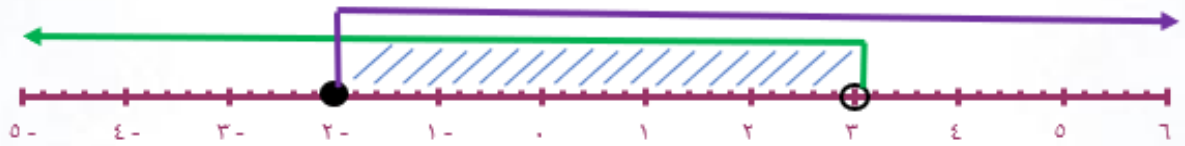
نكتب المتباينة على صورة متباينتين باستعمال الرابط (و) ثم نحلها

٢ ≤ ق + ٤ وَ ق + ٤ < ٧

٢ – ٤ ≤ ق ق < ٧ – ٤

-٢ ≤ ق ق < ٣

ق ≥ -٢



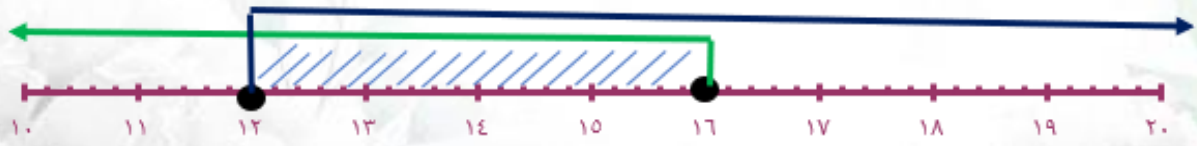
∴ م . ح = {ق | -٢ ≤ ق < ٣}

ب) ٤ ≤ ق – ٨ وَ ق – ١٤ ≥ ٢

٤ + ٨ ≤ ق ق ≥ ٢ + ١٤

١٢ ≤ ق ق ≥ ١٦

ق ≥ ١٢



∴ م . ح = {ق | ١٢ ≤ ق ≤ ١٦}

٤ – ٤ حل المتباينات المركبة

ج) ر + ٦ < - ٨ أو ر – ٣ > - ١٠

ر < -٨ -٦

ر < - ١٤

ر > -١٠ + ٣

ر > - ٧

∴ م . ح = { ر | ر < -١٤ أو ر > -٧ }

د) س ≥ ٩ أو ٢ + ٤ س < ١٠

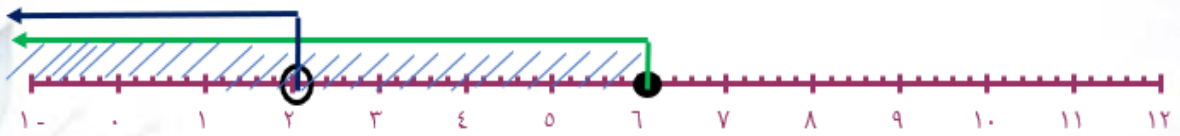
س ≥ ٩

٤ س < ١٠ – ٢

٤ س < ٨

$\frac{٤س}{٤} < \frac{٨}{٤}$

س < ٢



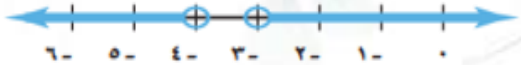
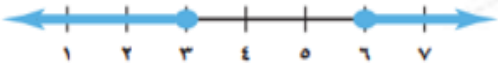
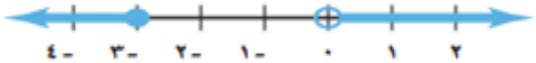
∴ م . ح = { س | س ≥ ٩ }

إذا كان الرابط وَ فإن

م . ح = { س | س < ٢ }

٤ – ٤ حل المتباينات المركبة

مثال ٢ : اكتب متباينة مركبة تُعبر عن كل تمثيل فيما يلي ؟؟

(١٢		١- ≤ س ≤ ٤
(١٣		س > ٣- أو س < ٤-
(١٤		س ≤ ٦ أو س ≥ ٣
(١٥		س > ٠ أو س ≥ ٣-

٢٦) **اكتشف الخطأ :** حلَّ كل من سعد ومسفر المتباينة ٣ < ٢ س – ٥ < ٧. فأيهما إجابته صحيحة؟ وضح تبريرك.

سعد	مسفر
٣ < ٢س – ٥ < ٧	٣ < ٢س – ٥ < ٧
٨ < ٢س < ١٢	١٢ < ٢س < ٣
٤ < س < ٦	$\frac{٣}{٢}$ < س < ٦

حل سعد صحيح ؛ لأن مسفر لم يضيف ٥ للطرف الأول .

٤ – ٥ حل المتباينات التي تتضمن قيمة مطلقة

مثال ١ : حل كلا من المتباينات التالية و مثل الحل على خط الأعداد ؟؟

١) | ٢ جـ - ١ | ≥ ٧

- أعيد كتابة المتباينة كمتباينة مركبة باستخدام الرابط وَ

٢ جـ - ١ ≥ ٧ وَ -(٢ جـ - ١) ≥ ٧

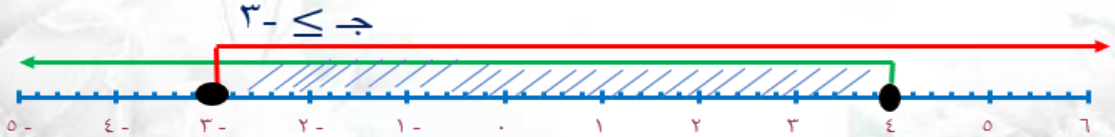
٢ جـ ≥ ٧ + ١ -٢جـ + ١ ≥ ٧

٢ جـ ≥ ٨ -٢ جـ ≥ ٧ – ١

$\frac{٢ جـ}{٢} \geq \frac{٨}{٢}$ -٢ جـ ≥ ٦

جـ ≥ ٤ $\frac{-٢جـ}{-٢} \leq \frac{٦}{-٢}$

جـ ≤ -٣



∴ م . ح = { جـ | -٣ ≤ جـ ≤ ٤ }

٤ – ٥ حل المتباينات التي تتضمن قيمة مطلقة

٢) | ك – ٥ | < ٣

- أعيد كتابة المتباينة كمتباينة مركبة باستخدام الرابط وَ

ك – ٥ < ٣ وَ – (ك – ٥) < ٣

ك < ٣ + ٥ – ك + ٥ < ٣

ك < ٨ – ك < ٣ – ٥

– ك < – ٢

$\frac{-ك}{-١} > \frac{-٢}{-١}$

ك > ٢

∴ م . ح = { ك | ٢ < ك < ٨ }

٣) | ت + ٤ | ≥ -٢

- هذه المتباينة تعني أن المسافة من ت إلى ٤ أقل من أو يساوي (- ٢)
- و هذه عبارة عير صحيحة
- ∴ م . ح = ∅

٤) | ب – ٢ | ≤ ٨

- أعيد كتابة المتباينة كمتباينة مركبة باستخدام الرابط أو

ب – ٢ ≤ ٨ أو – (ب – ٢) ≤ ٨

ب ≤ ٨ + ٢ – ب + ٢ ≤ ٨

ب ≤ ١٠ – ب ≤ ٨ – ٢

– ب ≤ ٦

$\frac{-ب}{-١} \geq \frac{٦}{-١}$

ب ≥ - ٦

∴ م . ح = { ب | ب ≤ ١٠ أو ب ≥ -٦ }

٤ – ٥ حل المتباينات التي تتضمن قيمة مطلقة

هـ) | ٥ ل + ٣ | > -٩

- أعيد كتابة المتباينة كمتباينة مركبة باستخدام الرابط أو د

٥ ل + ٣ > -٩ أو -(٥ ل + ٣) > -٩

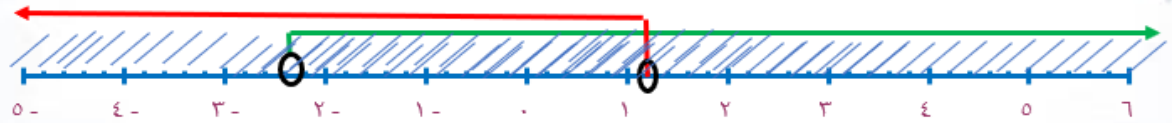
٥ ل > -٩ -٣ -٥ ل – ٣ > -٩

٥ ل > -١٢ -٥ ل > -٩ + ٣

$\frac{٥ل}{٥} > \frac{-١٢}{٥}$ -٥ ل > -٦

ل > -٢,٤ $\frac{-٥ل}{-٥} < \frac{-٦}{-٥}$

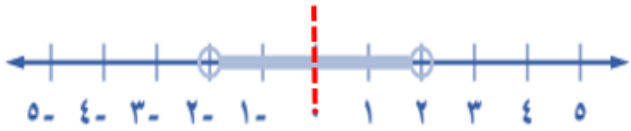
ل < ١,٢



∴ م . ح = { ل | ل عدد حقيقي }

اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:

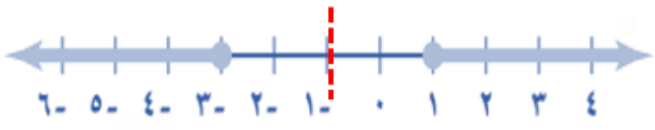
(٢٨



| س – ٠ | < ٢

| س | < ٢

(٢٩



| س – (-١) | ≤ ٢

| س + ١ | ≤ ٢

(٣٠

| س – ٥,٥ | > ٤,٥

| س – المنتصف | < المسافة بين نقطة و المنتصف

| س – المنتصف | > المسافة بين نقطة و المنتصف

٤ – ٥ حل المتباينات التي تتضمن قيمة مطلقة

٣٦) **اكتشف الخطأ:** مثّل أحمد حل المتباينة $|٢أ - ٣| > ١$.
كما في الشكل المجاور. فهل كان على صواب؟ فسّر إجابتك.

$$|٢أ - ٣| > ١$$

- أعيد كتابة المتباينة كمتباينة مركبة باستخدام الرابط أو

	أو	
$٢أ - ٣ > ١$		$-(٢أ - ٣) > ١$
$٢أ > ١ + ٣$		$-٢أ + ٣ > ١$
$٢أ > ٤$		$-٢أ > ١ - ٣$
$\frac{٢أ}{٢} > \frac{٤}{٢}$		$-٢أ > -٢$
$أ > ٢$		$\frac{-٢أ}{-٢} < \frac{-٢}{-٢}$
		$أ < ١$

$\therefore$ م . ح = $\{أ \mid أ > ٢$ أو $أ < ١\}$

$\therefore$ تمثيل أحمد غير صحيح .

المراجع

- كتاب الطالب للصف الثالث متوسط عام ١٤٤٢هـ
- كتاب المعلم للصف الثالث متوسط
- قناة عين التعليمية
- منتديات يزيد التعليمية
- شبكة الرياضيات التعليمية
- سلسلة العبيكان لتبسيط الرياضيات

خاتمة

الحمد لله الذي هدانا و أعاننا إلى ما بلغناه من نتائج و أفكار .... الحمد لله على التمام

أتمنى أن أكون قد وفقت في عرض كل مفيد و مهم في هذا العمل المتواضع ....و ما حصل من صواب فمن الله العزيز الكريم و ما حصل من خطأ أو تقصير فمن النفس و الشيطان ....

تمنياتي للجميع بالتوفيق و النجاح و آخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين.