

الفصل

الرياضيات

سلسلة عروض رفعه الرياضيات

رياضيات 2-1

الفصل الدراسي الثاني

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد



بسم الله الرحمن الرحيم

أما بعد:

نبذة تعريفية لمجموعة رِفعة :

هي مجموعة تُدار من قبل معلمي ومعلمات الرياضيات من جميع أنحاء المملكة، وهي قائمة على التطوير المهني لجميع المعلمين والمعلمات، وابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام، والإنتاج الموثق لكل ما يخص الرياضيات والتعليم العام. ويهدف التسهيل والتيسير لمادة الرياضيات، تقدم مجموعة رِفعة بين أيديكم هذا العمل ضمن "سلسلة عروض رِفعة"

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

الأستاذة / تغريد باجنيد

**نفيدكم علماً بأنه تم تسجيل عملكم الموسوم:
سلسلة عروض رفعة الرياضيات ٢-١**

تحت رقم إيداع / ٨١٢٣ / ١٤٤٣

وتاريخ / ٠٧ / ٠٨ / ١٤٤٣ هـ

رقم ردمك / ٩٧٨-٦٠٣-٠٣-٩٩٤٨-٢

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد





المثلثات المتطابقة

الفصل
3

التهيئة للفصل 3

3-1 تصنيف المثلثات.....

3-2 زوايا المثلثات.....

3-3 المثلثات المتطابقة.....

3-4 إثبات تطابق المثلثات SAS, SSS.....

3-5 إثبات تطابق المثلثات AAS, ASA.....

3-6 المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع....

3-7 المثلثات والبرهان الإحداثي.....

3

٣

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

اليوم

التاريخ



3-1

PDF Eraser Free المثلثات المتطابقة
Congruent Triangles

الفصل
3

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

استفتاح

دعاء

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-1



السلامة

أولاً

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علماً



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمتة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٦

3-1



اليوم
التاريخ

استراتيجية شريط الذكريات



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

المفردات:

المثلث الحاد الزوايا

acute triangle

المثلث المنفرج الزاوية

obtuse triangle

المثلث القائم الزاوية

right triangle

المثلث المتطابق الأضلاع

equilateral triangle

المثلث المتطابق الضلعين

isosceles triangle

المثلث المختلف الأضلاع

scalene triangle

فيما سيقت:

درست قياس الزوايا
وتصنيفها.

(مهارة سابقة)

والآن:

■ أستعمل تصنيف المثلثات
وفقاً لأضلاعها أو زواياها
في إيجاد قيم مجهولة.

3-1

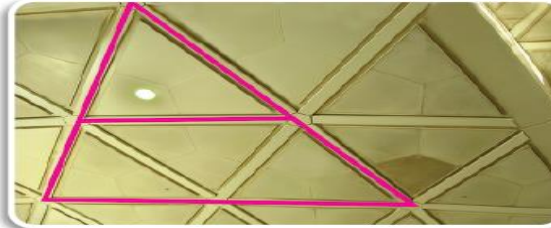
اليوم
التاريخ



لماذا؟

لماذا؟

يعدُّ المثلث عنصراً زخرفياً مميزاً في العمارة التقليدية في المملكة العربية السعودية، كما يلاحظ ذلك في صالات المسافرين بمطار الملك خالد الدولي بمدينة الرياض.



3-1

اليوم
التاريخ



استراتيجية جدول التعلم

ماذا أعرف ؟ 	ماذا أريد أن أتعلم 	ماذا تعلمت ؟ 

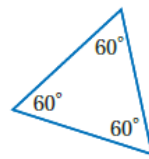
3-1

اليوم
التاريخ

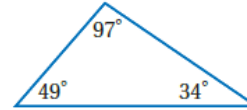
تحقق من فهمك



صنّف كلّ من المثلثين الآتيين وفقاً لزاوياه:



(1B)



(1A)

أضف إلى

مطويتك

تصنيف المثلثات وفقاً لزاويها

مفهوم أساسي



مثلث قائم الزاوية



إحدى الزوايا قائمة

مثلث منفرج الزاوية

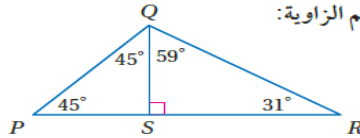


إحدى الزوايا منفرجة

مثلث حاد الزوايا



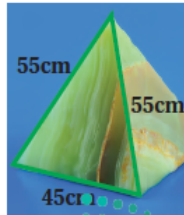
3 زوايا حادة



صنّف $\triangle PQR$ إلى حادّ الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية:

تحقق من فهمك ✓

(2) استعمل الشكل أعلاه لتصنيف $\triangle PQS$ إلى: حادّ الزوايا أو متطابق الزوايا أو منفرج الزاوية أو قائم الزاوية.



تحقق من فهمك ✓

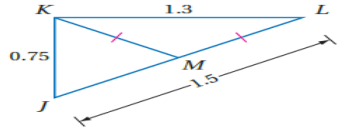
(3) قيادة السيارة والسلامة: صنّف شكل زرّ ضوء الخطر في الهامش يمين الصفحة وفقاً لأضلاعه.

وزارة التعليم

Ministry of Education

2021-2022

صنّف كلاً من المثلثين الآتيين وفقاً لزواياه :



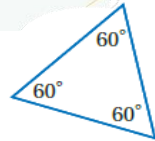
إذا كانت M نقطة منتصف JL ، فصنّف $\triangle JKM$ إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع. ووضّح إجابتك.

تحقق من فهمك

4 صنّف $\triangle KML$ إلى متطابق الأضلاع أو متطابق الضلعين أو مختلف الأضلاع. ووضّح إجابتك.



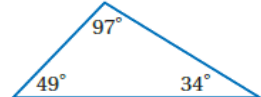
(1B)



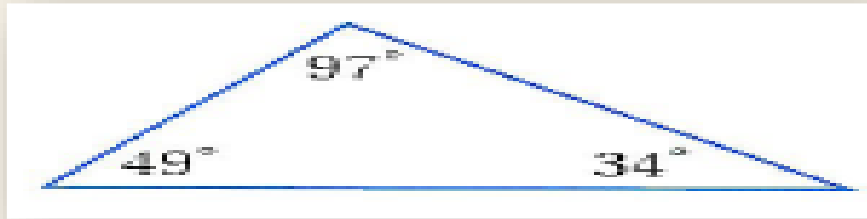
تحقق من فهمك

صنّف كلاً من المثلثين الآتيين وفقاً لزواياه:

(1A)



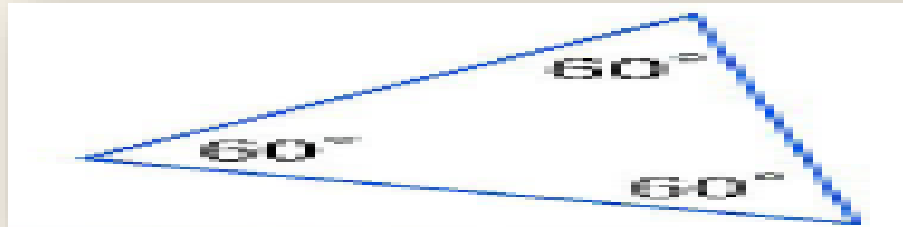
صنّف كلاً من المثلثين الآتيين وفقاً لزاوياه :



1A)

زاوية منفرجة 97° من الشكل نلاحظ أن
وبالتالي المثلث منفرج الزاوية .

1B)



من الشكل نلاحظ أن جميع الزوايا لها القياس نفسه
وبالتالي المثلث متطابق الزوايا

مفهوم أساسي تصنيف المثلثات وفقاً لأضلاعها

أنشأ مظهر

مثلث مختلف الأضلاع	مثلث متطابق الضلعين	مثلث متطابق الأضلاع
لا توجد أضلاع متطابقة	ضلعان على الأقل متطابقان	3 أضلاع متطابقة

أولاً: نوجد قيمة y كما يلي :

معطى	FG	$GH =$
بالتعويض	$2y + 5$	$3y - 3 =$
طرح $2y$ من الطرفين	$y - 3 = 5$	

$y = 8$ إضافة 3 للطرفين

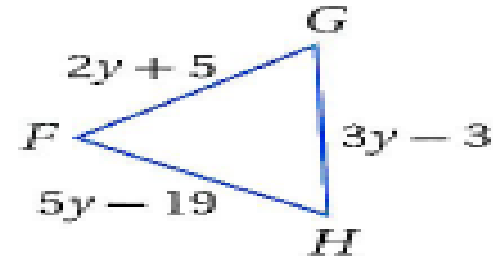
ثانياً: نعوض عن $y = 8$ في أحد الأضلاع ثم نوجد أطوال الأضلاع الأخرى كما يلي :

$$FG = 2y + 5 = 2(8) + 5 = 16 + 5 = 21$$

وبالتالي : $FG = GH = HF = 21$

لأن المثلث متطابق الأضلاع .

أوجد قياسات أضلاع المثلث المتطابق الأضلاع FGH .

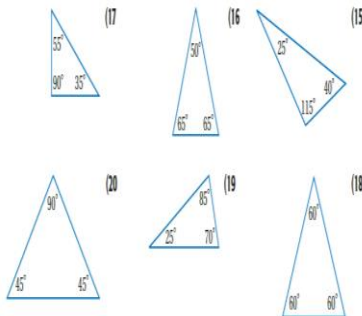


اليوم التاريخ

3-1

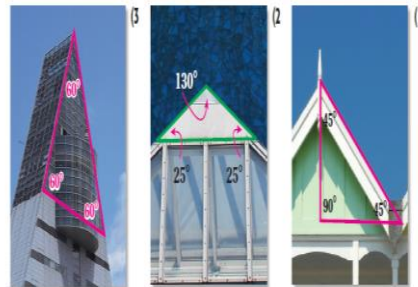
تدريب وحل المسائل

المثال 1 صنف كلًا من المثلثات الآتية وفقًا لزواياها:



تأكد

المثال 1 فن العمارة: صنف كلًا من المثلثات الآتية وفقًا لزواياها.



نصنف المثلث في الشكل المجاور حسب زواياه
بأنه

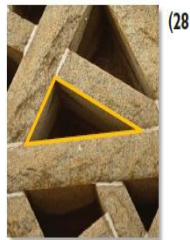
١ - حاد الزوايا

٢ - متطابق الزوايا

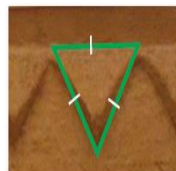
٤ - قائم الزاوية

٣ - منفرج
الزاوية

المثال 3 صنف كلًا من المثلثين الآتيين وفقًا لأضلاعاه:



(28)

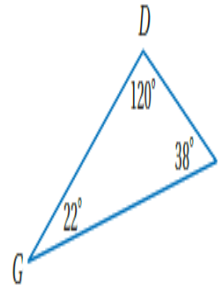


(27)

3-1

اليوم
التاريخ

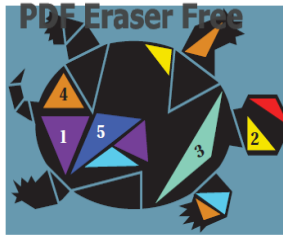
مهارات التفكير العليا



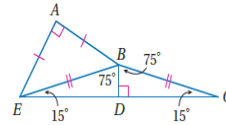
44) **اكتشف الخطأ:** نقول ليلي: إن $\triangle DFG$ منفرج الزاوية،

لكن نوال لا توافقها الرأي وتقول: إن عدد الزوايا الحادة في المثلث أكثر من عدد الزوايا المنفرجة؛ لذا فإن المثلث حادّ الزوايا. أثبتهما كانت إجابتها صحيحة؟ فسر إجابتك.

الواجب المنزلي



34 فن تشكيلي: صنّف كلّاً من المثلثات المرقمة في الشكل وفق زواياه ثم وفق أضلاعه. استعمل المثلث القائم الزاوية لتصنيف الزوايا، والمسطرة لقياس الأضلاع.



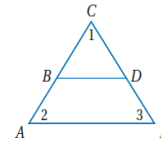
صنّف كلّاً من المثلثات الظاهرة في الشكل المجاور وفق زواياه، ثم وفق أضلاعه:

(35) $\triangle ABE$ (36) $\triangle EBC$ (37) $\triangle BDC$

هندسة إحداثية: أوجد أطوال أضلاع $\triangle XYZ$ في كلّ من السؤالين الآتيين، وصنّفه وفق أضلاعه:

(38) $X(-5, 9), Y(2, 1), Z(-8, 3)$ (39) $X(7, 6), Y(5, 1), Z(9, 1)$

40 برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين تبين فيه أنّ $\triangle BCD$ متطابق الزوايا، إذا كان $\triangle ACE$ متطابق الزوايا، وكانت $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$.



جبر: أوجد قيمة x وأطوال أضلاع المثلث في كلّ مما يأتي:

3-1

اليوم

التاريخ

لكم خالص
الشكر
والتقدير



اليوم

التاريخ

زوايا المثلثات
Angles of Triangles

3-2

3-2

زوايا المثلثات

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٢٠

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

استفتاح

دعاء

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

السلامة

اولا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمتة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-2



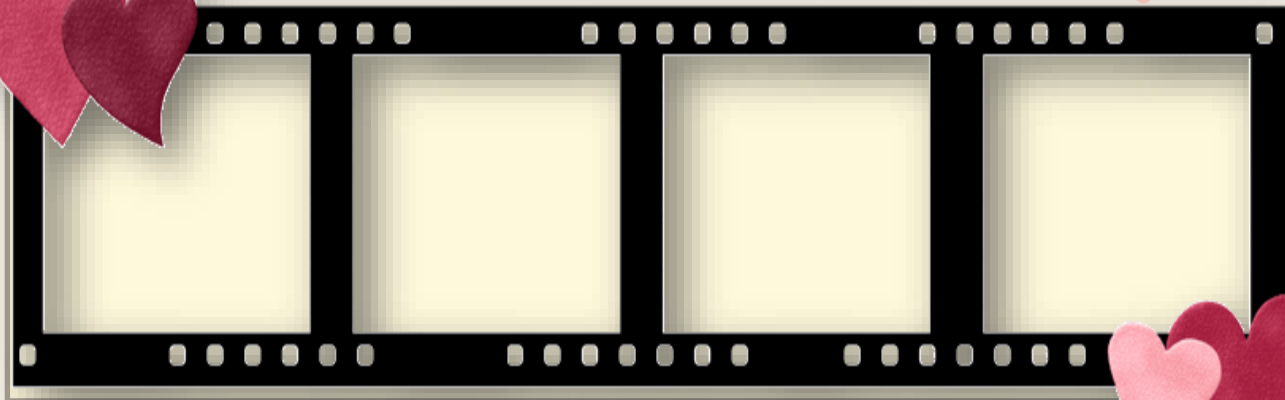
زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

اليوم

التاريخ

استراتيجية شريط الذكريات



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٢٣

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

جدول

تعلم

استراتيجية
جدول التعلم

كيف أتتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٢٤

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

الحوار
و
المناقشة



المفردات:

المستقيم المساعد

auxiliary line

الزاوية الخارجية

exterior angle

الزاويتان الداخليتان

البعيدتان

remote interior angles

البرهان التسلسلي

flow proof

النتيجة

corollary



فيما سبق:

درست تصنيف المثلثات وفقاً
لقياسات أضلاعها وزواياها.

(الدرس 1-3)



والآن:

- أطبق نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث.
- أطبق نظرية الزاوية الخارجية للمثلث.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٢٥

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

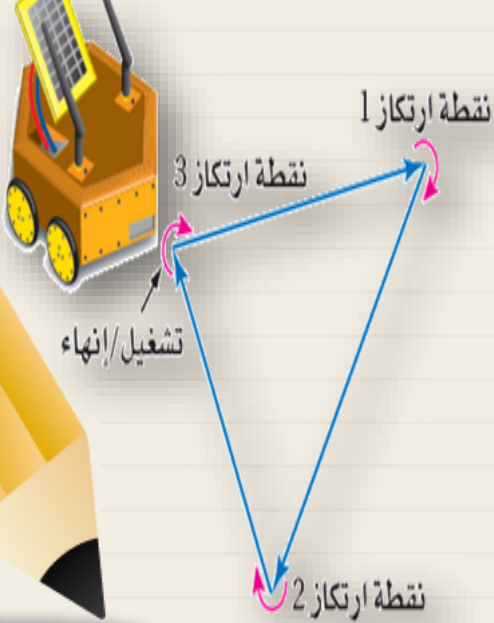
3-2

العصف

الذهني

لماذا؟

يرعى أحد معاهد التقنية مسابقة سنوية، حيث يصمم الطلاب روبوتاً آلياً يؤدي مهام مختلفة. وقد تمت برمجة هذا الروبوت الآلي في أحد الاختبارات ليتحرك في مسار على شكل مثلث. على أن يكون مجموع قياسات الزوايا التي ينعطف فيها الروبوت الآلي عند نقاط الارتكاز الثلاث ثابتاً دائماً.



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

اليوم
التاريخ

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث: تُعبر نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث عن العلاقة بين الزوايا الداخلية لأي مثلث.



أضف إلى

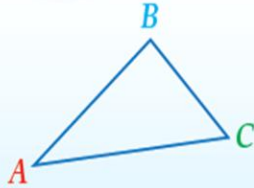
مطوبتك

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

نظرية 3.1

التعبير اللفظي: مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180°

مثال: $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

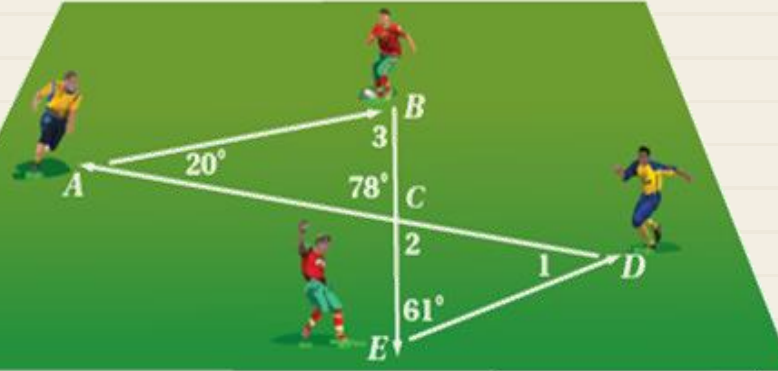
3-2

الحوار
و
المناقشة

استعمال نظرية مجموع زوايا المثلث

مثال 1 من واقع الحياة

كرة قدم: يبيّن الشكل مسار الكرة في تدريب على تمريرات نفذها أربعة لاعبين. أوجد قياسات الزوايا المرقمة.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٢٨

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

اليوم

التاريخ

افهم: المعطيات: في الشكل أعلاه، قياس الزاويتين A, C في المثلث ABC $20^\circ, 78^\circ$ ،
قياس الزاوية E في المثلث CED يساوي 61°
المطلوب: إيجاد قياسات الزوايا المرقمة.

خطط: أوجد $m\angle 3$ باستعمال نظرية مجموع زوايا المثلث مستعملاً قياسَي الزاويتين الآخرين في $\triangle ABC$. ثم استعمل نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس لإيجاد $m\angle 2$ ، وعندها يمكنك إيجاد $m\angle 1$ في $\triangle CDE$

حل: $m\angle 3 + m\angle BAC + m\angle ACB = 180^\circ$ نظرية مجموع زوايا المثلث

$m\angle 3 + 20^\circ + 78^\circ = 180^\circ$ عوض

$m\angle 3 + 98^\circ = 180^\circ$ بسط

$m\angle 3 = 82^\circ$ اطرح 98 من الطرفين

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-2



زوايا المثلثات Angles of Tringles

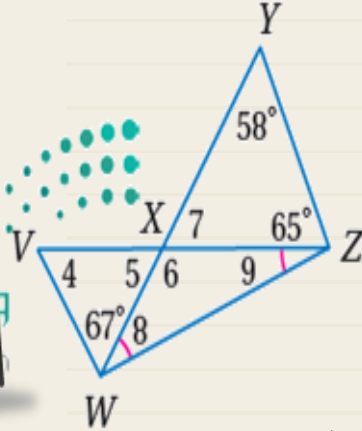
3-2

السيبورة
البيضاء

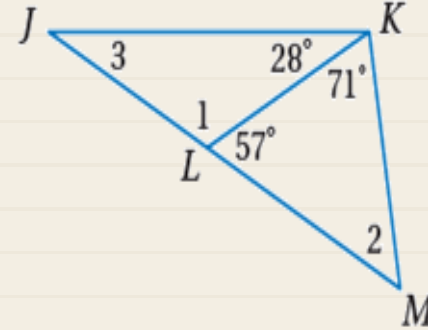
تحقق من فهمك



أوجد قياسات الزوايا المرقمة فيما يأتي:



(1B)



(1A)

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

3-2



زوايا المثلثات Angles of Trangles

3-2

الحوار
و
المناقشة

نظرية الزاوية الخارجية للمثلث: بالإضافة إلى الزوايا الداخلية الثلاث، يمكن أن يكون للمثلث زوايا خارجية كلٌّ منها تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد ضلع مجاور له. ولكل زاوية خارجية زاويتان داخليتان بعيدتان غير مجاورتين لها.

زاوية خارجية لـ $\triangle ABC$ ،
وزاويتاها الداخليتان البعيدتان
هما $\angle 1$ ، $\angle 3$.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

الاستقراء



البرهان

المعطيات: $\triangle ABC$
المطلوب: $m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

برهان تسلسلي:

$\angle 1, \angle 2$ زاويتان متجاورتان على مستقيم

تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم

$\angle 1, \angle 2$ متكاملتان

الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان

$m\angle 1 + m\angle 2 = 180$

تعريف الزاويتين المتكاملتين

$\triangle ABC$

معطى

$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = 180$

نظرية مجموع زوايا المثلث

$m\angle A + m\angle B + m\angle 2 = m\angle 1 + m\angle 2$

بالتعويض

$m\angle A + m\angle B = m\angle 1$

بالمطرح

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٣٢

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

اليوم
التاريخ

في البرهان التسلسلي تُستعمل عبارات مكتوبة في مستطيلات، وأسهم تبين التسلسل المنطقي لهذه العبارات. ويكتب أسفل كل مستطيل السبب الذي يبرّر العبارة المكتوبة داخله، ويمكنك برهنة نظرية الزاوية الخارجية باستعمال البرهان التسلسلي كما يأتي.

إرشادات للدراسة

البرهان التسلسلي
يمكن أن يكتب البرهان
التسلسلي بصورة رأسية
أو أفقية.

قراءة الرياضيات

البرهان بالمخطط
التسلسلي
يُسمى البرهان التسلسلي
أحياناً البرهان بالمخطط
التسلسلي.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

الحوار
و
المناقشة

مثال 2 من واقع الحياة استعمال نظرية الزاوية الخارجية

اللياقة البدنية: أوجد قياس $\angle JKL$ في الوضع الذي يظهر فيه المتدرب في الصورة.

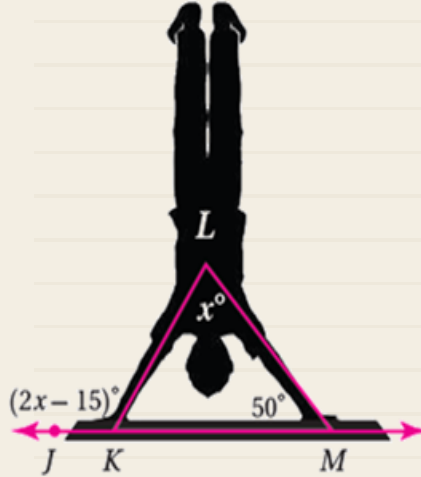
نظرية الزاوية الخارجية $m\angle KLM + m\angle LMK = m\angle JKL$

عوض $x + 50 = 2x - 15$

اطرح x من الطرفين $50 = x - 15$

اجمع 15 إلى الطرفين $65 = x$

لذا فإن $m\angle JKL = (2(65) - 15)^\circ = 115^\circ$



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٣٤

3-2

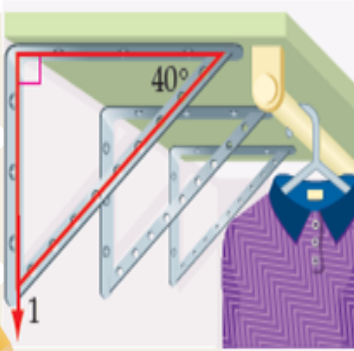


زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

السيبورات
البيضاء

تحقق من فهمك



(2) تنظيم خزانة الملابس: تثبت لطيفة جسور الرفوف على جدار خزانتها. ما قياس $\angle 1$ التي يصنعها الجسر مع جدار الخزانة؟

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٣٥

3-2



زوايا المثلثات Angles of Trangles

3-2

خرائط
المفاهيم

زوايا المثلث

قياس الزوايا الخارجية في المثلث

مجموع قياسات زوايا المثلث

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٣٦

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

النتيجة

النتيجة هي نظرية يكون برهانها مبنياً على نظرية أخرى، ويمكن استعمال النتيجة كأى نظرية أخرى لتبرير خطوات برهان آخر، أو حل أسئلة ذات علاقة، وفيما يلي نتائج مباشرة لنظرية مجموع زوايا المثلث:

أضف إلى
مطوياتك

مجموع زوايا المثلث

نتيجتان

3.1 الزاويتان الحادتان في أي مثلث قائم الزاوية متتامتان.

مثال: إذا كانت $\angle C$ قائمة، فإن $\angle A, \angle B$ زاويتان متتامتان.



3.2 توجد زاوية قائمة واحدة، أو زاوية منفرجة واحدة على الأكثر في أي مثلث.

مثال: إذا كانت $\angle L$ قائمة، فإن $\angle J, \angle K$ زاويتان حادتان.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

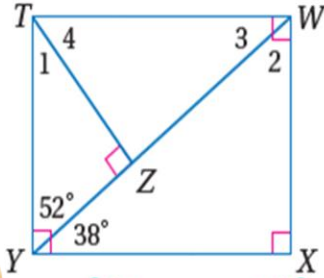
3-2

تحقق

مثال 3

إيجاد قياسات الزوايا في مثلثات قائمة الزاوية

أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في الشكل المجاور.



زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية

عوض

اطرح 52 من الطرفين

$$m\angle 1 + m\angle TYZ = 90^\circ$$

$$m\angle 1 + 52^\circ = 90^\circ$$

$$m\angle 1 = 38^\circ$$

تحقق من فهمك

وزارة التعليم
Ministry of Education

∠4 (3C)

∠3 (3B)

∠2 (3A)

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٣٨

3-2



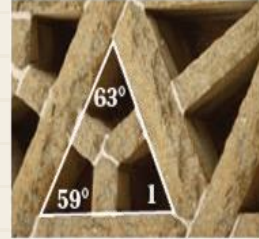
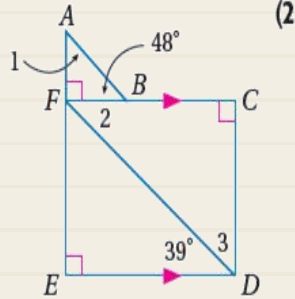
زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

تأكد

تأكد

المثال 1 أوجد قياس كل من الزوايا المرقمة في كل من السؤالين الآتيين:



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٣٩

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

تأكد



المثال 2 كراسي الشاطئ: تشكل دعامة المقعد مع بقية الهيكل مثلثاً كما هو موضح في الشكل المجاور. أوجد كلاً من القياسات الآتية:

$m\angle 4$ (4)

$m\angle 2$ (3)

$m\angle 3$ (6)

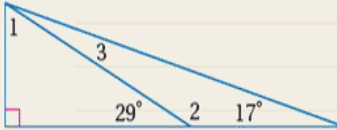
$m\angle 1$ (5)

المثال 3 معتمداً على الشكل المجاور، أوجد القياسات التالية:

$m\angle 1$ (7)

$m\angle 3$ (8)

$m\angle 2$ (9)



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٤٠

3-2

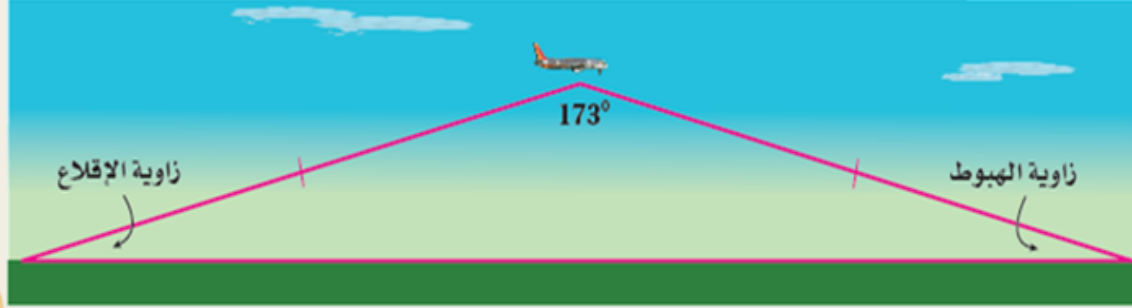


زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

تدرب
وحل
المسائل

(12) **طائرات:** يمكن تمثيل خط الطيران في رحلة ما باستعمال ضلعي مثلث كما في النموذج أدناه، علماً بأن المسافة التي تقطعها الطائرة صعوداً تساوي المسافة التي تقطعها هبوطاً.



(a) صنف النموذج بحسب الأضلاع والزوايا.

(b) إذا كانت زاويتا الإقلاع والهبوط متطابقتين، فأوجد قياس كل منهما.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-2



زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

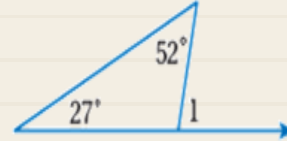
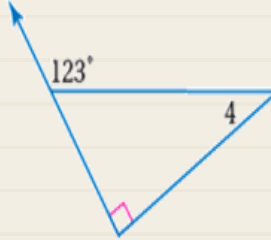
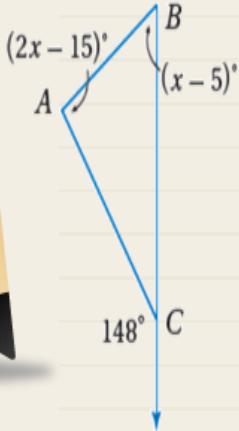
تدرب
وحل
المسائل

المثال 2 أوجد كلاً من القياسات الآتية:

$m\angle ABC$ (15

$m\angle 4$ (14

$m\angle 1$ (13



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-2

زوايا المثلثات Angles of Triangles

3-2

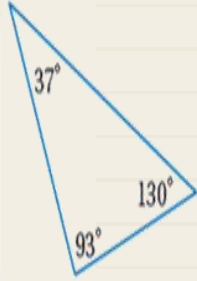
اليوم

التاريخ

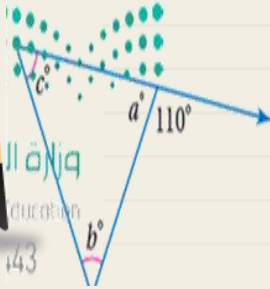
مسائل مهارات التفكير العليا

(33) **اكتشف الخطأ:** قام خالد بقياس زوايا المثلث وكتبها كما في الشكل.

فقال عادل: إن هناك خطأ في هذه القياسات. وضح بطريقتين مختلفتين على الأقل كيف توصل عادل إلى هذه النتيجة.



(34) **اكتب:** فسّر كيف يمكنك إيجاد القياسات المجهولة في الشكل المجاور؟



استراتيجية جدول التعلم



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

نلتقي إن شاء
الله في الدرس
القادم

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

تدريب على اختبار

(37) جبر، أي المعادلات الآتية تكافئ المعادلة
 $7x - 3(2 - 5x) = 8x$ ؟

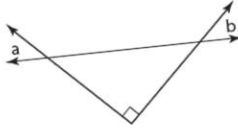
$2x - 6 = 8$ A

$22x - 6 = 8x$ B

$-8x - 6 = 8x$ C

$22x + 6 = 8x$ D

(38) أي العبارات التالية تصف العلاقة الصحيحة بين الزاويتين a, b في الشكل أدناه؟



$a + b = 90^\circ$ C

$a + b = 45^\circ$ D

$a + b < 90^\circ$ A

$a + b > 90^\circ$ B



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد



اليوم
التاريخ

المثلثات المتطابقة
Congruent triangles

3-3

3-3

زوايا المثلثات

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٤٨

3-3



المثلثات المتطابقة Congruent triangles

3-3

استفتاح

دعاء

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



المثلثات المتطابقة Congruent triangles

3-3

السلامة

اولا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمتة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٥٠

3-3



المثلثات المتطابقة
Congruent triangles

3-3

اليوم

التاريخ

استراتيجية شريط الذكريات

الخارجية
للمثلثات

أطبق نظرية
الزاوية

قياسات زوايا
المثلث

أطبق نظرية
مجموع

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٥١

3-3



المثلثات المتطابقة Congruent triangles

3-3

جدول

تعلم

استراتيجية
جدول التعلم

كيف أتتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٥٢

3-3



المثلثات المتطابقة Congruent triangles

3-3

الحوار
و
المناقشة



المفردات

التطابق

Congruent

المضلعات المتطابقة

Congruent Polygons

العناصر المتناظرة

Corresponding Parts



فيما سبق:

درست الزوايا المتطابقة
واستعملاتها.

(مهارة سابقة)



والآن:

- أَسَمِيَ العناصر المتناظرة
في المضلعات المتطابقة
وأستعملها.
- أَثْبَتَ تطابق مثلثين
باستعمال تعريف التطابق.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٥٣

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

العصف

الذهني



لماذا؟

تقوم عدّة مصانع بصنع مسجّلات سيارات
بواجهات متحركة يصعب نزعها لحمايتها من
السرقة، علماً بأن شكل هذه الواجهات وأبعادها
تطابق شكل المكان الذي تثبت فيه وأبعاده تماماً؛
وذلك لتثبيتها في لوحة أجهزة السيارة بدقة.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



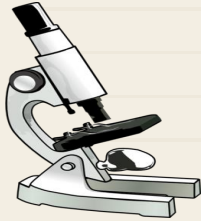
المثلثات المتطابقة Congruent triangles

3-3

اليوم

التاريخ

قارني بين المجموعتين التالية



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

العصف

الذهني

التطابق والعناصر المتناظرة : إذا كان
لشكليين هندسيين الشكل نفسه والقياسات نفسها
فإنَّهما **متطابقان**.

غير متطابقة	متطابقة
 الشكلان 4, 5 لهما الشكل نفسه، لكنهما مختلفان في القياسات	 الأشكال 1, 2, 3 لها الشكل نفسه والقياسات نفسها، على الرغم من أنها في أوضاع مختلفة.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٥٦

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

اليوم
التاريخ

في أيّ مضلعين متطابقين تتطابق العناصر المتناظرة، والعناصر المتناظرة تتضمن الزوايا والأضلاع.

أضف إلى
مطوبتك

تعريف المضلعات المتطابقة

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: يتطابق مضلعان إذا وفقط إذا كانت عناصرهما المتناظرة متطابقة.

مثال:

الزوايا المتناظرة

$$\angle C \cong \angle K \quad \angle B \cong \angle J \quad \angle A \cong \angle H$$

الأضلاع المتناظرة

$$\overline{CA} \cong \overline{KH} \quad \overline{BC} \cong \overline{JK} \quad \overline{AB} \cong \overline{HJ}$$

عبارة التطابق

$$\triangle ABC \cong \triangle HJK$$

نموذج:

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3

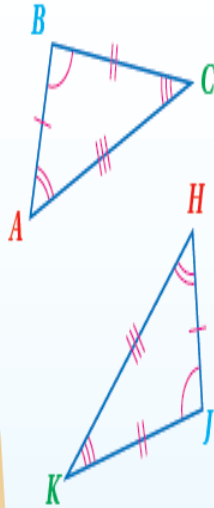


المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

اليوم
التاريخ



هناك عبارات تطابق أخرى للمثلثين أعلاه، وعبارات التطابق الصحيحة للمضلعات المتطابقة تظهر الرؤوس المتناظرة بالترتيب نفسه.

عبارة غير صحيحة

$$\triangle ABC \cong \triangle HKJ$$

عبارة صحيحة

$$\triangle BCA \cong \triangle JKH$$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

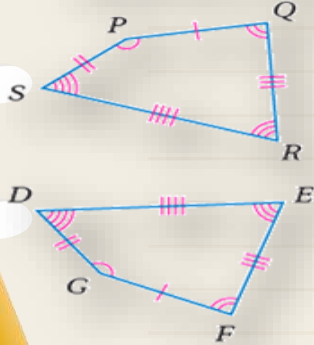
3-3

اليوم
التاريخ

تعرف العناصر المتناظرة المتطابقة

مثال 1

بيّن أنّ المضلعين المجاورين متطابقان، بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة. ثمّ اكتب عبارة التطابق.



الزوايا، $\angle P \cong \angle G, \angle Q \cong \angle F,$

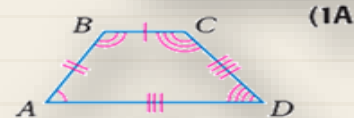
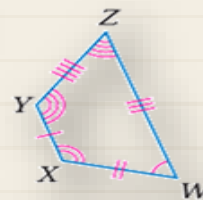
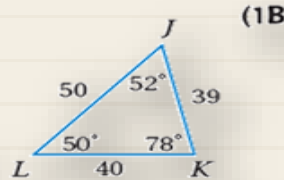
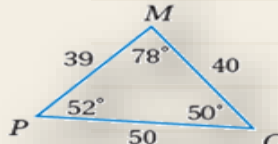
$\angle R \cong \angle E, \angle S \cong \angle D$

الأضلاع، $\overline{PQ} \cong \overline{GF}, \overline{QR} \cong \overline{FE},$

$\overline{RS} \cong \overline{ED}, \overline{SP} \cong \overline{DG}$

وبما أنّ جميع العناصر المتناظرة للمضلعين متطابقة، فإنّ
المضلع $PQRS \cong$ المضلع $GFED$.

تحقق من فهمك



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

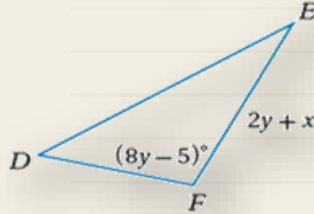
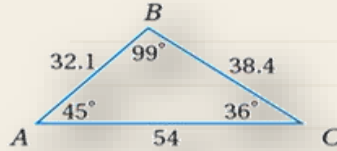
3-3

اليوم
التاريخ

تعيين العناصر المتناظرة المتطابقة

مثال 2

في الشكل المجاور إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle DFE$ ، فأوجد قيمة كل من x, y



العناصر المتناظرة متطابقة

تعريف التطابق

عوض

اجمع 5 إلى الطرفين

اقسم الطرفين على 8

العناصر المتناظرة متطابقة

تعريف التطابق

عوض

عوض

بسّط

اطرح 26 من الطرفين

$$\angle F \cong \angle B$$

$$m\angle F = m\angle B$$

$$8y - 5 = 99$$

$$8y = 104$$

$$y = 13$$

$$\overline{FE} \cong \overline{BC}$$

$$FE = BC$$

$$2y + x = 38.4$$

$$2(13) + x = 38.4$$

$$26 + x = 38.4$$

$$x = 12.4$$

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

3-3

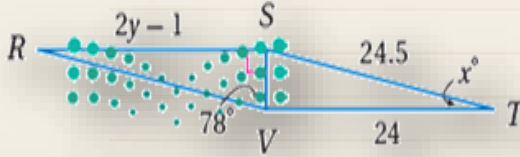


المثلثات المتطابقة Congruent triangles

3-3

اليوم
التاريخ

تحقق من فهمك



(2) في الشكل المجاور إذا كان $\triangle RSV \cong \triangle TVS$ ،
فأوجد قيمة كل من x, y .

إرشادات للدراسة

استعمال عبارة التطابق
يمكنك استعمال عبارة
التطابق لمساعدتك
على معرفة الأضلاع
المتناظرة.

$$\triangle ABC \cong \triangle DFE$$

$$\underline{BC \cong FE}$$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



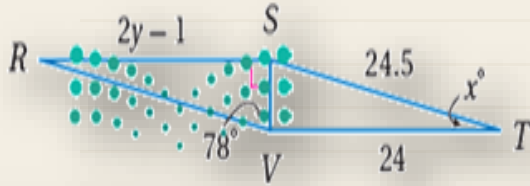
المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

اليوم
التاريخ

تحقق من فهمك



(2) في الشكل المجاور إذا كان $\triangle RSV \cong \triangle TVS$ ،
فأوجد قيمة كل من x, y .

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



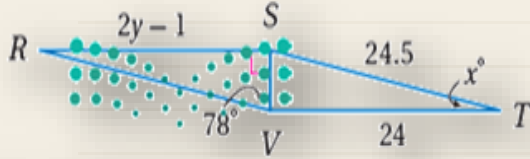
المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

اليوم
التاريخ

تحقق من فهمك



(2) في الشكل المجاور إذا كان $\triangle RSV \cong \triangle TVS$ ،
فأوجد قيمة كل من x, y .

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٦٣

3-2



زوايا المثلثات Angles of Tringles

3-2

خرائط
المفاهيم

شروط تطابق مضلعين

تطابق الأضلاع المتناظرة

تطابق الزوايا المتناظرة

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٦٤

3-3

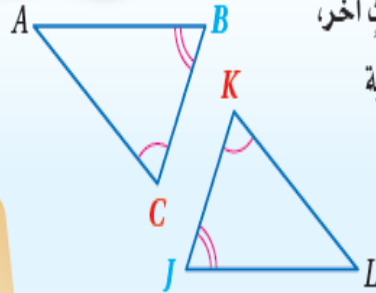
اليوم
التاريخ

أضف إلى

مطوبتك

نظرية 3.3

نظرية الزاوية الثالثة



التعبير اللفظي: إذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر،

فإن الزاوية الثالثة في المثلث الأول تطابق الزاوية الثالثة في المثلث الثاني.

مثال: إذا كانت: $\angle C \cong \angle K$, $\angle B \cong \angle J$,
فإن: $\angle A \cong \angle L$.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3

استعمال نظرية الزاوية الثالثة

مثال 3 من واقع الحياة



تنظيم الحفلات: قرّر منظّمو حفلة مدرسيّة أن يطوّروا مناديل الطعام على صورة جيب مثلثي حتى يتمكنوا من وضع هدية بسيطة فيه. إذا كانت: $m\angle NPQ = 40^\circ$ ، $\angle NPQ \cong \angle RST$ ، فأوجد $m\angle SRT$.

بما أنّ $\angle NPQ \cong \angle RST$ ، ولأن جميع الزوايا القائمة متطابقة $(\angle NQP \cong \angle RTS)$ ، فإنّ $\angle QNP \cong \angle SRT$ بحسب نظرية الزاوية الثالثة؛ إذن $m\angle QNP = m\angle SRT$.

$$m\angle QNP + m\angle NPQ = 90^\circ \quad \text{الزاويتان الحادتان في المثلث القائم الزاوية متتامتان}$$

$$m\angle QNP + 40^\circ = 90^\circ \quad \text{عوّض}$$

$$m\angle QNP = 50^\circ \quad \text{اطرح } 40^\circ \text{ من الطرفين}$$

وبالتعويض فإن: $m\angle SRT = m\angle QNP = 50^\circ$.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

اليوم
التاريخ

تحقق من فهمك



3) في الشكل أعلاه، إذا كانت $\angle WNX \cong \angle WRX$ ، وكان $\overline{WX}$ منصفاً لـ $\angle NXR$ ، وكان $m\angle NXW = 49^\circ$ ، $m\angle WNX = 88^\circ$ ، فأوجد $m\angle NWR$. وفسر إجابتك.

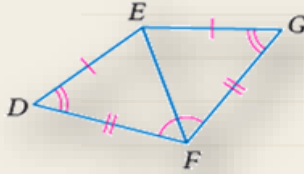
إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٦٧

3-3

إثبات تطابق مثلثين

مثال 4



اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات، $\overline{DE} \cong \overline{GE}$ ، $\overline{DF} \cong \overline{GF}$ ، $\angle D \cong \angle G$

$\angle DFE \cong \angle GFE$

المطلوب، $\triangle DEF \cong \triangle GEF$

البرهان،

المبررات	المبارات
(1) معطيات	$\overline{DE} \cong \overline{GE}$ ، $\overline{DF} \cong \overline{GF}$ (1)
(2) خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{EF} \cong \overline{EF}$ (2)
(3) معطيات	$\angle D \cong \angle G$ ، $\angle DFE \cong \angle GFE$ (3)
(4) نظرية الزاوية الثالثة	$\angle DEF \cong \angle GEF$ (4)
(5) تعريف المضلعات المتطابقة	$\triangle DEF \cong \triangle GEF$ (5)

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



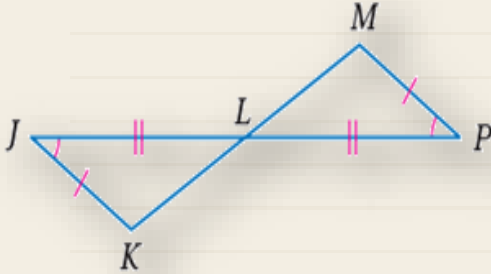
المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

اليوم
التاريخ

تحقق من فهمك



(4) اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\angle J \cong \angle P$, $\overline{JK} \cong \overline{PM}$

$\overline{KM}$ تنصف L , $\overline{JL} \cong \overline{PL}$

المطلوب: $\triangle JLK \cong \triangle PLM$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

اليوم
التاريخ

أضف إلى
مطوبتك

3.4 النظرية

خصائص تطابق المثلثات

خاصية الانعكاس للتطابق
 $\triangle ABC \cong \triangle ABC$

خاصية التماثل للتطابق
 إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ ، فإن $\triangle EFG \cong \triangle ABC$.

خاصية التعدي للتطابق
 إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle EFG$ ، $\triangle EFG \cong \triangle JKL$ ، فإن $\triangle ABC \cong \triangle JKL$.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٧٠

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

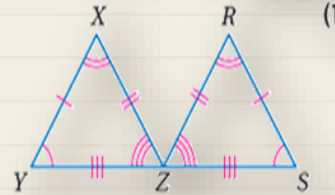
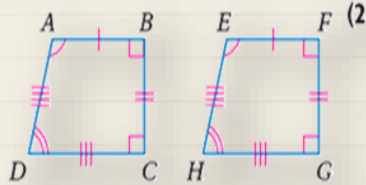
اليوم

التاريخ

تأكد

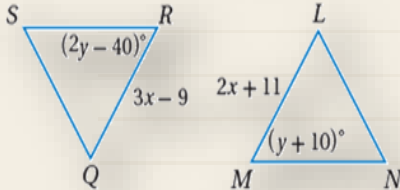
المثال 1

في كلٍّ من السؤالين الآتيين، بيّن أنّ المضلعين متطابقان بتعيين جميع العناصر المتناظرة المتطابقة، ثم اكتب عبارة التطابق:



المثال 2

في الشكلين المجاورين، إذا كان $\triangle LMN \cong \triangle QRS$ فأوجد:

(3) قيمة x .(4) قيمة y .

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3

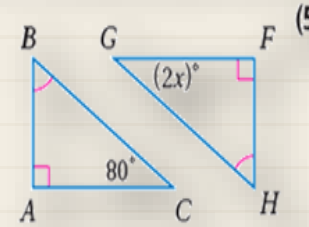
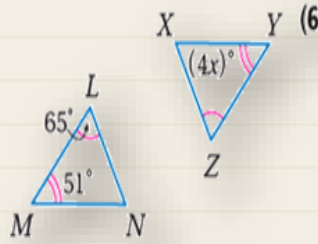


المثلثات المتطابقة Congruent triangles

3-3

اليوم
التاريخ

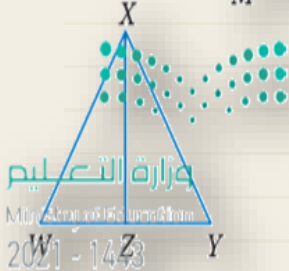
المثال 3 في كل من السؤالين الآتيين، أوجد قيمة x ، وفسّر إجابتك.



المثال 4 (7) برهان: اكتب برهانًا حرًا.

المعطيات: $\angle WXZ \cong \angle YXZ$, $\angle XZW \cong \angle XZY$, $\overline{WX} \cong \overline{YX}$, $\overline{WZ} \cong \overline{YZ}$

المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$



31 الدرس 3-3 المثلثات المتطابقة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

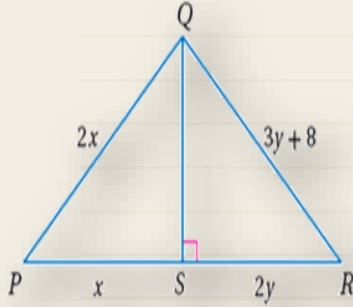
3-3

اليوم

التاريخ

مسائل مهارات التفكير العليا

(27) **تحذير:** إذا كان $\triangle PQS \cong \triangle RQS$ ، فأوجد قيمة كل من x, y .



تبرير: حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة أم خطأ. وإذا كانت خطأ، فأعطِ مثالاً مضاداً. أما إذا كانت صحيحة، فوضح إجابتك.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٧٣

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

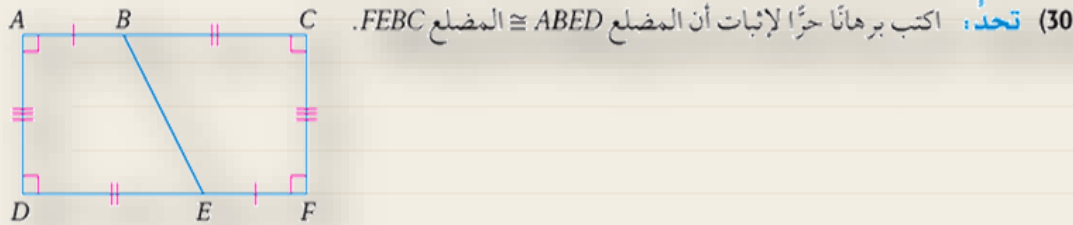
3-3

اليوم

التاريخ

(28) إذا تطابق زوجان من الزوايا المتناظرة لمثلثين، وتطابقت الأزواج الثلاثة من أضلاعها المتناظرة، فإن المثلثين متطابقان.

(29) إذا كانت أزواج الزوايا المتناظرة الثلاثة لمثلثين متطابقة، فإن المثلثين متطابقان.



(31) **اكتب:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة دائمًا أو صحيحة أحيانًا أو ليست صحيحة أبدًا. ووضح إجابتك.

"المثلثان المتطابقا الأضلاع يكونان متطابقين"

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٧٤

3-3



المثلثات المتطابقة

Congruent triangles

3-3

اليوم

التاريخ

تدريب على اختبار

32) إذا علمت أن: $\triangle HIJ \cong \triangle ABC$ ، ورؤوس $\triangle ABC$ هي: (33) جبر: أي مما يأتي عامل لـ $x^2 + 19x - 42$ ؟

$A(-1, 2)$, $B(0, 3)$, $C(2, -2)$ ، فما طول الضلع HJ ؟

C $x - 2$ A $x + 14$ D $x - 14$ B $x + 2$ C $\sqrt{2}$

A 5

D 25

B $\sqrt{29}$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٧٥

استراتيجية جدول التعلم



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS
Proving Triangles Congruent - SSS, SAS

نلتقي إن شاء
الله في الدرس
القادم

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

3-3



القلب 
اكتب مشاعرك حول الموضوع

العقل 
اكتب أفكارك حول الموضوع

الحرارة 
اكتب الجو العام للفرقة الصفية (التعاون ،
الاتحاد ، المشاركة.....)

اليَد 
اكتب - ارس - صم - شكل

أكتبي
أفكارك
ومشاعرك
عن درس
اليوم

٧٨

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

الواجب المنزلي

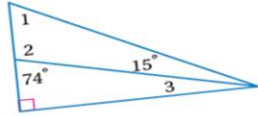
مراجعة تراكمية

في الشكل المجاور أوجد كلاً من القياسات الآتية: (الدرس 3-2)

$$m\angle 2$$

$$m\angle 1$$

$$m\angle 3$$



(37) هندسة إحداثية: أوجد أطوال أضلاع $\triangle JKL$ الذي رؤوسه هي $J(-7, 10)$, $K(15, 0)$, $L(-2, -1)$ وصنّفه وفقاً لأطوال أضلاعه. (الدرس 3-1)

حدّد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو أحياناً أو ليست صحيحة أبداً: (مهارة سابقة)

(38) تكون الزاويتان المتجاورتان على خط مستقيم متكاملتين.

(39) إذا كانت الزاويتان متكاملتين فإن إحداهما تكون منفرجة.



إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد



اليوم
التاريخ

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS
Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS SAS

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4



استفتاح

دعاء

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

السلامة

أولاً



اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علماً



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمتة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٨٣



استراتيجية شريط الذكريات

تعريف التطابق

أثبت تطابق
مثلثين
بأستعمال

في المضلعات
المتطابقة و
وأستعملها

أسمي العناصر
المتطابقة

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

جدول

تعلم



استراتيجية
جدول التعلم

كيف أتتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٨٥

3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الحوار
و
المناقشة



المفردات:

الزاوية المحصورة
Included Angle



فيما سبق:

درست إثبات تطابق المثلثات
باستعمال تعريف التطابق.
(الدرس 3-3)



والآن:

- أستعمل المسلمة SSS
لاختبار تطابق المثلثات.
- أستعمل المسلمة SAS
لاختبار تطابق المثلثات.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

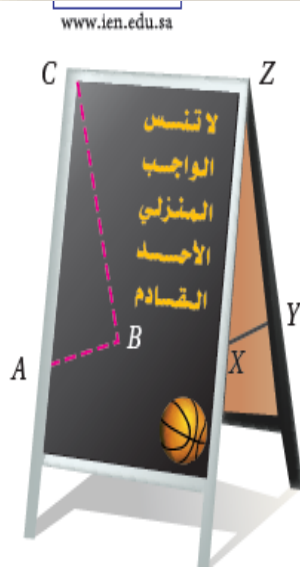
3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الفكرة
الرئيسية

تطوير - إنتاج - توثيق



لماذا؟

تُعدّ السبورة المزدوجة التي على شكل الحرف A طريقة مناسبة لعرض المعلومات، لأنها تُطوى عند التخزين فقط، ولكن لأنها تكون ثابتة تمامًا عند وضع الذراعين الجانبيين في موقعيهما. وعندما يكون للذراعين الطول نفسه، ويتم تثبيتهما على أبعاد متساوية من القمة على الجانبيين، فإن السبورة المفتوحة تشكّل مثلثين متطابقين هما $\triangle ABC, \triangle XYZ$.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٨٧

3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الفكرة
الرئيسية



١- المثلثات متطابقان SSS للتحقق من تطابق مثلثين



٢- المثلثات متطابقان SAS للتحقق من تطابق مثلثين

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٨٨

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

أسئلة
التعزيز



١- هل يمكن أن تثبت السبورة إن لم يكن للذراعين الطول نفسه؟



٢- ما الشروط التي يجب أن تتحقق حتي يكون؟



٣- كيف يتأثر تطابق المثلثين الذين تمت مناقشتها إذا لم يكن الأذرع الجانبية على مسافات متساوية من قمة السبورة؟

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

السيورة
البيضاء

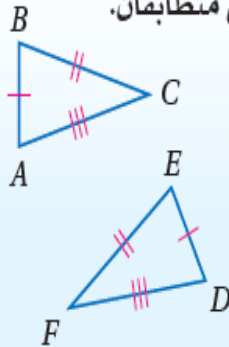
أضف إلى

مطوبتك

مسألة 3.1

التطابق بثلاثة أضلاع (SSS)

إذا تطابقت أضلاع مثلث مع الأضلاع المناظرة لها في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان.



$$\overline{AB} \cong \overline{DE}, \text{ مثال إذا كان}$$

$$\overline{BC} \cong \overline{EF},$$

$$\overline{AC} \cong \overline{DF}$$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ فإن}$$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٩٠

3-4

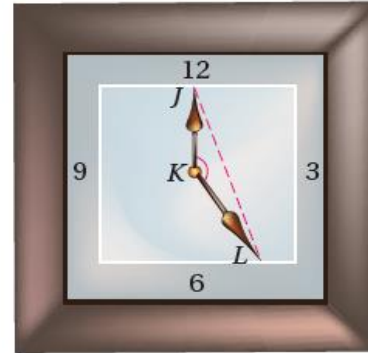
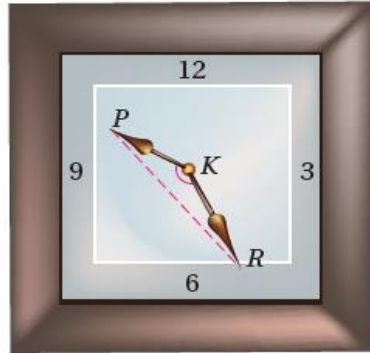


إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الحوار
و
المناقشة

مسلمة التطابق: ضلعان والزاوية المحصورة بينهما SAS: تُسمّى الزاوية المتكونة من ضلعين متجاورين لمضلع **زاوية محصورة**. تأمل الزاوية المحصورة والمتكونة من عقري الساعة في كلا الوضعين الموضّحين أدناه، ولاحظ أنه كلما شكّل العقربان زاوية لها القياس نفسه، فستكون المسافتان بين طرفي العقربين $\overline{JL}$, $\overline{PR}$ متساويتين.



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٩١

3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الحوار
و
المناقشة

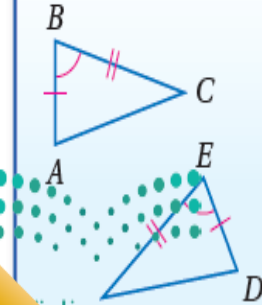
مسلمة 3.2

مسلمة التطابق: ضلعان وزاوية المحصورة بينهما (SAS)

أضف إلى
مطوبتك

التعبير اللفظي: إذا طابق ضلعان وزاوية محصورة بينهما في مثلث نظائرها

في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان.



إذا كان، $\overline{AB} \cong \overline{DE}$

مثال:

$\angle B \cong \angle E$,

$\overline{BC} \cong \overline{EF}$,

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٩٢

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

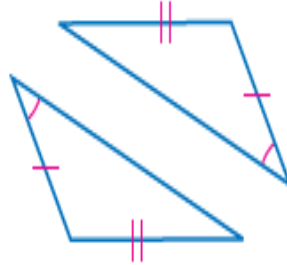
3-4

السيورة
البيضاء

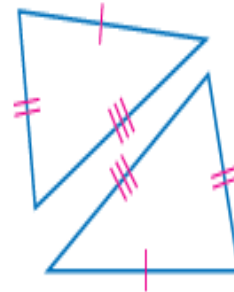
حدّد ما إذا كان المثلثان في كلّ من الأسئلة الآتية متطابقين أم لا. وضح إجابتك.



(15)



(14)



(13)



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٩٣

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

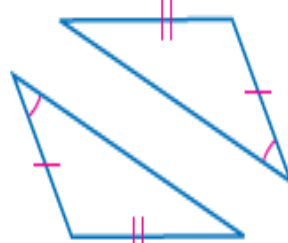
السبورة
البيضاء

حدّد ما إذا كان المثلثان في كلّ من الأسئلة الآتية متطابقين أم لا. وضح إجابتك.

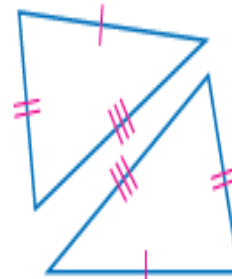


(15)

المثلثات متطابقان SAS



(14)

لا يمكن إثبات التطابق
لأن الزاوية غير محصورة

(13)

المثلثات متطابقان SSS



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٩٤

3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الحوار
و
المناقشة

مثال 1

استعمال المسلمة SSS لإثبات تطابق مثلثين

اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$, $\overline{HL} \cong \overline{JL}$, L نقطة منتصف $\overline{GK}$.المطلوب: إثبات أن $\triangle GHL \cong \triangle KJL$

البرهان:

 $\overline{GH} \cong \overline{KJ}$

معطى

 $\overline{HL} \cong \overline{JL}$

معطى

 $\triangle GHL \cong \triangle KJL$

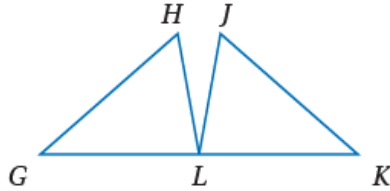
SSS

 $\overline{GL} \cong \overline{KL}$

تعريف نقطة المنتصف

 L هي نقطة منتصف $\overline{GK}$

معطى



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٩٥

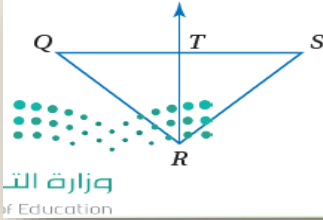
3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

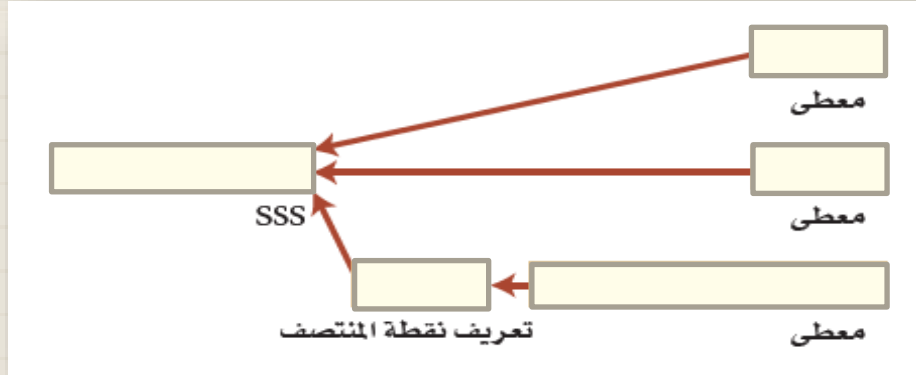
3-4

فجوة
المعلومات



تحقق من فهمك

(1) اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: $\triangle QRS$ متطابق الضلعين، فيه، $\overline{QR} \cong \overline{SR}$. RT تنصف QS عند النقطة T .المطلوب: إثبات أن $\triangle QRT \cong \triangle SRT$ 

إرشادات للدراسة

منتصف قطعة مستقيمة
عبارة عن قطعة أو
مستقيم أو مستوى يقطع
القطعة عند منتصفها.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

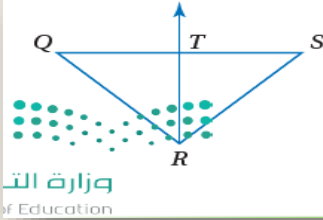
3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

فجوة
المعلومات



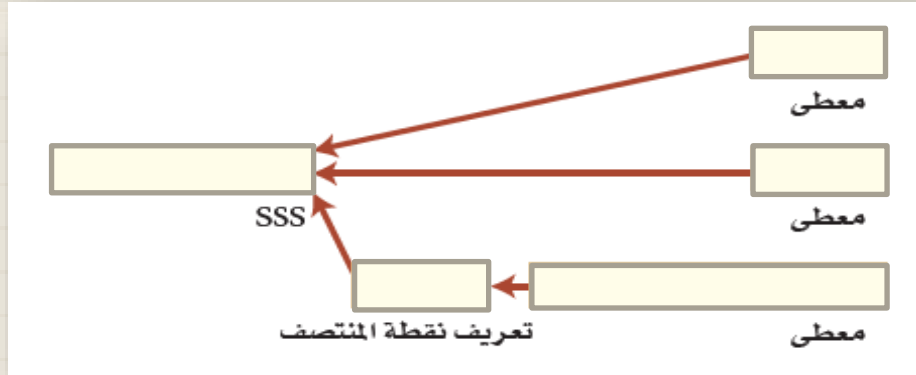
تحقق من فهمك ✓

(1) اكتب برهانًا تسلسليًا.

المعطيات: $\triangle QRS$ متطابق الضلعين، فيه، $\overline{QR} \cong \overline{SR}$.

RT تنصف $\overline{QS}$ عند النقطة T .

المطلوب: إثبات أن $\triangle QRT \cong \triangle SRT$



إرشادات للدراسة

منتصف قطعة مستقيمة
عبارة عن قطعة أو
مستقيم أو مستوى يقطع
القطعة عند منتصفها.

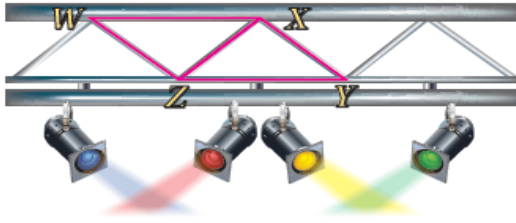
إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الحوار
و
المناقشة

مثال 3 من واقع الحياة استعمال SAS لإثبات تطابق المثلثات



إضاءة: تبدو دعامات السقالة حاملة المصابيح الظاهرة في الصورة وكأنها مكونة من مثلثات متطابقة. فإذا كان $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$ ، فكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أن: $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$.
البرهان:

المبررات	العبارات
(1) معطى	$\overline{WX} \cong \overline{ZY}$ (1)
(2) معطى	$\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$ (2)
(3) نظرية الزوايا الداخلية المتبادلة	$\angle WXZ \cong \angle XZY$ (3)
(4) خاصية الانعكاس للتطابق	$\overline{XZ} \cong \overline{ZX}$ (4)
(5) SAS	$\triangle WXZ \cong \triangle YZX$ (5)

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الحوار
و
المناقشة



تحقق من فهمك



(3) **طيران شراعي:** في الصورة المجاورة يبدو جناحا الطائرة الشراعية أنهما مثلثان متطابقان. فإذا كانت $\overline{FG} \cong \overline{GH}$ ، $\overline{JG}$ تنصف $\angle FGH$ ، فأثبت أن $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$.

المبررات

العبارات

المبررات	العبارات

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٩٩

3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الحوار
و
المناقشة



تحقق من فهمك



(3) **طيران شراعي:** في الصورة المجاورة يبدو جناحا الطائرة الشراعية أنهما مثلثان متطابقان. فإذا كانت $\overline{FG} \cong \overline{GH}$ ، $\overline{JG}$ تنصف $\angle FGH$ ، فأثبت أن $\triangle FGJ \cong \triangle HGJ$.

المبررات

العبارات

المبررات	العبارات

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٠٠

3-4



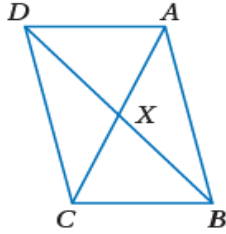
إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

فجوة
المعلومات

مثال 4

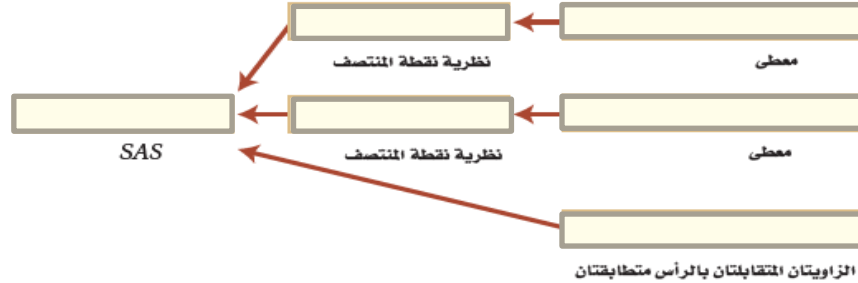
استعمال تطابق المثلثين بضلعين وزاوية محصورة SAS في البراهين



اكتب برهاناً تسلسلياً لما يأتي.

المعطيات: X منتصف $\overline{DB}$ و X منتصف $\overline{AC}$ المطلوب: $\triangle DXC \cong \triangle BXA$

البرهان:



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٠١

3-4



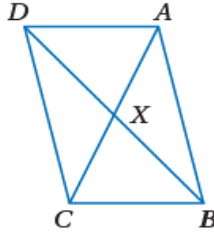
إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

فجوة
المعلومات

مثال 4

استعمال تطابق المثلثين بضلعين وزاوية محصورة SAS في البراهين



اكتب برهاناً تسلسلياً لما يأتي.

المعطيات: X منتصف $\overline{DB}$ و X منتصف $\overline{AC}$ المطلوب: $\triangle DXC \cong \triangle BXA$

البرهان:

$\overline{DX} \cong \overline{BX}$	$\overline{DB}$ هي منتصف X
نظرية نقطة المنتصف	معطى
$\overline{CX} \cong \overline{AX}$	$\overline{AC}$ هي منتصف X
نظرية نقطة المنتصف	معطى
$\angle DXC \cong \angle BXA$	$\angle DXC \cong \angle BXA$
SAS	الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٠٢

3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الحوار
و
المناقشة



تحقق من فهمك



4 قضبان الإطار الداخلية تقسمه إلى ثمانية أجزاء. إذا كان:
 $\overline{TU} \cong \overline{TX}$ و $\angle XTV \cong \angle UTV$ ، فبين أن $\triangle XTV \cong \triangle UTV$.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٠٣

3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

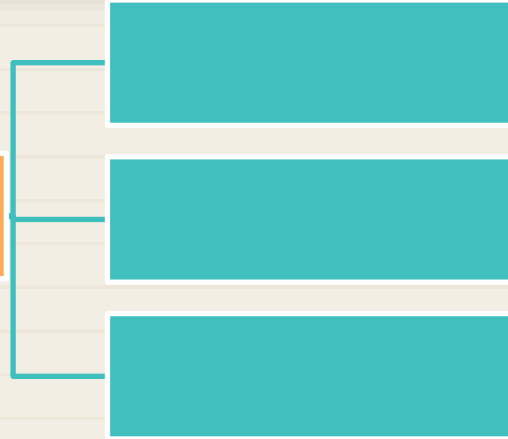
الحوار
و
المناقشة



تحقق من فهمك



4 قضبان الإطار الداخلية تقسمه إلى ثمانية أجزاء. إذا كان:
 $\angle XTV \cong \angle UTV$ و $\overline{TU} \cong \overline{TX}$ ، فبين أن $\triangle XTV \cong \triangle UTV$.



١٠٤

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-4



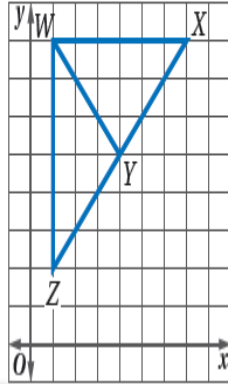
إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

التفكير الناقد

مسائل مهارات التفكير العليا

23) تحدّ: في الشكل المجاور:



- (a) صف طريقتين يمكنك استعمالهما لإثبات أن $\triangle WYZ \cong \triangle WYX$.
علماً بأنه لا يُسمح باستعمال المسطرة أو المنقلة. وأي طريقة تعتقد أنها فعّالة أكثر؟ وضح إجابتك.
- (b) أثبت أن $\triangle WYZ \cong \triangle WYX$ ووضح إجابتك.

١٠٥

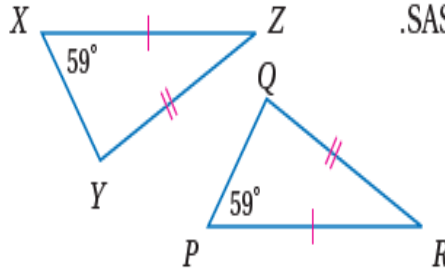
إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

التفكير الناقد



(24) **اكتشف الخطأ:** قال أحمد: إن $\triangle PRQ \cong \triangle XYZ$ بحسب SAS.

فاعترض خالد وقال: لا توجد معلومات كافية لإثبات أن المثلثين متطابقان. أيهما كانت إجابته صحيحة؟
وضح إجابتك.

(25) **اكتب:** إذا كان زوجان من الأضلاع المتناظرة لمثلثين قائمي الزاوية متطابقين، فهل المثلثان متطابقان؟ وضح إجابتك.

١٠٦

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

استراتيجية جدول التعلم



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3



نلتقي إن شاء
الله في الدرس
القادم

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3

القلب 
اكتب مشاعرك حول الموضوع

العقل 
اكتب أفكارك حول الموضوع

الحرارة 
اكتب الجو العام للفرقة الصفية (التعاون ،
الاتحاد ، المشاركة.....)

اليَد 
اكتب - ارس - صم - شكل

**أكتبي
أفكارك
ومشاعرك
عن درس
اليوم**

١٠٩

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

الواجب المنزلي

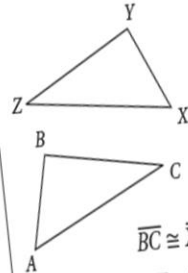
تدريب على اختبار

(26) في الشكلين المجاورين،

$$\overline{AC} \cong \overline{XZ} \text{ و } \angle C \cong \angle Z$$

ما المعلومة الإضافية التي
يمكن استعمالها لإثبات أن

$$\triangle ABC \cong \triangle XYZ$$



$$\overline{BC} \cong \overline{XZ} \quad \text{C}$$

$$\overline{XZ} \cong \overline{XY} \quad \text{D}$$

$$\overline{BC} \cong \overline{YZ} \quad \text{A}$$

$$\overline{AB} \cong \overline{XY} \quad \text{B}$$

(27) إذا كان $-2a + b = -7$ ، فما قيمة a إذا علمت أن $b = -1$ ؟

-1 A

2 B

3 C

4 D



إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد



اليوم
التاريخ

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS
Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

3-5

إثبات تطابق المثلثين ASA , AAS
Proving Triangles Congruent -
ASA, AAS

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١١٢

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS
Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5



استفتاح

دعاء

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١١٣

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS
Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

السلامة

اولا



اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمتة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١١٤

3-5



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS
Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

اليوم
التاريخ

استراتيجية شريط الذكريات

■ أستعمل المسلمة SAS
لاختبار تطابق المثلثات.

■ أستعمل المسلمة SSS
لاختبار تطابق المثلثات.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١١٥

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

جدول

تعلم



استراتيجية
جدول التعلم

كيف أتتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١١٦

3-5



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

الحوار
و
المناقشة



والآن:

■ أستعمل المسلمة ASA

لاختبار التطابق.

■ أستعمل النظرية AAS

لاختبار التطابق.



فيما سبق:

درست إثبات تطابق مثلثين
باستعمال SAS, SSS.

(الدرس 3-4)



المفردات:

الضلع المحصور

Included Side



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١١٧

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

الحوار
و
المناقشة



لماذا؟

تتضمن مسابقات التجديف شخصين أو أكثر يجلسون ووجوههم نحو مؤخرة القارب، ولكل منهم مجداف. ويتطلب السباق عادة مسطحة من الماء طوله 1500 متر على الأقل، ويمكن استعمال المثلثات المتطابقة لقياس المسافات التي يصعب قياسها مباشرة. مثل طول مضمار سباق الزوارق.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١١٨

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS
Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

الفكرة
الرئيسية



١- أستعمل المسلمة ASA لاختبار التطابق .



٢- لاختبار التطابق AAS أستعمل النظرية

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

١١٩

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

أسئلة
التعزيز



١- ذكر في فقرة لماذا أن طول مضمار سباق التجديف يمكن أن يقاس بشكل غير مباشر، إلى أي سطح عليك أن تنقل طول المضمار؟



٢- لتقدير المسافة من الساحل إلى نقطة انطلاق السباق قف عامودياً عند نقطة خط الانطلاق وانظر إلى نقطة الانطلاق مباشرة، ثبت عينيك ورقبتك على وضعها ثم دور جسمك لتعمل خط بصر مشابه نحو نقطة على الساحل، ثم قس المسافة من مكان وقوفك حتى تلك النقطة على الساحل.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٢٠

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

السبورة
البيضاءأضف إلى
مطوبتك

مسلمة 3.3 التطابق بزائيتين وضلع محصور بينهما (ASA)

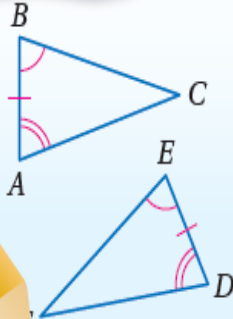
إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في مثلث نظائرهما في مثلث آخر، فإن المثلثين متطابقان.

مثال: إذا كانت، $\angle A \cong \angle D$,

$\overline{AB} \cong \overline{DE}$,

$\angle B \cong \angle E$,

فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٢١

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

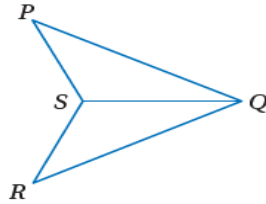
3-5

الحوار
و
المناقشة



استعمال ASA لإثبات تطابق مثلثين

مثال 1



اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{QS}$ تنصف $\angle PQR$

$\angle PSQ \cong \angle RSQ$

المطلوب: $\triangle PQS \cong \triangle RQS$

البرهان:

المبررات	العبارة
(1) معطيات	(1) $\overline{QS}$ تنصف $\angle PQR$ ، $\angle PSQ \cong \angle RSQ$.
(2) تعريف منصف الزاوية	(2) $\angle PQS \cong \angle RQS$
(3) خاصية الانعكاس للتطابق	(3) $\overline{QS} \cong \overline{QS}$
(4) ASA	(4) $\triangle PQS \cong \triangle RQS$

١٢٢

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

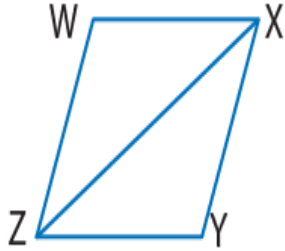
3-5

الحوار
و
المناقشة

تحقق من فهمك



(1) اكتب برهاناً حرّاً.

المعطيات: $\overline{XZ}$ تنصف $\angle WZY$ ، $\overline{XZ}$ تنصف $\angle YXW$.المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YXZ$ 

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٢٣

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

الحوار
و
المناقشة



نظرية التطابق بزائيتين وضلع غير محصور بينهما AAS: تطابق زائيتين وضلع غير محصور يكفي لإثبات أن المثلثين متطابقان. وتُعدّ علاقة التطابق هذه نظرية؛ لأنه يمكن إثبات صحتها باستعمال نظرية الزاوية الثالثة.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٢٤

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

الحوار
و
المناقشة

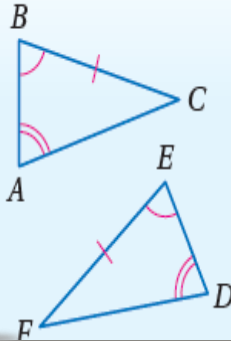
أضف إلى

مطوبتك

نظرية 3.5

التطابق بزائويتين وضع غير محصور بينهما (AAS)

إذا طابقت زائويتان وضع غير محصور بينهما في مثلث نظائرها في مثلث آخر يكون المثلثان متطابقين.

مثال إذا كانت, $\angle A \cong \angle D$ $\angle B \cong \angle E$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$,فإن $\triangle ABC \cong \triangle DEF$.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٢٥

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

الحوار
و
المناقشة



برهان نظرية التطابق بزائويتين وضع غير محصور بينهما (AAS)

المعطيات: $\angle L \cong \angle Q, \angle M \cong \angle R, \overline{MN} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $\triangle LMN \cong \triangle QRS$

البرهان:

$\angle N \cong \angle S$	$\angle L \cong \angle Q$	المعطى
نظرية الزاوية الثالثة	$\angle M \cong \angle R$	المعطى
$\triangle LMN \cong \triangle QRS$	$\overline{MN} \cong \overline{RS}$	المعطى
ASA		

١٢٦

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

3-5

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

الحوار
و
المناقشة



برهان

نظرية التطابق بزائويتين وضع غير محصور بينهما (AAS)

المعطيات: $\angle L \cong \angle Q$, $\angle M \cong \angle R$, $\overline{MN} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $\triangle LMN \cong \triangle QRS$

البرهان:

معطى

معطى

معطى

نظرية الزاوية الثالثة

ASA

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٢٧

3-4



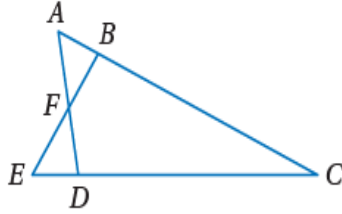
إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

السبورة
البيضاء

مثال 2

استعمال AAS لإثبات تطابق مثلثين



اكتب برهاناً حرّاً.

المعطيات: $\angle DAC \cong \angle BEC$,

$$\overline{DC} \cong \overline{BC}$$

المطلوب: $\triangle ACD \cong \triangle ECB$

البرهان: بما أن: $\angle DAC \cong \angle BEC$, $\overline{DC} \cong \overline{BC}$, وأن $\angle C \cong \angle C$ بحسب خاصية الانعكاس،
إذن $\triangle ACD \cong \triangle ECB$ بحسب النظرية AAS.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٢٨

3-4



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

السبورة
البيضاء

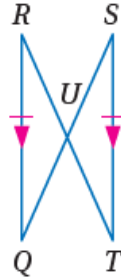
تحقق من فهمك



(2) اكتب برهاناً تسلسلياً:

المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$, $\overline{RQ} \parallel \overline{ST}$

المطلوب: $\triangle RUQ \cong \triangle TUS$



١٢٩

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-4



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

السبورة
البيضاء

مثال 3 من واقع الحياة

مساواة: أراد أكرم أن يحسب المسافة بين النقطتين B, C ، فقام بتعيين نقطة أخرى D ليستعملها نقطة مرجعية، بحيث تكون العلاقات بين القطع المستقيمة كما في الشكل أدناه. إذا علمت أن طول DE يساوي 8 ft، فاحسب المسافة بين النقطتين C, B .



لتحديد طول CB ، يجب أولاً أن نثبت أن المثلثين اللذين أنشأهما أكرم متطابقان.

• بما أن CD عمودية على كل من $\overline{CB}, \overline{DE}$ كما هو مبين في الشكل، وجميع الزوايا القائمة متطابقة. إذن $\angle BCA \cong \angle EDA$.

$$\overline{AC} \cong \overline{AD}$$

• $\angle BAC, \angle EAD$ زاويتان متقابلتان بالرأس إذن هما متطابقتان، وبحسب ASA ينتج أن $\triangle BAC \cong \triangle EAD$.

وبما أن $\triangle BAC \cong \triangle EAD$ فإن $\overline{DE} \cong \overline{CB}$ ؛ لأن العناصر المتناظرة متطابقة. وبما أن طول $\overline{DE}$ يساوي 8 ft فإن طول $\overline{CB}$ يساوي 8 ft أيضاً، وهي المسافة بين النقطتين C, B .

إرشادات للدراسة

زاوية-زاوية-زاوية

$\angle B, \angle E$ في المثال 3

متطابقتان بحسب

نظرية الزاوية الثالثة.

إن تطابق الزوايا

الثلاث المتناظرة غير

كاف لإثبات تطابق

مثلثين.

١٣٠

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

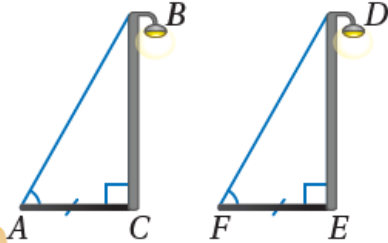
3-4



إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4

الحوار
و
المناقشة



تحقق من فهمك



3) استعمل الشكل المجاور الذي يمثل عمودَي كهرباء وظلَّيهما
لكتابة برهان حرِّيبيِّن أن $\overline{BC} \cong \overline{DE}$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٣١

3-4

إثبات تطابق المثلثات SSS, SAS Proving Triangles Congruent-SSS, SAS

3-4



أضف إلى
مطوبك

ملخص المفاهيم

إثبات تطابق المثلثات

AAS	ASA	SAS	SSS
يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان وضلع غير محصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.	يتطابق مثلثان إذا طابقت زاويتان والضلع المحصور بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.	يتطابق المثلثان إذا طابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في المثلث الأول نظائرها في المثلث الآخر.	يتطابق مثلثان إذا كانت أضلاعهما المتناظرة متطابقة.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٣٢

3-4



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

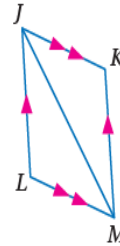
تأكد

المثالان 1, 2 **برهان:** برهن كلاً مما يأتي باستعمال طريقة البرهان المذكورة:

(1) برهان تسلسلي

المعطيات: $\overline{JK} \parallel \overline{LM}$, $\overline{JL} \parallel \overline{KM}$

المطلوب: إثبات أن: $\triangle JML \cong \triangle MJK$

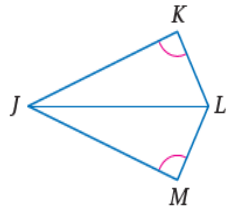


(2) برهان حرّ

المعطيات: $\angle K \cong \angle M$,

$\overline{JL}$ تنصف $\angle KLM$.

المطلوب: إثبات أن: $\triangle JKL \cong \triangle JML$



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٣٣

3-4



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

المثال 3

3) بناء جسر: يحتاج مسّاح إلى إيجاد المسافة بين النقطتين A, B المبيتين في الشكل المجاور لبناء جسر فوق النهر. فوضع وتدًا عند A ، ووضع زميله وتدًا عند B في الجهة المقابلة، ثم عيّن المسّاح النقطة C في جهة A ، بحيث كانت $\overline{CA} \perp \overline{AB}$. ووضع وتدًا رابعًا عند E ، التي هي نقطة منتصف $\overline{CA}$. وأخيرًا وضع وتدًا عند النقطة D ، بحيث كان $\overline{CD} \perp \overline{CA}$ ، والنقاط D, E, B تقع على مستقيم واحد.



(a) وضح كيف يمكن أن يستعمل المسّاح المثلثين المتكويّنين لإيجاد المسافة بين النقطتين A, B .

(b) إذا كان: $AC = 160 \text{ m}$, $DC = 60 \text{ m}$, $DE = 100 \text{ m}$ ، فأوجد المسافة بين النقطتين A, B . ووضح إجابتك.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٣٤

3-4



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

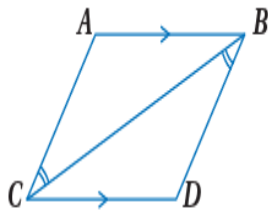
تدرب وحل المسائل

المثال 1 برهان: على الشكل المقابل:

(4) المعطيات: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$$\angle CBD \cong \angle BCA$$

المطلوب: $\triangle CAB \cong \triangle BDC$



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

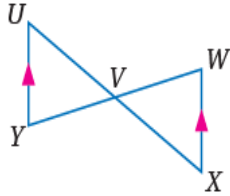
١٣٥

3-4



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

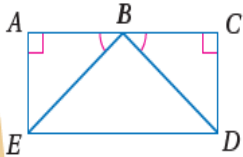


المثال 2 برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

(5) المعطيات: V نقطة منتصف $\overline{WY}$

$$\overline{XW} \parallel \overline{UY}$$

المطلوب: $\triangle UYV \cong \triangle XVW$



(6) برهان: اكتب برهاناً تسلسلياً.

المعطيات: $\angle A, \angle C$ زاويتان قائمتان.

$$\angle ABE \cong \angle CBD, \overline{AE} \cong \overline{CD}$$

المطلوب: $\overline{BE} \cong \overline{BD}$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٣٦

3-4

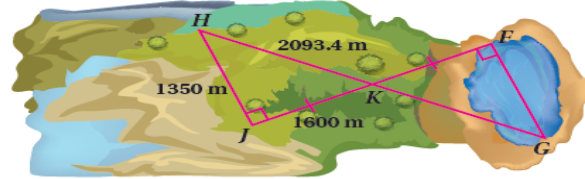


إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

المثال 3

(7) **سباق زوارق:** يرغب المشرفون في إقامة سباق تجديف في بحيرة، لكنهم غير متأكدين ممّا إذا كان طول البحيرة كافياً لإجراء السباق أم لا، ولقياس طول البحيرة حدّدوا رؤوس المثلثين المبيينين في الشكل أدناه، ووجدوا أطوال أضلاع $\triangle HJK$ ، استعمل المعلومات الواردة في فقرة لماذا للإجابة عن الفقرتين a, b

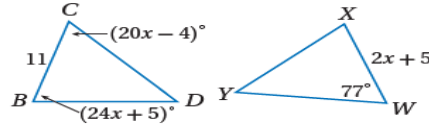
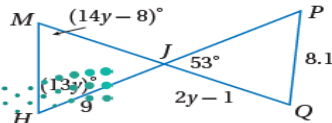


- (a) وضح كيف يستعمل المشرفون على السباق المثلثين المتكونين لتقدير المسافة FG عبر البحيرة.
(b) هل طول البحيرة كافٍ لإجراء سباق الزوارق باستعمال القياسات المعطاة؟ وضح إجابتك.

جبر: أوجد قيمة المتغير التي تجعل المثلثين متطابقين في كلّ من السؤالين الآتيين:

$$\triangle MHJ \cong \triangle PQJ \quad (9)$$

$$\triangle BCD \cong \triangle WXY \quad (8)$$



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

١٣٧

3-4



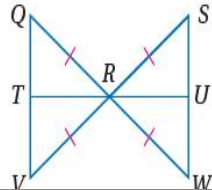
إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين

(11) المعطيات: $\overline{QR} \cong \overline{SR} \cong \overline{WR} \cong \overline{VR}$

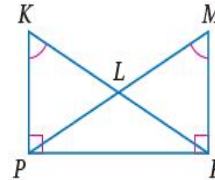
المطلوب: $\overline{QT} \cong \overline{WU}$



(10) المعطيات: $\angle K \cong \angle M$, $\overline{KP} \perp \overline{PR}$

$\overline{MR} \perp \overline{PR}$

المطلوب: $\angle KPL \cong \angle MRL$



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٣٨

3-4



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5

الربط مع الحياة

يعتمد حجم الدراجة الهوائية على طول أنبوب المقعد فيها. ويتراوح هذا الطول في الدراجات الهوائية للشباب ما بين 12 in إلى 26 in. وتعتبر ملائمة للراكب إذا استطاع أن يركب الدراجة بسهولة وهو واقف على الأرض.

(12) **دراجات هوائية:** يشكّل أنبوب مقعد الدراجة مثلثًا مع كلٍّ من دعائمي السلسلة والمقعد. إذا كانت كل دعامة مقعد تشكّل زاوية قياسها 68° مع دعامة السلسلة المناظرة لها، وكل دعامة سلسلة تشكّل زاوية قياسها 44° مع أنبوب المقعد، فبيّن أن دعائمي المقعد لهما الطول نفسه.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٣٩

3-4

إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5



مسائل مهارات التفكير العليا

(13) **مسألة مفتوحة:** ارسم مثلثين يمكن إثبات تطابقهما باستعمال مسلّمة ASA، وسمّهما.

(14) **اكتشف الخطأ:** يقول عمر إنه لا يمكن إثبات تطابق مثلثين بتطابق ثلاث زوايا AAA، بينما يقول حسن إنه بإمكانه إثبات هذا التطابق، أيّهما كانت إجابته صحيحة؟ وضح إجابتك.

(15) **تبرير:** أوجد مثلاً مضاداً يوضح لماذا لا تستعمل حالة تطابق ضلعين وزاوية غير محصورة بينهما SSA؛ لإثبات تطابق مثلثين.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

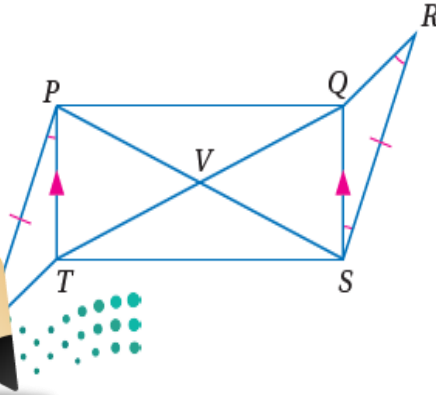
١٤٠

3-4



إثبات تطابق المثلثات ASA, AAS Proving Triangles Congruent-ASA, AAS

3-5



(16) **تحذّر:** باستعمال المعلومات المعطاة في الشكل المجاور، اكتب برهاناً تسلسلياً لإثبات أن $\triangle PVQ \cong \triangle SVT$.

(17) **اكتب:** لخص الطرائق الواردة في الدروس من 3-3 إلى 3-5؛ لإثبات تطابق المثلثات في جدول موضحاً متى تُستعمل كل طريقة.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٤١

استراتيجية جدول التعلم



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-3

رابط الدرس الرقمي



www.ien.edu.sa

معمل الهندسة

ثلاثي

3-5

تطابق المثلثات القائمة

Congruence in Right Triangles

نلتقي إن شاء
الله في الدرس
القادم

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٤٣

3-3



القلب 
اكتب مشاعرك حول الموضوع

العقل 
اكتب أفكارك حول الموضوع

الحرارة 
اكتب الجو العام للفرقة الصفية (التعاون ،
الاتحاد ، المشاركة.....)

اليَد 
اكتب - ارس - صم - شكل

أكتبي
أفكارك
ومشاعرك
عن درس
اليوم

١٤٤

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

الواجب المنزلي

مراجعة تراكمية

(20) إذا علمت أن: $Z(15, 8)$, $Y(5, -3)$, $X(0, 7)$, $C(-9, 5)$, $B(1, -6)$, $A(6, 4)$ ، فبين ما إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ أم لا. ووضح إجابتك. (الدرس 3-4)

(21) **جبر:** إذا كان: $JK = 4y - 5$, $JL = 2x - 10$, $RT = 9 + x$, $ST = 5$, $RS = 7$, $\triangle RST \cong \triangle JKL$ ، فارسم شكلاً يمثل المثلثين المتطابقين، وسمّه. ثم أوجد قيمة كل من x , y . (الدرس 3-3)

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
F	T		
T	T		
F	F		
T	F		

(22) أكمل جدول الصواب المجاور (مهارة سابقة)

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

اليوم
التاريخ



رابط الدرس الرقمي
www.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع
Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

3-6

المثلثات المتطابقة الضلعين و المثلثات المتطابقة الأضلاع

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٤٧

3-6



المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع
Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



استفتاح

دعاء

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٤٨

3-6



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

السلامة

اولا



اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمتة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٤٩

3-6



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع
Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

اليوم
التاريخ



استراتيجية شريط الذكريات

■ أستعمل النظرية AAS
لاختبار التطابق.

■ أستعمل المسألة ASA
لاختبار التطابق.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٥٠

جدول

تعلم

3-6



المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع
Isosceles and Equilateral Triangles



3-5

استراتيجية
جدول التعلم

كيف أتتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٥١

3-5



رايت الدرس الرقمي
www.len.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

الحوار
و
المناقشة

المفردات:

ساقا المثلث المتطابق

الضلعين

legs of an isosceles triangle

زاوية الرأس

vertex angle

زاويتا القاعدة

base angles



فيما سبق:

درست المثلثات المتطابقة
الضلعين والمثلثات
المتطابقة الأضلاع.

(الدرس 3-1)



والآن:

- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين.
- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٥٢

3-5



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



لماذا؟

للعبة القطار السريع في مدينة الألعاب دعائم مثلثية بين
المسارات لتقويتها وتثبيتها، والدعائم المثلثية الظاهرة في
الصورة عبارة عن مثلثات متطابقة الضلعين.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

١٥٣

3-5



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

الفكرة
الرئيسية

١- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الضلعين .

٢- أستعمل خصائص المثلثات المتطابقة الأضلاع .

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٥٤

3-5



المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

أسئلة
التعزيز

١- لماذا تعد هذه المثلثات متطابقة الضلعين ؟

٢- ما الذي يظهر أنه صحيح حول الزوايا التي تقابل الأضلاع المتطابقة ؟

٣- ما نوع المثلث الناتج عندما يكون الضلع الثالث في المثلث مطابقاً للضلعين الآخرين ؟

٤- ما الذي يظهر أنه صحيح بالنسبة للزوايا الثلاث إذا كانت الأضلاع الثلاثة متطابقة ؟

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٥٥

3-5



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

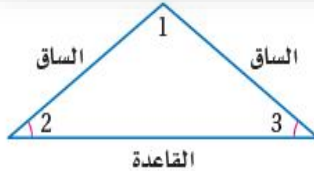
3-6



خصائص المثلث المتطابق الضلعين: تذكر أن المثلثات المتطابقة الضلعين لها ضلعان متطابقان على الأقل، وأن لعناصرها أسماء خاصة.

حيث يُسمى الضلعان المتطابقان **الساقين**، والزاوية التي ضلعاها الساقان تُسمى **زاوية الرأس**. ويُسمى ضلع المثلث المقابل لزاوية الرأس **القاعدة**. والزائتان المكونتان من القاعدة والضلعين المتطابقين تُسميان **زاويتي القاعدة**.

ففي الشكل المجاور، $\angle 1$ هي زاوية الرأس، وزاويتا القاعدة هما $\angle 2$ ، $\angle 3$.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٥٦

3-5



www.ien.edu.sa

3-6

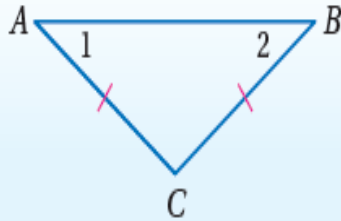
المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles



أضف إلى
مطوبتك

نظريات

المثلث المتطابق الضلعين



3.10 نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهما متطابقتان.

مثال: إذا كان $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ ، فإن $\angle 1 \cong \angle 2$.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٥٧

3-5



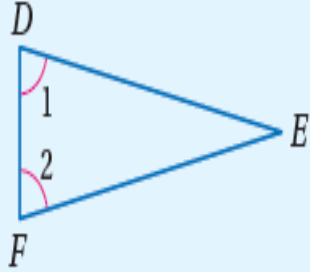
www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



تطوير - إنتاج - توثيق



3.11 عكس نظرية المثلث المتطابق الضلعين

إذا تطابقت زاويتان في مثلث، فإن الضلعين المقابلين
لهما متطابقان.

مثال، إذا كان $\angle 1 \cong \angle 2$ ، فإن $\overline{FE} \cong \overline{DE}$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٥٨

3-6



www.ien.edu.sa

3-6

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles



تطوير - إنتاج - توثيق

القطع المستقيمة المتطابقة والزوايا المتطابقة

مثال 1

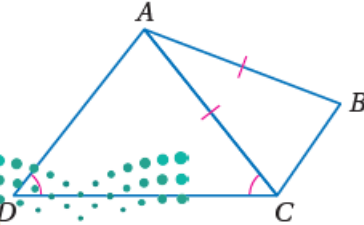
(a) سمّ زاويتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.

$\angle ACB$ تقابل $\overline{AB}$ ، $\angle B$ تقابل $\overline{AC}$ ؛

لذا فإن $\angle ACB \cong \angle B$.

(b) سمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.

$\overline{AD}$ تقابل $\angle ACD$ ، $\overline{AC}$ تقابل $\angle D$ ، لذا فإن $\overline{AD} \cong \overline{AC}$.



وزارة
التعليم

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٥٩

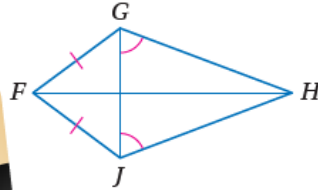
3-6



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



تحقق من فهمك



- (1A) سمّ زاويتين متطابقتين غير مشار إلى تطابقهما في الشكل.
(1B) سمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين غير المشار إلى تطابقهما في الشكل.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٦٠

3-6



www.ien.edu.sa

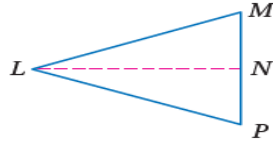
المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



نظرية المثلث المتطابق الضلعين

البرهان



المعطيات: في $\triangle LMP$ ، $\overline{LM} \cong \overline{LP}$

المطلوب: إثبات أن: $\angle M \cong \angle P$

البرهان:

المبررات	العبارات
(1) كل قطعة مستقيمة لها نقطة منتصف واحدة.	(1) افترض أن N نقطة منتصف $\overline{MP}$.
(2) كل نقطتين تحددان مستقيماً.	(2) ارسم قطعة مساعدة $\overline{LN}$.
(3) نظرية نقطة المنتصف.	(3) $\overline{PN} \cong \overline{NM}$
(4) خاصية الانعكاس في التطابق.	(4) $\overline{LN} \cong \overline{LN}$
(5) معطى.	(5) $\overline{LM} \cong \overline{LP}$
(6) مسلّمة التطابق بثلاثة أضلاع.	(6) $\triangle LMN \cong \triangle LPN$
(7) العناصر المتناظرة في مثلثين متطابقين تكون متطابقة.	(7) $\angle M \cong \angle P$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٦١

3-6



www.ien.edu.sa

3-6

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles



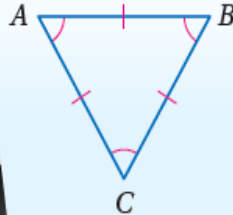
خصائص المثلث المتطابق الأضلاع: نظرية المثلث المتطابق الضلعين تقود إلى نتيجتين حول زوايا المثلث المتطابق الأضلاع.

أضف إلى

مطوبتك

المثلث المتطابق الأضلاع

نتيجتان



3.3 يكون المثلث متطابق الأضلاع إذا وفقط إذا كان متطابق الزوايا.

مثال: $\angle A \cong \angle B \cong \angle C$ ،

إذا وفقط إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CA}$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-6



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

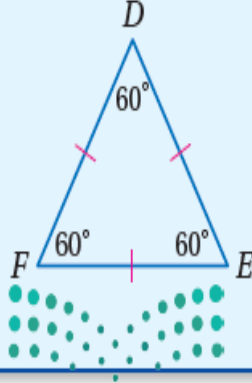
3-6



3.4 قياس كل زاوية في المثلث المتطابق الأضلاع 60° .

مثال، إذا كان $\overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FD}$ ،

فإن $m\angle E = m\angle F = m\angle D = 60^\circ$



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٦٣

3-6



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

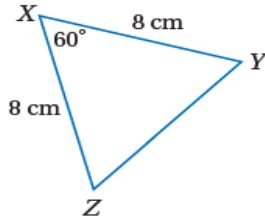


إيجاد القياسات المجهولة

مثال 2

أوجد كل قياس من القياسات الآتية:

$m\angle Y$ (a)



بما أن $XY = XZ$ ، وباستعمال نظرية المثلث المتطابق الضلعين،
تكون زاويتا القاعدة Z, Y متطابقتين؛ لذا فإن $m\angle Z = m\angle Y$. استعمل نظرية
مجموع زوايا المثلث لإيجاد $m\angle Y$.

نظرية مجموع زوايا المثلث

$$m\angle X + m\angle Y + m\angle Z = 180^\circ$$

$$m\angle X = 60^\circ, m\angle Z = m\angle Y$$

$$60^\circ + m\angle Y + m\angle Y = 180^\circ$$

بسّط

$$60^\circ + 2(m\angle Y) = 180^\circ$$

اطرح 60 من كل طرف

$$2(m\angle Y) = 120^\circ$$

اقسم كل طرف على 2

$$m\angle Y = 60^\circ$$

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٦٤

3-6



رايت الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

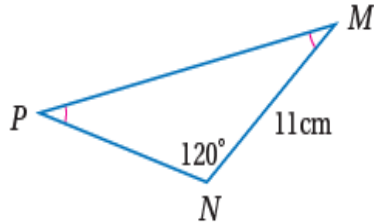
3-6

ارشادات للدراسة
المثلثات المتطابقة
الضلعين

كما اكتشفت في
المثال 2، أي مثلث
متطابق الضلعين فيه
زاوية قياسها 60° يكون
مثلثًا متطابق الأضلاع.

YZ (b)

$m\angle Z = m\angle Y$ ؛ لذا بالتعويض فإن $m\angle Z = 60^\circ$ ، وبما أن $m\angle X = 60^\circ$ ، فإن قياس كل زاوية من الزوايا الثلاث 60° ؛ لذا فالمثلث متطابق الزوايا. وهو متطابق الأضلاع أيضًا، لذا فإن $XY = XZ = ZY$. وبما أن $XY = 8\text{ cm}$ ، إذن $YZ = 8\text{ cm}$



تحقق من فهمك



PN (2B)

$m\angle M$ (2A)

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٦٥

3-6



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

إرشادات للدراسة

المثلثات المتطابقة
الضلعين

كما اكتشفت في
المثال 2، أي مثلث
متطابق الضلعين فيه
زاوية قياسها 60° يكون
مثلثاً متطابق الأضلاع.

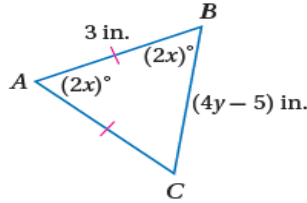
مثال 3

إيجاد القيم المجهولة

جبر: أوجد قيمة كل متغير في الشكل المجاور.

بما أن $m\angle A = m\angle B$ ؛ أي أن $\angle A \cong \angle B$ فإن $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ باستعمال عكس
نظرية المثلث المتطابق الضلعين؛ وبذلك فإن أضلاع المثلث متطابقة. وقياس
كل زاوية فيه تساوي 60° ؛ لذا فإن $x = 30$ ، $2x = 60$.

وبما أن المثلث متطابق الأضلاع، إذن جميع الأضلاع متطابقة.



تعريف تطابق القطع المستقيمة

$$AB = BC$$

عوض

$$3 = 4y - 5$$

اجمع 5 إلى كل من الطرفين

$$8 = 4y$$

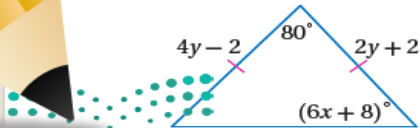
اقسم كل طرف على 4

$$2 = y$$

تحقق من فهمك



(3) أوجد قيمة كل من المتغيرين في الشكل المجاور.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

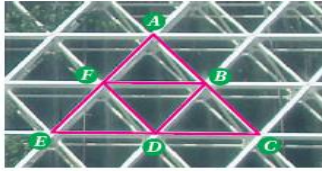
١٦٦



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



تطبيق تطابق المثلثات

مثال 4 من واقع الحياة

بناء: في الصورة المجاورة. $\triangle ACE$ مثلث متطابق الأضلاع. F نقطة منتصف AE ، D نقطة منتصف EC ، B نقطة منتصف CA . برهن أن $\triangle FBD$ متطابق الأضلاع.

المعطيات: $\triangle ACE$ متطابق الأضلاع، و F نقطة منتصف AE ، و D نقطة منتصف EC ، و B نقطة منتصف CA

المطلوب: إثبات أن: $\triangle FBD$ متطابق الأضلاع.

البرهان:



الربط مع الحياة

استعمل المهندس المعماري في هذا المبنى قضباناً حديدية تم تثبيتها على شكل مثلثات لتزيد المبنى دعماً وقوة مراعيًا في ذلك الجوانب الجمالية للبناء أيضاً.

المميزات	العبارات
(1) معطى	(1) $\triangle ACE$ متطابق الأضلاع.
(2) معطى	(2) F نقطة منتصف AE ، و D نقطة منتصف EC ، و B نقطة منتصف CA .
(3) المثلث المتطابق الأضلاع متطابق الزوايا	(3) $\angle A \cong \angle C \cong \angle E$
(4) تعريف نقطة المنتصف	(4) $AF = FE$, $ED = DC$, $CB = BA$
(5) تعريف المثلث المتطابق الأضلاع	(5) $\overline{CA} \cong \overline{AE} \cong \overline{EC}$
(6) تعريف التطابق	(6) $CA = AE = EC$
(7) خاصية الضرب	(7) $\frac{1}{2} CA = \frac{1}{2} AE = \frac{1}{2} EC$
(8) بالتعويض	(8) $AF = FE = ED = DC = AB = BC$
(9) تعريف التطابق	(9) $\overline{AF} \cong \overline{ED} \cong \overline{CB}$, $\overline{FE} \cong \overline{DC} \cong \overline{BA}$
(10) مسلمة SAS	(10) $\triangle AFB \cong \triangle EDF \cong \triangle CBD$
(11) العناصر المتناظرة متطابقة.	(11) $\overline{DF} \cong \overline{FB} \cong \overline{BD}$
(12) تعريف المثلث المتطابق الأضلاع	(12) $\triangle FBD$ متطابق الأضلاع.

3-6



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



تحقق من فهمك



4) في الصورة أعلاه إذا علمت أن $\triangle ACE$ متطابق الأضلاع، فيه: $\overline{BC} \parallel \overline{FD}$ ، $\overline{EF} \parallel \overline{BD}$ ، و D نقطة منتصف $\overline{EC}$ ، فأثبت أن $\triangle FED \cong \triangle BDC$.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٦٨

3-6



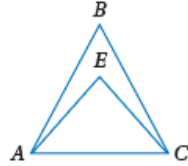
www.ien.edu.sa

3-6

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles



تأكد



المثال 1 باستعمال الشكل المجاور أجب عن السؤالين الآتيين:

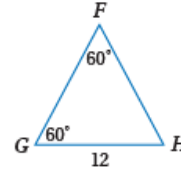
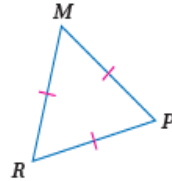
(1) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CB}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين.

(2) إذا كان $\angle EAC \cong \angle ECA$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

المثال 2 أوجد كلّاً من القياسين الآتيين:

$m\angle MRP$ (4)

FH (3)



وزارة التعلّم

Ministry of Education

2023 - 1443

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

١٦٩

3-6



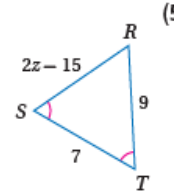
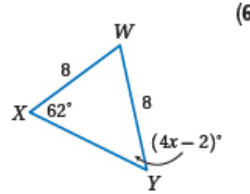
www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

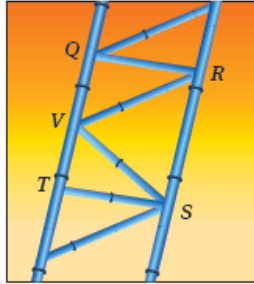
3-6



المثال 3 جبر: أوجد قيمة المتغير في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



المثال 4 (7) القاطرة السريعة: الشكل المجاور يظهر جزءاً من سكة القاطرة السريعة المبنية في فقرة "لماذا؟" مكوّنة من مثلثات.



- (a) إذا كان $\overline{QR}$ ، $\overline{ST}$ عموديان على $\overline{QT}$ ، و $\triangle RVS \cong \triangle STV$ متطابق الضلعين قاعدته $\overline{RS}$ ، $\overline{ST} \parallel \overline{SR}$ ، فأثبت أن $\triangle RQV \cong \triangle STV$.
- (b) إذا كان $QR = 2$ m، $VR = 2.5$ m، فأوجد البعد بين المستقيمين $\overleftrightarrow{ST}$ و $\overleftrightarrow{QR}$. برّر إجابتك.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٧٠

3-6



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

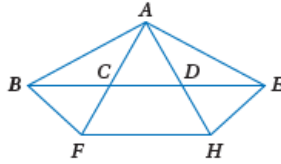


مجموعة رفاة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدريب وحل المسائل

المثال 1

باستعمال الشكل المجاور أجب عن الأسئلة 8-11 :



(8) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{AE}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين.

(9) إذا كانت $\angle ABF \cong \angle AFE$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

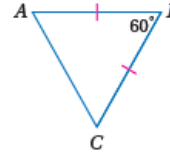
(10) إذا كانت $\overline{CA} \cong \overline{DA}$ ، فسمّ زاويتين متطابقتين.

(11) إذا كانت $\angle DAE \cong \angle DEA$ ، فسمّ قطعتين مستقيمتين متطابقتين.

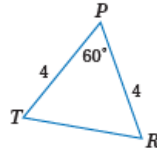
المثال 2

أوجد كلاً من القياسين الآتيين:

$m\angle BAC$ (12)



TR (13)



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٧١

3-6



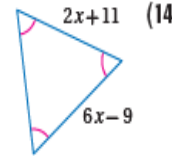
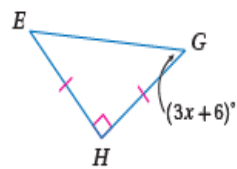
www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

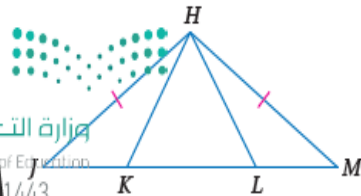


المثال 3 جبر: أوجد قيمة المتغير في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



المثال 4 برهان: اكتب برهاناً حرّاً.

المعطيات، $\triangle HJM$ متطابق الضلعين،
 $\triangle HKL$ متطابق الأضلاع.
المطلوب إثبات أن، $\angle JHK \cong \angle MHL$



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٧٢

3-6



www.ien.edu.sa

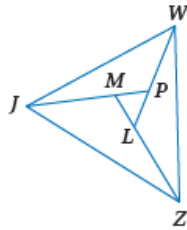
المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



مجموعة رفاة الرياضيات
نظري - إبداع - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا



(32) **تحديد:** في الشكل المجاور إذا كان $\triangle WJZ$ متطابق الأضلاع،
فأثبت أن $\overline{WP} \cong \overline{ZL} \cong \overline{JM}$ ، $\angle ZWP \cong \angle WJM \cong \angle JZL$

تبرير: حدد ما إذا كانت كل من العبارتين الآتيتين صحيحة أحياناً أو دائماً أو غير صحيحة أبداً. ووضح إجابتك:

(33) إذا كان قياس زاوية رأس المثلث المتطابق الضلعين عدداً صحيحاً، فإن قياس كل من زاويتي القاعدة عدد صحيح.

(34) إذا كان قياس كل من زاويتي القاعدة عدداً صحيحاً، فإن قياس زاوية الرأس عدد فردي.

(35) **مسألة مفتوحة:** ارسم مثلثاً متطابق الضلعين، فيه زاويتا القاعدة منفرجتان إن أمكنك ذلك، وإلا فوضح السبب.

(36) **اكتب:** وضح كيف تستعمل قياس زاوية قاعدة المثلث المتطابق الضلعين لإيجاد قياس زاوية الرأس.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

١٧٣

استراتيجية جدول التعلم



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-6

المثلثات والبرهان الإحداثي
Triangles and Coordinate Proof

3-7

نلتقي إن شاء
الله في الدرس
القادم

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٧٥

3-6



أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

١٧٦

القلب 
اكتب مشاعرك حول الموضوع

العقل 
اكتب أفكارك حول الموضوع

الحرارة 
اكتب الجو العام للفرقة الصفية (التعاون ،
الاتحاد ، المشاركة.....)

اليَد 
اكتب - ارس - صم - شكل

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

الواجب المنزلي

تدريب على اختبار

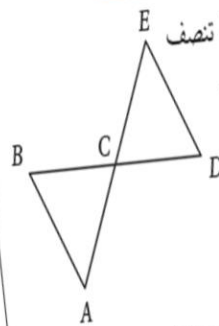
(38) إذا كان $x = -3$ ، فإن قيمة $4x^2 - 7x + 5$ تساوي:

2 A

20 B

42 C

62 D



$$\angle ACB \cong \angle EDC \quad C$$

$$\angle A \cong \angle B \quad D$$

(37) في الشكل المجاور، $\overline{AE}$ ، $\overline{BD}$ تتصاف كل منهما الأخرى في النقطة C.

أي المعلومات الإضافية الآتية تعد كافية لإثبات أن $\overline{DE} \cong \overline{DC}$ ؟

$$\angle A \cong \angle BCA \quad A$$

$$\angle B \cong \angle D \quad B$$



إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد



اليوم
التاريخ



رابط الدرس الرقمي
www.ken.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي
Triangles and Coordinate Proof

3-7

3-7

المثلثات و البرهان الإحداثي

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٧٩

3-7



رابطہ المدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7



استفتاح

دعاء

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٨٠

3-7



رابطہ المدرس الرسمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7

السلامة

أولاً



اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علماً



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمّنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٨١

٣١



رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي
Triangles and Coordinate Proof

3-7

اليوم
التاريخ

استراتيجية شريط الذكريات

■ أستعمل خصائص
المثلثات المتطابقة
الأضلاع.

■ أستعمل خصائص
المثلثات المتطابقة
الضلعين.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٨٢

جدول

تعلم

3-7

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof



رابطه الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa



مجموعة رة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استراتيجية
جدول التعلم

كيف أتتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٨٣



المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7



والآن:

- أرسم مثلثات، وأحدد مواقعها لاستعمالها في البرهان الإحداثي.
- أكتب برهاناً إحداثياً.



فيما سبق:

درست استعمال الهندسة الإحداثية لبرهان تطابق المثلثات.
(مهارة سابقة)



المفردات:

البرهان الإحداثي
coordinate proof

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد



رابطہ المدرس الرسمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7



لماذا؟

نظام تحديد الموقع العالمي (GPS) يستقبل البث من الأقمار الاصطناعية، والتي يمكن بواسطتها تحديد موقع السيارة. ويمكن الاستفادة من هذه المعلومات بالإضافة إلى برمجيات أخرى لتوجيه حركة السيارة.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٨٥



رابطہ المدرس الرسمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الاحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7

الفكرة
الرئيسية



١- ارسم مثلثات وأحدد موقعها لاستعمالها في البرهان .

٢- اكتب برهاناً احداثياً .

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

١٨٦

٣١



رايخ المدرس الرقمي
www.lrn.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6

أسئلة
التعزيز



ماذا يلزم لإيجاد
المسافة بين
نقطتين على
المستوى الاحداثي؟



ما الطريقة التي
تتوقع أن يحدد بها
القمر الاصطناعي
موقعك على الأرض؟



ما أوجه الشبه بين
الشبكة الاحداثية على
سطح الأرض
والمستوى الاحداثي؟

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٨٧



رابطہ المدرس الرسمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7



موقع المثلث وتسميته: كما هو الحال في نظام تحديد الموقع العالمي، فإن معرفة إحداثيات رؤوس شكل ما في مستوى إحداثي، يمكنك من اكتشاف خصائصه والتوصل إلى استنتاجات خاصة به. ويستعمل **البرهان الإحداثي** الأشكال في المستوى الإحداثي والجبر لإثبات صحة المفاهيم الهندسية. فالخطوة الأولى في البرهان الإحداثي هي تمثيل الشكل في المستوى الإحداثي.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٨٨



المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7

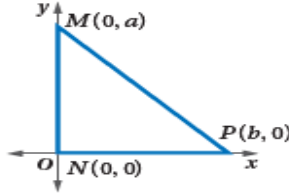
إرشادات للدراسة

الارتفاع على القاعدة
في المثلث المتطابق
الضلعين ينصف
القاعدة



تحديد موقع المثلث وتسميته

مثال 1



ارسم المثلث القائم MNP في المستوى الإحداثي، وسم رؤوسه على أن يكون طول $\overline{MN}$ يساوي a وحدة، وطول $\overline{NP}$ يساوي b وحدة.

• يُحدّد طول الضلع الذي يقع على أحد المحاورين بسهولة؛ لذا من الأفضل وضع ضلعي القائمة على المحاورين x, y .

• اجعل زاوية المثلث القائمة $\angle N$ على نقطة الأصل، فيكون ضلعا القائمة على المحاورين هما x, y .

• ارسم المثلث في الربع الأول.

• ارسم M على المحور y ، وبما أن طول $\overline{MN}$ يساوي a وحدة، فإن إحداثيها x يساوي صفراً، وإحداثيها y يساوي a .

• ارسم P على المحور x ، وبما أن طول $\overline{NP}$ يساوي b وحدة، فإن إحداثيها y يساوي صفراً، وإحداثيها x يساوي b .

تحقق من فهمك ✓

1 ارسم المثلث JKL المتطابق الضلعين في المستوى الإحداثي وسم رؤوسه، على أن يكون طول قاعدته $\overline{JL}$ يساوي a وحدة، ويكون ارتفاعه b وحدة، والرأس K يقع على المحور y .

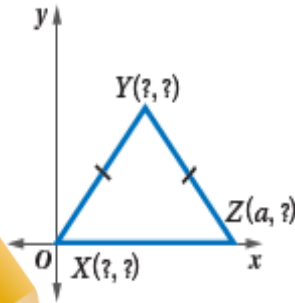
إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٨٩

مثال 2

إيجاد الإحداثيات المجهولة

أوجد الإحداثيات المجهولة في المثلث XYZ المتطابق الضلعين.



بما أن الرأس X يقع عند نقطة الأصل، فإن إحداثياته هي $(0, 0)$ ، ولأن الرأس Z يقع على المحور x ، فإن الإحداثي y له يساوي صفراً، فتكون إحداثيات الرأس Z هي $(a, 0)$ ، وبما أن $\triangle XYZ$ متطابق الضلعين، فإن الإحداثي x للنقطة Y يقع في منتصف المسافة بين 0 و a ، ويكون $\frac{a}{2}$ ، أما الإحداثي y للنقطة Y فلا يمكننا إيجاده بدلالة a ، وإذا افترضناه b ، فتكون إحداثيات النقطة Y هي $(\frac{a}{2}, b)$.



رابطه الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7

إرشادات للدراسة

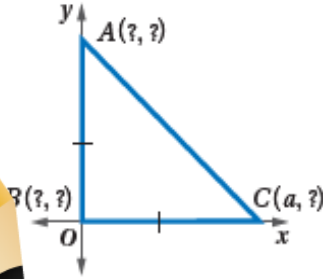
الزاوية القائمة
تقاطع المحور x مع
المحور لا يشكل زاوية
قائمة، ولذا يُعد هذا
التقاطع المكان المناسب
لموقع الزاوية القائمة.



تحقق من فهمك



2) أوجد الإحداثيات المجهولة في المثلث $\triangle ABC$
المتطابق الضلعين والقائم الزاوية.



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

١٩١



المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7

إرشادات للدراسة

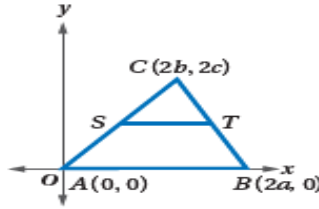
البرهان الإحداثي
تنطبق الإرشادات
والطرائق المستعملة
في هذا الدرس على كل
المضلعات، ولا تقتصر
على المثلثات.

كتابة البرهان الإحداثي

مثال 3

اكتب برهانًا إحداثيًا لإثبات أن القطعة المستقيمة التي تصل بين منتصفَي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث.

اجعل أحد رؤوس المثلث عند نقطة الأصل وسمِّه A ، واستعمل إحداثيات من مضاعفات 2؛ لأن قانون نقطة المنتصف يتضمن قسمة مجموع الإحداثيين على 2



المعطيات: $\triangle ABC$ ، فيه:

S نقطة منتصف $\overline{AC}$

T نقطة منتصف $\overline{BC}$

المطلوب: إثبات أن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$

البرهان:

باستعمال قانون نقطة المنتصف، فإن إحداثيات S هي: $(\frac{2b+0}{2}, \frac{2c+0}{2}) = (b, c)$

وكذلك إحداثيات T هي: $(\frac{2a+2b}{2}, \frac{0+2c}{2}) = (a+b, c)$

وبتطبيق قانون الميل، فإن ميل $\overline{ST}$ هو: $\frac{c-c}{a+b-b} = 0$

وميل $\overline{AB}$ هو: $\frac{0-0}{2a-0} = 0$

وبما أن ميل $\overline{ST}$ يساوي ميل $\overline{AB}$ ، فإن $\overline{ST} \parallel \overline{AB}$.



وزارة التعليم
Ministry of Education

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

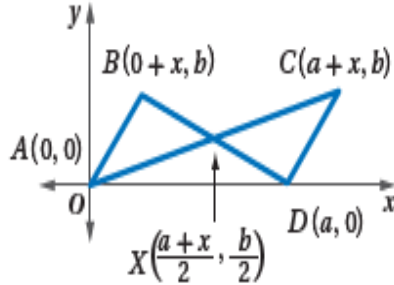
١٩٢



رابطہ المدرس الإلكتروني
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7



تحقق من فهمك



3) اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن:
 $\triangle ABX \cong \triangle CDX$

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

١٩٣



المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7

تصنيف المثلثات

مثال 4 من واقع الحياة

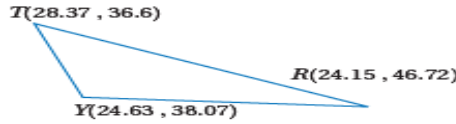
جغرافيا: إذا علمت أن الإحداثيات التقريبية لكلٍّ من الرياض وبنبع وتبوك هي:
الرياض $24.15^{\circ}\text{N } 46.72^{\circ}\text{E}$ ، ينبع $24.63^{\circ}\text{N } 38.07^{\circ}\text{E}$ ، تبوك $28.37^{\circ}\text{N } 36.6^{\circ}\text{E}$.

فاكتب برهانًا إحصائيًا يبين أن المثلث الذي رؤوسه هذه المدن الثلاث مختلف الأضلاع.

إرشاد: يمكن التعبير عن إحداثي الرياض $24.15^{\circ}\text{N } 46.72^{\circ}\text{E}$ بالزوج المرتب $(24.15, 46.72)$ وكذلك بقية المدن.

الخطوة الأولى هي رسم شكل تقريبي لهذا المثلث، وتحديد المواقع الثلاثة وإحداثياتها على الرسم، ولتكن R تمثل الرياض، و Y تمثل ينبع، و T تمثل تبوك.

إذا لم يتطابق أي ضلعين في $\triangle RYT$ ، فسيكون مختلف الأضلاع. استعمل قانون المسافة بين نقطتين والآلة الحاسبة لإيجاد أطوال أضلاع المثلث.



$$RY = \sqrt{(24.15 - 24.63)^2 + (46.72 - 38.07)^2} \approx 8.66$$

$$RT = \sqrt{(28.37 - 24.15)^2 + (36.6 - 46.72)^2} \approx 10.96$$

$$YT = \sqrt{(24.63 - 28.37)^2 + (38.07 - 36.6)^2} \approx 4.02$$

وبما أن أطوال أضلاع المثلث مختلفة، إذن فهو مثلث مختلف الأضلاع؛ أي أن المثلث الذي رؤوسه هي الرياض وبنبع وتبوك مختلف الأضلاع.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد



رابطه الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

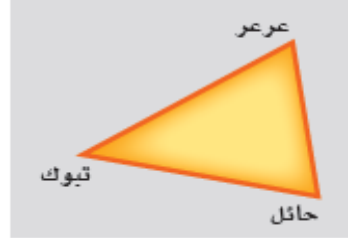
3-7



تحقق من فهمك



(4) **جغرافيا:** يضم مجمّع كسفيّ ثلاث فرق من ثلاث مدن تمثل مثلثًا. إذا كانت الإحداثيات التقريبية لمواقع هذه المدن الثلاث هي:
تبوك $28.37^{\circ}\text{N}36.6^{\circ}\text{E}$ ، عرعر $30.9^{\circ}\text{N}41.13^{\circ}\text{E}$ ، حائل $27.43^{\circ}\text{N}41.68^{\circ}\text{E}$ ،
فاكتب برهانًا إحصائيًا لإثبات أن المثلث الذي رؤوسه هذه المدن الثلاث متطابق الضلعين تقريبًا.



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد



المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7



تأكد

المثال 1

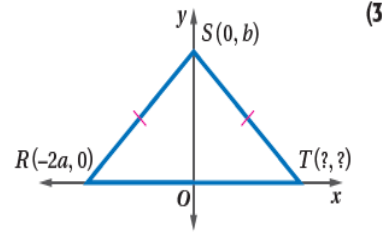
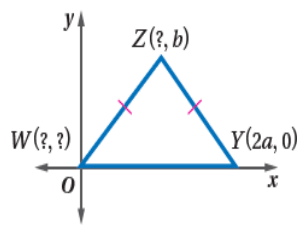
ارسم كلاً من المثلثين الآتيين في المستوى الإحداثي، وحدد إحداثيات رؤوسه.

(1) $\triangle ABC$ قائم الزاوية، فيه $\overline{AC}$ ، $\overline{AB}$ ضلعا القائمة، وطول $\overline{AC}$ يساوي $2a$ وحدة، وطول $\overline{AB}$ يساوي $2b$ وحدة.

(2) $\triangle FGH$ المتطابق الضلعين الذي طول قاعدته $\overline{FG}$ يساوي $2a$ وحدة.

المثال 2

أوجد الإحداثيات المجهولة في كل من المثلثين الآتيين:



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

١٩٦



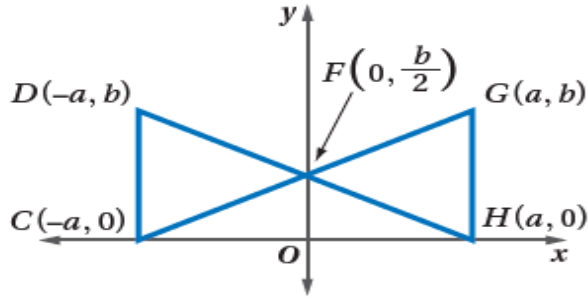
رابط المحتوى الرقمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7



المثال 3 (5) اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن $\triangle FGH \cong \triangle FDC$.



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

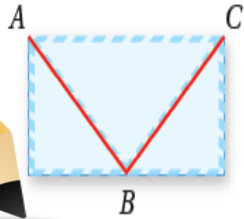
١٩٧



رابطہ المدرس الرسمي
www.ien.edu.sa

المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7



المثال 4 (6) اكتب برهاناً إحداثياً لإثبات أن المثلث ABC متطابق الضلعين، علماً بأن بُعْدَي المظروف هما: 10 cm, 20 cm، والنقطة B في منتصف الحافة السفلى للمظروف.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

١٩٨



المثلثات والبرهان الإحداثي Triangles and Coordinate Proof

3-7



تدرب وحل المسائل

المثال 1

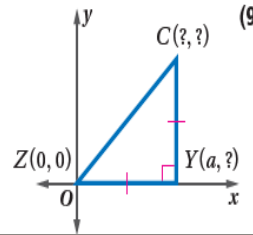
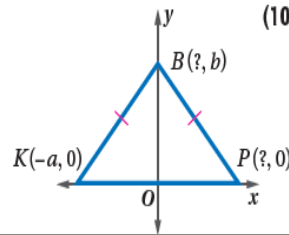
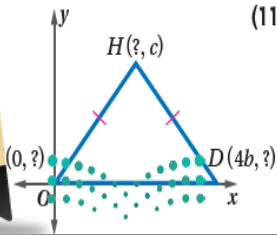
ارسم كل مثلث من المثلثات الآتية في المستوى الإحداثي، وحدد إحداثيات رؤوسه:

(7) $\triangle ABC$ المتطابق الضلعين الذي طول قاعدته $\overline{AB}$ يساوي a وحدة.

(8) $\triangle XYZ$ القائم الزاوية الذي وتره $\overline{YZ}$ ، وطول الضلع $\overline{XY}$ يساوي b وحدة، وطول $\overline{XZ}$ ثلاثة أمثال طول $\overline{XY}$.

المثال 2

أوجد الإحداثيات المجهولة في كل مثلث مما يأتي:



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد



www.moe.gov.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



مسائل مهارات التفكير العليا

تحد: إذا كانت إحداثيات النقطة J هي $(0, 0)$ ، والنقطة K هي $(2a, 2b)$ ، فأوجد إحداثيات النقطة L ، على أن يكون $\triangle JKL$ من النوع المحدد في كل من الأسئلة الثلاثة الآتية:

(19) مثلث مختلف الأضلاع (20) مثلث قائم الزاوية (21) مثلث متطابق الضلعين

(22) **مسألة مفتوحة:** في المستوى الإحداثي، ارسم مثلثاً قائم الزاوية متطابق الضلعين، على أن تكون نقطة الأصل هي نقطة منتصف وتره، وحدد إحداثيات كل رأس من رؤوسه.

وزارة التعل

Ministry of Education

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٢٠٠



www.ien.edu.sa

المثلثات المتطابقة الضلعين والمثلثات المتطابقة الأضلاع Isosceles and Equilateral Triangles

3-6



(23) **تبرير:** إحداثيات رأسين في مثلث هما: $(a, 0)$, $(0, 0)$. إذا أعطي إحداثي الرأس الثالث بدلالة a ، وكان المثلث متطابق الضلعين، فحدّد إحداثيات الرأس الثالث، ثم ارسم المثلث في المستوى الإحداثي.

(24) **اكتب:** وضح فائدة اتباع كلّ من الإرشادات الآتية؛ لرسم المثلث في المستوى الإحداثي عند كتابة البرهان الإحداثي:

(a) اجعل نقطة الأصل أحد رؤوس المثلث.

(b) ارسم ضلعًا واحدًا على الأقل من أضلاع المثلث على المحور x أو المحور y .

(c) حاول أن يقع المثلث في الربع الأول ما أمكن ذلك.

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٢٠١

استراتيجية جدول التعلم



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

3-6

نلتقي إن شاء الله في الدرس القادم

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

٢٠٣

3-6



القلب 
اكتب مشاعرك حول الموضوع

العقل 
اكتب أفكارك حول الموضوع

الحرارة 
اكتب الجو العام للفرقة الصفية (التعاون ،
الاتحاد ، المشاركة.....)

اليَد 
اكتب - ارس - صم - شكل

أكتبي
أفكارك
ومشاعرك
عن درس
اليوم

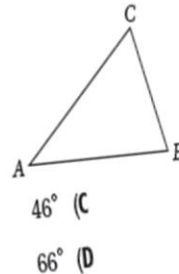
٢٠٤

إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

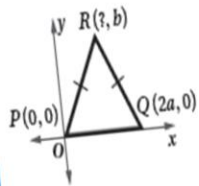
الواجب المنزلي

تدريب على اختبار

(25) في الشكل أدناه إذا كان $m\angle B = 76^\circ$ وقياس $\angle A$ يساوي نصف قياس $\angle B$ ، فما $m\angle C$ ؟



(26) ما إحداثيات النقطة R في المثلث المجاور؟



- $(4a, b)$ C $(\frac{a}{2}, b)$ A
 $(\frac{a}{4}, b)$ D (a, b) B



إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



إعداد المعلمة/ تغريد باجنيد

الفصل 4

-4

العلاقات في المثلث

الفصل

4

التهيئة للفصل 4

- 4-1 المنصفات في المثلث
- 4-2 القطع المتوسط والارتفاعات في المثلث
- 4-3 المتباينات في المثلث
- 4-4 البرهان غير المباشر
- 4-5 متباينة المثلث
- 4-6 المتباينات في مثلثين

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



٢٠٧

الفصل 4

-4

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



اليوم

التاريخ

٢٠٨

دعاء

اللهم يا معلم إبراهيم علمنا
ويا مفضلهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

استراتيجية شريط الذكريات

4-

مصححة رفاة الرياضيات
نظير - إنعام - نونوق

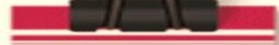
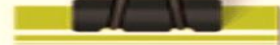
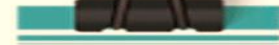
■ اكتب برهاناً إحدائياً.

■ أرسم مثلثات، وأحدد
مواقعها لاستعمالها في
البرهان الإحدائي.

٢١١

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

استراتيجية جدول التعلم

كيف أتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف
			
			

فيما سبق:

درستُ طرائق تصنيف المثلثات.

لماذا؟

التصميم الداخلي:

تستعمل العلاقات في المثلث
لإيجاد الأبعاد وقياسات الزوايا
ومقارنتها. ويستعمل مهندسو
التصميم الداخلي هذه العلاقات
لتحسين تصاميمهم.

والآن:

- أتعرف القطع المستقيمة والنقاط المرتبطة بالمثلثات.
- أتعرف العلاقات الخاصة بين أضلاع المثلث وزواياه.
- أكتب برهاناً غير مباشر.

الفصل 4

-4

التهيئة للفصل الرابع

٢١٤

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

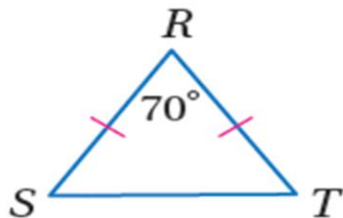


اليوم

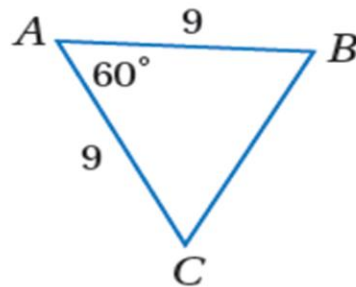
التاريخ

أوجد كلاً من القياسين الآتيين :

$m\angle RST$ (2)



BC (1)



$$\begin{aligned}
 180 &= 70 + 2m < S \\
 110 &= 2m < S \\
 55 &= m < S
 \end{aligned}$$

$$BC = 9$$

٢١٥

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

(3) **حدائق:** يصمّم عبد الله حوضًا لزراعة الورود على شكل مثلث قائم الزاوية. إذا كان طول كلٍّ من ضلعي القائمة 7 ft، فما طول الضلع الثالث (قرب إلى أقرب عدد صحيح)؟

$$c^2 = (7)^2 + (7)^2$$

$$c = \sqrt{49 + 49}$$

$$c \approx 9.89$$

$$c = 10$$

٢١٦

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

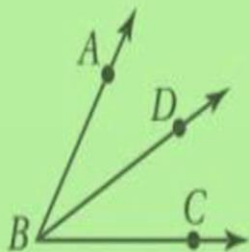
للأسئلة 4-6 ضع تخميناً مبنياً على المعطيات وارسم شكلاً
يوضح تخمينك:

(4) $\angle 3$, $\angle 4$ زاويتان متجاورتان على خط مستقيم.

(5) $JKLM$ مربع.

(6) $\overrightarrow{BD}$ منصف $\angle ABC$.

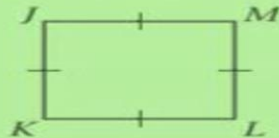
(6) $\angle ABD \cong \angle DBC$



(4) $\angle 3$, $\angle 4$ متكاملتان.



(5) $JK = KL = LM = MJ$



(7) **تبرير:** حدّد ما إذا كان التخمين التالي المبني على المعطيات الواردة صحيحًا دائمًا أو صحيحًا أحيانًا أو غير صحيح أبدًا. وفسّر إجابتك.

المعطيات: D, E, F ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة.

التخمين: $DE + EF = DF$

(7) صحيح أحيانًا؛ يكون التخمين صحيحًا، عندما تكون E بين D, F ، وبخلاف ذلك يكون التخمين خاطئًا.

حل كلاً من المتباينات الآتية:

$$x - 6 > 2x \quad (9)$$

$$x + 16 < 41 \quad (8)$$

$$8x + 15 > 9x - 26 \quad (11)$$

$$6x + 9 < 7x \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 3x + 15 &> 9x - 26 \\
 41 &> x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6x + 9 &< 7x \\
 9 &< x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x - 6 &> 2x \\
 -6 &> x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x + 16 &< 41 \\
 x &< 28
 \end{aligned}$$

استراتيجية جدول التعلم

4-

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

٢٢٠

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

القلب 
اكتب مشاعرك حول الموضوع

العقل 
اكتب أفكارك حول الموضوع

الحرارة 
اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ،
الاتحاد ، المشاركة.....)

اليَد 
اكتب - ارم - صم - شكل

أكتبي
أفكارك
ومشاعرك
عن درس
اليوم

(12) **صور:** أضافت نورة 15 صورة إلى ألبوم صورها،
فأصبح عدد الصور أكثر من 120، فكم صورة كانت في
الألبوم؟

$$15 + x > 120$$

$$x > 105$$

الواجب
المنزلي

٢٢٢

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

4-



نلتقي إن
شاء الله في
الدرس
القادم

٢٢٣

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

الفصل 4

-4

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

٢٢٤



اليوم

التاريخ

الفصل 4

1-4



إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

٢٢٥



اليوم

التاريخ

دعاء

اللهم يا معلم إبراهيم علمنا
ويا مفضلهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المصافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

استراتيجية شريط الذكريات

4-



■ أتعرف العلاقات الخاصة بين
أضلاع المثلث وزواياه.
■ أكتب برهاناً غير مباشر.

■ أتعرف القطع المستقيمة
والنقاط المرتبطة بالمثلثات.

٢٢٨

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

استراتيجية جدول التعلم

1-4

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

٢٢٩

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

المفردات:

العمود المنصف

perpendicular bisector

المستقيمات المتلاقية

concurrent lines

نقطة التلاقي

point of concurrency

مركز الدائرة الخارجية

للمثلث

circumcenter

مركز الدائرة الداخلية

للمثلث

incenter

فيما سبق:

درستُ منصف القطعة

المستقيمة ومنصف

الزاوية.

والآن:

■ أتعرّف الأعمدة المنصّفة

في المثلثات وأستعملها.

■ أتعرّف منصفات الزوايا

في المثلثات وأستعملها.



لماذا؟

إن تصميم منطقة العمل على شكل مثلث كما في الصورة المجاورة يجعل إعداد الطعام أسرع؛ وذلك بتقليل عدد الخطوات التي تخطوها سيدة البيت. ولتعيين النقطة المتساوية البعد عن كل من الفرن ومصدر الماء والثلاجة، يمكنك استعمال الأعمدة المنصّفة لأضلاع المثلث.

الفكرة الرئيسية

1-4

- أتعرف الأعمدة المنصّفة في المثلثات وأستعملها.
- أتعرف منصّفات الزوايا في المثلثات وأستعملها.

٢٣٢

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أسئلة التعزيز

1-4

هل تكون هذه النقطة
عند منتصف ضلع من
ضلاع المثلث دائماً؟ و
لماذا؟

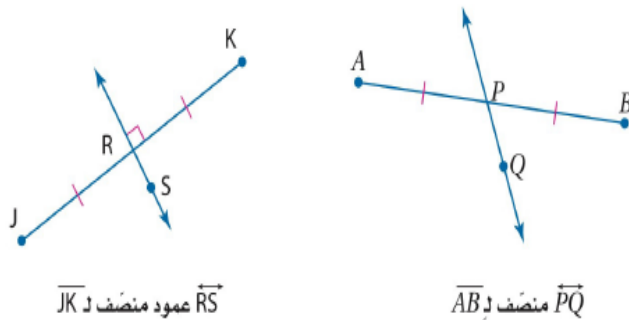
أين يجب أن توضع
الطاولة في هذا
المثلث؟

لماذا تكون منطقة
الحركة والعمل في
تصميم المطبخ أكثر
فائدة عندما تكون مثلثة
الشكل؟

٢ ٣ ٣

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

الأعمدة المنصّفة: تعلمت سابقاً أن منصّف قطعة مستقيمة هو أي قطعة أو مستقيم أو مستوى يقطع القطعة عند نقطة منتصفها، وإذا كان المنصّف عمودياً على القطعة سُمّي **عموداً منصّفاً**.

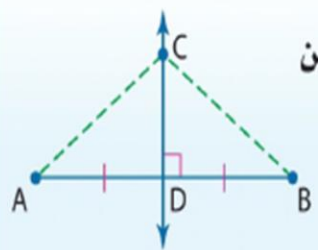


تذكّر أنّ المحل الهندسي هو مجموعة من النقاط تحقق شرطاً معيناً، فالعمود المنصّف لقطعة مستقيمة هو المحل الهندسي لمجموعة نقاط في المستوى، تقع كلّ منها على بُعدين متساويين من طرفي القطعة المستقيمة، وهذا يقود إلى النظريتين الآتيتين:

نظريتان

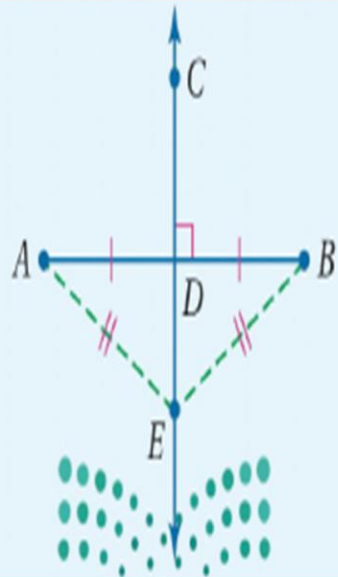
الأعمدة المنصّفة

اضف إلى
مطوياتك



4.1 نظرية العمود المنصف

كل نقطة على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفي القطعة المستقيمة.
مثال: إذا كان $\overrightarrow{CD}$ عموداً منصفاً لـ $\overline{AB}$ ،
فإن $AC = BC$.



4.2 عكس نظرية العمود المنصف

كل نقطة على بُعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة تقع على العمود المنصف لتلك القطعة.

مثال: إذا كان $AE = BE$ ، و $\overleftrightarrow{CD}$ هو العمود المنصف لـ $\overline{AB}$ ، فإن E تقع على $\overleftrightarrow{CD}$.

مثال 1 استعمال نظريات العمود المنصف

أوجد كل قياس مما يأتي :

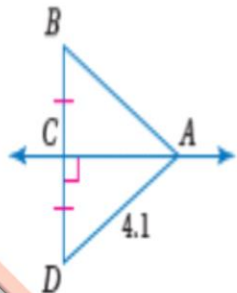
AB (a)

من المعطيات في الشكل المجاور ، نعلم أن

$\overleftrightarrow{CA}$ عمود منصف $\overleftrightarrow{BD}$

نظرية العمود المنصف $AB = AD$

عوض $AB = 4.1$



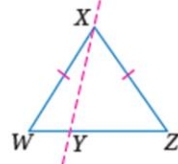
إرشادات للدراسة

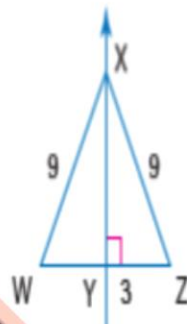
المعلومة $WX = ZX$

لوحدها لا تعد كافية

لاستنتاج أن $\overleftrightarrow{XY}$ عمود

منصف $\overleftrightarrow{WZ}$.



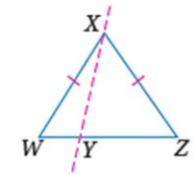


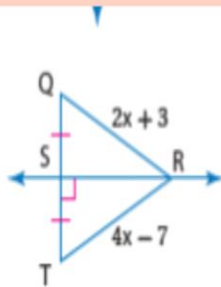
معطيات
 عكس نظرية العمود المنصف
 تعريف منصف قطعة مستقيمة
 عوض

WY (b)
 $WX = ZX, \overrightarrow{XY} \perp \overrightarrow{WZ}$
 $\overrightarrow{WZ} \perp \overrightarrow{XY}$ عمود منصف
 $WY = YZ$
 $WY = 3$

إرشادات للدراسة

المعلومة $WX = ZX$
 لوحدها لا تعد كافية
 لاستنتاج أن $\overrightarrow{XY}$ عمود
 منصف لـ $\overrightarrow{WZ}$.



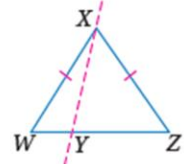


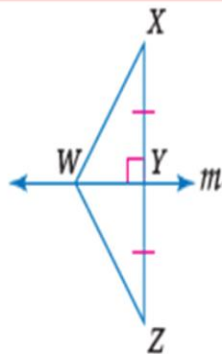
$\overleftrightarrow{SR}$ عمود منصف $\overline{QT}$

نظرية العمود المنصف $RT = RQ$
 عوض $4x - 7 = 2x + 3$
 اطرح $2x$ من الطرفين $2x - 7 = 3$
 اجمع 7 إلى الطرفين $2x = 10$
 اقسم الطرفين على 2 $x = 5$
 إذن $RT = 4(5) - 7 = 13$

إرشادات للدراسة

المعلومة $WX = ZX$
 لوحدها لا تعد كافية
 لاستنتاج أن $\overleftrightarrow{XY}$ عمود
 منصف لـ $\overline{WZ}$





تحقق من فهمك

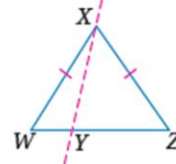
(1A) إذا كان $WX = 25.3$, $YZ = 22.4$, $WZ = 25.3$, فأوجد طول $\overline{XY}$.

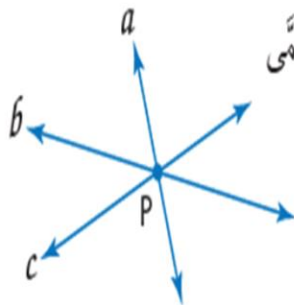
(1B) إذا كان m عموداً منصفاً لـ $\overline{XZ}$, $WZ = 14.9$, فأوجد طول $\overline{WX}$.

(1C) إذا كان m عموداً منصفاً لـ $\overline{XZ}$, $WX = 4a - 15$, $WZ = a + 12$, فأوجد طول $\overline{WX}$.

إرشادات للدراسة

المعلومة $WX = ZX$
لوحدها لا تعد كافية
لاستنتاج أن $\overline{XY}$ عمود
منصف لـ $\overline{WZ}$.





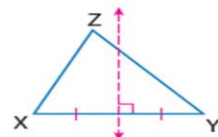
تتلاقى المستقيمات a, b, c
في النقطة P .

عندما تتقاطع ثلاثة مستقيمات أو أكثر في نقطة مشتركة، فإن هذه المستقيمات تُسمى
مستقيمات متلاقية. والنقطة التي تلتقي فيها المستقيمات تسمى نقطة التلاقي.
وبما أن لكل مثلث ثلاثة أضلاع، فإن له ثلاثة أعمدة منصفة. وهذه الأعمدة
المنصفة هي مستقيمات متلاقية. وتسمى نقطة تلاقي الأعمدة المنصفة
مركز الدائرة الخارجية للمثلث.

رشادات للدراسة

العمود المنصف

ليس من الضروري أن
يمر العمود المنصف
تضلع مثلث برأس
المثلث المقابل.
فمثلاً في $\triangle XYZ$ أدناه
العمود المنصف XY
لا يمر بالرأس Z .

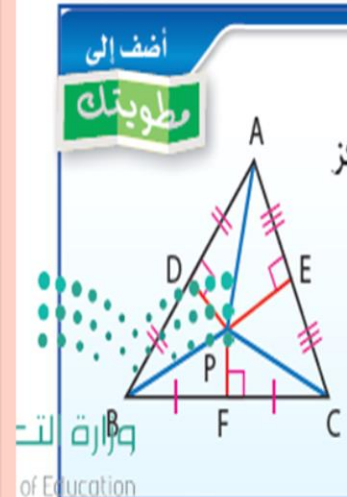


نظرية 4.3

نظرية مركز الدائرة الخارجية للمثلث.

التعبير اللفظي: تلتقي الأعمدة المنصفة لأضلاع مثلث في نقطة تُسمى مركز الدائرة الخارجية للمثلث، وهي دائرة تمر برؤوس المثلث، وهي على أبعاد متساوية من الرؤوس.

مثال: إذا كانت P مركز الدائرة الخارجية للمثلث $\triangle ABC$ ، فإن $PB = PA = PC$

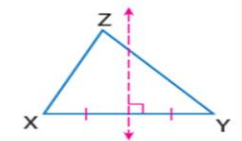


وزارة للتربية والتعليم
1443

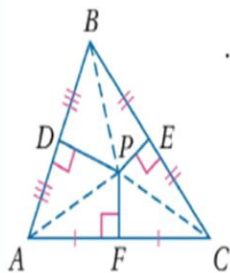
ارشادات للدراسة

العمود المنصف

ليس من الضروري أن يمر العمود المنصف بزاوية المثلث المقابل.
فمثلاً في $\triangle XYZ$ أدناه العمود المنصف لـ XY لا يمر بالرأس Z .



برهان نظرية مركز الدائرة الخارجية للمثلث



المعطيات: $\overline{PD}, \overline{PF}, \overline{PE}$ أعمدة منصفة للأضلاع $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$ على الترتيب.

المطلوب: $AP = CP = BP$

برهان حر:

بما أن P تقع على العمود المنصف لـ $\overline{AC}$ ، فإنها متساوية البعد عن A, C .
أي أن $AP = CP$. والعمود المنصف لـ $\overline{BC}$ يمر أيضًا بالنقطة P . لذلك يكون $CP = BP$ ، وتبعًا لخاصية التعدي لعلاقة المساواة يكون $AP = BP$ ؛ إذن $AP = CP = BP$.

إرشادات للدراسة

مركز الدائرة

الخارجية للمثلث:

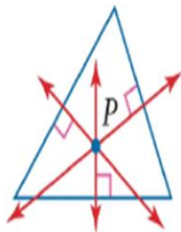
هو مركز الدائرة

التي تمر برؤوس هذا

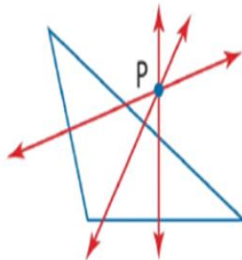
المثلث.



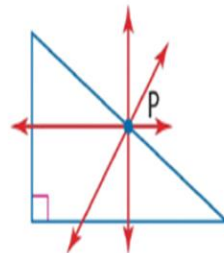
يمكن أن يقع مركز الدائرة الخارجية للمثلث داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



مثلث حاد الزوايا



مثلث منفرج الزاوية



مثلث قائم الزاوية

إرشادات للدراسة

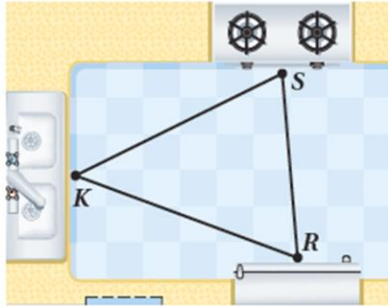
مركز الدائرة

الخارجية للمثلث:

هو مركز الدائرة التي تمر برؤوس هذا المثلث.

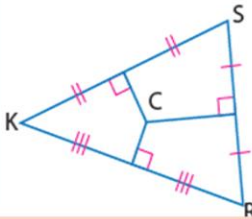


مثال 2 من واقع الحياة استعمال نظرية مركز الدائرة الخارجية للمثلث



تصميم داخلي: تطبيقاً للفكرة التي وردت في فقرة (لماذا؟)، إذا وُضع فرن الطبخ S ومصدر الماء K والثلاجة R في مطبخ كما في الشكل المجاور. أوجد النقطة التي تكون على أبعاد متساوية من النقاط S, K, R .

بحسب نظرية مركز الدائرة الخارجية للمثلث، يمكن تعيين النقطة التي تكون على أبعاد متساوية من النقاط الثلاث باستعمال الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث المتكون من هذه النقاط.

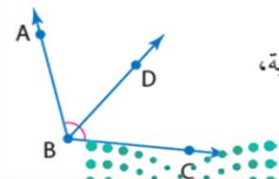


انسخ $\triangle SKR$ واستعمل المسطرة والمنقلة لرسم الأعمدة المنصفة لأضلاعه، فتكون النقطة C مركز الدائرة الخارجية للمثلث SKR . وهي النقطة المطلوبة.

تحقق من فهمك



2) يريد عليّ أن يضع مرشّة الماء على أبعاد متساوية من رؤوس حديقته المثلثة الشكل .
فأين يتعين عليه وضع المرشّة؟



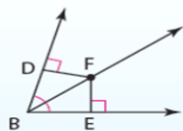
منصفات الزوايا: تعلم أن منصف الزاوية يقسمها إلى زاويتين متطابقتين، كما يمكن أن يوصف منصف الزاوية بأنه المحل الهندسي للنقاط الواقعة داخل الزاوية، وتكون على أبعاد متساوية من ضلعيها. ويقود هذا الوصف إلى النظريتين الآتيتين:

أضف إلى
مطويتك

منصفات الزوايا

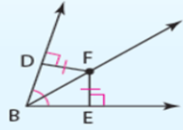
نظريتان

4.4 نظرية منصف الزاوية



كل نقطة تقع على منصف زاوية تكون على بُعدين متساويين من ضلعيها.
مثال: إذا كان $\overrightarrow{BF}$ منصفًا لـ $\angle DBE$ ، وكان $\overrightarrow{FE} \perp \overrightarrow{BE}$ ، $\overrightarrow{FD} \perp \overrightarrow{BD}$ ، فإن $DF = FE$.

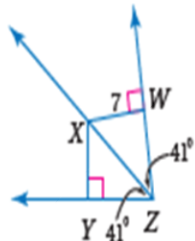
4.5 عكس نظرية منصف الزاوية



كل نقطة تقع داخل الزاوية وتكون على بُعدين متساويين من ضلعيها فإنها تكون واقعة على منصف الزاوية.
مثال: إذا كان $DF = FE$ ، $\overrightarrow{FE} \perp \overrightarrow{BE}$ ، $\overrightarrow{FD} \perp \overrightarrow{BD}$ ، فإن $\overrightarrow{BF}$ ينصف $\angle DBE$.

استعمال نظريتي منصفات الزوايا

مثال 3



أوجد كل قياس مما يأتي :

(a) XY

$$XY = XW$$

$$XY = 7$$

نظرية منصف الزاوية

عوض

إرشادات للدراسة

منصف الزاوية

لا تعد المعلومة

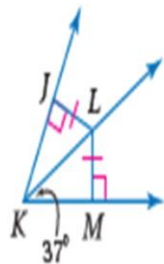
$JL = LM$ في الضلع b

لوحدها كافية لاستنتاج

أن $\overrightarrow{KL}$ ينصف $\angle JKM$.

٢٤٨

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد



$m\angle JKL$ (b)

بما أن $\overline{LJ} \perp \overline{KJ}$, $\overline{LM} \perp \overline{KM}$, $LJ = LM$ فإن L على بعدين متساويين من ضلعي $\angle JKM$. وبحسب عكس نظرية منصف الزاوية، فإن $\overline{KL}$ ينصف $\angle JKM$.

تعريف منصف الزاوية $\angle JKL \cong \angle LKM$

تعريف الزوايا المتطابقة $m\angle JKL = m\angle LKM$

عوض $m\angle JKL = 37^\circ$

إرشادات للدراسة

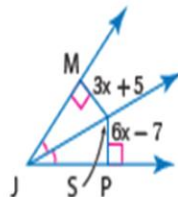
منصف الزاوية

لا تعد المعلومة

$JL = LM$ في الضلع b

لوحدها كافية لاستنتاج

أن $\overline{KL}$ ينصف $\angle JKM$.



SP (c

نظرية منصف الزاوية

$$SP = SM$$

عوض

$$6x - 7 = 3x + 5$$

اطرح $3x$ من الطرفين

$$3x - 7 = 5$$

اجمع 7 إلى الطرفين

$$3x = 12$$

اقسم الطرفين على 3

$$x = 4$$

$$\text{إذن } SP = 6(4) - 7 = 17$$

إرشادات للدراسة

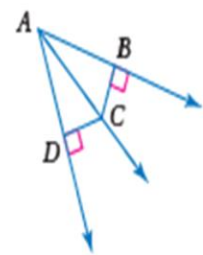
منصف الزاوية

لا تعد المعلومة

$JL = LM$ في الضلع b

لوحدها كافية لاستنتاج

أن $\overrightarrow{KL}$ ينصف $\angle JKM$.



تحقق من فهمك ✓

(3A) إذا كان: $m\angle BAC = 38^\circ$, $BC = 5$, $DC = 5$ ، فأوجد $m\angle DAC$

(3B) إذا كان: $m\angle BAC = 40^\circ$, $m\angle DAC = 40^\circ$, $DC = 10$ ، فأوجد BC

(3C) إذا كان $\overrightarrow{AC}$ ينصف $\angle DAB$ ، و $BC = 4x + 8$, $DC = 9x - 7$ ، فأوجد BC



وزارة الت
of Education
1443

إرشادات للدراسة

منصف الزاوية

لا تعد المعلومة

$JL = LM$ في الضلع b

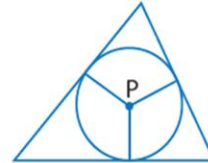
لوحدها كافية لاستنتاج

أن $\overrightarrow{KL}$ ينصف $\angle JKM$.

قراءة الرياضيات

مركز الدائرة الداخلية للمثلث

هو مركز الدائرة التي تقطع (تتماس مع) كل ضلع من أضلاع المثلث في نقطة واحدة. ولهذا السبب فإن مركز هذه الدائرة يقع داخل المثلث دائماً.



نظرية 4.6

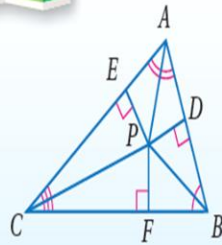
نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث

التعبير اللفظي: تتقاطع منصفات زوايا أي مثلث عند نقطة تُسمى مركز الدائرة الداخلية للمثلث، وهي على أبعاد متساوية من أضلاعه.

مثال: إذا كانت P مركز الدائرة الداخلية للمثلث ABC،

$$PD = PE = PF$$

أضف إلى
مطوبتك

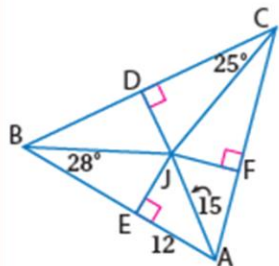


مثال 4

استعمال نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث

أوجد كلاً من القياسين الآتين، إذا كانت J مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle ABC$.

JF (a)



بما أن J على أبعاد متساوية من أضلاع $\triangle ABC$ ، بحسب نظرية مركز الدائرة الداخلية للمثلث، فإن $JF = JE$ ؛ لذا أوجد JE باستعمال نظرية فيثاغورس.

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{نظرية فيثاغورس}$$

$$JE^2 + 12^2 = 15^2 \quad \text{عوض}$$

$$JE^2 + 144 = 225 \quad 12^2 = 144, 15^2 = 225$$

$$JE^2 = 81$$

اطرح 144 من الطرفين

$$JE = \pm 9$$

خذ الجذر التربيعي للطرفين

وبما أن الطول لا يمكن أن يكون سالباً؛ إذن نأخذ الجذر التربيعي الموجب فقط.

وبما أن $JE = JF$ فإن $JF = 9$

$m\angle JAC$ (b)

بما أن $\overrightarrow{BJ}$ ينصف $\angle CBE$ ، فإن $m\angle CBE = 2m\angle JBE$ ؛ إذن $m\angle CBE = 2(28^\circ) = 56^\circ$.

وبالمثل؛ $m\angle DCF = 2m\angle DCJ$ ؛ إذن $m\angle DCF = 2(25^\circ) = 50^\circ$.

$m\angle CBE + m\angle DCF + m\angle FAE = 180^\circ$ نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

$$m\angle CBE = 56^\circ; m\angle DCF = 50^\circ \quad 56^\circ + 50^\circ + m\angle FAE = 180^\circ$$

$$106^\circ + m\angle FAE = 180^\circ$$

بسّط.

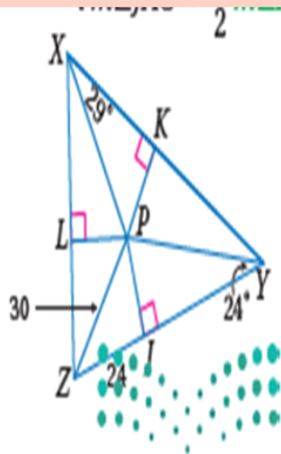
$$m\angle FAE = 74^\circ$$

اطرح 106° من الطرفين.

وبما أن $\overrightarrow{AJ}$ ينصف $\angle FAE$ ، فإن $2m\angle JAC = m\angle FAE$. وهذا يعني أن $m\angle JAC = \frac{1}{2}m\angle FAE$ ،

$$\text{إذن } m\angle JAC = \frac{1}{2}(74^\circ) = 37^\circ.$$





تحقق من فهمك



إذا كانت P مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle XYZ$ ، فأوجد القياسين الآتيين:

PK (4A)

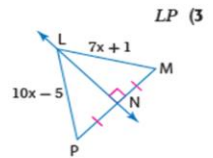
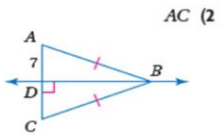
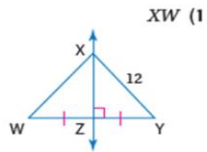
$\angle L郑$ (4B)

وزارة التعليم

Ministry of Education

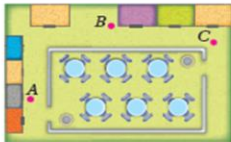
أوجد كل قياس مما يأتي:

المثال 1



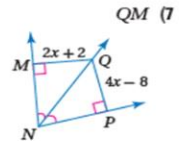
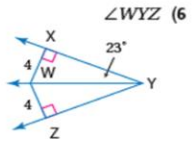
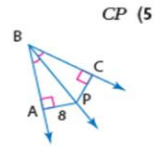
المثال 2

(4) **إعلانات:** يقوم أربعة أصدقاء بتوزيع إعلانات على الناس في ساحة سوق تجاري. فحمل ثلاثة منهم ما يستطيعون من الإعلانات وأخذوا مواقعهم كما في الصورة المجاورة. أما الرابع فكان يزودهم بالإعلانات. انسخ المواقع A, B, C في دفترك، ثم عيّن مكان الصديق الرابع D على أن يكون على أبعاد متساوية من أصدقائه الثلاثة.



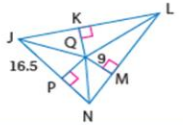
المثال 3

أوجد كل قياس مما يأتي:



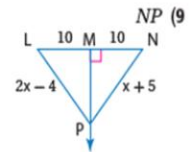
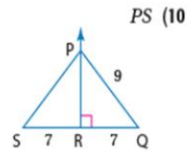
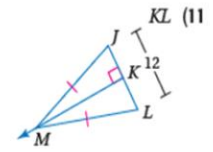
المثال 4

(8) إذا كانت Q مركز الدائرة الداخلية لـ $\triangle JLN$ ، فأوجد طول $\overline{JQ}$.



تدرب وحل المسائل

المثال 1 أوجد كل قياس مما يأتي :



المثال 2 (12) مدرسة : يتكون مجمع مدارس من مدرسة ابتدائية E ومدرسة متوسطة M ومدرسة ثانوية H في المواقع المبينة في الصورة المجاورة. انسوخ مواقع النقاط E, M, H في دفترك، ثم عيّن موقع موقف الحافلات، على أن يكون على أبعاد متساوية من المدارس الثلاث.

مسائل مهارات التفكير العليا

(35) **مسألة مفتوحة:** ارسم مثلثاً، على أن يقع مركز الدائرة الداخلية له داخله، ويقع مركز الدائرة التي تمر برؤوسه خارجه. برّر صحة رسمك باستعمال مسطرة غير مدرجة وفرجار لإيجاد نقطتي التلاقي.

تبرير: حدّد ما إذا كانت كل عبارة من العبارتين الآتيتين صحيحة دائماً، أو صحيحة أحياناً أو ليست صحيحة أبداً. وبرّر إجابتك.

(36) تتقاطع منصفات زوايا المثلث عند نقطة تكون على أبعاد متساوية من رؤوسه.

(37) في المثلث المتطابق الضلعين، يكون العمود المنصف للقاعدة منصفاً لزاوية الرأس المقابلة للقاعدة.



(38) **اكتب:** قارن بين الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث ومنصفات زواياه مبيناً أوجه الشبه وأوجه الاختلاف. وقارن بين نقطتي التلاقي.

استراتيجية جدول التعلم

1-4

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

٢٥٩

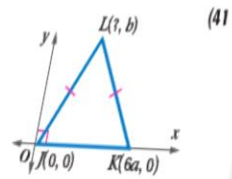
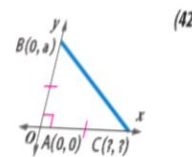
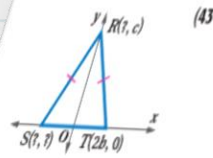
إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	 القلب اكتب مشاعرك حول الموضوع
	 العقل اكتب أفكارك حول الموضوع
	 الحرارة اكتب الجو العام للفترة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	 اليـد اكتب - ارسم - صم - شكل

مراجعة تراكمية

عين الإحداثي المجهول في كلٍّ من المثلثات الآتية: (الدرس 3-7)



أوجد البعد بين المستقيم والنقطة المعطاة في كلٍّ مما يأتي: (مهارة سابقة)

(44) $y = 5, (-2, 4)$

(45) $y = 2x + 2, (-1, -5)$

(46) $2x - 3y = -9, (2, 0)$

الواجب المنزلي

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

رابط الدرس الرقمي



www.ien.edu.sa

القطع المتوسطة والارتفاعات في المثلث

Medians and Altitudes of Triangle

4-2

نلتقي إن شاء الله في
الدرس
القادم

٢٦٢

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

الفصل 4

1-4

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

٢٦٣



اليوم

التاريخ

الفصل 4

2-4



إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

٢٦٤



اليوم

التاريخ

دعاء

اللهم يا معلم إبراهيم علمنا
ويا مفضلهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

استراتيجية شريط الذكريات

2-4

- أتعرف الأعمدة المنصّفة
- في المثلثات وأستعملها.
- أتعرف منصّفات الزوايا
- في المثلثات وأستعملها.

٢٦٧

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

استراتيجية جدول التعلم

2-4

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

٢٦٨

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

المفردات:

القطعة المتوسطة

median

مركز المثلث

centroid

الارتفاع

altitude

ملتقى ارتفاعات المثلث

orthocenter

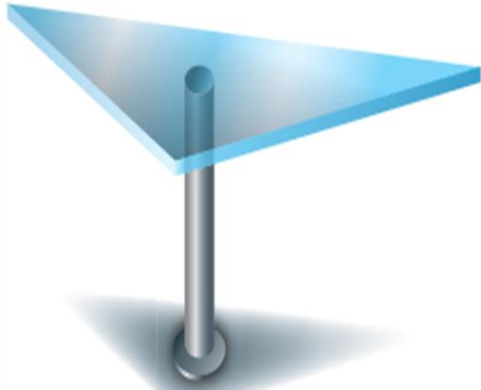
فيما سبق:

درستُ الأعمدة المنصّفة
 ومنصفات الزوايا في
 المثلث واستعمالها.

والآن:

- أتعرّف القطع المتوسطة
- في المثلث وأستعملها.
- أتعرّف الارتفاعات في
- المثلث وأستعملها.

لماذا؟



صمم مهندس طاولة خاصة لأحد الزبائن، يتكون سطحها من لوح زجاجي مثلث الشكل يرتكز على دعامة واحدة، ولتحقيق ذلك فهو في حاجة إلى إيجاد النقطة التي يضع عندها الدعامة لكي يحافظ على اتزانها، ويمكن إيجاد هذه النقطة برسم القطع المتوسطة، وتعيين نقطة تقاطعها.

الفكرة الرئيسية

2-4

رسم الأعمدة المنصفة و القطع المتوسطه
و الإرتفاعات و منصفات الزوايا للمثلثات

٢٧١

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

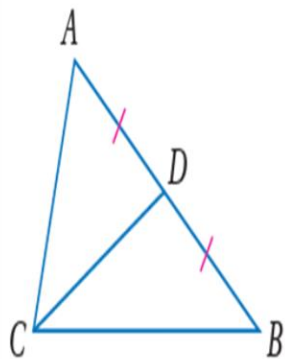
أسئلة التعزيز

2-4

أسال: أين يقع مركز الثقل ؟
بدون استعمال الرياضيات كيف توازن قطعة ورق
مثلثية على رأس القلم ؟ على أي نقطة ستضع
رأس القلم .

٢٧٢

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



$\overline{CD}$ قطعة متوسطة في $\triangle ABC$.

القطع المتوسطة : القطعة المتوسطة لمثلث قطعة

مستقيمة طرفها أحد رؤوس

المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الرأس.

ولكل مثلث ثلاث قطع متوسطة تتلاقى في نقطة تُسمى **مركز المثلث**،
وتقع داخله دائماً.

أضف إلى

مطوبتك

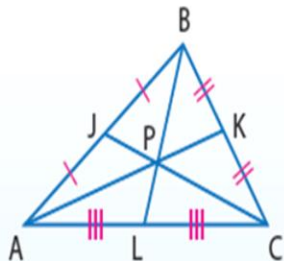
نظرية 4.7

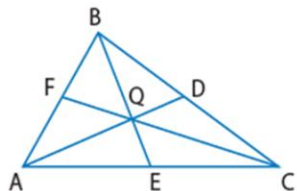
نظرية مركز المثلث

يبعد مركز المثلث عن كل رأس من رؤوس المثلث ثلثي طول القطعة المستقيمة الواصلة بين ذلك الرأس ومنتصف الضلع المقابل له.

مثال: إذا كانت P مركز $\triangle ABC$ ، فإن

$$AP = \frac{2}{3} AK, BP = \frac{2}{3} BL, CP = \frac{2}{3} CJ$$





استعمال نظرية مركز المثلث

مثال 1

إذا كانت النقطة Q مركز $\triangle ABC$ ، $BE = 9$.
فأوجد كلاً من BQ ، QE .

نظرية مركز المثلث

$$BQ = \frac{2}{3} BE$$

$$BE = 9$$

$$= \frac{2}{3} (9) = 6$$

جمع أطوال القطع المستقيمة $BQ + QE = 9$

$$BQ = 6 \quad 6 + QE = 9$$

اطرح 6 من الطرفين

$$QE = 3$$

تحقق من فهمك



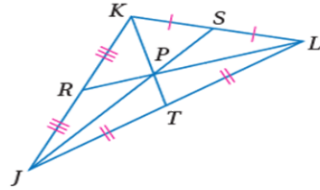
في $\triangle ABC$ أعلاه، إذا كان $FC = 15$ ، فأوجد طولي القطعتين الآتيتين :

QC (1B)

FQ (1A)

مثال 2

استعمال نظرية مركز المثلث



في $\triangle JKL$ ، إذا كان $PT = 2$ ، فأوجد KP .

بما أن $\overline{RK} \cong \overline{RK}$ ، فإن نقطة منتصف $\overline{JK}$ ، وتكون $\overline{LR}$ قطعة متوسطة في $\triangle JKL$ ، وبالمثل نستنتج أن S ، T هما نقطتا منتصف $\overline{LJ}$ ، $\overline{KL}$ على الترتيب؛ لذا فإن $\overline{KT}$ ، $\overline{JS}$ قطعتان متوسطتان في $\triangle JKL$ ، لذلك فالنقطة P هي مركز $\triangle JKL$.

نظرية مركز المثلث

$$KP = \frac{2}{3} KT$$

جمع القطع المستقيمة والتعويض

$$KP = \frac{2}{3} (KP + PT)$$

$$PT = 2$$

$$KP = \frac{2}{3} (KP + 2)$$

خاصية التوزيع

$$KP = \frac{2}{3} KP + \frac{4}{3}$$

اشرح $\frac{2}{3} KP$ من الطرفين

$$\frac{1}{3} KP = \frac{4}{3}$$

اضرب الطرفين في 3

$$KP = 4$$

تحقق من فهمك



في $\triangle JKL$ أعلاه، إذا كان $JP = 9$ ، $RP = 3.5$ ، فأوجد طولي القطعتين الآتيتين:

PS (2B)

PL (2A)

إرشادات للدراسة

استعمال الحس العددي

في المثال 2، يمكنك

أيضاً استعمال الحس

العددي لإيجاد KP .

بما أن $KP = \frac{2}{3} KT$ ،

فإن $PT = \frac{1}{3} KT$

وكذلك $KP = 2PT$ ؛

لذا إذا كان $PT = 2$

فإن $KP = 2(2) = 4$.

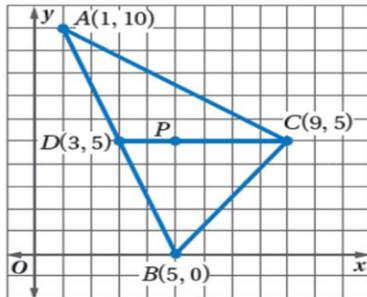
مثال 3 من واقع الحياة إيجاد المركز في المستوى الإحداثي



فن الأداء: في مهرجان رياضي يُخطط عبدالعزيز لآتزان قطع مثلثية من المعدن كما في الشكل المجاور، وعندما وُضع مثلث على مستوى إحداثي كانت رؤوسه عند النقاط $(1, 10)$, $(5, 0)$, $(9, 5)$. ما إحداثيات النقطة التي يجب على عبدالعزيز أن يثبت المثلث عندها حتى يحفظه متوازناً؟ وضح إجابتك.

افهم: تحتاج إلى إيجاد مركز المثلث من خلال الإحداثيات المعطاة، وستكون هذه هي النقطة التي سيتمزّن عندها المثلث.

خطّط: ارسم المثلث الذي رؤوسه $A(1, 10)$, $B(5, 0)$, $C(9, 5)$ ، وبما أن مركز المثلث هو النقطة التي تتلاقى عندها القطع المتوسطة للمثلث؛ إذن استعمل نظرية نقطة المنتصف لإيجاد نقطة منتصف أحد أضلاع المثلث، فيكون مركز المثلث واقعاً على القطعة المتوسطة وعلى **الخطّ** الرأس يساوي ثلثي طول القطعة المتوسطة.



حل: مثل $\triangle ABC$ بيانًا .

أوجد نقطة المنتصف D للضلع $\overline{AB}$ الذي طرفاه $A(1, 10)$ ، $B(5, 0)$.

$$D\left(\frac{1+5}{2}, \frac{10+0}{2}\right) = D(3, 5)$$

عيّن النقطة D ، ولاحظ أن $\overline{DC}$ أفقيّة، والمسافة من $D(3, 5)$ إلى $C(9, 5)$ تساوي $9 - 3$ ، أي 6 وحدات.

فإذا كانت P مركز $\triangle ABC$ ، فإن $PC = \frac{2}{3}DC$ ؛ ولذا يقع المركز على بُعد $\frac{2}{3}(6)$ ، أو 4 وحدات إلى اليسار من C ، وتكون إحداثيات P هي $(5, 5)$ أو $(9 - 4, 5)$.

إذن يتوازن المثلث عند النقطة $(5, 5)$.

تحقق:

استعمل قطعة متوسطة أخرى للتحقق من صحّة إجابتك. بما أنّ نقطة منتصف الضلع $\overline{AC}$ هي $F\left(\frac{1+9}{2}, \frac{10+5}{2}\right)$ أو $F(5, 7.5)$ ، وأن $\overline{BF}$ رأسية فإن المسافة من B إلى F تساوي $7.5 - 0$ ؛ أي 7.5 وحدات، وعلى ذلك يكون $\overline{PB}$ يساوي $\frac{2}{3}(7.5)$ أي 5، إذن تقع P تقع على بعد 5 وحدات إلى أعلى من B .

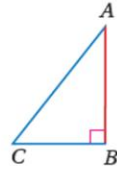
وتكون إحداثيات P هي $(5, 0+5)$ أي $(5, 5)$. ✓

تحقق من فهمك

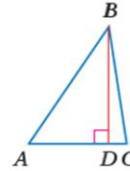


3) تقع رؤوس مثلث آخر عند النقاط $(0, 4)$, $(6, 11.5)$, $(12, 1)$ ، فما إحداثيات النقطة التي يتزن عندها هذا المثلث؟ وضح إجابتك.

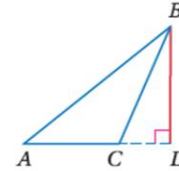
ارتفاعات المثلث: ارتفاع المثلث هو القطعة المستقيمة العمودية النازلة من أحد الرؤوس إلى المستقيم الذي يحوي الضلع المقابل لذلك الرأس، ويمكن أن يقع الارتفاع داخل المثلث أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



$\overline{AB}$ هو الارتفاع إلى $\overline{CB}$.



$\overline{BD}$ هو الارتفاع من B إلى $\overline{AC}$.

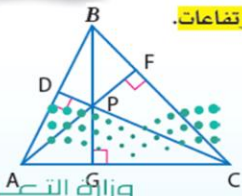


ولكل مثلث ثلاثة ارتفاعات، تتلاقى المستقيمات التي تحويها في نقطة مشتركة.

أضف إلى
مطوبتك

ملتقى الارتفاعات

مفهوم أساسي



تتقاطع المستقيمات التي تحوي ارتفاعات أي مثلث في نقطة تُسمى **ملتقى الارتفاعات**.

مثال:
تتقاطع المستقيمات التي تحوي ارتفاعات $\overline{AF}$, $\overline{CD}$, $\overline{BG}$ عند النقطة P ، وهي ملتقى الارتفاعات للمثلث ABC .

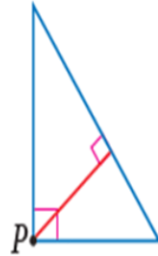
وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

قراءة الرياضيات

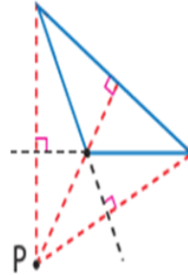
ارتفاع المثلث

يطلق اسم الارتفاع على القطعة وعلى طولها، ويفهم المقصود من سياق المسألة. ويستعمل الارتفاع لحساب مساحة المثلث.

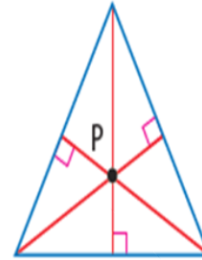
يمكن أن تلتقي الارتفاعات في مثلث داخله أو خارجه أو على أحد أضلاعه.



مثلث قائم الزاوية



مثلث منفرج الزاوية

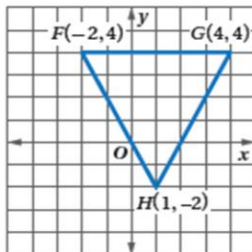


مثلث حاد الزوايا

مثال 4

إيجاد ملتقى الارتفاعات في المستوى الإحداثي

هندسة إحداثية: إذا كانت رؤوس $\triangle FGH$ هي $F(-2, 4)$, $G(4, 4)$, $H(1, -2)$ ، فأوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعاته.



الخطوة 1: مثل $\triangle FGH$ بيانيًا. ولإيجاد ملتقى الارتفاعات، أوجد نقطة تقاطع ارتفاعين من الارتفاعات الثلاثة.

الخطوة 2: أوجد معادلة الارتفاع من F إلى $\overline{GH}$

$$\frac{4 - (-2)}{4 - 1} = 2 \text{ يساوي } \overline{GH}$$

بما أن ميل $\overline{GH}$ يساوي 2

$$-\frac{1}{2} \text{ يساوي } \overline{GH} \text{ على ميل الارتفاع العمودي على } \overline{GH}$$

صيغة النقطة والميل

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$(x_1, y_1) = F(-2, 4), m = -\frac{1}{2}$$

$$y - 4 = -\frac{1}{2}[x - (-2)]$$

بسط

$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 2)$$

خاصية التوزيع

$$y - 4 = -\frac{1}{2}x - 1$$

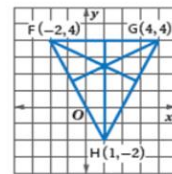
اجمع 4 إلى الطرفين

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

إرشادات للدراسة

التحقق من المعقولية

استعمل ركن ورقة لرسم ارتفاعات المثلث.



نقطة التقاطع تقع تقريباً عند $(1, 2\frac{1}{2})$ لذا فالجواب معقول.

ثم أوجد معادلة الارتفاع من G إلى $\overline{FH}$.
بما أن ميل $\overline{FH}$ يساوي -2 ، فإن ميل الارتفاع العمودي على $\overline{FH}$ يساوي $\frac{1}{2}$

صيغة النقطة والميل $y - y_1 = m(x - x_1)$

$(x_1, y_1) = G(4, 4)$, $m = \frac{1}{2}$ $y - 4 = \frac{1}{2}(x - 4)$

خاصية التوزيع $y - 4 = \frac{1}{2}x - 2$

اجمع 4 إلى الطرفين $y = \frac{1}{2}x + 2$

الخطوة 3: حل نظام المعادلتين الناتج $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y = \frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$ لإيجاد نقطة تقاطع الارتفاعات.

اجمع المعادلتين لتحذف x ، فينتج أن $2y = 5$ ، ومن ثم فإن $y = \frac{5}{2}$

معادلة الارتفاع من G $y = \frac{1}{2}x + 2$

$\frac{5}{2} = \frac{1}{2}x + 2$

اطرح $\frac{4}{2}$ ، أو 2 من الطرفين $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}x$

اضرب الطرفين في 2 $1 = x$

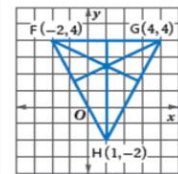
إذن إحداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle FGH$ هي $(1, \frac{5}{2})$ أو $(1, 2\frac{1}{2})$



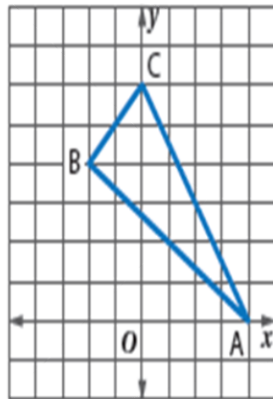
إرشادات للدراسة

التحقق من المعقولية

استعمل ركن ورقة لرسم ارتفاعات المثلث.



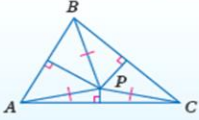
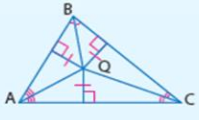
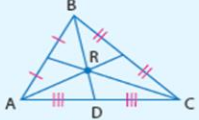
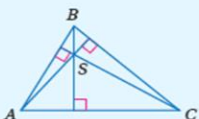
نقطة التقاطع تقع تقريباً عند $(1, 2\frac{1}{2})$ لذا فالجواب معقول.



تحقق من فهمك



4) أوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle ABC$ في الشكل المجاور.

أضف إلى مطوياتك	ملخص المفااهيم	قطع مستقيمة ونقاط خاصة في المثلث		
مثال	الخاصية	نقطة التلاقي	مثال	المفهوم
	P مركز الدائرة الخارجة لـ $\triangle ABC$، وتقع على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.	مركز الدائرة الخارجة للمثلث		العمود المنصف
	Q مركز الدائرة الداخلية في $\triangle ABC$، وتقع على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث.	مركز الدائرة الداخلية للمثلث		منصف الزاوية
	R مركز $\triangle ABC$، وتبعد عن كل رأس ثلثي طول القطعة الواصلة بين ذلك الرأس ومنصف الضلع المقابل له.	مركز المثلث		القطعة المتوسطة
	تلتقي المستقيمات التي تحوي ارتفاعات $\triangle ABC$ عند النقطة S، وتسمى ملتقى الارتفاعات.	ملتقى الارتفاعات		الارتفاع



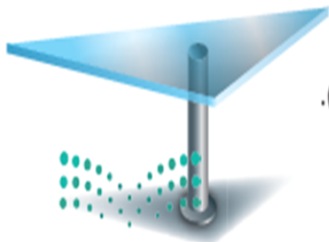
إذا كانت النقطة P مركز $\triangle ACE$ ، $AD = 15$ ، $PF = 6$.

فأوجد كل طول مما يأتي:

PC (1)

AP (2)

المثالان 1, 2



(3) تصميم داخلي: بالعودة إلى فقرة "لماذا؟"، إذا كانت

إحداثيات رؤوس المثلث عند النقاط $(3, 6)$, $(5, 2)$, $(7, 10)$.

فعند أي نقطة سنوضع الدعامة؟

المثال 3

وزارة التعليم

Ministry of Education

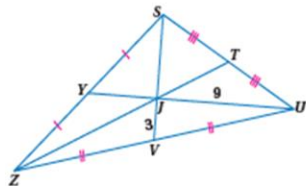
2021 - 1443

(4) هندسة إحداثية: أوجد إحداثيات ملتقى ارتفاعات $\triangle ABC$ الذي رؤوسه:

$A(-3, 3)$, $B(-1, 7)$, $C(3, 3)$

المثال 4

تدرب وحل المسائل



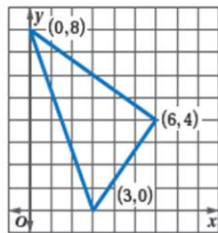
المثالان 1, 2 في $\triangle SZU$ ، إذا كان $ZT = 18$ ، فأوجد كل طول مما يأتي:

SJ (6) YJ (5)

SV (8) YU (7)

ZJ (10) JT (9)

المثال 3 (11) تصميم داخلي: صنعت كوثر لوحةً مثلثة الشكل كما في الشكل أدناه لتضع عليها صور معالم مشهورة. وأرادت أن تعلقها في سقف حجرتها على أن تكون موازية له. فعند أي نقطة يجب أن تُثبت الخيط؟



المثال 4 (12) هندسة إحداثية: أوجد إحداثيات ملتقى الارتفاعات للمثلث الذي رؤوسه:
 $J(3, -2), K(5, 6), L(9, -2)$

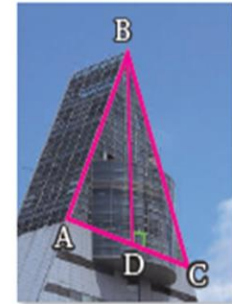
صنّف $\overline{BD}$ في كلّ من الأسئلة الآتية إلى ارتفاع، أو قطعة متوسطة، أو عمود منصف:



15

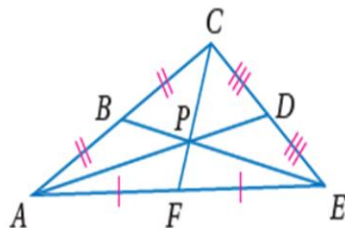


14



13

مسائل مهارات التفكير العليا



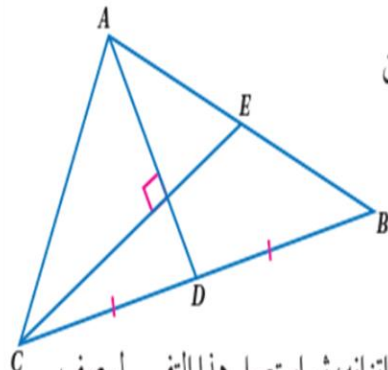
(27) **اكتشف الخطأ:** قال صفوان: إن $AD = \frac{2}{3}AP$ في الشكل المجاور.

ولكن عبد الكريم لم يوافق في ذلك، فأيهما كانت إجابته صحيحة؟
وضّح إجابتك.

(28) **تبرير:** هل العبارة التالية صحيحة أم خطأ؟ وضّح إجابتك إذا كانت صحيحة، وإلا فأعط مثلاً مضاداً.

”ملتقى ارتفاعات المثلث القائم الزاوية تقع عند رأس الزاوية القائمة“.





(29) **تحديد:** في الشكل المجاور، إذا كانت $\overline{AD}$ ، $\overline{CE}$ قطعتين متوسطتين في $\triangle ACB$ ، وكانت $AB = 10$ ، $CE = 9$ ، فأوجد CA

(30) **اكتب:** استعمال المساحة لتفسير لماذا يكون مركز المثلث هو نقطة اتزانه، ثم استعمال هذا التفسير لوصف موقع نقطة اتزان المستطيل.

استراتيجية جدول التعلم

2-4

كيف أتتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

٢٩١

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	 القلب اكتب مشاعرك حول الموضوع
	 العقل اكتب أفكارك حول الموضوع
	 الحرارة اكتب الجو العام للفترة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	 اليدين اكتب - ارس - سم - شكل

تدريب على اختبار

32) ما المقطع x للمستقيم $4x - 6y = 12$ ؟

- | | |
|-----|------|
| A 3 | C -3 |
| B 2 | D -2 |



31) في الشكل المجاور، إذا كان $\overline{GJ} \cong \overline{HJ}$ ، فأأي عبارة مما يأتي صحيحة؟

- A $\overline{FJ}$ ارتفاع $\triangle FGH$
- B $\overline{FJ}$ منصف زاوية في $\triangle FGH$
- C $\overline{FJ}$ قطعة متوسطة في $\triangle FGH$
- D $\overline{FJ}$ عمود منصف في $\triangle FGH$

الواجب المنزلي

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد



المتباينات في المثلث

Inequalities in One Triangle

4-3

نلتقي إن
شاء الله في
الدرس
القادم

الفصل 4/

1-4

إعداد المعظمة
تغريد باجنيد



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

٢٩٥



الفصل 4

3-4

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد



٢٩٦



اليوم

التاريخ

دعاء

اللهم يا معلم إبراهيم علمنا
ويا مفضلهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

استراتيجية شريط الذكريات

3-4

- أتعرف الأعمدة المنصّفة
- في المثلثات وأستعملها.
- أتعرف منصّفات الزوايا
- في المثلثات وأستعملها.

٢٩٩

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

استراتيجية جدول التعلم

3-4

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

٣٠٠

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

والآن:

- أتعرف خصائص المتباينات، وأطبقها على قياسات زوايا المثلث.
- أطبق خصائص المتباينات على العلاقة بين زوايا مثلث وأضلاعه.

فيما سبق:

درستُ العلاقة بين قياسات زوايا المثلث.

لماذا؟

يستعمل المصممون طريقة تُسمى التثليث؛ لإعطاء الغرفة مظهرًا يُوحى بالاتساع، ومن الأمثلة على هذه الطريقة وضع طاولة صغيرة عند كل طرف من طرفي أريكة مع وضع لوحة فوقها. على أن يكون قياس كل زاوية من زاويتي قاعدة المثلث أقل من قياس الزاوية الثالثة.

الفكرة الرئيسية

3-4

■ أتعرف خصائص

المتباينات، وأطبّقها على
قياسات زوايا المثلث.

■ أطبّق خصائص

المتباينات على العلاقة
بين زوايا مثلث
وأضلاعه.

٣٠٣

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

أسئلة التعزيز

3-4

أطلب إلى الطلاب ملاحظة الشكل و أطوال الأضلاع في
فقرة استعد

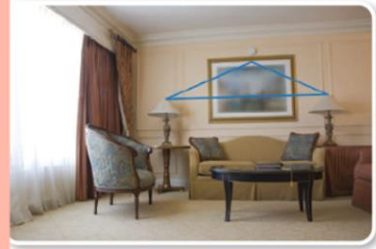
أسال: بمجرد النظر إلى الشكل و التدقيق في أركانه
هل من السهل معرفة أي زاوية هي الأكبر .
مالأداة التي يمكن أن يستعملها ناصر لتحديد قياسات
الزوايا إذا كان الشكل مرسومًا بخاص بكميات دقيقة



رابط التحميل الرقمي
www.ien.edu.sa

المتباينات في المثلث Inequalities in One Triangle

4-3



لماذا؟

يستعمل المصممون طريقة تُسمى التثليث؛ لإعطاء الغرفة مظهرًا يوحي بالانفتاح، ومن الأمثلة على هذه الطريقة وضع طاولة صغيرة عند كل طرف من طرفي أريكة مع وضع لوحة فوقها. على أن يكون قياس كل زاوية من زوايا قاعدة المثلث أقل من قياس الزاوية الثالثة.

متباينات الزوايا: تعلمت في الجبر المتباينة بوصفها علاقة بين عددين حقيقيين، وتُستعمل هذه العلاقة عادة في البراهين.

فيما سبق:

درست العلاقة بين قياسات زوايا المثلث.

والآن:

- أتعرّف خصائص المتباينات، وأطبّقها على قياسات زوايا المثلث.
- أطبّق خصائص المتباينات على العلاقة بين زوايا مثلث وأضلاعه.

أضف إلى
مطوبتك

تعريف المتباينة

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي لأي عددين حقيقيين مثل a, b يكون $a > b$ ، إذا وفقط إذا وُجدَ عدد حقيقي موجب c على أن يكون $a = b + c$

مثال إذا كان $5 = 2 + 3$ ، فإن $5 > 2$

أضف إلى

مطوبتك

خصائص المتباينة على الأعداد الحقيقية

مفهوم أساسي



الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c

خاصية المقارنة	$a > b$ أو $a = b$ أو $a < b$
خاصية التعدّي	(1) إذا كان $a < b, b < c$ ، فإن $a < c$. (2) إذا كان $a > b, b > c$ ، فإن $a > c$.
خاصية الجمع	(1) إذا كان $a > b$ ، فإن $a + c > b + c$. (2) إذا كان $a < b$ ، فإن $a + c < b + c$.
خاصية الطرح	(1) إذا كان $a > b$ ، فإن $a - c > b - c$. (2) إذا كان $a < b$ ، فإن $a - c < b - c$.

أضف إلى
مطوبتك

متباينة الزاوية الخارجية

نظرية 4.8

قياس الزاوية الخارجية لمثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعديتين عنها.



مثال: $m\angle 1 > m\angle A$

$m\angle 1 > m\angle B$

مراجعة المفردات

الزاويتان الداخليتان
البعديتان

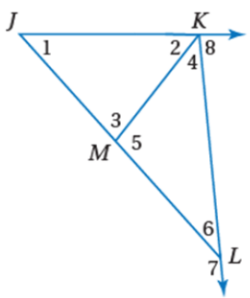
لكل زاوية خارجية
لمثلث زاويتان داخليتان
بعيدتان وهما الزاويتان
غير المجاورتين لها.

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

استعمال نظرية متباينة الزاوية الخارجية

مثال 1

استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية؛ لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المُعطى في كلِّ مما يأتي:



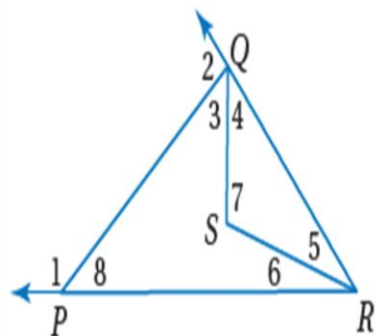
(a) قياساتها أقل من $m\angle 7$

$\angle 7$ زاوية خارجية لـ $\triangle KML$ ، والزويتان $\angle 4, \angle 5$ هما الزويتان الداخليتان البعیدتان عنها، وبناءً على نظرية متباينة الزاوية الخارجية يكون:
 $m\angle 7 > m\angle 4$, $m\angle 7 > m\angle 5$

وكذلك $\angle 7$ زاوية خارجية لـ $\triangle JKL$ ، والزويتان $\angle 1, \angle 6$ هما الزويتان الداخليتان البعیدتان عنها؛ لذا فإن $m\angle 7 > m\angle 1$
 $m\angle 7 > m\angle JKL$. وبما أن $m\angle JKL = m\angle 2 + m\angle 4$ ، وبالتعويض يكون $m\angle 7 > m\angle 2 + m\angle 4$ ؛ إذن $m\angle 7 > m\angle 2$.
لذا فالزوايا التي قياساتها أقل من $m\angle 7$ هي $\angle 1, \angle 2, \angle 4, \angle 5$.

(b) قياساتها أكبر من $m\angle 6$

$\angle 3$ زاوية خارجية لـ $\triangle KLM$. وبناءً على نظرية متباينة الزاوية الخارجية يكون $m\angle 3 > m\angle 6$. وبما أن $\angle 8$ زاوية خارجية لـ $\triangle JKL$ ، فإن $m\angle 8 > m\angle 6$ ؛ لذا فقياس كلِّ من $\angle 3, \angle 8$ أكبر من $m\angle 6$.



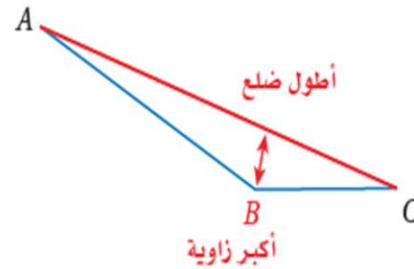
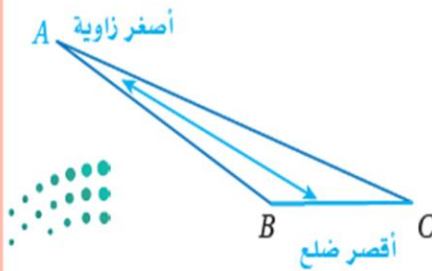
تحقق من فهمك



(1A) قياساتها أقل من $m\angle 1$

(1B) قياساتها أكبر من $m\angle 8$

العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه: في الدرس 3-6، تعلمت أنه إذا تطابق ضلعان في مثلث، فإن الزاويتين المقابلتين لهذين الضلعين متطابقتان. ولكن كيف تكون العلاقة إذا كان الضلعان غير متطابقين. وللإجابة عن هذا السؤال، افحص أطول الأضلاع وأقصرها وأصغر الزوايا وأكبرها لمثلث منفرج الزاوية ومختلف الأضلاع.



لاحظ أن أطول ضلع في $\triangle ABC$ يقابل أكبر زاوية، وبالمثل فإن أقصر ضلع يقابل أصغر زاوية أيضًا.

تنبيه !

تحديد الضلع المقابل

انتبه عند تحديد الضلع المقابل لزاوية بصورة صحيحة، فالضلعان اللذان يشكلان الزاوية لا يمكن أن يكون أحدهما مقابلًا لها.

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أضف إلى

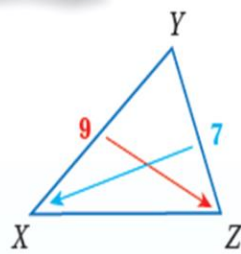
مطوبتك

نظريتان

العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه

4.9

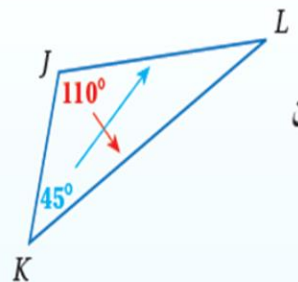
متباينة ضلع-زاوية: إذا كان أحد أضلاع مثلث أطول من ضلع آخر، فإن قياس الزاوية المقابلة للضلع الأطول يكون أكبر من قياس الزاوية المقابلة للضلع الأقصر.



مثال بما أن $XY > YZ$ ، فإن $m\angle Z > m\angle X$.

4.10

متباينة زاوية-ضلع: إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث أكبر من قياس زاوية أخرى، فإن الضلع المقابل للزاوية الكبرى يكون أطول من الضلع المقابل للزاوية الصغرى.



مثال بما أن $m\angle J > m\angle K$ ، فإن $KL > JL$.

تنبيه !

رمز الزاوية

والمتباينة

يبدو رمز الزاوية ($\angle$) مشابهاً لرمز أقل من ($<$)، وخاصة عند الكتابة باليد؛ لذا كن دقيقاً في كتابة الرموز بصورة صحيحة عندما يُستعمل الرمزان معاً.

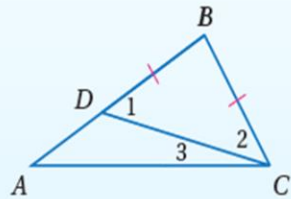
برهان

النظرية 4.9

المعطيات: $\triangle ABC$ ، فيه $AB > BC$.

المطلوب: $m\angle BCA > m\angle A$.

البرهان:



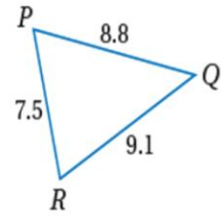
بما أن $AB > BC$ في $\triangle ABC$ ، فإنه توجد نقطة D على $\overline{AB}$ بحيث $BD = BC$ ؛ لذا ارسم $\overline{CD}$ لتشكل $\triangle BCD$ المتطابق الضلعين، وبناءً على نظرية المثلث المتطابق الضلعين تكون $\angle 1 \cong \angle 2$ ، واستنادًا إلى تعريف تطابق الزوايا يكون $m\angle 1 = m\angle 2$.

واعتمادًا على مسلمة جمع قياسات الزوايا يكون $m\angle BCA = m\angle 2 + m\angle 3$ ، إذن $m\angle BCA > m\angle 2$.
بحسب تعريف المتباينة. وبالتعويض ينتج أن $m\angle BCA > m\angle 1$.

وبناءً على نظرية متباينة الزاوية الخارجية يكون $m\angle 1 > m\angle A$. وبما أن $m\angle BCA > m\angle 1$ ، فإن $m\angle BCA > m\angle A$ ، بحسب خاصية التعدي للمتباينة.

مثال 2

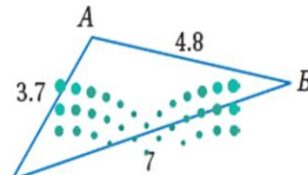
ترتيب زوايا المثلث وفقاً لقياساتها



اكتب زوايا $\triangle PQR$ مرتبة من الأصغر إلى الأكبر.

الأضلاع مرتبة من الأقصر إلى الأطول هي: $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$, $\overline{QR}$. والزوايا المقابلة لهذه الأضلاع هي: $\angle R$, $\angle Q$, $\angle P$ على الترتيب؛ لذا فالزوايا مرتبة من الأصغر إلى الأكبر تكون على النحو الآتي: $\angle R$, $\angle Q$, $\angle P$.

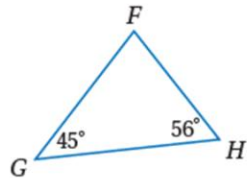
تحقق من فهمك ✓



2) اكتب زوايا $\triangle ABC$ مرتبة من الأصغر إلى الأكبر.

مثال 3

ترتيب أضلاع المثلث وفقاً لأطوالها



اكتب أضلاع $\triangle FGH$ مرتبة من الأقصر إلى الأطول.

أوجد قياس الزاوية المجهولة باستعمال نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث.

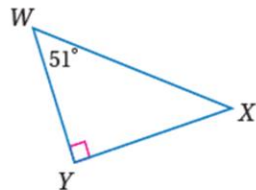
$$m\angle F = 180 - (45^\circ + 56^\circ) = 79^\circ$$

لذا فالزوايا مرتبة من الأصغر إلى الأكبر هي: $\angle G, \angle H, \angle F$.

والأضلاع المقابلة لهذه الزوايا هي: $\overline{FH}, \overline{FG}, \overline{GH}$ على الترتيب.

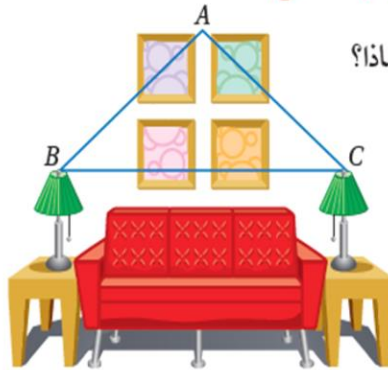
إذن فالأضلاع مرتبة من الأقصر إلى الأطول تكون على النحو التالي: $\overline{FH}, \overline{FG}, \overline{GH}$.

تحقق من فهمك



3) اكتب زوايا $\triangle WXY$ وأضلاعه، مرتبة من الأصغر إلى الأكبر.

مثال 4 من واقع الحياة العلاقات بين الزوايا والأضلاع



تصميم داخلي: يستعمل مصمم فكرة التثليث الواردة في فقرة لماذا؟

لترتيب غرفة الاستقبال.

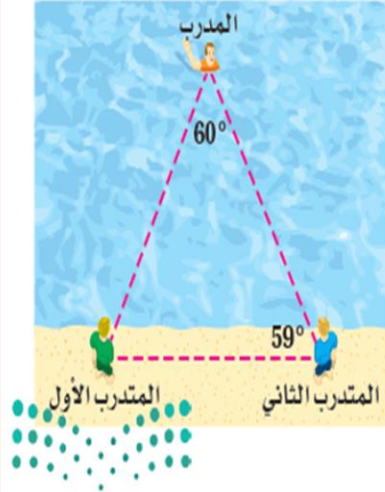
فإذا أراد المصمم أن يكون $m\angle B$ أقل من $m\angle A$ ، فأى مسافة يجب أن تكون أطول: المسافة بين المصباحين أم المسافة بين النقطتين A, C ؟ فسّر إجابتك.

بحسب نظرية «متباينة زاوية-ضلع»، لكي يكون $m\angle B < m\angle A$ ، يجب أن يكون طول الضلع المقابل لـ $\angle B$ أقصر من طول الضلع المقابل لـ $\angle A$. وبما أن $\overline{AC}$ يقابل $\angle B$ ، و $\overline{BC}$ يقابل $\angle A$ ، فإن $AC < BC$ ؛ لذا فالمسافة BC بين المصباحين ستكون أكبر من المسافة بين النقطتين A, C .

تحقق من فهمك



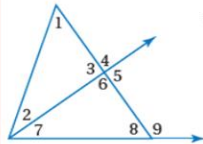
(4) سباحة الإنقاذ: في أثناء التدريب يُمثل المدرب دور شخص في خطر ليتمكن المتدربان من تطبيق مهارات الإنقاذ. إذا كان المدرب والمتدرب الأول والثاني في المواقع المبينة في الشكل، فأَيُّ المتدربين أقرب إلى المدرب؟



ملاحظة

تأكد

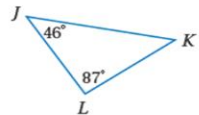
المثال 1



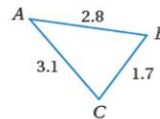
استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية، لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المعطى في كل مما يأتي :

- (1) قياساتها أقل من $m\angle 4$.
- (2) قياساتها أكبر من $m\angle 7$.
- (3) قياساتها أكبر من $m\angle 2$.
- (4) قياساتها أقل من $m\angle 9$.

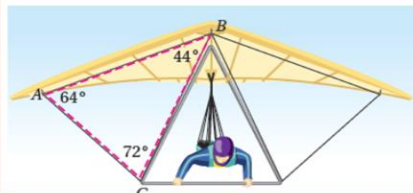
المثالان 2, 3



(6)



(5)



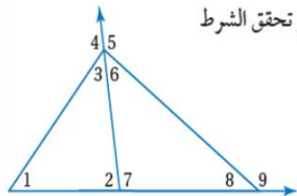
(7) **طيران شرعي:** تشكل دعائم الطائرة الشراعية مثلثات كالمثلث الظاهر في الصورة. فأي دعامة تكون أطول: $\overline{AC}$ أم $\overline{BC}$ ؟ وضح إجابتك.

المثال 4

تدرب وحل المسائل

المثال 1

استعمل نظرية متباينة الزاوية الخارجية؛ لكتابة جميع الزوايا المرقمة التي تحقق الشرط المُعطى في كلِّ مما يأتي:



(8) قياساتها أكبر من $m\angle 2$.

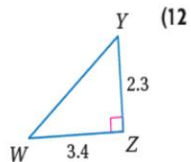
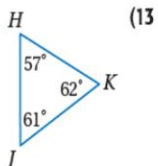
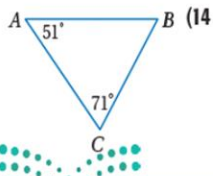
(9) قياساتها أقل من $m\angle 4$.

(10) قياساتها أقل من $m\angle 9$.

(11) قياساتها أكبر من $m\angle 8$.

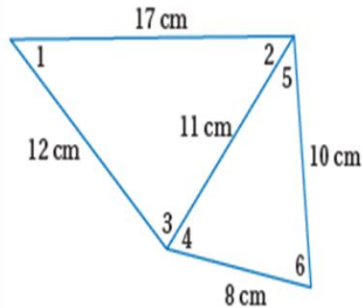
المثالان 2, 3

اكتب زوايا كل مثلث مرتبة من الأصغر إلى الأكبر في كلِّ مما يأتي:



مسائل مهارات التفكير العليا

(33) **تبرير:** هل تكون قاعدة المثلث المتطابق الضلعين هي الضلع الأطول في المثلث دائماً أم أحياناً أم لا تكون أبداً؟ وضح إجابتك.



(34) **تحذ:** استعمل أطوال الأضلاع في الشكل المجاور؛ لترتب قياسات الزوايا المرقمة من الأصغر إلى الأكبر، إذا علمت أن $m\angle 2 = m\angle 5$. ووضح إجابتك.

(35) **اكتب:** وضح لماذا يكون الوتر في المثلث القائم الزاوية هو الضلع الأطول دائماً؟

استراتيجية جدول التعلم

3-4

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

٣٢١

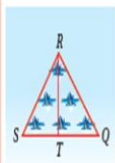
إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	 القلب اكتب مشاعرك حول الموضوع
	 العقل اكتب أفكارك حول الموضوع
	 الحرارة اكتب الجو العام للفترة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	 اليـد اكتب - ارسم - صم - شكل

مراجعة تراكمية

38 هندسة إحدائية: بصيغة الميل والمقطع اكتب معادلة العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي إحداثيات طرفيها $D(-2, 4)$, $E(3, 5)$. (الدرس 1-4)



39 طائرات: يظهر سربٌ من الطائرات على هيئة مثلثين بينهما ضلع مشترك. اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أن: $\triangle SRT \cong \triangle QRT$, إذا كانت النقطة T منتصف $\overline{SR}$, $\overline{SQ} \cong \overline{QR}$. (الدرس 3-4)

استعد للدرس اللاحق

إذا كان $x = 8$, $y = 2$, $z = 3$ فحدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة أم خاطئة:

$$x + y > z + y \quad (42)$$

$$2x = 3yz \quad (41)$$

$$z(x - y) = 13 \quad (40)$$

الواجب المنزلي

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



www.les.edu.sa

البرهان غير المباشر Indirect Proof

4-4

نلتقي إن
شاء الله في
الدرس
القادم

الفصل 4

3-4

إعداد المعظمة
تغريد باجنيد



٣٢٥



الفصل 4

4-4



إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

٣٢٦



اليوم

التاريخ

دعاء

اللهم يا معلم إبراهيم علمنا
ويا مفضلهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

استراتيجية شريط الذكريات

4-4

فيما سبق:

درستُ العلاقة بين قياسات
زوايا المثلث.

٣٢٩

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

استراتيجية جدول التعلم

4-4

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

٣٣٠

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

المفردات:

التبرير المباشر

direct reasoning

البرهان المباشر

direct proof

التبرير غير المباشر

indirect reasoning

البرهان غير المباشر

indirect proof

البرهان بالتناقض

proof by contradiction

فيما سبق:

درست البراهين

الحرّة وذات العمودين

والتسلسلية.

والآن:

■ أكتب براهين جبرية غير

مباشرة.

■ أكتب براهين هندسية

غير مباشرة.



لماذا؟

أعلن محل أحذية عن تخفيض مقداره 25% على جميع القطع الموجودة في المحل، فسألت هند أختها مها خلال تسوقهما في المحل قائلة: إذا كان ثمن القطعة 80 ريالاً بعد التخفيض، فهل كان ثمن القطعة أكثر من 100 ريال قبل التخفيض؟
فأجابت مها: نعم؛ لأنه لو كان ثمن القطعة قبل التخفيض 100 ريال أو أقل، فإن ثمنها بعد التخفيض سيكون 75 ريالاً أو أقل.

الفكرة الرئيسية

4-4

- اكتب براهين جبرية غير مباشرة.
- اكتب براهين هندسية غير مباشرة.

٣ ٣ ٣

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أسئلة التعزيز

4-4

أطلب إلى الطلاب ملاحظة الشكل و أطوال
الأضلاع في فقرة استعد
أسال: لماذا برأيك سميت طريقة شارلوك هولمز
بالتبرير غير المباشر.

أضف إلى

مطوبتك

مفهوم أساسي

خطوات كتابة البرهان غير المباشر

- الخطوة 1:** حدّد النتيجة التي ستبرهنها. ثم افترض خطأها، وذلك بافتراض أن نفيها صحيح.
- الخطوة 2:** استعمل التبرير المنطقي لتبين أن هذا الافتراض يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع حقيقة أخرى، مثل تعريف أو مسلمة أو نظرية.
- الخطوة 3:** بما أن الافتراض الذي بدأت به أدّى إلى تناقض، فبيّن أن النتيجة الأصلية المطلوب إثباتها يجب أن تكون صحيحة.

مثال 1

صياغة افتراض للبدء في برهان غير مباشر

اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

(a) $\angle ABC \neq \angle XYZ$

الافتراض هو: $\angle ABC \cong \angle XYZ$

(b) إذا كان العدد 6 عاملاً للعدد n ، فإن 2 عامل للعدد n .

نتيجة هذه العبارة الشرطية هي 2 عامل للعدد n ، ونفي هذه النتيجة هو 2 ليس عاملاً للعدد n ؛ لذا فافتراض هو: العدد 2 ليس عاملاً للعدد n .

(c) $\angle 3$ زاوية منفرجة.

الافتراض هو: $\angle 3$ ليست زاوية منفرجة.

تحقق من فهمك



(1A) $x > 5$

(1B) النقاط J, K, L تقع على استقامة واحدة.

(1C) $\triangle XYZ$ متطابق الأضلاع.

مثال 2

كتابة برهان جبري غير مباشر

اكتب برهاناً غير مباشر لتبين أنه: إذا كان $-3x + 4 > 16$ ، فإن $x < -4$

المعطيات: $-3x + 4 > 16$

المطلوب: إثبات أن $x < -4$

قراءة الرياضيات

التناقض

التناقض مبدأ في المنطق ينص على أنه لا يمكن تحقق الافتراض ونفيه في آن واحد.

تحقق من فهمك



اكتب برهاناً غير مباشر لكلٍّ من العبارتين الآتيتين:

(2A) إذا كانت $7x > 56$ ، فإن $x > 8$

(2B) إذا كان $-c$ موجباً، فإن c سالبٌ.

مثال 3 من واقع الحياة استعمال البرهان الجبري غير المباشر

تسوق: اشترى فهد قميصين بأكثر من 60 ريالاً، وبعد عدة أسابيع سأله صديقه حامد عن ثمن كل قميص، ولكن فهداً لم يتذكر ثمن كل قميص. استعمال البرهان غير المباشر لتبين أن أحد القميصين على الأقل ثمنه أكثر من 30 ريالاً.

المعطيات: ثمن القميصين معاً أكثر من 60 ريالاً.

$x + y > 60$ ، حيث x ثمن القميص الأول، و y ثمن القميص الثاني.

المطلوب: إثبات أن قميصاً واحداً على الأقل ثمنه أكثر من 30 ريالاً؛ أي $x > 30$ أو $y > 30$

تحقق من فهمك



3) **رحلة:** قطع رياض أكثر من 360 كيلومتراً في رحلة، وتوقف في أثناء سفره مرتين فقط. **المتعلم البرهان**
غير المباشر لإثبات أن رياضاً قطع أكثر من 120 كيلومتراً في إحدى مراحل رحلته الثلاث على الأقل.

وزارة

Education

مثال 4

براهين غير مباشرة في نظرية الأعداد

اكتب برهاناً غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $x + 2$ عدداً زوجياً، فإن x عدد زوجي.

المعطيات: $x + 2$ عدد زوجي.

المطلوب: x عدد زوجي.

برهان غير مباشر:

إرشادات للدراسة

نظرية الأعداد

هي فرع من فروع الرياضيات تختص بدراسة الأعداد وخصائصها والعمليات عليها وتصنيفها إلى: زوجي، فردي، أولي، غير أولي...، وتثبت النظريات والحقائق لهذه الأعداد.

تحقق من فهمك



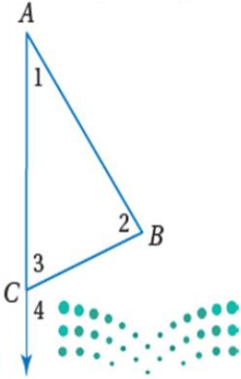
4) اكتب برهاناً غير مباشر لإثبات أنه "إذا كان مربع عدد صحيح فردياً، فإن العدد الصحيح فردي".

مثال 5

برهان هندسي

أثبت أن قياس الزاوية الخارجية لمثلث يكون أكبر من قياس كل من الزاويتين الداخليتين البعديتين عنها.

ارسم شكلاً توضيحياً، ثم عيّن عليه المعطيات والمطلوب.



المعطيات: $\angle 4$ زاوية خارجية لـ $\triangle ABC$.

المطلوب: إثبات أن $m\angle 4 > m\angle 2$ ، وأن $m\angle 4 > m\angle 1$.

برهان غير مباشر:

الخطوة 1: افترض أن $m\angle 4 \leq m\angle 1$ ، أو $m\angle 4 \leq m\angle 2$.

أي أن $m\angle 4 \leq m\angle 1$ ، أو $m\angle 4 \leq m\angle 2$.

وزارة التعليم

Ministry of Education

21 - 1443

تنبیه!

البرهان بالتناقض

مقابل المثال المضاد

البرهان بالتناقض

وإعطاء مثال مضاد

أمران مختلفان؛ إذ

يُستعمل المثال المضاد

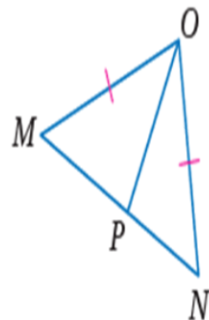
لإثبات خطأ تخمين

أو افتراض، ولا يمكن

استعماله لإثبات صحة

التخمين أو الافتراض.

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



تحقق من فهمك



(5) اكتب برهاناً غير مباشر.

المعطيات: $\overline{MO} \cong \overline{ON}$, $\overline{MP} \cong \overline{NP}$

المطلوب: $\angle MOP \cong \angle NOP$

إرشادات للدراسة

تعرف التناقضات

تذكر أن التناقض في البرهان غير المباشر لا يكون دائماً مع المعطيات أو الفرض الذي تبدأ به، بل يمكن أن يكون مع حقيقة معلومة أو تعريف كما ورد في الحالة 1 من المثال 5، حيث إن قياس أي زاوية في مثلث يجب أن يكون أكبر من 0.

المثال 1 اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي :

(1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (2) $\triangle XYZ$ مختلف الأضلاع.

(3) إذا كان $4x < 24$ ، فإن $x < 6$ (4) $\angle A$ ليست زاوية قائمة.

المثال 2 اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة من العبارتين الآتيتين :

(5) إذا كان $2x + 3 < 7$ ، فإن $x < 2$ (6) إذا كان $3x - 4 > 8$ ، فإن $x > 4$

المثال 3 (7) **كرة قدم:** سجل فهد 13 هدفاً لصالح فريقه المدرسي في المباريات الست الأخيرة. أثبت أن متوسط عدد الأهداف التي سجلها في كل مباراة كان أقل من 3

المثال 4 (8) اكتب برهاناً غير مباشر لإثبات أنه إذا كان $5x - 2$ عدداً فردياً، فإن x عدد فردي.

المثال 5 اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة من العبارتين الآتيتين:

(9) وتر المثلث القائم الزاوية هو أطول أضلاعه.

(10) إذا كانت الزاويتان متكاملتين، فإنه لا يمكن أن تكونا منفرجتين معاً.

تدرب وحل المسائل

المثال 1

اكتب الافتراض الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

(11) إذا كان $2x > 16$ ، فإن $x > 8$.

(12) $\angle 1, \angle 2$ زاويتان غير متكاملتين.

(13) إذا تساوى ميل مستقيمين، فإن المستقيمين متوازيان.

(14) العدد الفردي لا يقبل القسمة على 2.

المثال 2

اكتب برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي:

(15) إذا كان $-3x + 4 < 7$ ، فإن $x > -1$.

(16) إذا كان $-2x - 6 > 12$ ، فإن $x < -9$.

مسائل مهارات التفكير العليا

(31) **مسألة مفتوحة:** اكتب عبارة يمكن إثبات صحتها باستعمال البرهان غير المباشر ثم أثبتها.

(32) **تحدي:** إذا كان x عدداً نسبياً، فإنه يمكن تمثيله بالصورة $\frac{a}{b}$ ، حيث a, b عددان صحيحان، و $b \neq 0$. ولا يمكن تمثيل العدد غير النسبي في صورة ناتج قسمة عددين صحيحين. اكتب برهاناً غير مباشر تبين فيه أن ناتج ضرب عدد نسبي لا يساوي الصفر في عدد غير نسبي، هو عدد غير نسبي.



(33) **اكتشف الخطأ:** يحاول أسعد ورضوان أن يثبتا العبارة التالية باستعمال البرهان غير المباشر. فهل أيّ منهما إجابته صحيحة؟ وضح إجابتك.

”إذا كان مجموع عددين زوجيًا، فإن العددين زوجيان“.

رضوان

العبارة صحيحة. إذا كانت العددين فرديين فإن مجموعهما يكون عددًا زوجيًا. وبها أن الافتراض صحيح عندما تكون النتيجة خطأ، فإن العبارة صحيحة.

أسعد

العبارة صحيحة. إذا كانت أحد العددين زوجيًا والآخر صفرًا، فإن المجموع يكون عددًا زوجيًا. وبها أن الافتراض صحيح حتى عندما تكون النتيجة خطأ، فإن العبارة صحيحة.

(34) **اكتب:** اكتب المعاكس الإيجابي للعبارة الموجودة في السؤال 8، واكتب برهانًا مباشرًا للمعاكس الإيجابي. كيف يرتبط البرهان المباشر للمعاكس الإيجابي للعبارة بالبرهان غير المباشر للعبارة الأصلية؟

استراتيجية جدول التعلم

4-4

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

٣٤٧

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	القلب  اكتب مشاعرك حول الموضوع
	العقل  اكتب أفكارك حول الموضوع
	الحرارة  اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة)
	اليـد  اكتب - ارسم - صم - شكل

مراجعة تراكمية

(37) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين. (الدرس 3-4)

المعطيات: $\overline{RQ}$ تنصف $\angle SRT$.

المطلوب: إثبات أن $m\angle SQR > m\angle SRQ$

أوجد كلاً من القياسين الآتيين: (الدرس 2-3)

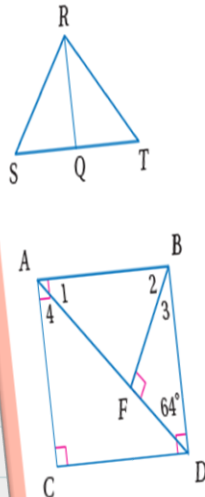
$$m\angle 1$$
 (38)

$$m\angle 4$$
 (39)

(40) **هندسة إحدائية:** أوجد المسافة بين المستقيمين المتوازيين: (مهارة سابقة)

$$y = 2x + 2$$

$$y = 2x - 3$$



الواجب المنزلي

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

رابط الدرس الرقمي



www.uen.edu.sa

متباينة المثلث

The Triangle Inequality

4-5

نلتقي إن شاء الله في
الدرس القادم

الفصل 4

4-4

إعداد المعظمة
تغريد باجنيد



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

٣٥١



الفصل 4

4-5

متباينة المثلث
The Triangle Inequality

4-5

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

٣٥٢



اليوم

التاريخ

دعاء

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الأمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

استراتيجية شريط الذكريات

4-5

- أَكْتُبُ بَراهِينَ جَبَرِيَّةٍ غَيرَ مَباشِرَة.
- أَكْتُبُ بَراهِينَ هَندَسيَّةٍ غَيرَ مَباشِرَة.

٣٥٥

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

استراتيجية جدول التعلم

4-5

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

٣٥٦

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

والآن:

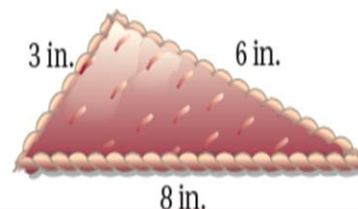
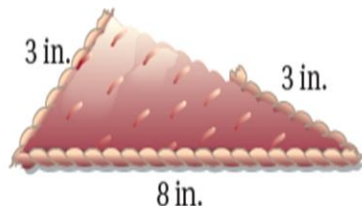
- أستعمل نظرية متباينة المثلث لأُعين الأطوال التي تكون مثلثاً.
- أثبت العلاقات في المثلث باستعمال نظرية متباينة المثلث.

فيما سبق:

درستُ خصائص المتباينات وتطبيقها على العلاقات بين زوايا المثلث وأضلاعه.

لماذا؟

يريد أحد المصممين أن يستعمل قطع الخيوط المجدولة والمتبقية من أحد أعماله لتزيين الوسائد المثلثة الشكل أدناه. ولتقليل الإهدار، أراد المصمم أن يستعمل القطع دون قصها، فاختار ثلاث قطع عشوائيًا وحاول أن يشكل مثلثًا. والشكلان الآتيان يبيّنان اثنتين من هذه المحاولات.



الفكرة الرئيسية

4-4

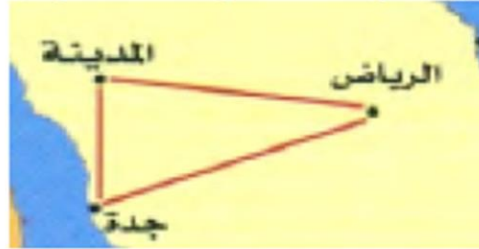
- أستعمل نظرية متباينة المثلث لأعين الأطوال التي تكون مثلثًا.
- أثبت العلاقات في المثلث باستعمال نظرية متباينة المثلث.

أسئلة التعزيز

4-4

أطلب إلى الطلاب ملاحظة الخريطة في فقرة استعد
أسال :

- ❖ أي طريق أقصر .
- ❖ هل سيبقى هذا الجزء من الرحلة هو الأقصر إذا توقفت الطائرة في جدة .



متباينة المثلث: بما أن المثلث يتكون من ثلاث قطع مستقيمة، فيجب أن تتوافر علاقة خاصة بين أطوال هذه القطع؛ كي تشكل مثلثاً.

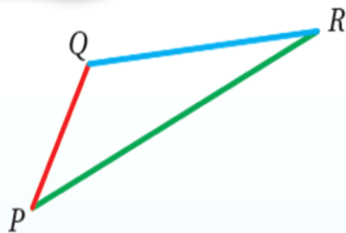
أضف إلى

مطوبتك

نظرية متباينة المثلث

4.11 نظرية

مجموع طولي أي ضلعين في مثلث أكبر من طول الضلع الثالث.



$$PQ + QR > PR \quad \text{أمثلة}$$

$$QR + PR > PQ$$

$$PR + PQ > QR$$

مثال 1

تعيين الأطوال التي تكوّن مثلثاً

حدد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كلٍّ من السؤالين الآتيين، وإذا لم يكن ذلك ممكناً، فوضح السبب:

(a) 8 in, 15 in, 17 in

تحقق من صحة كل متباينة.

$$15 + 17 \geq 8$$

$$8 + 17 \geq 15$$

$$8 + 15 \geq 17$$

$$\checkmark 32 > 8$$

$$\checkmark 25 > 15$$

$$\checkmark 23 > 17$$

بما أنّ مجموع طولَي أيّ قطعتين أكبر من طول القطعة الثالثة، فإنّ القطع المستقيمة التي أطوالها 8, 15, 17 تكوّن مثلثاً.

(b) 6 m, 8 m, 14 m

$$6 + 8 \geq 14$$

$$\times 14 \not\geq 14$$

بما أنّ مجموع طولَي قطعتين ليس أكبر من طول القطعة الثالثة، فإنّ القطع المستقيمة التي أطوالها 6, 8, 14 لا يمكن أن تكوّن مثلثاً.

تحقق من فهمك



وزارة الت
Education

2 ft, 8 ft, 11 ft (1B)

15 cm, 16 cm, 30 cm (1A)

إرشادات للدراسة

إذا كان مجموع أقصر
طولين أكبر من طول
الضلع الثالث، فإن
الأطوال الثلاثة تمثل
أطوال أضلاع مثلث.

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

مثال 2 من الاختبار

إذا كان طولا ضلعين في مثلث هما 3 cm, 7 cm ، فما أصغر عدد طبيعي يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث؟

- A 3 cm
- B 4 cm
- C 5 cm
- D 10 cm

إرشادات للاختبار

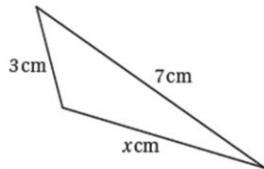
اختبار البدائل

إذا كان الوقت غير كافٍ
يمكنك اختبار كل بديل
لإيجاد الإجابة الصحيحة
واستبعاد البدائل
الأخرى.

اقرأ فقرة الاختبار

المطلوب هو تحديد أصغر قيمة ممكنة لطول الضلع الثالث في مثلث طولاه ضلعين من أضلاعه 3cm, 7cm

حل فقرة الاختبار



لتحديد أصغر طول ممكن من بين البدائل المعطاة، حدّد مدى القيم الممكنة لطول الضلع الثالث أولاً؛ لذا ارسم شكلاً وافترض أن طول الضلع الثالث يساوي x ، ثم اكتب متباينات المثلث الثلاث، وحل كل واحدة منها.

$$x + 7 > 3$$

$$x > -4$$

$$3 + x > 7$$

$$x > 4$$

$$3 + 7 > x$$

$$10 > x \text{ أو } x < 10$$

لاحظ أن $x > -4$ تكون صحيحة دائماً لأي قيمة صحيحة موجبة لـ x ، ويربط المتباينتين المتبقيتين، يكون مدى القيم التي تحقق كلتا المتباينتين هو $x > 4$ و $x < 10$ ، والذي يمكن كتابته في الصورة $4 < x < 10$ وأقل عدد صحيح موجب بين 4 و 10 هو 5؛ لذا فالإجابة الصحيحة هي C.

قراءة الرياضيات

المتباينة المركبة

تقرأ المتباينة المركبة

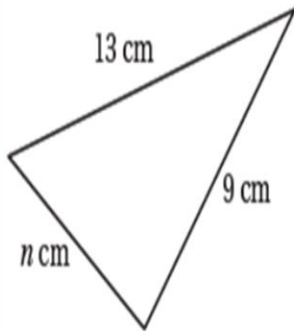
$4 < x < 10$ على النحو

التالي: تقع x بين

4 و 10 أو x أكبر من 4

وأقل من 10

تحقق من فهمك



(2) في الشكل المجاور، أي الأعداد الآتية لا يمكن أن يكون قيمة لـ n ؟

10 C

7 A

22 D

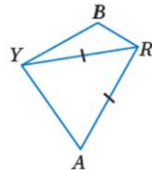
13 B

مثال 3 من واقع الحياة استعمال نظرية متباينة المثلث في البرهان



طيران: المسافة الجوية من الرياض إلى ينبع تساوي المسافة الجوية من الرياض إلى أبها، أثبت أن الطيران المباشر من الرياض إلى ينبع مروراً بمدينة بريدة يقطع مسافة أكبر من المسافة المقطوعة عند الطيران من الرياض إلى أبها دون توقف.

ارسم شكلاً تقريبياً يمثل المسألة، وضع عليه رموز أسماء المدن، وارسم القطعة YA لتشكّل $\triangle YRA$.



المعطيات: $RY = RA$

المطلوب: $RB + BY > RA$

البرهان:

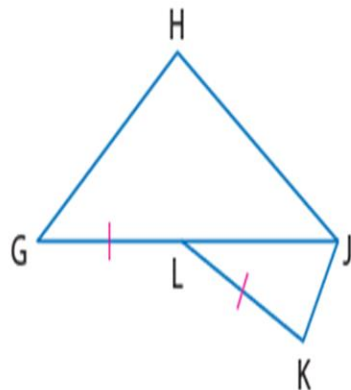
المبررات	المبارات
(1) معطى	$RY = RA$ (1)
(2) نظرية متباينة المثلث	$RB + BY > RY$ (2)
(3) بالتعويض	$RB + BY > RA$ (3)



الربط مع الحياة

يختلف الطيران المباشر عن الطيران من دون توقف، ففي حالة الطيران المباشر لا يغير المسافرون الطائرة، ولكن قد تحط الطائرة في مطار واحد أو أكثر قبل وصولها لغايتها.

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد



تحقق من فهمك ✓

3) اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $GL = LK$

المطلوب: $JH + GH > JK$

تأكد

المثال 1

حدّد ما إذا كانت القياسات المعطاة يمكن أن تمثل أطوال أضلاع مثلث في كلّ مما يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكناً فوضّح السبب.

6 m, 14 m, 10 m (3)

3 in, 4 in, 8 in (2)

5 cm, 7 cm, 10 cm (1)

المثال 2

(4) اختيار من متعدّد: إذا كان طولاً ضلعين في مثلث 5 m, 9 m، فما أصغر عدد صحيح يمكن أن يمثل طول الضلع الثالث فيه؟

6 m D

14 m C

4 m B

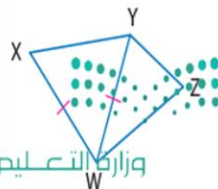
5 m A

المثال 3

(5) برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{XW} \cong \overline{YW}$

المطلوب: $YZ + ZW > XW$



وزارة التعليم
Ministry of Education

تدرب وحل المسائل

المثال 1

حدد ما إذا كانت كلُّ من القياسات الآتية تمثل أطوال أضلاع مثلث في كلِّ ممَّا يأتي، وإن لم يكن ذلك ممكنًا فوضح السبب.

11 mm, 21 mm, 16 mm (7)

4 ft, 9 ft, 15 ft (6)

$2\frac{1}{2}$ m, $1\frac{3}{4}$ m, $5\frac{1}{8}$ m (9)

9.9 cm, 1.1 cm, 8.2 cm (8)

المثال 2 اكتب متباينة تمثل مدى طول الضلع الثالث في مثلث عُلِمَ طولاً ضلعين من أضلاعه في كلٍّ مما يأتي:

5 m, 11 m (11)

4 ft, 8 ft (10)

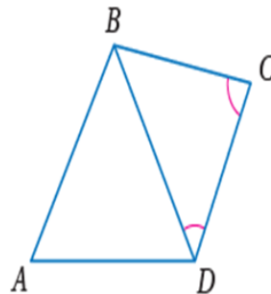
$\frac{1}{2}$ km, $3\frac{1}{4}$ km (13)

2.7 cm, 4.2 cm (12)

المثال 3 برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لكل مما يأتي :

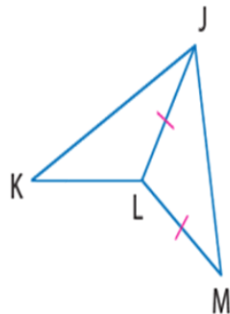
14) المعطيات: $\angle BCD \cong \angle CDB$

المطلوب: $AB + AD > BC$

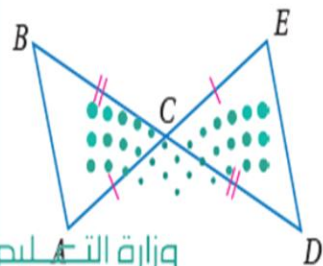


15) المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{LM}$

المطلوب: $KJ + KL > LM$



مسائل مهارات التفكير العليا



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 1/12

(29) **تحديد:** ما مدى القيم الممكنة لمحيط الشكل $ABCDE$ ، إذا كان $AC = 7$, $DC = 9$ ؟ وضح إجابتك.

(30) **تبرير:** ما مدى طول كل من الضلعين المتطابقين في مثلث طول قاعدته 6 cm ؟ وضح إجابتك.

(31) مسألة مفتوحة: طول أحد أضلاع مثلث 5 سم. ارسم مثلثاً يكون الضلع الذي طوله 5 سم أقصر أضلاعه، ومثلثاً آخر يكون الضلع الذي طوله 5 سم أطول أضلاعه. مضمناً رسمك أطوال أضلاع المثلث وقياسات زواياه.

(32) اكتب: اشرح الطريقة التي تستعملها لإيجاد أصغر قيمة وأكبر قيمة لطول ضلع مثلث إذا علمت طولَي الضلعين الآخرين.

استراتيجية جدول التعلم

4-4

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

٣٧٤

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	 القلب اكتب مشاعرك حول الموضوع
	 العقل اكتب أفكارك حول الموضوع
	 الحرارة اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	 اليدين اكتب - ارسم - صمم - شكل

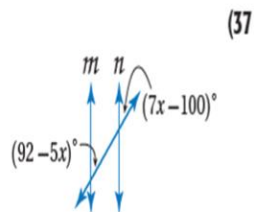
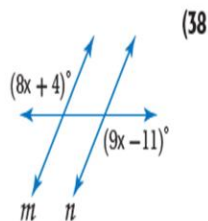
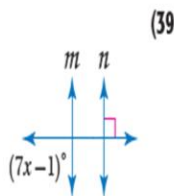
مراجعة تراكمية

اكتب الافتراض الضروري الذي تبدأ به برهاناً غير مباشر لكل عبارة مما يأتي : (الدرس 4-4)

(35) إذا كان $4y + 17 = 41$ ، فإن $y = 6$

(36) إذا قطع مستقيم مستقيمين آخرين، وكانت الزاويتان المتبادلتان داخلياً متطابقتين، فإن المستقيمين متوازيان.

أوجد قيمة x ، على أن يكون $m \parallel n$ في كل مما يأتي، واذكر المسلّمة أو النظرية التي استعملتها : (مهارة سابقة)



الواجب المنزلي

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

المتباينات في مثلثين
Inequalities in Two Triangles

4-6

نلتقي إن
شاء الله في
الدرس
القادم

الفصل 4

4-5

إعداد المعظمة
تغريد باجنيد



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

٣٧٨



الفصل 4

4-6

المتباينات في مثلثين
Inequalities in Two Triangles

4-6

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

٣٧٩



اليوم

التاريخ

دعاء

اللهم يا معلم إبراهيم علمنا
ويا مفضلهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة علي
المسافة الأمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

استراتيجية شريط الذكريات

4-6



■ أثبت العلاقات في
المثلث باستعمال نظرية
متباينة المثلث.

■ أستعمل نظرية متباينة
المثلث لأعين الأطوال
التي تكون مثلثاً.



٣٨٢

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

استراتيجية جدول التعلم

4-6

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

٣٨٣

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

والآن:

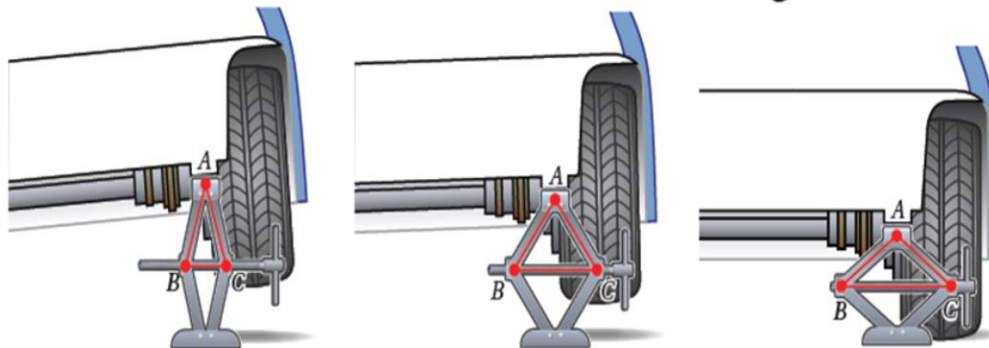
- أطبق متباينة SAS أو عكسها؛ لإجراء مقارنات بين عناصر مثلثين.
- أثبت صحة العلاقات باستعمال متباينة SAS أو عكسها.

فيما سبق:

درست المتباينات في المثلث الواحد.

لماذا؟

تُستعمل الرافعة عند تغيير إطارات السيارات، والرافعة المبيّنة أدناه واحدة من الرافعات البسيطة التي ما زالت تُستعمل حتى يومنا هذا. لاحظ أنّه عندما تُنزّل الرافعة فإنّ ساقَي $\triangle ABC$ يظلّان متطابقين، في حين تزداد الزاوية A اتّساعاً ويزداد طول الضلع $\overline{BC}$ المقابل لـ $\angle A$



الفكرة الرئيسية

4-6

■ أطبق متباينة SAS أو

عكسها؛ لإجراء مقارنات
بين عناصر مثلثين.

■ أثبت صحة العلاقات

باستعمال متباينة SAS
أو عكسها.

٣٨٦

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أسئلة التعزيز

4-6

أطلب إلى الطلاب ملاحظة الصور و مقارنتها في فقرة
ستعد



أسأل : ماذا يحصل للمسافة بين
الركاب و محطة الركوب عندما
تصغر الزاوية بين الذراع و القائم
ذكر بعض الأشياء الأخرى
لمرتبطة . ماذا تلاحظ حول هذه
لأشياء .

أضف إلى
مطوبتك

نظريتان

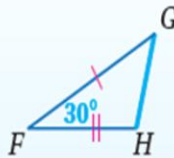
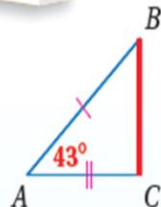
المتباينات في مثلثين

4.13 متباينة SAS

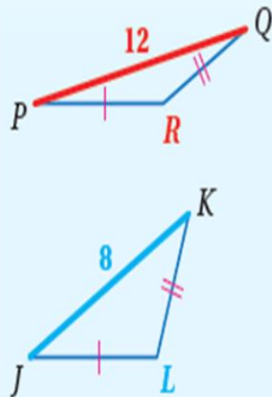
إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني، فإن الضلع الثالث في المثلث الأول يكون أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان: $\overline{AB} \cong \overline{FG}$, $\overline{AC} \cong \overline{FH}$, $m\angle A > m\angle F$,

فإن $BC > GH$.



4.14 عكس متباينة SAS (SSS)



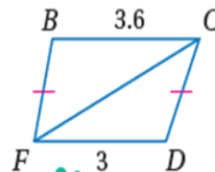
إذا طابق ضلعان في مثلث ضلعين مناظرين في مثلث آخر، وكان الضلع الثالث في المثلث الأول أطول من الضلع الثالث في المثلث الثاني، فإن قياس الزاوية المحصورة في المثلث الأول يكون أكبر من قياس الزاوية المحصورة في المثلث الثاني.

مثال: إذا كان: $\overline{PQ} > \overline{JK}$, $\overline{PR} \cong \overline{JL}$, $\overline{QR} \cong \overline{KL}$, فإن $m\angle R > m\angle L$.

مثال 1

استعمال متباينة SAS وعكسها

قارن بين القياسين المحددين في كلٍّ من السؤالين الآتيين :



(b) $m\angle FCD, m\angle BFC$

في المثلثين $\triangle BCF, \triangle DCF$
 $\overline{BF} \cong \overline{DC}, \overline{FC} \cong \overline{CF}, BC > FD$

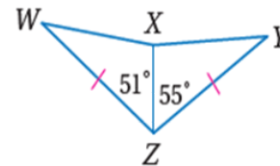
وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

وبحسب عكس متباينة SAS فإن

$$m\angle BFC > m\angle DCF$$



(a) WX, XY

في المثلثين $\triangle WXZ, \triangle YXZ$

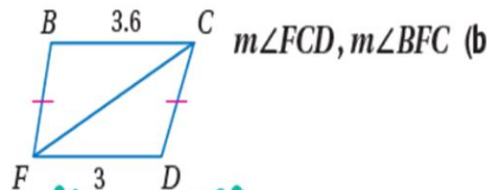
$$\overline{WZ} \cong \overline{YZ}, \overline{XZ} \cong \overline{XZ}, m\angle YZX > m\angle WZX$$

وبحسب متباينة SAS فإن $WX < XY$

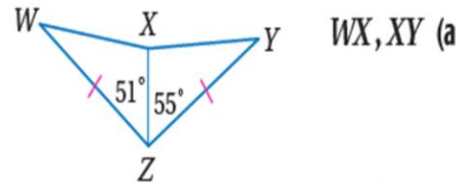
مثال 1

استعمال متباينة SAS وعكسها

قارن بين القياسين المحددين في كل من السؤالين الآتيين :



$m\angle FCD, m\angle BFC$ (b)



WX, XY (a)

في المثلثين $\triangle BCF, \triangle DCF$
 $\overline{BF} \cong \overline{DC}, \overline{FC} \cong \overline{CF}, BC > FD$

وبحسب عكس متباينة SAS فإن

وزارة التعليم

Ministry of Education
2021 - 1443

$m\angle BFC > m\angle DCF$

في المثلثين $\triangle WXZ, \triangle YXZ$

$\overline{WZ} \cong \overline{YZ}, \overline{XZ} \cong \overline{XZ}, m\angle YZX > m\angle WZX$

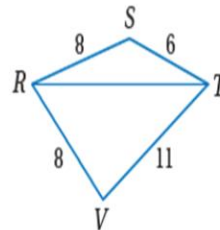
وبحسب متباينة SAS فإن $WX < XY$

تحقق من فهمك

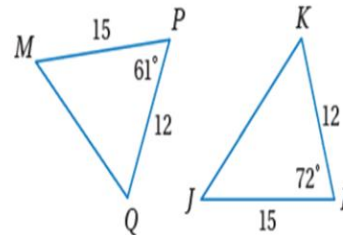


قارن بين القياسات المعطاة في كل من السؤالين الآتيين :

$m\angle SRT, m\angle VRT$ (1B)



JK, MQ (1A)



إرشادات للدراسة

متباينة SAS

تُعرف المتباينة SAS

باسم متباينة الزاوية،

وعكسها يُعرف

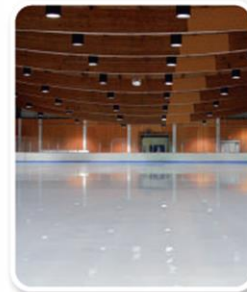
بالمتباينة SSS.

مثال 2 من واقع الحياة استعمال متباينة SAS

التزلج على الجليد: في إحدى صالات التزلج، انطلق اثنان من المتزلجين على الجليد من المكان نفسه، فقطع المتزلج A مسافة 17.5m في اتجاه الغرب، ثم انحرف 35° في اتجاه الشمال الغربي قاطعاً 15m، بينما قطع المتزلج B مسافة 17.5m في اتجاه الشرق، ثم انحرف 40° في اتجاه الشمال الشرقي قاطعاً 15m، أيهما كان الأبعد عن مكان الانطلاق عند هذه اللحظة؟ وضح إجابتك.



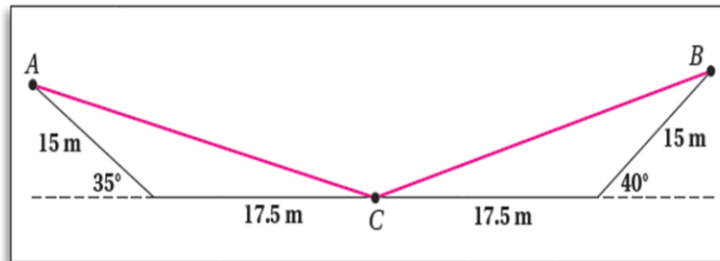
افهم: المعطيات: قطع المتزلج A مسافة 17.5m في اتجاه الغرب، ثم انحرف 35° في اتجاه الشمال الغربي قاطعاً 15m، والمتزلج B قطع مسافة 17.5m في اتجاه الشرق، ثم انحرف 40° في اتجاه الشمال الشرقي قاطعاً 15m. المطلوب: أيهما كان أبعد عن مكان الانطلاق.



الربط مع الحياة

ظهرت رياضة التزلج على الجليد في منتصف القرن التاسع عشر، وتُنظمت أول بطولة لها عام 1891م، وهي رياضة مشهورة في البلاد الباردة، مثل كندا والدول الاسكندنافية.

خطوط: ارسم شكلاً لهذا الوضع.



المسار الذي اتبعه كل متزلج وبعده عن مكان الانطلاق يشكّل مثلثاً؛ إذ قطع كل متزلج 17.5 m، ثم انحرف وقطع 15 m أخرى.

استعمل أزواج الزوايا المستقيمة لإيجاد قياس الزاويتين المحصورتين، ثم طبق متباينة SAS؛ لتقارن بين بُعدي المتزلجين عن مكان الانطلاق.

إرشادات لحل

رسم شكل توضيحي

ارسم شكلاً لمساعدتك

على فهم المسألة

اللفظية وتوضيحها

بصورة صحيحة.

حل: قياس الزاوية المحصورة لمسار المتزلج A يساوي $35^\circ - 180^\circ$ أو 145° ، وقياس الزاوية المحصورة لمسار المتزلج B يساوي $40^\circ - 180^\circ$ أو 140°

بما أن $145^\circ > 140^\circ$ ، إذن $AC > BC$ بحسب متباينة SAS؛ لذا فالمتزلج A أبعد عن مكان الانطلاق من المتزلج B.

تحقق: المتزلج B انحرف 5° أكثر مما فعل المتزلج A في اتجاه مكان الانطلاق؛ لذا سيكون المتزلج B أقرب إلى مكان الانطلاق من المتزلج A. ✓

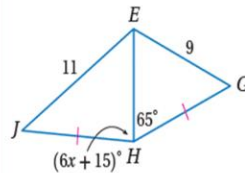
تحقق من فهمك



(2) **التزلج على الجليد:** انطلقت مجموعتان من المتزلجين من المكان نفسه، فقطعت المجموعة A مسافة 4 mi في اتجاه الشرق، ثم انحرفت 70° في اتجاه الشمال الشرقي قاطعة مسافة 3 mi، وقطعت المجموعة B مسافة 4 mi في اتجاه الغرب، ثم انحرفت 75° في اتجاه الشمال الغربي قاطعة 3 mi، أي مجموعة كانت الأبعد عن مكان الانطلاق عند هذه اللحظة؟ وضح إجابتك.

وزارة التعليم

Ministry of Education



مثال 3 استعمال الجبر في العلاقات بين مثلثين

جبر: أوجد متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x .

الخطوة 1: من الشكل نعلم أن:

$$\overline{JH} \cong \overline{GH}, \overline{EH} \cong \overline{EH}, JE > EG$$

$$\text{إذن، } m\angle JHE > m\angle EHG \quad \text{عكس متباينة SAS}$$

$$6x + 15 > 65 \quad \text{عوض}$$

$$x > 8\frac{1}{3} \quad \text{حل بالنسبة لـ } x$$

الخطوة 2: استعمل حقيقة أن قياس أي زاوية في المثلث أقل من 180 لكتابة متباينة أخرى.

$$m\angle JHE < 180^\circ$$

$$6x + 15 < 180 \quad \text{عوض}$$

$$x < 27.5 \quad \text{حل بالنسبة لـ } x$$

الخطوة 3: اكتب المتباينتين $x > 8\frac{1}{3}$, $x < 27.5$ في صورة متباينة مركبة بالشكل $8\frac{1}{3} < x < 27.5$

إرشادات للدراسة

استعمال حقائق

إضافية

عند إيجاد مدى القيم

الممكنة للمتغير x ، قد

تحتاج إلى استعمال

إحدى الحقائق الآتية:

• قياس أي زاوية في

المثلث يكون أكبر

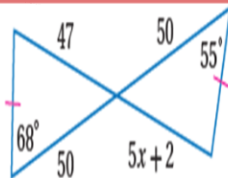
من 0 وأقل من

180 دائماً.

• طول أي قطعة

مستقيمة يكون أكبر

من 0 دائماً.



تحقق من فهمك

(3) أوجد متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x .

إرشادات للدراسة

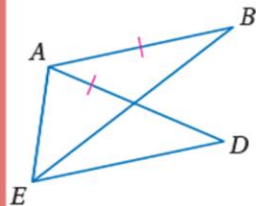
استعمال حقائق إضافية

عند إيجاد مدى القيم الممكنة للمتغير x ، قد تحتاج إلى استعمال إحدى الحقائق الآتية:

- قياس أي زاوية في المثلث يكون أكبر من 0 وأقل من 180 دائماً.
- طول أي قطعة مستقيمة يكون أكبر من 0 دائماً.

إثبات علاقات المثلث باستعمال متباينة SAS

مثال 4



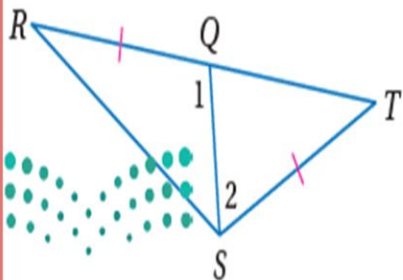
اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات : $\overline{AB} \cong \overline{AD}$

المطلوب : $EB > ED$

البرهان :

المبررات	العبارات
(1) معطى	(1) $\overline{AB} \cong \overline{AD}$
(2) خاصية الانعكاس	(2) $\overline{AE} \cong \overline{AE}$
(3) مسلمة جمع قياسات الزوايا	(3) $m\angle EAB = m\angle EAD + m\angle DAB$
(4) تعريف المتباينة	(4) $m\angle EAB > m\angle EAD$
(5) متباينة SAS	(5) $EB > ED$



وزارة

ducation

43

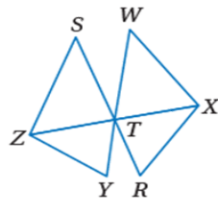
تحقق من فهمك



4) اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\overline{RQ} \cong \overline{ST}$

المطلوب: $RS > TQ$



إثبات علاقات باستعمال عكس متباينة SAS

مثال 5

اكتب برهاناً تسلسلياً.

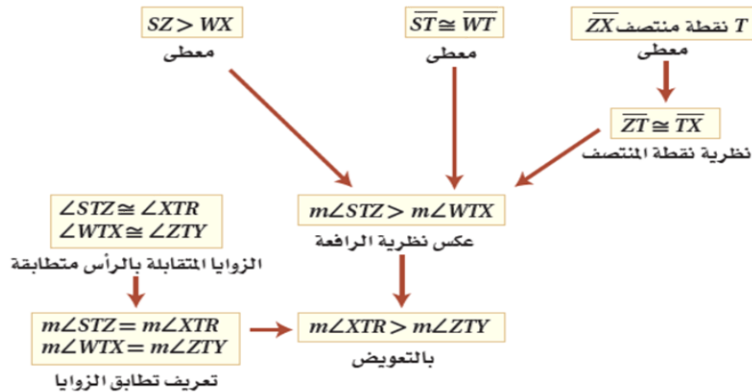
المعطيات: T نقطة منتصف $\overline{ZX}$.

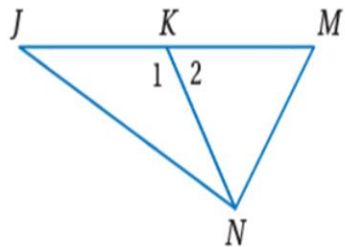
$$\overline{ST} \cong \overline{WT}$$

$$SZ > WX$$

المطلوب: $m\angle XTR > m\angle ZTY$

البرهان التسلسلي:





تحقق من فهمك



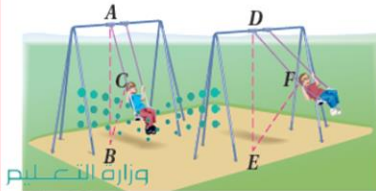
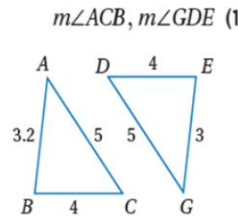
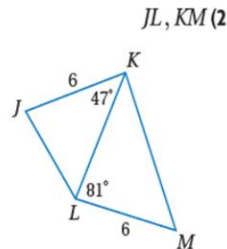
(5) اكتب برهاناً إذا عمودين.

المعطيات: $\overline{NK}$ قطعة متوسطة في $\triangle JMN$.

$$JN > NM$$

المطلوب: $m\angle 1 > m\angle 2$

المثال 1: قارن بين القياسين المحددين في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



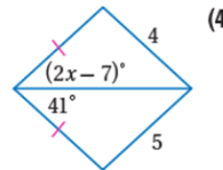
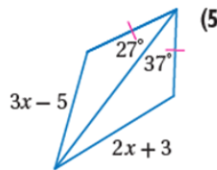
وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

المثال 2: (3) أراجيح: يتغير موضع الأرجوحة تبعاً لقوة دفعها.

- (a) أي الأزواج متطابق من هذه القطع المستقيمة؟
(b) أيهما أكبر: قياس $\angle A$ أم قياس $\angle D$ ؟
وضح إجابتك.

المثال 3

اكتب متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x في كل مما يأتي:



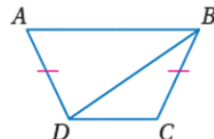
المثالان 4, 5

برهان

اكتب برهاناً ذا عمودين في كل من السؤالين 6, 7:

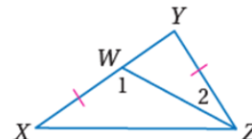
(7) المعطيات: $\overline{AD} \cong \overline{CB}$
 $DC < AB$

المطلوب: $m\angle CBD < m\angle ADB$



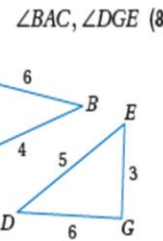
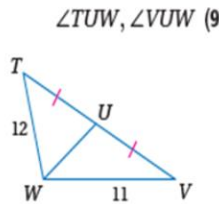
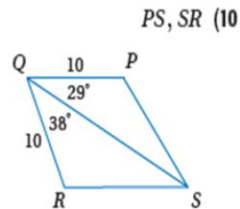
(6) المعطيات: $\triangle YZX$
 $\overline{YZ} \cong \overline{XW}$

المطلوب: $ZX > YW$



تدريب وحل المسائل

المثال 1 قارن بين القياسين المحددين في كلٍّ من الأسئلة الآتية:



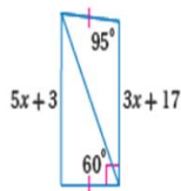
المثال 2 (11) **رحلة برية:** أقام باسم وعثمان مخيماً في الصحراء، وقررا أن يقوموا برحلة برية، فانطلق باسم من المخيم وسار 5 km في اتجاه الشرق، ثم انعطف 15° جهة الجنوب الشرقي وسار 2 km أخرى، وانطلق عثمان من المخيم وسار 5 km في اتجاه الغرب، ثم انعطف 35° جهة الشمال الغربي وسار 2 km أخرى.

- (a) أيهما أقرب إلى المخيم؟ وضح إجابتك، وارسم شكلاً توضيحياً.
(b) افترض أن عثمان انعطف 10° في اتجاه الجنوب الغربي بدلاً من 35° في اتجاه الشمال الغربي، فأيهما يكون أبعد عن المخيم؟ وضح إجابتك، وارسم شكلاً توضيحياً.

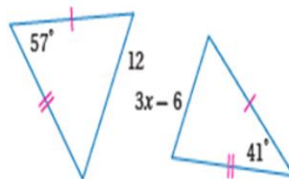
المثال 3

اكتب متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x في كل من السؤالين الآتيين:

(13)

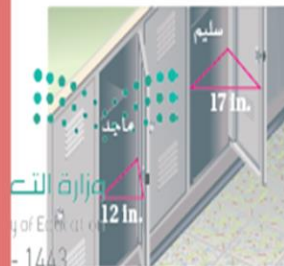


(12)

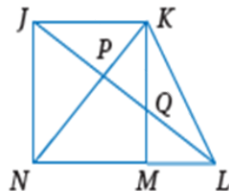


(14) خزانتي: خزانتي سليم ومجد مفتوحتان، كما في الشكل المجاور.

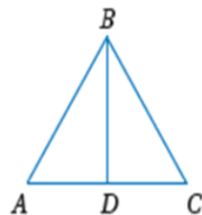
أي بابي الخزانتين يشكل زاوية قياسها أكبر؟ وضح إجابتك.



مسائل مهارات التفكير العليا



(22) **تحديد:** في الشكل المجاور، إذا كان: $\overline{KJ} \cong \overline{JN}$ ، $m\angle LJN > m\angle KJL$ ، فأَيُّ الزاويتين هي الأكبر: $\angle LKN$ أم $\angle LNK$ ؟ وضح إجابتك.



(23) **تبرير:** إذا كانت $\overline{BD}$ قطعة متوسطة في $\triangle ABC$ كما في الشكل المجاور، وكان $AB < BC$ ، فهل تكون $\angle BDC$ حادة دائماً، أو أحياناً، أو لا تكون حادة أبداً؟ وضح إجابتك.

(24) **اكتب:** بين أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين متباينة SAS والمسألة SAS لتطابق المثلثات.

استراتيجية جدول التعلم

4-6

كيف أتعلم
أكثر

ماذا تعلمت

ماذا أريد
أن أعرف

ماذا أعرف

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

٤٠٨

إعداد المعلمة
تغريد باجنيد

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

القلب 
 اكتب مشاعرك حول الموضوع

العقل 
 اكتب أفكارك حول الموضوع

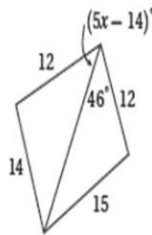
الحرارة 
 اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ،
 الاتحاد ، المشاركة.....)

اليد 
 اكتب - ارس - صم - شكل

تدريب على اختبار

(26) إذا كان طول ضلع مربع $x+3$ ، فإن طول قطره يساوي:

- A $x^2 + 1$
 B $x\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$
 C $2x + 6$
 D $x^2\sqrt{2} + 6$



(25) أي متباينة مما يأتي نصف مدى القيم الممكنة لـ x ؟

- A $x > 6$
 B $0 < x < 14$
 C $2.8 < x < 12$
 D $12 < x < 15$

الواجب المنزلي

إعداد المعطمة
تغريد باجنيد

الفصل
5
الأشكال الرباعية
Quadrilaterals

نلتقي إن
شاء الله في
الدرس
القادم

الفصل 4

4-5

إعداد المعظمة
تغريد باجنيد



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

٤١٢





الفصل 5/

الأشكال الرباعية



- التهيئة للفصل 5
- 5-1 زوايا المضلع
- 5-2 متوازي الأضلاع
- 5-3 تمييز متوازي الأضلاع
- 5-4 المستطيل
- 5-5 المعين والمربع
- 5-6 شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية

٤١٣

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

الفصل 5

5



اليوم /

التاريخ /

الفصل 5 الأشكال الرباعية Quadrilaterals

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ١ ٤

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا



اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



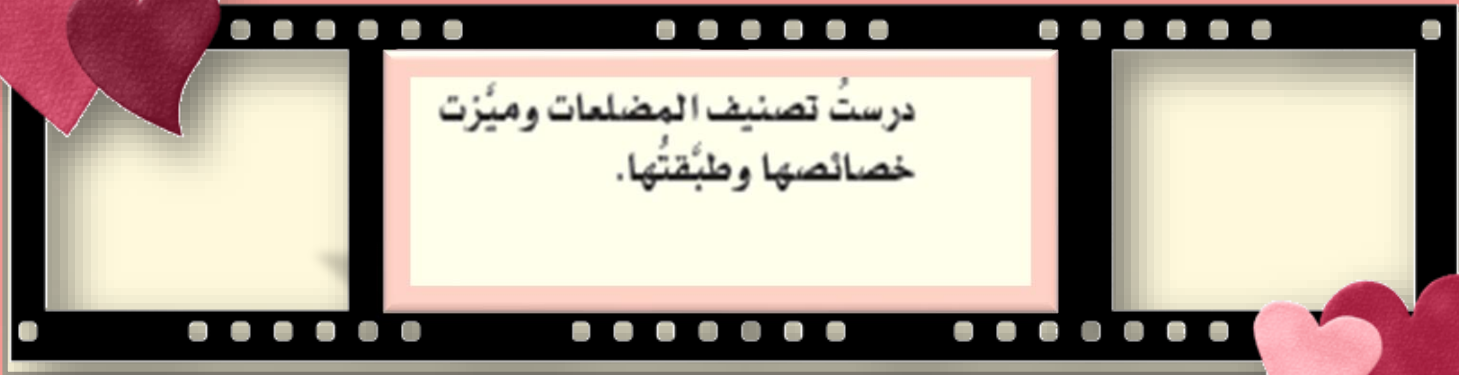
المحافظة على
المسافة الآمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

استراتيجية شريط الذكريات



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤١٧

استراتيجية جدول التعلم

كيف اتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

والآن:

- أجد مجموع قياسات كل من الزوايا الداخلية والخارجية لمضلع، وأستعملها.
- أتعرف خصائص الأشكال الرباعية، وأطبّقها.
- أقارن بين الأشكال الرباعية.

فيما سبق:

درستُ تصنيف المضلعات وميّزت خصائصها وطبّقْتُها.



لماذا؟

أدوات رياضية: 

تُستعمل خصائص الأشكال
الرباعية لإيجاد قياسات زوايا
أو أطوال أضلاع، كقياس زوايا
الملاعب وتخطيطها.

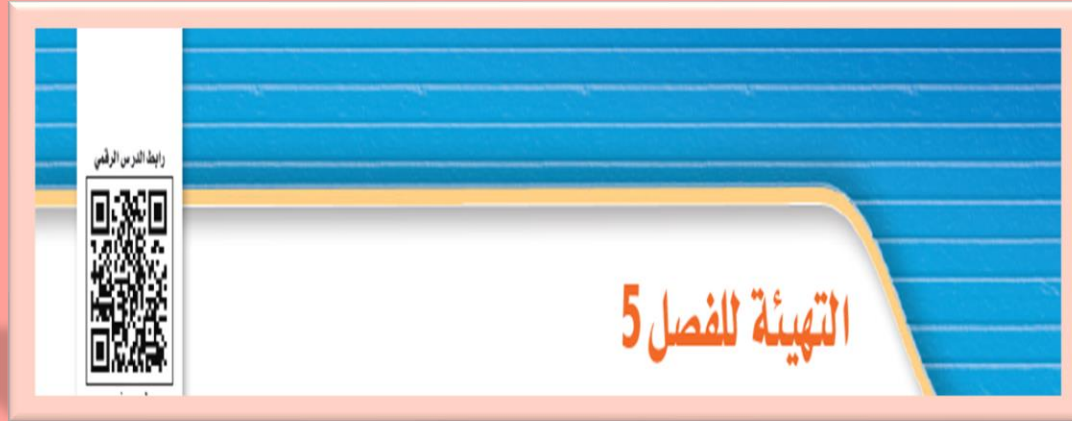
الفصل 5

5



اليوم /

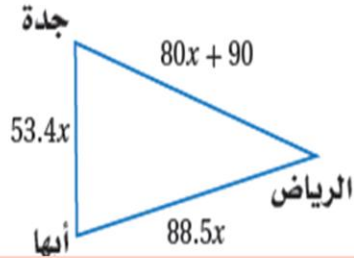
التاريخ /



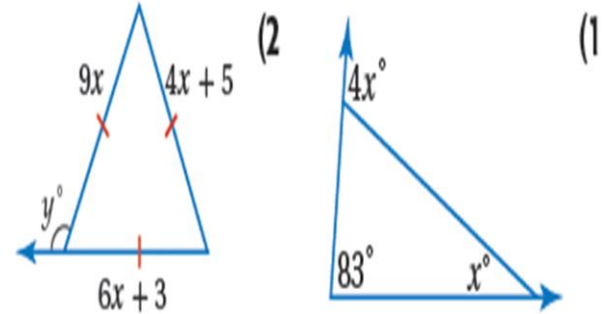
٤٢١

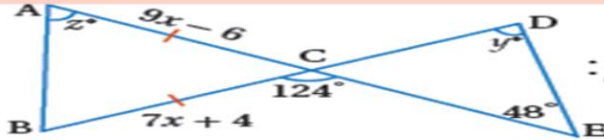
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

(3) **مدن:** تمثل مواقع كل من الرياض وجدة وأبها رؤوس مثلث كما في الشكل أدناه. إذا كان محيط هذا المثلث 2198 km، فأوجد المسافة الجوية بين كل من المدن الثلاث.



أوجد قيم x, y في كل مما يأتي مقرباً إلى أقرب عُشر:





معطى

بالتعويض

بالطرح

بالتبسيط

نظرية الزاوية الخارجية للمثلث

بالتبسيط

نظرية الزاوية الخارجية للمثلث

بالجمع

بالتبسيط

مسألة 1

أوجد (x, y, z) في الشكل الآتي:

$$AC = BC$$

$$9x - 6 = 7x + 4$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

$$124^\circ = y^\circ + 48^\circ$$

$$(y) = 76^\circ$$

$$124^\circ = z^\circ + z^\circ$$

$$124^\circ = 2z^\circ$$

$$z^\circ = 62^\circ$$

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٢ ٣

حدّد ما إذا كان $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي:

(4) $A(3, 3), B(8, 2), C(6, -1), D(1, 0)$

(5) $A(4, 2), B(1, -3), C(-3, 5), D(2, 2)$

(6) $A(-8, -7), B(4, -4), C(-2, -5), D(1, 7)$

(7) **حداثق:** صمّم مهندس رسمًا لحديقة رباعيّة الشكل،

إحداثيات رؤوسها: $A(-2, 1), B(3, -3), C(5, 7), D(-3, 4)$

إذا رسم مممرين يقطعانه $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$. فهل

الممران متعامدان؟ فسّر إجابتك.

مثال 2

إذا كان $A(-2, 5), B(4, 17), C(0, 1), D(8, -3)$ ،
فحدّد ما إذا كان $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك.

$$\begin{aligned} \text{صيغة الميل} \quad m &= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ \text{ميل } \overrightarrow{AB} : \quad \frac{17 - 5}{4 - (-2)} &= \frac{12}{6} = 2 \\ \text{ميل } \overrightarrow{CD} : \quad \frac{-3 - 1}{8 - 0} &= \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

بما أن ميلي المستقيمين غير متساويين، فهما غير متوازيين.

حاصل ضرب ميلي $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ $2(-\frac{1}{2}) = -1$
وبما أن حاصل ضرب ميليها يساوي -1 ، فهما متعامدان.

أوجد المسافة بين كل نقطتين، ثم أوجد إحداثيات نقطة منتصف القطعة الواصلة بينهما في كل مما يأتي:

$$R(2, 5), S(8, 4) \quad (9) \quad J(-6, 2), K(-1, 3) \quad (8)$$

(10) **مسافات:** وقف شخص على النقطة $T(80, 20)$ من مستوى إحداثي، ورجب في الانتقال إلى كل من $U(20, 60)$ و $V(110, 85)$. فما أقصر مسافة يمكن أن يقطعها الشخص؟ فسّر إجابتك.

مثال 3

أوجد المسافة بين النقطتين $J(2, -1)$, $K(7, 1)$ ، ثم أوجد إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بينهما.

صيغة المسافة
بين نقطتين

$$JK = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

بالتعويض

$$= \sqrt{(7 - 2)^2 + (1 - (-1))^2}$$

بالتبسيط

$$= \sqrt{29}$$

صيغة نقطة
المنتصف

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{2 + 7}{2}, \frac{-1 + 1}{2} \right)$$

$$= (4.5, 0)$$

5

استراتيجية جدول التعلم

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

كيف أتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٢٨

5

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	القلب  اكتب مشاعرك حول الموضوع
	العقل  اكتب أفكارك حول الموضوع
	الحرارة  اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ، الانحاد ، المشاركة.....)
	اليـد  اكتب - ارسم - صم - شكل

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٢ ٩

(10) **مسافات:** وقف شخص على النقطة $T(80, 20)$ من مستوى إحداثي، وورغب في الانتقال إلى كل من $U(20, 60)$ و $V(110, 85)$. فما أقصر مسافة يمكن أن يقطعها الشخص؟ فسّر إجابتك.

الواجب
المنزلي



أتمنى لكم الاستفادة والاستمتاع

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

الفصل 5

5-1



اليوم /

التاريخ /

رابطه الدرس الرقمي

www.jen.edu.sa

زوايا المضلع

Angles of Polygon

5-1

٤ ٣ ٢

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-1



اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٣٣

5-1

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الآمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٣ ٤

5-1

استراتيجية شريط الذكريات

درستُ أسماء المضلعات
وتصنيفها.
(مهارة سابقة)

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٣٥

5-1

استراتيجية جدول التعلم

كيف اتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٣ ٦

5-1

والآن:

- أجدُ مجموع قياسات
الزوايا الداخلية
لمضلع، وأستعمله.
- أجدُ مجموع قياسات
الزوايا الخارجية
لمضلع، وأستعمله.

المفردات:

القطر
diagonal

فيما سبق:

درستُ أسماء المضلعات
وتصنيفها.
(مهارة سابقة)

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٣٧

5-1

لماذا؟



تنتج عاملات النحل اليافعة شمعًا تشكّله بعناية نحلات أخريات على صورة خلايا سداسية. ومع أنّ سُمْك جدران الخلايا 0.1 mm ، إلا أنها تتحمّل ثقلاً يعادل 25 مثل وزنها. وتشكّل جدران الخلايا الزاوية نفسها عند كل التقاء. وقياس هذه الزاوية يساوي قياس الزاوية الداخلية للسداسي المنتظم.

5-1

الأفكار الرئيسية

■ أجدُ مجموع قياسات
الزوايا الخارجية
لمضلع، وأستعمله.

■ أجدُ مجموع قياسات
الزوايا الداخلية
لمضلع، وأستعمله.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٣ ٩

5-1

أسئلة التعزيز

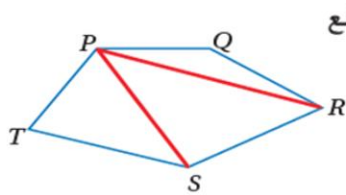
ما عدد الزوايا الداخلية لكل خلية؟

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٤٠

استراتيجية العصف الذهني استراتيجية الحوار والمناقشة استراتيجية الدقيقة الواحدة

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع:



قطر المضلع هو قطعة مستقيمة تصل بين أي رأسين غير متتاليين فيه. رأسا المضلع $PQRST$ غير التالين للرأس P هما: R, S ؛
لذا فالمضلع $PQRST$ له قطران من الرأس P هما: $\overline{PR}, \overline{PS}$.
لاحظ أن هذين القطرين يقسمان الشكل الخماسي إلى ثلاثة مثلثات.

مجموع قياسات زوايا المضلع يساوي مجموع قياسات زوايا المثلثات التي تتشكل عند رسم جميع الأقطار الممكنة من أحد الرؤوس.



سداسي



خماسي



رباعي



مثلث

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-1

استراتيجية العصف الذهني استراتيجية الحوار والمناقشة استراتيجية الدقيقة الواحدة

أضف إلى

نظرية 5.1

مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع محدب
عدد أضلاعه n يساوي $S = (n - 2) \cdot 180^\circ$.

مثال:

$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E = (5 - 2) \cdot 180^\circ$
 $= 540^\circ$

مطوبنك

وزارة

مراجعة المفردات

المضلع:

هو شكل مغلق، يتكوّن من ثلاث قطع مستقيمة أو أكثر، تلتقي كل قطعة بطرفي قطعتين أخريين من المضلع، ولا تقع أي قطعتين منها على استقامة واحدة، وتكون رؤوس المضلع هي أطراف القطع المستقيمة فيه.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

استراتيجية العصف الذهني استراتيجية الحوار والمناقشة استراتيجية الدقيقة الواحدة

٤ ٤ ٣

مثال 1 إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع

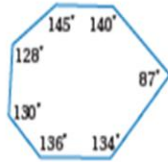
أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع السباعي.

السباعي المضلع له سبعة أضلاع. استعمل النظرية 5.1؛ لإيجاد مجموع قياسات زواياه الداخلية.

$$n = 7 \quad (n - 2) \cdot 180^\circ = (7 - 2) \cdot 180^\circ$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = 5 \cdot 180^\circ = 900^\circ$$

إذن فمجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع السباعي يساوي 900° .



ارسم سباعياً محدباً، واستعمل المنقلة لقياس كل زاوية داخلية مقرباً إلى أقرب درجة، ثم أوجد مجموع هذه القياسات.

$$128^\circ + 145^\circ + 140^\circ + 87^\circ + 134^\circ + 136^\circ + 130^\circ = 900^\circ \quad \checkmark$$

مراجعة المضردات

المضلع المحدب:

مضلع يكون قياس أي من زواياه الداخلية أقل من 180° ، ولا يقطع امتداد أي ضلع فيه أي ضلع آخر من أضلاع المضلع.



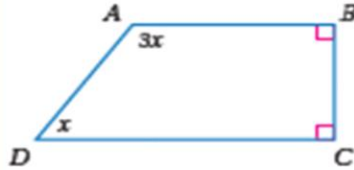
مضلع محدب



مضلع مقعر

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-1



(ب) **جبر:** أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية للرباعي المجاور.

الخطوة 1: أوجد قيمة (x) .

بما أن للشكل الرباعي 4 زوايا، فإن مجموع قياسات زواياه الداخلية يساوي $(4 - 2) \cdot 180^\circ = 360^\circ$.

مجموع قياسات الزوايا الداخلية $360^\circ = m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D$

بالتعويض $360^\circ = 3x + 90^\circ + 90^\circ + x$

بتجميع الحدود المتشابهة $360^\circ = 4x + 180^\circ$

ب طرح 180° من كلا الطرفين $180^\circ = 4x$

بقسمة كلا الطرفين على 4 $45^\circ = x$

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٤ ٤

5-1

الخطوة 2: استعمل قيمة x لإيجاد قياس كل زاوية.

$$m\angle A = 3x$$

$$= 3(45^\circ)$$

$$= 135^\circ$$

$$m\angle B = 90^\circ$$

$$m\angle C = 90^\circ$$

$$m\angle D = x$$

$$= 45^\circ$$

اكتب قياسات الزوايا الداخلية للرباعي، ثم أوجد مجموع هذه القياسات.

$$90^\circ, 90^\circ, 45^\circ, 135^\circ$$

$$90^\circ + 90^\circ + 45^\circ + 135^\circ = 360^\circ \quad \checkmark$$

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٤ ٥

5-1

تحقق من فهمك ✓

1A أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية
للثماني المحذب.

1B أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية
للخماسي المجاور.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٤ ٦

مثال 2 من واقع الحياة قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم



ملاحظة: في المنظر العلوي للمظلة المجاورة، تشكّل الأعمدة رؤوس مضلع سداسي منتظم. أوجد قياس الزاوية التي تتشكل عند أي من أركان المظلة.

افهم: المعطيات: منظر علوي لمظلة سداسية منتظمة الشكل.

المطلوب: إيجاد قياس الزاوية التي تتشكل عند أي ركن من أركان المظلة.

ارسم شكلاً يمثل المنظر العلوي للمظلة.



الزاوية التي تتشكل عند أي من أركان المظلة هي زاوية داخلية لسداسي منتظم.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

خطأ: استعمل نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع لإيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للسداسي. وبما أن الزوايا الداخلية للسداسي المنتظم متطابقة، فإن قياس كل زاوية داخلية يساوي ناتج قسمة المجموع على عدد الزوايا.

حل: أولاً: أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية.

صيغة مجموع قياسات الزوايا الداخلية

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

$$n = 6$$

$$= (6 - 2) \cdot 180^\circ$$

بالتبسيط

$$= 4 \cdot 180^\circ = 720^\circ$$

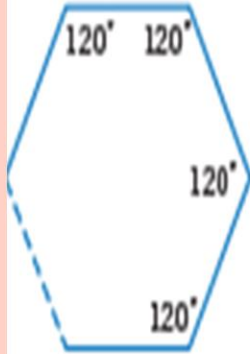
ثانياً: أوجد قياس كل زاوية داخلية.

$$\begin{array}{l} \text{بالتعويض} \\ \text{بالقسمة} \end{array} \quad \frac{\text{مجموع قياسات الزوايا الداخلية}}{\text{عدد الزوايا الداخلية}} = \frac{720^\circ}{6} = 120^\circ$$

إذن قياس الزاوية المتكوّنة عند كل ركن يساوي 120° .

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-1



إذن قياس الزاوية المتكوّنة عند كل ركن يساوي 120° .

تحقق: للتحقق من أن هذا القياس صحيح، استعمل المسطرة والمنقلة لرسم سداسي منتظم قياس زوايته الداخلية 120° . سيرتبط الضلع الأخير بنقطة البداية لأول قطعة مستقيمة رسمت. ✓

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٤ ٩

5-1

تحقق من فهمك



(2A) سجاد، أوجد قياس الزاوية الداخلية لسجادة على شكل ثماني منتظم.



(2B) نوافير، تزيّن النوافير الأماكن العامة، ويقام بعضها على شكل مضلعات منتظمة. أوجد قياس الزاوية الداخلية لنافورة على شكل تساعي منتظم.

وزارة التعلّم
Ministry of Education
1443

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٥٠

مثال 3 إيجاد عدد الأضلاع إذا عُلم قياس زاوية داخلية

إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم يساوي 135° ، فأوجد عدد أضلاعه .
افترض أن عدد أضلاع المضلع يساوي n . وبذلك يكون مجموع قياسات زوايا الداخلية $135n$ ؛ لأن جميع الزوايا الداخلية للمضلع المنتظم متطابقة. وبناءً على نظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية يمكن التعبير أيضًا عن مجموع قياسات الزوايا الداخلية بالعلاقة $S = (n - 2) \cdot 180$.

كتابة معادلة	$135^\circ n = (n - 2) \cdot 180^\circ$
خاصية التوزيع	$135^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$
يطرح $180n$ من كلا الطرفين	$-45^\circ n = -360^\circ$
بقسمة كلا الطرفين على -45	$n = 8$

إذن للمضلع 8 أضلاع.

تحقق من فهمك

(3) إذا كان قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم يساوي 144° ، فأوجد عدد أضلاعه.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

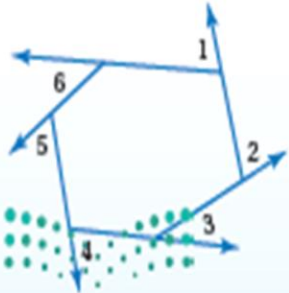
5-1

نظرية 5.2

مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع

مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع المحدب
بأخذ زاوية واحدة عند كل رأس يساوي 360° .

مثال:

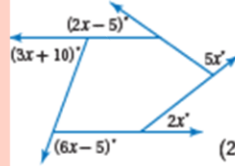
$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360^\circ$$


استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٥٢

مثال 4 إيجاد قياسات الزوايا الخارجية للمضلع



(a) **جبر**، أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

استعمل نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع لكتابة معادلة، ثم حلّها لإيجاد قيمة x .

$$\begin{aligned}(2x-5)^\circ + 5x^\circ + 2x^\circ + (6x-5)^\circ + (3x+10)^\circ &= 360^\circ \\(2x+5x+2x+6x+3x)^\circ + [-5+(-5)+10]^\circ &= 360^\circ \\18x^\circ &= 360^\circ \\x^\circ &= \frac{360^\circ}{18} = 20\end{aligned}$$

(b) أوجد قياس الزاوية الخارجية للتساعي المنتظم.

تنطبق الأضلاع والزوايا الداخلية في التساعي المنتظم وتكون الزوايا الخارجية متطابقة لأن المكملات للزوايا المتطابقة تكون متطابقة أيضًا.

افترض أن قياس كل زاوية خارجية يساوي x ، ثم اكتب معادلة وحلّها.

$$\begin{aligned}9x &= 360^\circ \\x &= 40^\circ\end{aligned}$$

نظرية مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلع
بقسمة كلا الطرفين على 9

إرشادات للدراسة

طريقة بديلة،

لإيجاد قياس زاوية

خارجية لمضلع

منتظم يمكنك إيجاد

قياس زاوية داخلية

وطرح هذا القياس من

180° ، لأن الزاوية

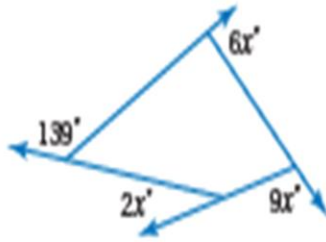
الخارجية والزاوية

الداخلية المرتبطة بها

متكاملتان.

**استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة**

5-1



تحقق من فهمك



(4A) أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(4B) أوجد قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم ذي 12 ضلعًا.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٥٤

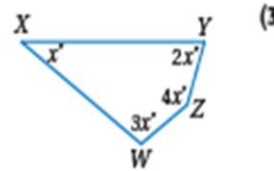
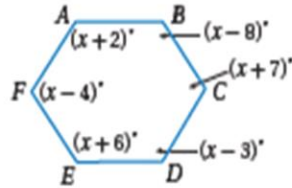
المثال 1

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعين المحليين الآتين:

(1) العشاري

(2) الخماسي

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعين الآتين:



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

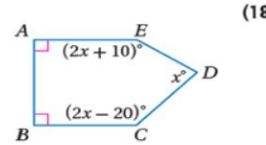
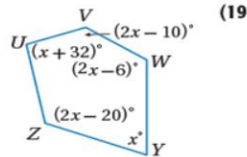
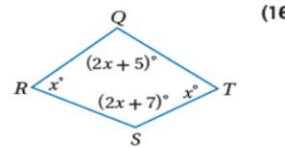
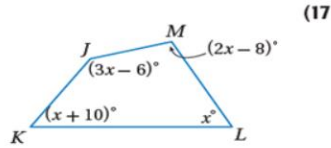
تدرب وحل المسائل

المثال 1

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعات المحدبة الآتية:

- (12) ذو 12 ضلعًا (13) ذو 20 ضلعًا (14) ذو 29 ضلعًا (15) ذو 32 ضلعًا

أوجد قياسات جميع الزوايا الداخلية لكل من المضلعات الآتية:

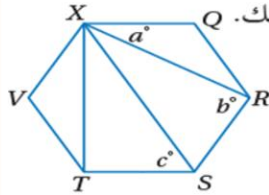


استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

مسائل مهارات التفكير العليا

43 **اكتشف الخطأ:** قالت مريم: إن مجموع قياسات الزوايا الخارجية للعشاري أكبر منه للسباعي؛ لأن عدد أضلاع العشاري أكثر من أضلاع السباعي. وقالت لبنى: إن مجموع قياسات الزوايا الخارجية لكلا المضلعين متساوي. "فهل أيُّ منهما ادعاؤها صحيح؟" وضح تبريرك.



44 **تحذ:** أوجد قيم a, b, c في الشكل السداسي المنتظم $QRSTVX$ المجاور. برّر إجابتك.

45 **تبرير:** إذا مُدَّ ضلعان لسداسي منتظم بحيث يلتقيان في نقطة خارجه، فهل يكون المثلث الناتج متطابق الأضلاع دائماً، أو أحياناً، أو لا يمكن أن يكون متطابق الأضلاع أبداً؟ برّر إجابتك.

46 **مسألة مفتوحة:** ارسم مضلعاً، وأوجد مجموع قياسات زواياه الداخلية. ما عدد أضلاع المضلع الذي مجموع قياسات زواياه الداخلية مثلاً المجموع الذي أوجدته؟ برّر إجابتك.

47 **اكتب:** وضح العلاقة بين المثلثات ونظرية مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-1

استراتيجية جدول التعلم

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

كيف أتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-1

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	 القلب اكتب مشاعرك حول الموضوع
	 العقل اكتب أفكارك حول الموضوع
	 الحرارة اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	 اليَد اكتب - ارسم - صم - شكل

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٥٩

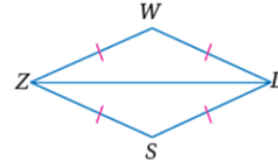
5-1

مراجعة تراكمية

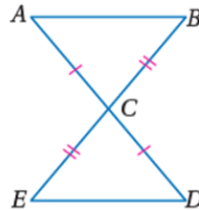
(50) **جبر:** اكتب متباينة تمثل مدى القيم الممكنة لـ x (مهارة سابقة)

بيّن في كل مما يأتي أن المثلثين متطابقان، وحدّد حالة التطابق،
ثم اكتب عبارة تطابق: (مهارة سابقة)

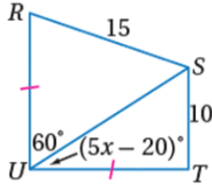
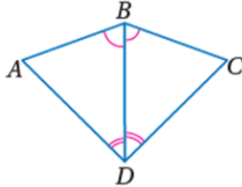
(51)



(52)



(53)



الواجب
المنزلي

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٦٠



أتمنى لكم الاستفادة والاستمتاع

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

الفصل 5/

5-2



اليوم /

التاريخ /

رابط الدرس الرقمي

متوازي الأضلاع

Parallelogram

5-2

٤٦٢

إعدادات المعلمة / تغريد باجنيد

5-2

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٦٣

5-2

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الآمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-2

استراتيجية شريط الذكريات

درستُ تصنيف المضلعات
الرباعية .

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٦٥

5-2

استراتيجية جدول التعلم

كيف اتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٦٦

5-2

المفردات:

متوازي الأضلاع

parallelogram

والآن:

■ أتعرف خصائص أضلاع
وزوايا متوازي الأضلاع
وأطبّقها.

■ أتعرف خصائص أقطار
متوازي الأضلاع
وأطبّقها.

فيما سبق:

درستُ تصنيف المضلعات
الرباعية .

(مهارة سابقة)

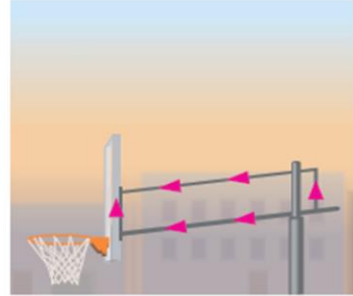
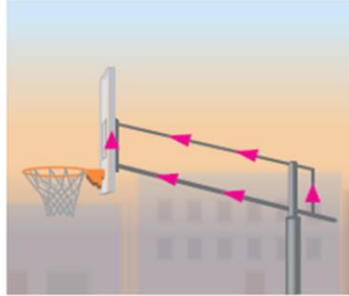
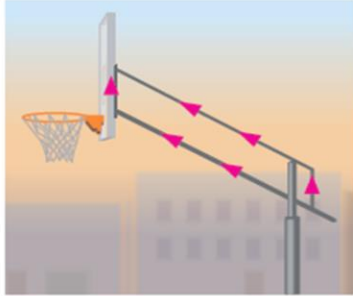
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٦٧

5-2

لماذا؟

يمكن التحكم في ارتفاع مرمى كرة السلة من خلال أذرع خلفية كما في الشكل أدناه. لاحظ أنه كلما تم تعديل الارتفاع، يبقى كل ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي الذي تشكّله الأذرع متوازيين.



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-2

الأفكار الرئيسية

■ أتعرف خصائص أقطار
متوازي الأضلاع
وأطبّقها.

■ أتعرف خصائص أضلاع
وزوايا متوازي الأضلاع
وأطبّقها.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٦٠

5-2

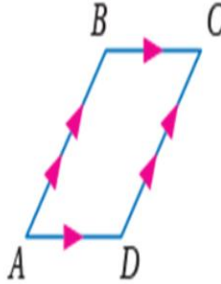
أسئلة التعزيز

٢- ماذا يحصل لقياس الزوايا
عندما ينخفض الهدف من
fs الى 10ft ارتفاع ؟

١- ما الخصائص التي تجعل
الشكل المكون من الاذرع
الخلفية متوازي أضلاع؟

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٧٠



$\square ABCD$

أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه: متوازي الأضلاع هو شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان. ويُرمز لمتوازي الأضلاع بالرمز $\square$.
ففي $\square ABCD$ المبين جانباً $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ بحسب التعريف.
تقدم النظريات الآتية خصائص أخرى لمتوازي الأضلاع.

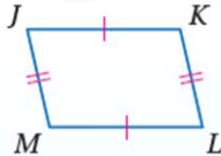
استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

أضف إلى

مطوبتك

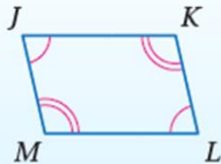
نظريات

خصائص متوازي الأضلاع



5.3 كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان.

مثال: $\overline{JK} \cong \overline{ML}$, $\overline{JM} \cong \overline{KL}$



5.4 كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان.

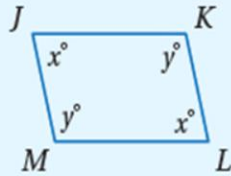
مثال: $\angle J \cong \angle L$, $\angle K \cong \angle M$

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

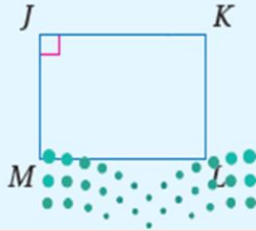
٤٧٢

5-2



5.5 كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان.

مثال: $x^\circ + y^\circ = 180^\circ$



5.6 إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة،

فإن زواياه الأربع قوائم.

مثال: في $\square JKLM$ ، إذا كانت $\angle J$ قائمة، فإن: $\angle K, \angle L, \angle M$ قوائم أيضًا.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

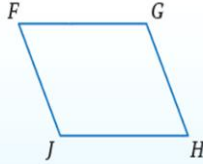
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٧٣

5-2

برهان

نظرية 5.4



اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية 5.4.
المعطيات: $\square FGHJ$
المطلوب: $\angle F \cong \angle H, \angle J \cong \angle G$
البرهان:

المبررات	العبارة
(1) معطى.	(1) $\square FGHJ$
(2) تعريف متوازي الأضلاع.	(2) $\overline{FG} \parallel \overline{JH}, \overline{FJ} \parallel \overline{GH}$
(3) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.	(3) $\angle F, \angle J$ متكاملتان. $\angle J, \angle H$ متكاملتان. $\angle H, \angle G$ متكاملتان.
(4) الزاويتان المكملتان للزاوية نفسها تكونان متطابقتين.	(4) $\angle F \cong \angle H, \angle J \cong \angle G$

إرشادات للدراسة

رسم الأشكال:

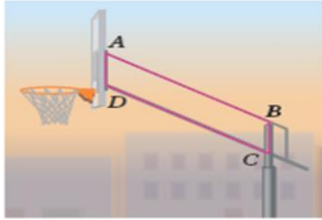
تكتب النظريات
بمصطلحات عامة، أما
في البرهان فيجب
رسم شكل بحيث يمكن
من خلاله الإشارة
إلى القطع المستقيمة
والزوايا بصورة دقيقة.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٧٤

مثال 1 من واقع الحياة استعمال خصائص متوازي الأضلاع



كرة سلة، في $ABCD$ ، إذا كان $AB = 2.5 \text{ ft}$ ، $m\angle A = 55^\circ$ ، $BC = 1 \text{ ft}$ ، فأوجد كلاً مما يأتي، وبُزّر إجابتك.

DC (a)

$$\overline{DC} \cong \overline{AB}$$

$$DC = AB \\ = 2.5 \text{ ft}$$

$m\angle B$ (b)

$$m\angle B + m\angle A = 180^\circ$$

$$m\angle B + 55^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle B = 125^\circ$$

$m\angle C$ (c)

$$m\angle C = m\angle A$$

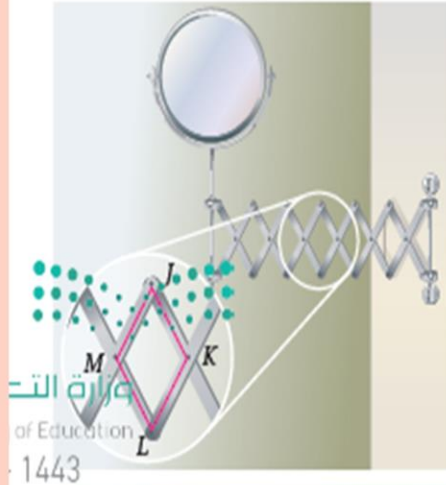
$$= 55^\circ$$

كل ضلعين متقابلين في
متوازي الأضلاع متطابقان
تعريف تطابق القطع المستقيمة
بالتعويض

كل زاويتين متحالفتين في متوازي الأضلاع متكاملتان
بالتعويض
ب طرح 55° من كلا الطرفين

كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع متطابقتان
بالتعويض

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



تحقق من فهمك

(1) **مرايا:** تُستعمل في مرآة الحائط المبيّنة جانبًا متوازيات أضلاع يتغير شكلها كلّما مُدّ الذراع. في $\square JKLM$ ، إذا كان $m\angle J = 47^\circ$, $MJ = 8 \text{ cm}$ ، فأوجد كلّ مما يأتي:

$m\angle L$ (B)

LK (A)

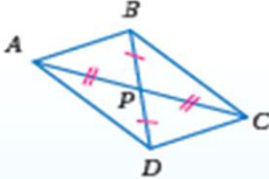
(C) إذا مُدّ الذراع حتى أصبح $m\angle J = 90^\circ$ ، فكم يصبح قياس كلّ من $\angle K$, $\angle L$, $\angle M$ ؟ برّر إجابتك.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

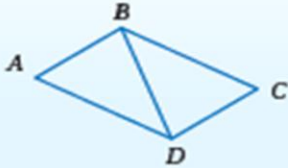
نظريات

أضف إلى مطوبتك

5.7 **قطرا متوازي الأضلاع**
قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر.
مثال: $AP \cong PC$, $DP \cong PB$



5.8 **قطر متوازي الأضلاع** يقسمه إلى مثلثين متطابقين.
مثال: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$



استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-2

مثال 2 خصائص متوازي الأضلاع والجبر

جبر: إذا كان $QRST$ متوازي أضلاع، فأوجد قيمة كل من المتغيرات الآتية:

x (a)

كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متطابقان
تعريف تطابق القطع المستقيمة
بالتعويض
بقسمة كلا الطرفين على 5

$\overline{QT} \cong \overline{RS}$
 $QT = RS$
 $5x = 27$
 $x = 5.4$

y (b)

قطرا متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر
تعريف تطابق القطع المستقيمة
بالتعويض
ب طرح 5 وإضافة 5 لكلا الطرفين

$\overline{TP} \cong \overline{PR}$
 $TP = PR$
 $2y - 5 = y + 4$
 $y = 9$

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٧٨

5-2

قطر متوازي الأضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقين	$\triangle TQS \cong \triangle RSQ$	z (c
العناصر المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة	$\angle QST \cong \angle SQR$	
تعريف تطابق الزوايا	$m\angle QST = m\angle SQR$	
بالتعويض	$3z = 33^\circ$	
بقسمة كلا الطرفين على 3	$z = 11$	

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

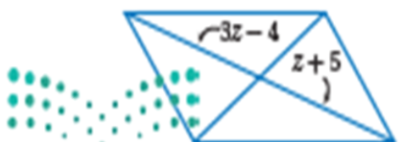
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٧٩

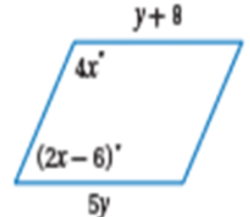
5-2

تحقق من فهمك ✓

أوجد قيمة المتغير في كل من متوازي الأضلاع الآتيين :



(2B)



(2A)

وزارة التعليم
Ministry of Education

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٨٠

استراتيجية العصف الذهني استراتيجية الحوار والمناقشة استراتيجية الدقيقة الواحدة

مثال 3 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثية

هندسة إحداثية: أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $FGHJ$ الذي إحداثيات رؤوسه $F(-2, 4)$, $G(3, 5)$, $H(2, -3)$, $J(-3, -4)$.

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كل منهما الآخر، فإن نقطة تقاطعهما هي نقطة منتصف كل من $\overline{FH}$, $\overline{GJ}$. أوجد نقطة منتصف $\overline{FH}$ التي طرفاها $(2, -3)$, $(-2, 4)$.

$$\text{صيغة نقطة المنتصف} \quad \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 2}{2}, \frac{4 + (-3)}{2} \right)$$

$$\text{بالتبسيط} \quad = (0, 0.5)$$

إذن إحداثيا نقطة تقاطع قطري $FGHJ$ هما $(0, 0.5)$.

تحقق: أوجد نقطة منتصف $\overline{GJ}$ التي طرفاها $(-3, -4)$, $(3, 5)$.

$$\left(\frac{3 + (-3)}{2}, \frac{5 + (-4)}{2} \right) = (0, 0.5) \quad \checkmark$$

تحقق من فهمك

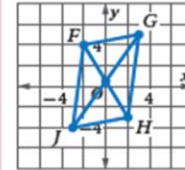
3 هندسة إحداثية: أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $RSTU$ الذي رؤوسه

$R(-8, -2)$, $S(-6, 7)$, $T(6, 7)$, $U(4, -2)$

إرشادات للدراسة

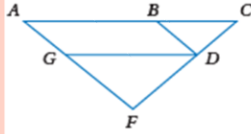
التحقق من الإجابة:

في المثال 3، مثل متوازي الأضلاع على المستوى الإحداثي وعين نقطة تقاطع القطرين التي أوجدتها. ارسم القطرين لتجد أن نقطة تقاطعهما هي $(0, 0.5)$.



استعمال خصائص متوازي الأضلاع لكتابة براهين

مثال 4



اكتب برهاناً حراً.

المعطيات: $\square ABCD, \overline{AF} \cong \overline{CE}$

المطلوب: $\angle BDG \cong \angle C$

البرهان:

من المعطيات $ABDC$ متوازي أضلاع. وبما أن الزوايا المتقابلة في متوازي الأضلاع متطابقة، فإن $\angle A \cong \angle C$. ومعطى أيضاً أن $\overline{AF} \cong \overline{CE}$. ومن نظرية المثلث المتطابق الضلعين تكون $\angle BDG \cong \angle C$. ومن خاصية التعدي للتطابق تكون $\angle BDG \cong \angle C$.

تحقق من فهمك

4) اكتب برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $\square HJKP, \square PKLM$

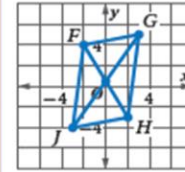
المطلوب: $HJ \cong ML$



إرشادات للدراسة

التحقق من الإجابة:

في المثال 3، مثل متوازي الأضلاع على المستوى الإحداثي وعين نقطة تقاطع القطرين التي أوجدتها. ارسم القطرين لتجد أن نقطة تقاطعها هي $(0, 0.5)$.



استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

تأكد



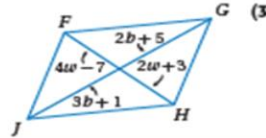
(1) **ملاحظة:** يستعمل البخارة مسطرتين متوازيتين، يصل بينهما ذراعان متساويا الطول لتحديد اتجاه إبحارهم، فيضعون حافة إحدى المسطرتين بمحاذاة مسار الإبحار، ثم يحركون المسطرة الأخرى حتى تصل إلى قرص بوصلة مرسوم على الخريطة. تُشكّل المسطرتان والذراعان الواصلتان بينهما $\square MNPQ$.

(a) إذا كان $MQ = 21\text{m}$ ، فأوجد NP .

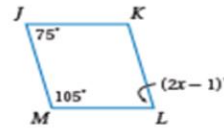
(b) إذا كان $m\angle NMQ = 38^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$.

(c) إذا كان $m\angle MQP = 128^\circ$ ، فأوجد $m\angle MNP$.

جبر: أوجد قيمة المتغير في كل من متوازي الأضلاع الآتيين:



(3)



(2)

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

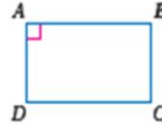
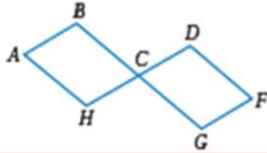
استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

المثال 3 (4) هندسة إحداثية: أوجد إحداثي نقطة تقاطع قطري $ABCD$ الذي رؤوسه $A(-4, 6), B(5, 6), C(4, -2), D(-5, -2)$.

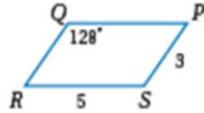
المثال 4 برهان: اكتب برهاناً من النوع المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

(5) برهاناً حرّاً. (6) برهاناً ذا عمودين.

المعطيات: $ABCD$ متوازي أضلاع، $\angle A$ قائمة. المعطيات: $ABCH, DCGF$ متوازي أضلاع. المطلوب: $\angle B, \angle C, \angle D$ قوائم. (النظرية 5.6). المطلوب: $\angle A \cong \angle F$.



تدرب وحل المسائل



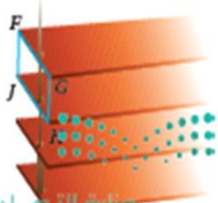
المثال 1 استعمال $\square PQRS$ المبيّن جانبًا لإيجاد كل مما يأتي :

QR (8

$m\angle R$ (7

$m\angle S$ (10

QP (9



(11) ستائر: في الشكل المقابل صورة لشرائح ستائر النوافذ المتوازية دائمًا؛

لتسمح بدخول أشعة الشمس. في $\square FGHI$ ، إذا كان

$m\angle JHG = 62^\circ$ ، فأوجد كلًا مما يأتي :

GH (b

JH (a

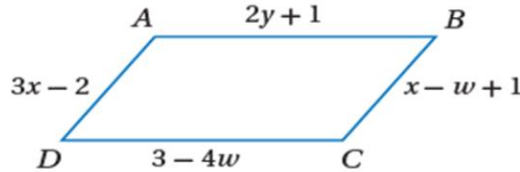
$m\angle FJH$ (d

$m\angle JFG$ (c

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

مسائل مهارات التفكير العليا

(32) **تحّد:** إذا كان محيط $\square ABCD$ في الشكل أدناه يساوي 22 in ، فأوجد AB .



(33) **اكتب:** هل توجد نظرية SSS في تطابق متوازيات الأضلاع. برّر إجابتك.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-2

استراتيجية جدول التعلم

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

كيف أتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٨٧

5-2

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	القلب  اكتب مشاعرك حول الموضوع
	العقل  اكتب أفكارك حول الموضوع
	الحرارة  اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	اليـد  اكتب - ارسم - صم - شكل

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس إحدى زواياه الداخلية في كل مما يأتي : (الدرس 5-1)

147.3° (41)

140° (40)

108° (39)

176.4° (44)

135° (43)

160° (42)

حدد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين، أو غير ذلك في كل مما يأتي : (مهارة سابقة)

$y - 7x = 6$ (46)

$y = -x + 6$ (45)

$7y + x = 8$

$x + y = 20$

$2x + 5y = -1$ (48)

$3x + 4y = 12$ (47)

$10y = -4x - 20$

$6x + 2y = 6$



(49) **زراعة**، عند زراعة الأشجار، تسند الشجرة بدعامة (على شكل عصا) ترتكز على الأرض وتربط في جذع الشجرة لتثبيتها. استعمل متباينة SAS لتفسير سبب فعالية هذه الطريقة في تثبيت الأشجار المزروعة رأسياً. (مهارة سابقة)

5-2



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٩٠

الفصل 5/

5-3



اليوم /

التاريخ /

تميز متوازي الأضلاع
Distinguishing Parallelogram

5-3

٤٩١

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-3

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٩٢

5-3

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الآمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٩٣

5-3

استراتيجية شريط الذكريات



■ أتعرف خصائص أقطار
متوازي الأضلاع
وأطبّقها.

■ أتعرف خصائص أضلاع
وزوايا متوازي الأضلاع
وأطبّقها.



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤ ٩ ٤

5-3

استراتيجية جدول التعلم

كيف اتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٩٥

5-3

والآن:

- أتعرف الشروط التي تؤكد أن شكلاً رباعياً متوازي أضلاع وأطبّقها.
- أبرهن على أن أربع نقاط في المستوى الإحداثي تشكل رؤوس متوازي أضلاع.

فيما سبق:

درستُ خصائص متوازي الأضلاع وطبقتها.
(الدرس 5-2)

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٩٦

5-2



لماذا؟

قصت فاطمة شرائح ورقية ملونة لتكون خلفية للوحة الرياضيات عند مدخل المدرسة. فسألتها صديقتها: كيف قصت الشرائح دون استعمال المنقلة بحيث كان الضلعان العلوي والسفلي في كل منها متوازيين؟

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٩٧

5-3

الأفكار الرئيسية

■ أبرهن على أن أربع
نقاط في المستوى
الإحداثي تشكل رؤوس
متوازي أضلاع.

■ أتعرف الشروط
التي تؤكد أن شكلاً
رباعياً متوازي أضلاع
وأطبقها.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٩٨

5-3

أسئلة التعزيز

هل الأطوال الأصلية لشرائح الورق أكبر من أو أصغر من أو
3ft تساوي؟

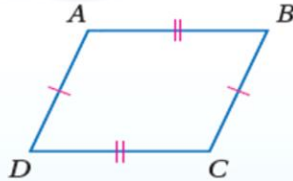
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٤٩٩

أضف إلى
مطوبتك

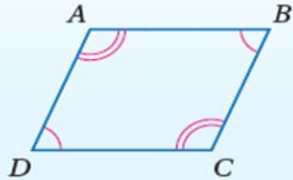
نظريات

شروط متوازي الأضلاع



5.9 في الشكل الرباعي، إذا كان كل ضلعين متقابلين متطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

مثال: إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{DC}$, $\overline{AD} \cong \overline{BC}$ ، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

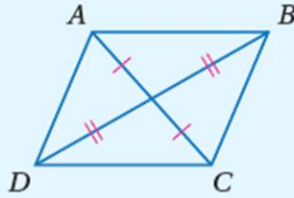


5.10 في الشكل الرباعي، إذا كانت كل زاويتين متقابلتين متطابقتين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

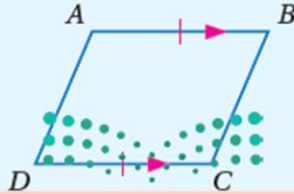
مثال: إذا كانت $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$ ، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

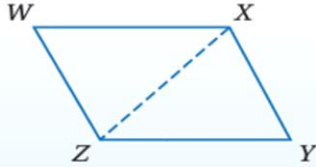


5.11 إذا كان قطرا شكل رباعي ينصف كل منهما الآخر،
فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.
مثال: إذا كان $\overline{AC}$, $\overline{DB}$ ينصف كل منهما الآخر،
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.



5.12 في الشكل الرباعي، إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين
ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.
مثال: إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} \cong \overline{DC}$ ،
فإن $ABCD$ متوازي أضلاع.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



نظرية 5.9

برهان

اكتب برهاناً حرّاً للنظرية 5.9

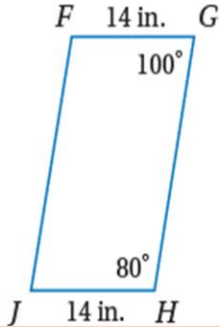
المعطيات: $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$

المطلوب: $WXYZ$ متوازي أضلاع.

البرهان:

ارسم قطعة مستقيمة مساعدة $\overline{ZX}$ (قطر $WXYZ$) لتشكيل $\triangle ZWX$, $\triangle XYZ$. ومن المعطيات $\overline{WX} \cong \overline{ZY}$, $\overline{WZ} \cong \overline{XY}$. وكذلك $\overline{ZX} \cong \overline{XZ}$ بحسب خاصية الانعكاس للتطابق؛ إذن $\triangle ZWX \cong \triangle XYZ$ بحسب SSS. وبما أن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة، فإن $\angle WXZ \cong \angle YZX$. وهذا يعني أن $\overline{WX} \parallel \overline{ZY}$, $\overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً. وبما أن الأضلاع المتقابلة في $WXYZ$ متوازية، فإنه متوازي أضلاع بحسب التعريف.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



مثال 1 تحديد متوازي الأضلاع

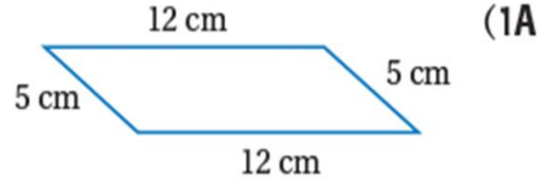
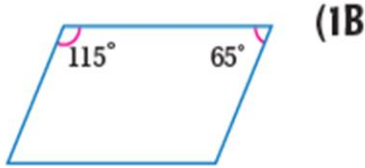
حدد ما إذا كانت المعطيات على الشكل الرباعي المجاور كافية ليكون متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.

الضلعان المتقابلان $\overline{FG}$, $\overline{JH}$ متطابقان؛ لأنهما متساويان في الطول. وبما أن $\angle FGH$, $\angle GHJ$ متحالفتان ومتكاملتان، فإن $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$. إذن فمن النظرية 5.12، يكون $FGHJ$ متوازي أضلاع.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-3

تحقق من فهمك

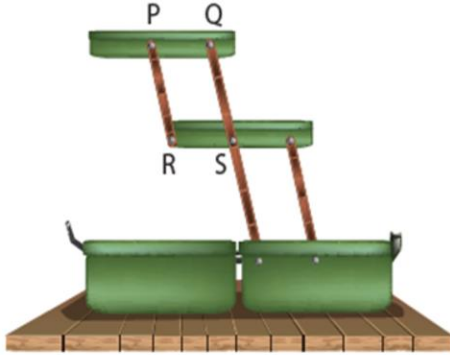


استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٠٤

مثال 2 من واقع الحياة استعمال متوازي الأضلاع لإثبات علاقات



صندوق الأدوات: في الشكل المجاور،
إذا كان $PQ = RS$, $PR = QS$ ، فبيّن لماذا تبقى الطبقتان
العلوية والوسطى متوازيتين عند أي ارتفاع .

بما أن كلّ ضلعين متقابلين في الشكل الرباعي PQSR
متطابقان، فإن PQSR متوازي أضلاع بحسب النظرية 5.9.
إذن $\overline{PQ} \parallel \overline{RS}$ ؛ لذا وبغض النظر عن ارتفاع الطبقتين،
فستبقان متوازيتين .

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-3



تحقق من فهمك

(2) **لوحات:** عد إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، وضح لماذا يكون الخطي القص أعلى وأسفل كل شريحة.

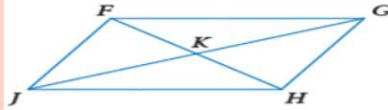
متوازيين.

وزارة الت
Education
443

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٠٦



استعمال متوازي الأضلاع لإيجاد القيم المجهولة

مثال 3

في الشكل المجاور: $FK = 3x - 1$, $KG = 4y + 3$, $JK = 6y - 2$, $KH = 2x + 3$.
أوجد قيمتي x , y بحيث يكون الشكل الرباعي $FGHI$ متوازي أضلاع.

بناءً على النظرية 5.11، إذا كان قطراً شكل رباعي ينصف كل منهما الآخر، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع؛ لذا أوجد قيمة x التي تجعل $FK \cong KH$ ؛ وقيمة y التي تجعل $JK \cong KG$.

تعريف تطابق القطع المستقيمة

بالتعمييض

ب طرح $2x$ من كلا الطرفين

بإضافة 1 إلى كلا الطرفين

تعريف تطابق القطع المستقيمة

بالتعمييض

ب طرح $4y$ من كلا الطرفين

بإضافة 2 إلى كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 2

$$FK = KH$$

$$3x - 1 = 2x + 3$$

$$x - 1 = 3$$

$$x = 4$$

$$JK = KG$$

$$6y - 2 = 4y + 3$$

$$2y - 2 = 3$$

$$2y = 5$$

$$y = 2.5$$

إذن عندما تكون $x = 4$, $y = 2.5$ يكون الشكل الرباعي $FGHI$ متوازي أضلاع.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-3

تحقق من فهمك ✓

أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(3B)

(3A)

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٠٨

ملخص المفهوم

إثبات أن شكلاً رباعياً يمثل متوازي أضلاع

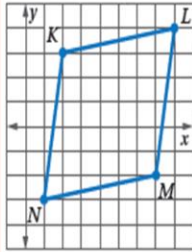
أضف إلى
مطوبتك

يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا حقق أيًا من الشروط الآتية:

- (1) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين. (التعريف)
- (2) إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين. (النظرية 5.9)
- (3) إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين. (النظرية 5.10)
- (4) إذا كان قطراه ينصف كل منهما الآخر. (النظرية 5.11)
- (5) إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين. (النظرية 5.12)

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021-1443

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



مثال 4 متوازي الأضلاع والهندسة الإحداثية

هندسة إحداثية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي $KLMN$ الذي رؤوسه $K(2, 3)$, $L(8, 4)$, $M(7, -2)$, $N(1, -3)$. وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برر إجابتك باستعمال صيغة الميل.

إذا كانت الأضلاع المتقابلة في الشكل الرباعي متوازية فإنه متوازي أضلاع.

$$\text{ميل } \overline{KL} : \frac{4-3}{8-2} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ميل } \overline{NM} : \frac{-2-(-3)}{7-1} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ميل } \overline{KN} : \frac{-3-3}{1-2} = \frac{-6}{-1} = 6$$

$$\text{ميل } \overline{LM} : \frac{-2-4}{7-8} = \frac{-6}{-1} = 6$$

بما أن الأضلاع المتقابلة لها الميل نفسه، فإن $\overline{KL} \parallel \overline{NM}$, $\overline{LM} \parallel \overline{KN}$.
لذا فالشكل الرباعي $KLMN$ متوازي أضلاع بحسب التعريف.

إرشادات للدراسة

صيغة نقطة المنتصف:

لبيان أن شكلاً رباعياً يمثل متوازي أضلاع،

يمكنك استعمال صيغة

نقطة المنتصف، فإذا

كانت نقطتا المنتصف

للقطرين متساويتين،

فإن القطرين ينصف كل

منهما الآخر.

**استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة**

5-3

تحقق من فهمك



مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي الذي أعطيت إحداثيات رؤوسه فيما يأتي. وحدّد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال:

4A $A(3, 3), B(8, 2), C(6, -1), D(1, 0)$ ، صيغة المسافة.

4B $F(-2, 4), G(4, 2), H(4, -2), J(-2, -1)$ ، صيغة نقطة المنتصف.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥١١

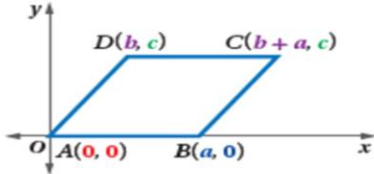
مثال 5 متوازي الأضلاع والبرهان الإحداثي

اكتب برهانًا إحداثيًا للعبارة الآتية :

في الشكل الرباعي، إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين، فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

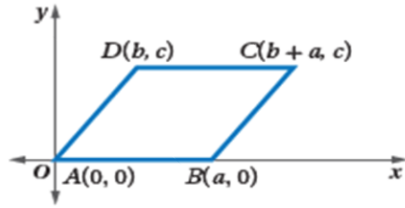
الخطوة 1: ارسم الشكل الرباعي $ABCD$ في المستوى الإحداثي على أن يكون $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} \cong \overline{DC}$.

- عيّن الرأس A عند النقطة $(0, 0)$.
- افترض أن طول $\overline{AB}$ يساوي a وحدة. فيكون إحداثيا B هما $(a, 0)$.
- بما أن القطع المستقيمة الأفقية متوازية دائمًا، فعَيّن نقطتي طرفي $\overline{DC}$ على أن يكون لهما الإحداثي y نفسه وليكن c .
- بما أن المسافة من D إلى C تساوي أيضًا a وحدة، وبفرض أن الإحداثي x للنقطة D يساوي b ، يكون الإحداثي x للنقطة C يساوي $b + a$.



وزارة الت
Education

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



الخطوة 2: استعمل الشكل الذي رسمته لكتابة برهان.

المعطيات: $ABCD$ شكل رباعي فيه $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$, $\overline{AB} \cong \overline{DC}$
المطلوب: $ABCD$ متوازي أضلاع.

برهان إحداشي:

من التعريف يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع إذا كانت أضلاعه المتقابلة متوازية.

ومن المعطيات $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. يبقى أن نثبت أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$.

استعمل صيغة الميل.

$$\text{ميل } \overline{BC} : \frac{c-0}{b+a-a} = \frac{c}{b}$$

$$\text{ميل } \overline{AD} : \frac{c-0}{b-0} = \frac{c}{b}$$

وبما أن $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ لهما الميل نفسه، فإن $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ؛ لذا فالشكل الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع؛ لأن كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-3

تحقق من فهمك



5) اكتب برهاناً إحدائياً للعبارة الآتية: إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع فإن أضلاعه المتقابلة متطابقة.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

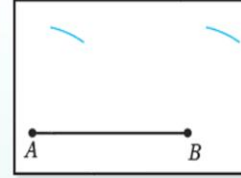
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥١٤

إنشاءات هندسية

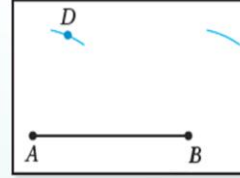
رسم متوازي أضلاع علم طولاً ضلعين متتاليين فيه.

الخطوة 1،



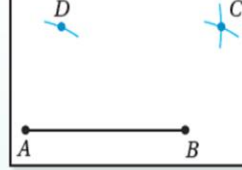
استعمل المسطرة لرسم $\overline{AB}$. ثم افتح الفرجار، وثبته عند النقطة A ، وارسم قوساً فوقها. ثبت الفرجار عند النقطة B ، وافتحه الفرجار نفسها ارسم قوساً فوق B .

الخطوة 2،



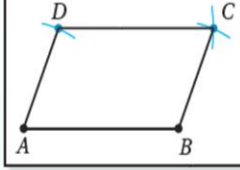
اختر نقطة على القوس الذي فوق A وسمّها D .

الخطوة 3،



افتح الفرجار فتحة مساوية لـ $\overline{AB}$ ، وثبته عند النقطة D وارسم قوساً يقطع القوس المرسوم من النقطة B ، سمّ نقطة التقاطع C .

الخطوة 4،



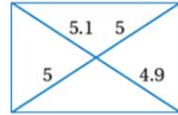
استعمل حافة المسطرة لرسم $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

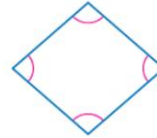
تأكد

المثال 1

حدّد ما إذا كان كل شكل رباعي فيما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.



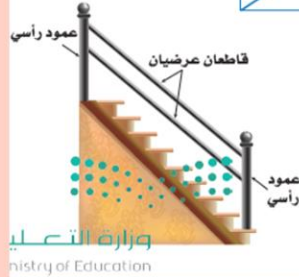
(2)



(1)

المثال 2

(3) **نجارة:** صنع نجار درابزينًا للدّرج يتكوّن من عمودين رأسيين؛ الأول مثبت فوق الدرجة الأولى، والثاني مثبت فوق الدرجة الأخيرة، ويصل بينهما قاطعان خشبيان كما في الشكل المجاور. كيف يمكن للنجار التحقق من أن القاطعين الخشبيين العرضيين متوازيان، وذلك بأقل عدد من مرات القياس، إذا علمت بأن الدرجتين الأولى والأخيرة مستويتان مع الأرض.



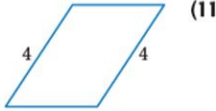
استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

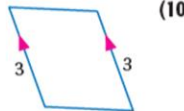
تدرب وحل المسائل

المثال 1

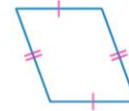
حدّد ما إذا كانت المعطيات في كل مما يأتي كافية ليكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك.



(11)



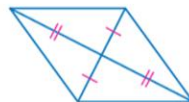
(10)



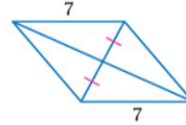
(9)



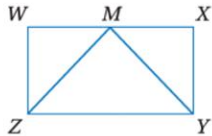
(14)



(13)



(12)



(15) **برهان:** إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع،

حيث M نقطة منتصف WX ، $\angle W \cong \angle X$

فاكتب برهاناً حرّاً لإثبات أن $\triangle ZMY$ متطابق الضلعين.

المثال 2

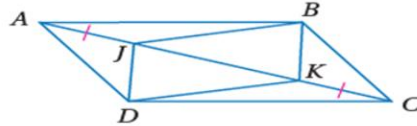
استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

مسائل مهارات التفكير العليا

(36) **تحذّر:** يتقاطع قطرا متوازي أضلاع عند النقطة (0, 1). ويقع أحد رؤوسه عند النقطة (2, 4)، بينما يقع رأس آخر عند النقطة (3, 1). أوجد موقعي الرأسين الآخرين.

(37) **اكتب:** بيّن أوجه الشبه والاختلاف بين النظريتين 5.3 و 5.9.

(38) **تبرير:** إذا كانت الزوايا المتناظرة في متوازي أضلاع متطابقة، فهل يكون متوازي الأضلاع متطابقين أحيانا، أم دائما، أم لا يكونان متطابقين أبداً؟



(39) **تحذّر:** في الشكل المجاور، $ABCD$ متوازي أضلاع، $\overline{AJ} \cong \overline{KC}$. بيّن أن الشكل الرباعي $JBKD$ متوازي أضلاع.

(40) **اكتب:** استعمل العبارات الشرطية الثنائية "إذا وفقط إذا" في دمج كل من النظريات: 5.9 و 5.10 و 5.11 و 5.12 وعكسها.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-3

استراتيجية جدول التعلم

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

كيف أتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-3

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	 القلب اكتب مشاعرك حول الموضوع
	 العقل اكتب أفكارك حول الموضوع
	 الحرارة اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	 اليدين اكتب - ارسم - صمم - شكل

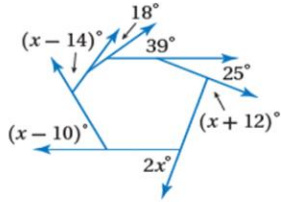
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٢٠

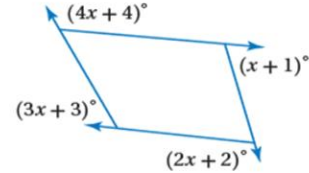
مراجعة تراكمية

هندسة إحصائية : أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع $ABCD$ في كل من السؤالين الآتيين (الدرس 5-2)
 (43) $A(-3, 5), B(6, 5), C(5, -4), D(-4, -4)$
 (44) $A(2, 5), B(10, 7), C(7, -2), D(-1, -4)$

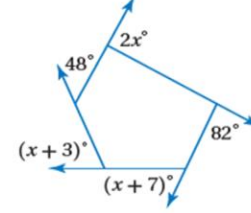
أوجد قيمة x في كل من الأسئلة الآتية : (الدرس 5-1)
 (45)



(47)



(46)



(45)

أوجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس إحدى زواياه الداخلية في كل مما يأتي: (الدرس 5-1)

162° (51)

168° (50)

160° (49)

140° (48)

الواجب المنزلي

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-3



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٢٢

الفصل 5/

5-4



اليوم /

التاريخ /



٥٢٣

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-4

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٢٤

5-4

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الآمنة



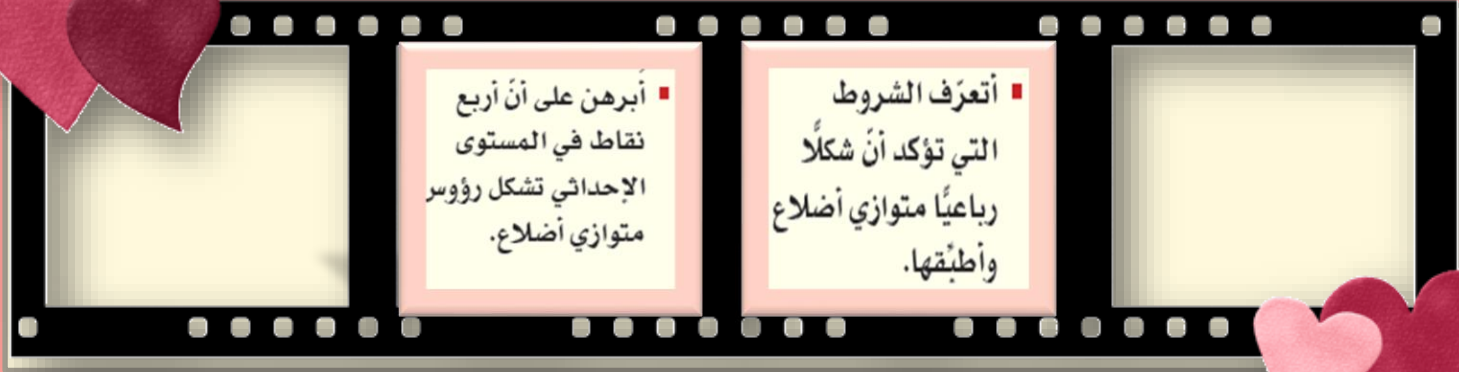
الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٢٥

5-4

استراتيجية شريط الذكريات



■ أبرهن على أن أربع
نقاط في المستوى
الإحداثي تشكل رؤوس
متوازي أضلاع.

■ أتعرف الشروط
التي تؤكد أن شكلاً
رباعياً متوازي أضلاع
وأطبّقها.



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٢٦

5-4

استراتيجية جدول التعلم

كيف اتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٢٧

5-4

المفردات:

المستطيل
rectangle

والآن:

- تعرّف خصائص المستطيل وأطبّقها.
- أحدّد ما إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً.

فيما سبق:

درست استعمال خصائص متوازي الأضلاع وتحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

(الدرس 5-2)

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٢٨

www.ien.edu.sa



لماذا؟

أحمد هو الطالب المسؤول عن عرض لوحات الرياضيات في يوم النشاط المدرسي. ولعمل خلفية مميزة يعرض عليها لوحات الرياضيات، قام بطلاء جزء من جدار على شكل مستطيل يبدأ طوله من أسفل الجدار ويمتد للأعلى، وكان طوله 80 in، وعرضه 36 in. كيف يمكنه أن يتحقق من أن الجزء الذي قام بطلائه مستطيل؟

5-4

الأفكار الرئيسية

■ أحدّد ما إذا كان متوازي
الأضلاع مستطيلاً.

■ أتعرف خصائص
المستطيل وأطبّقها.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٣٠

أسئلة التعزيز

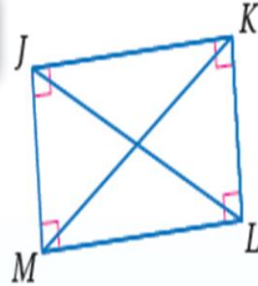
كيف يتأكد أحمد أن الخلفية
التي صنعها تكون مستطيلة؟

كيف يمكنك صنع خلفية
لو كنت مكان أحمد؟

5-4

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

أضف إلى
مطوبتك



قطرا المستطيل

نظرية 5.13

إذا كان متوازي الأضلاع مستطيلاً، فإن قطريه متطابقان.

مثال: إذا كان $\square JKLM$ مستطيلاً، فإن $\overline{JL} \cong \overline{MK}$.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٣٢

مثال 1 من واقع الحياة **استعمال خصائص المستطيل**

حداث: حديقة مستطيلة الشكل تحتوي على ممرين كما في الشكل المجاور. إذا كان $PR = 200 \text{ m}$ ، فأوجد QT .

قطرا المستطيل متطابقان $\overline{QS} \cong \overline{PR}$

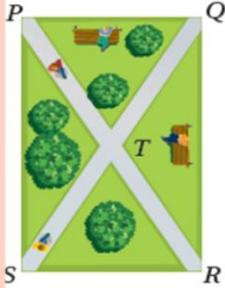
تعريف تطابق القطع المستقيمة $QS = \overline{PR}$

بالتعويض $QS = 200$

وبما أن $PQRS$ مستطيل، لذا فإن قطريه ينصف كل منهما الآخر؛ لذا

$QT = \frac{1}{2} \overline{QS}$

بالتعويض $QT = \frac{1}{2} (200) = 100$



استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-4

استراتيجية العصف الذهني استراتيجية الحوار والمناقشة استراتيجية الدقيقة الواحدة

تحقق من فهمك ✓

استعن بالشكل في المثال 1.

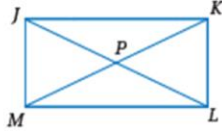
(1A) إذا كان $TS = 120$ ، فأوجد PR .

(1B) إذا كان $m\angle PRS = 64^\circ$ ، فأوجد $m\angle SQR$.

وزارة
Education

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٣٤



مثال 2 استعمال خصائص المستطيل والجبر

جبر: الشكل الرباعي $JKLM$ مستطيل. إذا كان $m\angle KJL = (2x + 4)^\circ$ و $m\angle JLK = (7x + 5)^\circ$ فأوجد قيمة x .

بما أن $JKLM$ مستطيل، فإن زواياه الأربع قوائم؛ إذن $m\angle MLK = 90^\circ$.
وبما أن $JKLM$ المستطيل متوازي أضلاع، فإن الأضلاع المتقابلة متوازية،
والزوايا المتبادلة داخلياً بالنسبة للقطر متطابقة.

لذا فإن $\angle JLM \cong \angle KJL$ ، ومن ذلك $m\angle JLM = m\angle KJL$.

$$m\angle JLM + m\angle JLK = m\angle MLK$$

$$m\angle KJL + m\angle JLK = 90^\circ$$

$$(2x + 4)^\circ + (7x + 5)^\circ = 90^\circ$$

$$(9x + 9)^\circ = 90^\circ$$

$$9x^\circ = 81^\circ$$

$$x = 9$$

مسلمة جمع الزوايا

بالتعويض

بالتعويض

بجمع الحدود المتشابهة

ب طرح 9 من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 9

إرشادات للدراسة

الزوايا المتوازية

تذكر من النظرية 5.6 أنه إذا كانت إحدى زوايا متوازي الأضلاع قائمة، فإن زواياه الأربعة قوائم.

إرشادات للدراسة

الزاويتان المتبادلتان داخلياً بالنسبة لقطر، درست سابقاً في نظرية الزاويتان المتبادلتان داخلياً أنه إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن كل زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان، وينطبق هذا على الزاويتين المتبادلتين بالنسبة لقطر متوازي الأضلاع.



مثال:

$$\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4$$

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-4

تحقق من فهمك



(2) استعن بالشكل في المثال 2. إذا كان $MP = 3y - 5$, $MK = 5y + 1$, فأوجد قيمة y .

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

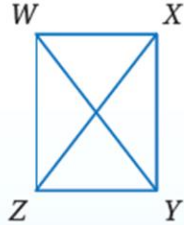
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٣٦

5-4

أضف إلى

مطوبتك



نظرية 5.14

إذا كان قطرا متوازي أضلاع متطابقين فإنه مستطيل.

مثال: في $\square WXYZ$ ، إذا كان $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ ،
فإن $\square WXYZ$ مستطيل.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٣٧

مثال 3 من واقع الحياة إثبات علاقات في المستطيل

كرة طائرة: أنشأ نادٍ رياضي ملعباً لكرة الطائرة، وللتأكد من أنه يحقق المواصفات المطلوبة، قاس المشرفون أطوال أضلاع الملعب وقطره، فإذا كان $AB = 60 \text{ ft}$, $BC = 30 \text{ ft}$, $CD = 60 \text{ ft}$, $AD = 30 \text{ ft}$, $AC = 67 \text{ ft}$, $BD = 67 \text{ ft}$ ، فكيف يمكنهم التحقق من أنه مستطيل.

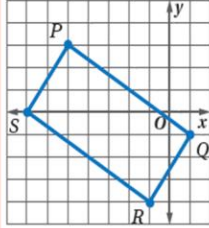


بما أن $AB = CD$, $BC = AD$, $AC = BD$, فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$, $\overline{BC} \cong \overline{AD}$, $\overline{AC} \cong \overline{BD}$. وبما أن $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ قطران متطابقان في $ABCD$ ، فإن $ABCD$ مستطيل.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

المستطيل والهندسة الإحداثية

مثال 4



هندسة إحداثية: إذا كانت إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $PQRS$ هي $P(-5, 3)$, $Q(1, -1)$, $R(-1, -4)$, $S(-7, 0)$ فهل $PQRS$ مستطيل؟ استعمل صيغة المسافة بين نقطتين.

الخطوة 1: استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لتحديد ما إذا كان $PQRS$ متوازي أضلاع، وذلك بالتحقق من أن أضلاعه المتقابلة متطابقة.

$$PQ = \sqrt{(-5 - 1)^2 + [3 - (-1)]^2} = \sqrt{52}$$

$$RS = \sqrt{[-1 - (-7)]^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{52}$$

$$PS = \sqrt{[-5 - (-7)]^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{13}$$

$$QR = \sqrt{[1 - (-1)]^2 + [-1 - (-4)]^2} = \sqrt{13}$$

بما أن أضلاع $PQRS$ المتقابلة متساوية الطول، فإنها متطابقة؛ لذا فإن $PQRS$ متوازي أضلاع.

إرشادات للدراسة

المستطيل

ومتوازي الأضلاع؛

كل مستطيل متوازي

أضلاع، ولكن ليس

كل متوازي أضلاع

مستطيلًا.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-4

الخطوة 2: هل قطر $PQRS \square$ متطابقان؟

$$PR = \sqrt{[-5 - (-1)]^2 + [3 - (-4)]^2} = \sqrt{65}$$

$$QS = \sqrt{[1 - (-7)]^2 + (-1 - 0)^2} = \sqrt{65}$$

بما أن للقطرين الطول نفسه، فإنهما متطابقان؛ لذا فإن $PQRS \square$ مستطيل.

إرشادات للدراسة

المستطيل

ومتوازي الأضلاع؛

كل مستطيل متوازي

أضلاع، ولكن ليس

كل متوازي أضلاع

مستطيلًا.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٤٠

5-4

تحقق من فهمك



4) إذا كانت إحداثيات رؤوس الشكل الرباعي $JKLM$ هي $M(2, 5)$, $L(5, -3)$, $K(-8, -6)$, $J(-10, 2)$.
فهل $JKLM$ مستطيل؟ استعمل صيغة الميل.

وزارة

إرشادات للدراسة

المستطيل

ومتوازي الأضلاع؛

كل مستطيل متوازي

أضلاع، ولكن ليس

كل متوازي أضلاع

مستطيلاً.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٤١

تأكد



المثال 1 زراعة: الشكل المجاور يبين بوابة مخزن حبوب مستطيلة الشكل، فيها الدعمتان المتقاطعتان تقويان دفة البوابة، وتحفظانها من الالتواء مع مرور الزمن.

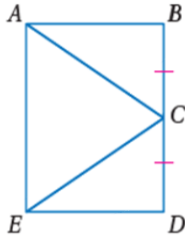
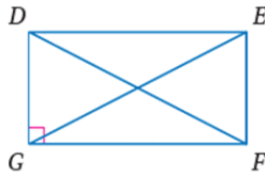
إذا كان $PS = 7$ ft, $ST = 3 \frac{13}{16}$ ft, $m\angle PTQ = 67^\circ$,

فأوجد كلاً مما يأتي :

- | | |
|-------------------|-------------------|
| SQ (2) | QR (1) |
| $m\angle TSR$ (4) | $m\angle TQR$ (3) |

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-4



المثال 2 جبر: استعن بالمستطيل $DEFG$ المبيّن جانباً.

(5) إذا كان $EG = x + 5$, $FD = 3x - 7$, فأوجد EG .

(6) إذا كان $m\angle DFG = (x + 12)^\circ$, $m\angle EFD = (2x - 3)^\circ$, فأوجد $m\angle EFD$.

المثال 3 برهان: إذا كان $ABDE$ مستطيلاً، و $\overline{BC} \cong \overline{DC}$ ، فاثبت أن $\overline{AC} \cong \overline{EC}$.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٤٣

5-4

المثال 4 هندسة إحدائية: مثل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل من السؤالين الآتيين، وحدد ما إذا كان مستطيلاً أم لا. برّر إجابتك باستعمال الطريقة المحددة في السؤال.

(8) $W(-4, 3), X(1, 5), Y(3, 1), Z(-2, -2)$ ، صيغة الميل.

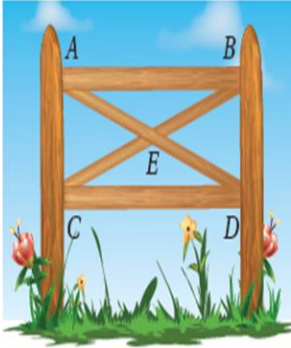
(9) $A(4, 3), B(4, -2), C(-4, -2), D(-4, 3)$ ، صيغة المسافة.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥ ٤ ٤

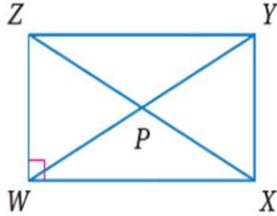
تدرب وحل المسائل



المثال 1 سياج: سياج مستطيل الشكل تُستعمل فيه دعائم متقاطعة لتقوية السياج.
إذا كان $AB = 6\text{ ft}$, $AC = 2\text{ ft}$, $m\angle CAE = 65^\circ$
فأوجد كلاً مما يأتي:

- | | |
|--------------------|--------------------|
| CB (11) | BD (10) |
| $m\angle ECD$ (13) | $m\angle DEB$ (12) |

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



وزارة التعليم

Ministry of Education

2021 - 1443

المثال 2 جبر: استعن بالمستطيل $WXYZ$ المبين جانباً.

(14) إذا كان $ZY = 2x + 3$, $WX = x + 4$, فأوجد WX .

(15) إذا كان $WP = 2x + 11$, $PY = 3x - 5$, فأوجد ZP .

(16) إذا كان $m\angle ZYW = (2x - 7)^\circ$, $m\angle WYX = (2x + 5)^\circ$, فأوجد $m\angle ZYW$.

(17) إذا كان $PY = 2x + 5$, $ZP = 4x - 9$, فأوجد ZX .

(18) إذا كان $m\angle XZW = (5x - 12)^\circ$, $m\angle XZY = (3x + 6)^\circ$, فأوجد $m\angle YXZ$.

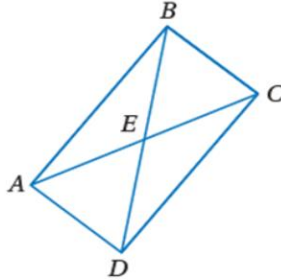
(19) إذا كان $m\angle WZX = (x - 9)^\circ$, $m\angle ZXW = (x - 11)^\circ$, فأوجد $m\angle ZXY$.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٤٦

مسائل مهارات التفكير العليا



- (39) **تحديد:** في المستطيل $ABCD$ ، إذا كان $m\angle EAB = (4x + 6)^\circ$ ، $m\angle DEC = (10 - 11y)^\circ$ ، $m\angle EBC = 60^\circ$ ، فأوجد قيمة كل من x ، y .
- (40) **اكتشف الخطأ:** قالت بسمة: إن أيّ مثلثين حادّي الزوايا ومتطابقين يمكن ترتيبهما ليشكّلا مستطيلًا. وقالت شيما: إنّ المثلثين القائمي الزاوية المتطابقين هما فقط اللذان يمكن ترتيبهما ليشكّلا مستطيلًا. هل أي منهما على صواب؟ وضح تبريرك.
- (41) **مسألة مفتوحة:** اكتب معادلات أربعة مستقيمات بحيث تكون نقاط تقاطعها رؤوس مستطيل. تحقق من إجابتك باستعمال الهندسة الإحداثية.
- (42) **اكتب:** وضح لم تعدّ جميع المستطيلات متوازيات أضلاع، بينما لا تعدّ جميع متوازيات الأضلاع مستطيلات.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-4

استراتيجية جدول التعلم

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

كيف أتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٤٨

5-4

أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

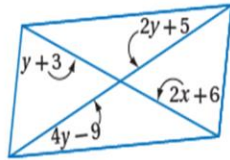
	القلب  اكتب مشاعرك حول الموضوع
	العقل  اكتب أفكارك حول الموضوع
	الحرارة  اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	اليدين  اكتب - ارسم - صم - شكل

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

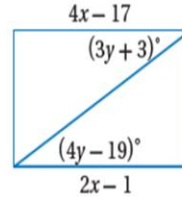
٥٤٩

مراجعة تراكمية

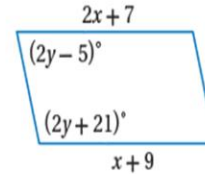
جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي بحيث يكون الشكل الرباعي متوازي أضلاع: (الدرس 5-3)



(47)



(46)



(45)

هندسة إحصائية: أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطري $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $A(1, 3), B(6, 2), C(4, -2), D(-1, -1)$

(الدرس 5-2)

الواجب المنزلي

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٥٠

5-4



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٥١

الفصل 5/

5-4



اليوم /

التاريخ /

المعين والمربع
Rhombus and Square

5-5

٥٥٢

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-5

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٥٤

5-5

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الآمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٥٤

5-5

استراتيجية شريط الذكريات



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥ ٥ ٥

5-5

استراتيجية جدول التعلم

كيف اتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٥٦

5-5

المفردات:

المعين
rhombus

المربع
square

والآن:

- أتعرف خصائص المعين والمربع وأطبقها.
- أحدد ما إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً.

فيما سبق:

درست تحديد ما إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع أو مستطيلاً.
(الدرس 5-4)

www.ien.edu.sa



لماذا؟

تصمم الألماسات باستعمال أنماط متكررة من الأشكال الهندسية. إذا
صمم فنان الألماسة المجاورة، بحيث تكوّن من أنماط متكررة من
مثلثات وأشكال رباعية، كيف يمكن تحديد نوع الأشكال الرباعية
المحددة باللون الأحمر في الألماسة؟

5-5

الأفكار الرئيسية

■ أحدّد ما إذا كان الشكل
الرباعي مستطيلاً أو
معيناً أو مربعاً.

■ أتعرف خصائص
المعين والمربع
وأطبّقها.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٥٩

5-5

أسئلة التعزيز

ما هي الخصائص التي تميز شبة المنحرف عن متوازي الاضلاع؟

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٦٠

5-5

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

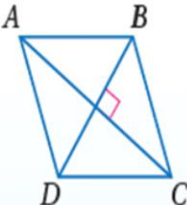
نظريات

أضف إلى مطوبتك

قطرا المعين

5.15 إذا كان متوازي أضلاع معيناً، فإن قطريه متعامدان.

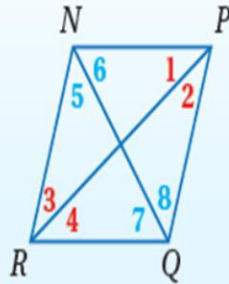
مثال: إذا كان $\square ABCD$ معيناً، فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$.



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٦١

5-5



5.16 إذا كان متوازي أضلاع معيناً فإن كل قطر فيه ينصف
كلًا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما.

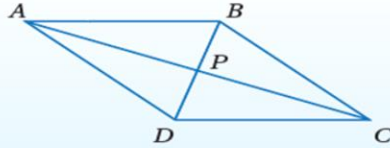
مثال: إذا كان $\square NPQR$ معيناً، فإن

$$\angle 1 \cong \angle 2, \angle 3 \cong \angle 4, \angle 5 \cong \angle 6, \angle 7 \cong \angle 8$$

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٦٢



نظرية 5.15

برهان

أكتب برهاناً حرّاً للنظرية 5.15

المعطيات: $ABCD$ معين.

المطلوب: $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

البرهان:

بما أن $ABCD$ معين، فإن $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ بحسب التعريف.

وبما أن المعين متوازي أضلاع، وقطري متوازي الأضلاع ينصف

كل منهما الآخر، فإن $\overline{BD}$ ينصف $\overline{AC}$ عند P ؛ لذا فإن $\overline{AP} \cong \overline{PC}$. وكذلك $\overline{BP} \cong \overline{PD}$ بحسب خاصية

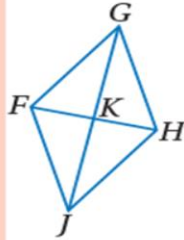
الانعكاس؛ إذن $\triangle APB \cong \triangle CPB$ بحسب SSS.

وبما أن العناصر المتناظرة في المثلثات المتطابقة تكون متطابقة، فإن $\angle APB \cong \angle CPB$.

وكذلك $\angle CPB$ ، $\angle APB$ متجاورتان على مستقيم، والزوايا المتطابقتان المتجاورتان على مستقيم

تكونان قائمتين. وبما أن $\angle APB$ قائمة، فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ بحسب تعريف المستقيمين المتعامدين.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



مثال 1 استعمال خصائص المعين

استعن بالمعين $FGHJ$ المبيّن جانبًا.

(a) إذا كان $m\angle FJH = 82^\circ$ ، فأوجد $m\angle KHJ$.

بما أن $FGHJ$ معين، فإن القطر JG ينصف $\angle FJH$.

لذا فإن $m\angle KJH = \frac{1}{2} m\angle FJH = \frac{1}{2} (82^\circ) = 41^\circ$ إذن

وبما أن قطري المعين متعامدان، فإن $m\angle JKH = 90^\circ$ بحسب تعريف المستقيمين المتعامدين.

$$m\angle KJH + m\angle JKH + m\angle KHJ = 180^\circ$$

$$41^\circ + 90^\circ + m\angle KHJ = 180^\circ$$

$$131^\circ + m\angle KHJ = 180^\circ$$

$$m\angle KHJ = 49^\circ$$

نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث

بالتعويض

بالتبسيط

ب طرح 131° من كلا الطرفين

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-5

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

(b) **جبر:** إذا كان $GH = x + 9$, $JH = 5x - 2$ ، فأوجد قيمة x .

تعريف المعين

$$\overline{GH} \cong \overline{JH}$$

تعريف تطابق القطع المستقيمة

$$GH = JH$$

بالتعويض

$$x + 9 = 5x - 2$$

ب طرح x من كلا الطرفين

$$9 = 4x - 2$$

بجمع 2 لكلا الطرفين

$$11 = 4x$$

بقسمة كلا الطرفين على 4

$$2.75 = x$$

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٦٥

5-5

تحقق من فهمك



استعن بالمعيّن $FGHJ$ أعلاه.

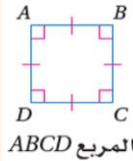
(1A) إذا كان $FK = 5$, $FG = 13$, فأوجد KJ .

(1B) **جبر:** إذا كان $m\angle KFG = (9y - 5)^\circ$, $m\angle JFK = (6y + 7)^\circ$, فأوجد قيمة y .

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

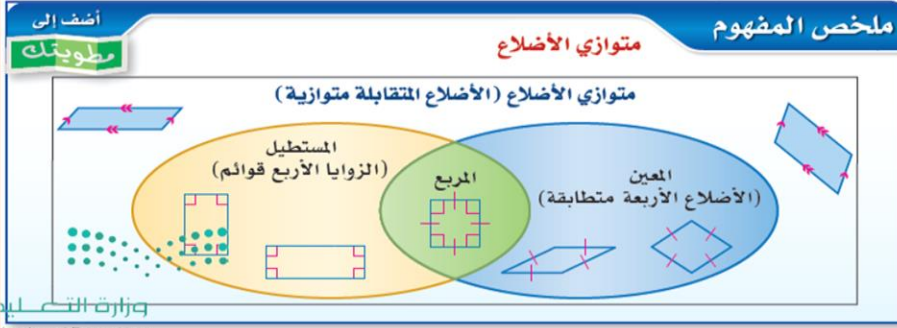
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٦٦



المربع هو متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم. تذكر أن متوازي الأضلاع الذي زواياه الأربع قوائم يكون مستطيلاً، ومتوازي الأضلاع الذي أضلاعه الأربعة متطابقة يكون معيناً؛ لذا فعندما يكون متوازي الأضلاع معيناً وإحدى زواياه قائمة فإنه يكون مربعاً أيضاً، وعليه فإن المربع هو متوازي أضلاع ومستطيل ومعين.

ويلخص شكل فن الآتي العلاقة بين متوازي الأضلاع والمعين والمربع والمستطيل.



إرشادات للدراسة

المربع والمعين:

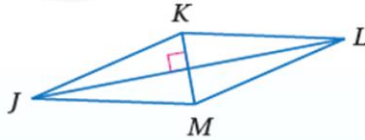
كل مربع معين، ولكن ليس كل معين مربعاً، وكل مربع مستطيل وليس كل مستطيل مربعاً.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

أضف إلى
مطوبتك

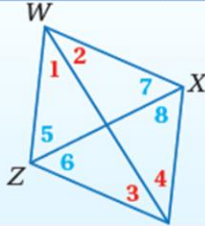
نظريات

الشروط الكافية للمعين والمربع



5.17 إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنه معين. (عكس النظرية 5.15)

مثال: إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{JL} \perp \overline{KM}$ ، فإن $JKLM$ معين.

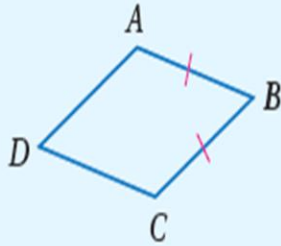


5.18 إذا نصّف قطر متوازي أضلاع كلّاً من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما، فإن متوازي الأضلاع يكون معيناً. (عكس النظرية 5.16)

مثال: إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، وكانت $\angle 1 \cong \angle 2$ ، $\angle 3 \cong \angle 4$ ، أو $\angle 5 \cong \angle 6$ ، $\angle 7 \cong \angle 8$ ، فإن $WXYZ$ معين.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-5



5.19 إذا كان ضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع متطابقين فإنه معين.

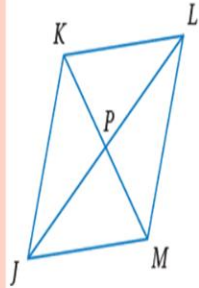
مثال: إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ، فإن $\square ABCD$ معين.

5.20 إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً ومعيناً فإنه مربع.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٦٩



مثال 2 استعمال خصائص المعين والمرئع في البراهين

اكتب برهاناً حرّاً.

المعطيات: $JKLM$ متوازي أضلاع.

$\triangle JKL$ متطابق الضلعين.

المطلوب: $\square JKLM$ معيّن.

برهان حرّ:

بما أن $\triangle JKL$ متطابق الضلعين، فإن $\overline{KL} \cong \overline{JK}$ بحسب التعريف، وهذان الضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع $JKLM$ ، لذا وبحسب النظرية 1.19، يكون $\square JKLM$ معيّنًا.

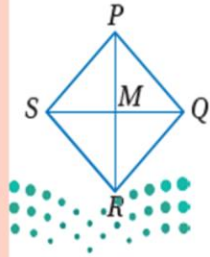
إرشادات للدراسة

المثلثات المتطابقة

بما أن للمعين أربعة أضلاع متطابقة، فإن كلّاً من قطريه يقسمه إلى مثلثين متطابقين الضلعين ومتطابقين. وإذا رُسم القطران فإنهما يقسمان المعين إلى أربعة مثلثات قائمة ومتطابقة.

**استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة**

5-5



وزارة
الاعتماد
الرياض

تحقق من فهمك ✓

(2) اكتب برهانًا حرًا.

المعطيات: $\overline{SQ}$ عمود منصف لـ $\overline{PR}$.

$\overline{PR}$ عمود منصف لـ $\overline{SQ}$.

$\triangle RMS$ متطابق الضلعين.

المطلوب: $PQRS$ مربع.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٧١

5-5



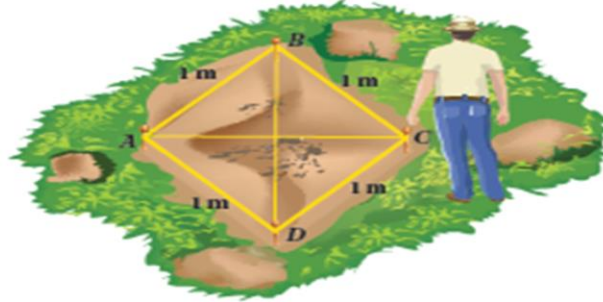
استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٧٢

5-5

طول كل من أضلاع الشكل الرباعي $ABCD$ يساوي 1 m . وبما أن كل ضلعين متقابلين متطابقان، فإن $ABCD$ متوازي أضلاع. وبما أن أضلاع $ABCD$ المتتالية متطابقة فإنه معين. وإذا استطاع عالم الآثار بيان أن $ABCD$ مستطيل أيضًا فإنه بحسب النظرية 5.20، يكون مربعًا.



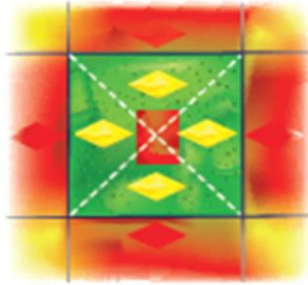
إذا كان قطرا متوازي الأضلاع متطابقين فإنه مستطيل؛ لذا يمكن لعالم الآثار استعمال الحبل لقياس طولي القطرين، فإذا وجدتهما متساويين، فإن $ABCD$ يكون مربعًا.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٧٠٣

5-5



تحقق من فهمك



(3) **خيالة:** خاطت كوثر غطاء طاولة باستعمال قطع ملونة من القماش كما في الرسم المجاور.

(A) رسمت كوثر قطري كل من القطع الصفراء فوجدت أنهما متعامدان، هل يمكنها استنتاج أن كل قطعة صفراء معين؟ وضح إجابتك.

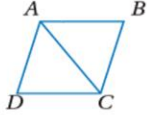
(B) إذا كانت الزوايا الأربع للقطعة الخضراء متساوية القياس، والضلعان الأيسر والسفلي متساويي الطول، فهل يمكنها استنتاج أن القطعة الخضراء مربع؟ وضح إجابتك.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

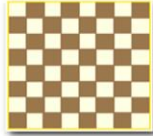
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٧٤

تأكد



(4) **بلاط:** تتكون الأرضية أدناه من 64 بلاطة مربعة متطابقة. استعمل هذه المعطيات لإثبات أن الأرضية نفسها مربعة.



هندسة إحداثية: حدّد ما إذا كان $QRST$ المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي معيناً أو مستطيلاً أو مربعاً. اكتب جميع التسميات التي تنطبق عليه. وضح إجابتك.

(5) $Q(1, 2), R(-2, -1), S(1, -4), T(4, -1)$ (6) $Q(-2, -1), R(-1, 2), S(4, 1), T(3, -2)$

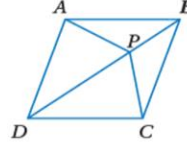
جبر: استعن بالمعين $ABCD$ المبين جانباً.

(1) إذا كان $m\angle BCD = 114^\circ$ ، فأوجد $m\angle BAC$.

(2) إذا كان $AB = 2x + 3$ ، $BC = x + 7$ ، فأوجد CD .

(3) **برهان:** اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أنه إذا كان $ABCD$ معيناً

وكان DB قطر فيه، فإن $AP \cong CP$.



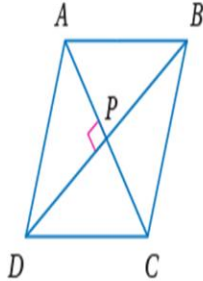
المثال 1

المثالان 2, 3

المثال 4

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

تدرب وحل المسائل



المثال 1 جبر: استعن بالمعين $ABCD$ المبين جانباً.

(7) إذا كان $AB = 14$ ، فأوجد BC .

(8) إذا كان $m\angle BCD = 118^\circ$ ، فأوجد $m\angle BAC$.

(9) إذا كان $AP = 3x - 1$ و $PC = x + 9$ ، فأوجد AC .

(10) إذا كان $m\angle ABC = (2x - 7)^\circ$ و $m\angle BCD = (2x + 3)^\circ$ ، فأوجد $m\angle DAB$.

(11) إذا كان $m\angle DPC = (3x - 15)^\circ$ ، فأوجد قيمة x .

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

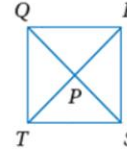
استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

المثال 2 برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين في كل مما يأتي :

(12) المعطيات: $QRST$ متوازي أضلاع.

$$\overline{TR} \cong \overline{QS}, m\angle QPR = 90^\circ$$

المطلوب: $QRST$ مربع.



(14) **طرق:** يتقاطع طريقان كما في الشكل. إذا كانت

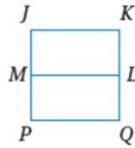
ممرات المشاة لها الطول نفسه، فصنّف الشكل الرباعيّ
المكوّن من هذه الممرات. ووضّح تبريرك.



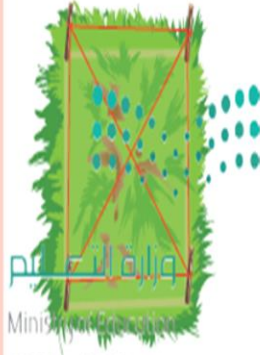
(13) المعطيات: $JKQP$ مربع.

$\overline{ML}$ تنصّف كلّاً من $\overline{KQ}$ و $\overline{JP}$.

المطلوب: $JKLM$ متوازي أضلاع.



5-5



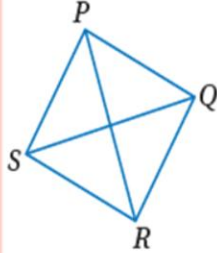
المثال 3 (15) **زراعة:** حدّد مزارع حقلاً بأوتاد وحبال كما في الشكل المجاور .
إذا كانت أضلاع الشكل الرباعي المتشكل متساوية الطول، وقطراه
متعامدين، فهل هذه المعلومات كافية كي تتحقق من أنّ الحقل مربع؟
وضّح تبريرك.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٧٨

مسائل مهارات التفكير العليا



(37) **اكتشف الخطأ:** في الشكل الرباعي $SRQP$ المبيّن جانبًا، $\overline{PR} \cong \overline{QS}$.

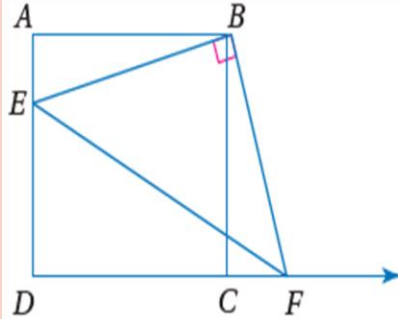
قال محمد: إن الشكل مربع. بينما قال إبراهيم: إنه معين.
هل أي منهما على صواب؟ وضح تبريرك.

(38) **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خطأ؟ ثم اكتب

عكسها ومعكوسها ومعاكسها الإيجابي، وحدّد قيمة الصواب لكل منها.
وضح تبريرك.

إذا كان الشكل الرباعي مربعًا، فإنه مستطيل.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



(39) **تحذ:** مساحة المربع $ABCD$ المجاور تساوي 36 وحدة مربعة. ومساحة $\triangle EBF$ تساوي 20 وحدة مربعة. إذا كانت $\overline{EB} \perp \overline{BF}$ ، وطول $\overline{AE}$ يساوي وحدتين، فأوجد طول $\overline{CF}$.

(40) **مسألة مفتوحة:** أوجد إحداثيات رؤوس مربع قطراه محتويان في المستقيمين $y = x$, $y = -x + 6$. وضح تبريرك.

(41) **اكتب:** قارن بين جميع خصائص الأشكال الرباعية الآتية: متوازي الأضلاع، المستطيل، المعين، المربع.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-5

استراتيجية جدول التعلم

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

كيف أتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-5

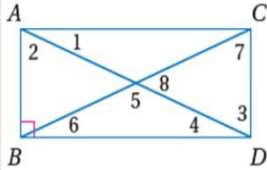
أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	 القلب اكتب مشاعرك حول الموضوع
	 العقل اكتب أفكارك حول الموضوع
	 الحرارة اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	 اليَد اكتب - ارسم - صم - شكل

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

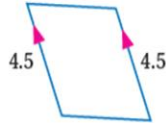
٥٨٢

مراجعة تراكمية

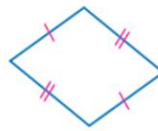


في المستطيل $ABDC$ ، إذا كان $m\angle 1 = 38^\circ$ ، فأوجد كلاً من القياسات الآتية : (الدرس 5-4)
 $m\angle 2$ (44) $m\angle 5$ (45) $m\angle 6$ (46)

حدّد ما إذا كان الشكل الرباعي في كل مما يأتي متوازي أضلاع أم لا. برّر إجابتك. (الدرس 5-3)



(49)



(48)



(47)

(50) **قياسات:** قال مروان: إنّ الحديقة الخلفية لمنزله على شكل مثلث أطوال أضلاعه 22 ft, 23 ft, 45 ft. فهل ترى أنّ هذه القياسات صحيحة؟ وضح تبريرك. (مهارة سابقة)

الواجب المنزلي

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٨٣

5-5



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٨٤

الفصل 5/

5-6



اليوم /

التاريخ /

رابط الدرس الرقمي

شبه المنحرف وشكل الطائرة الورقية
Trapezoid and Kite

5-6

٥٨٥

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-6

اللهم يا مُعلم إبراهيم علمنا
ويا مُفهم سليمان فهمنا
اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٨٦

5-6

اللهم علمنا ما ينفعنا وانفعنا بما علمتنا وزدنا علما



تجنب
المضافحة



غسل اليدين
وتعقيمها



المحافظة على
المسافة الآمنة



الالتزام بارتداء
الكمامة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٨٧

5-6

استراتيجية شريط الذكريات



	■ أحدد ما إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً أو معيناً أو مربعاً.	■ أتعرف خصائص المعين والمربع وأطبقها.	
--	--	--	--



إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٨٨

5-6

استراتيجية جدول التعلم

كيف اتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٨٩

5-6

المضردات:

شبه المنحرف
trapezoid

قاعدتا شبه المنحرف
bases

ساقا شبه المنحرف
legs of a trapezoid

زاويتا القاعدة
base angles

شبه المنحرف

المتطابق الساقين
isosceles trapezoid

القطعة المتوسطة

لشبه المنحرف

midsegment of a trapezoid

شكل الطائرة الورقية
kite

فيما سبق:

درست استعمال خصائص
أنواع خاصة من متوازي
الأضلاع.

(الدرس 5-5)

والآن:

■ أتعرف خصائص شبه
المنحرف وأطبقها.

■ أتعرف خصائص
شكل الطائرة الورقية
وأطبقها.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٩٠

5-6

www.ien.edu.sa



لماذا؟

تستعمل في رياضات القفز، صناديق ذات أجزاء متداخلة مصنوعة من الإسفنج ذي الضغط العالي، وتتخذ منصّات وثب ودرجات صعود، وتمثّل جوانب كل من الأجزاء شبه منحرف.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٩١

5-6

الأفكار الرئيسية

■ أتعرف خصائص
شكل الطائرة الورقية
وأطبقها.

■ أتعرف خصائص شبه
المنحرف وأطبقها.

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٩٢

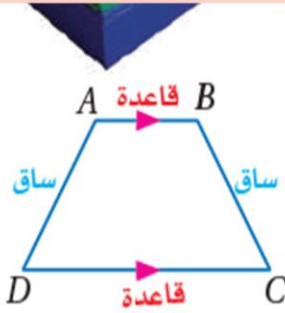
5-6

أسئلة التعزيز

ما هي الخصائص التي تميز شبة المنحرف عن متوازي الاضلاع؟

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٥٩٣



خصائص شبه المنحرف: شبه المنحرف هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان يُسميان **قاعدتي شبه المنحرف**. ويُسمى الضلعان غير المتوازيين **ساقَي شبه المنحرف**. و **زاويتي القاعدة** مكوّن كل منهما من قاعدة وأحد ضلعي الساقين. ففي شبه المنحرف $ABCD$ المبيّن جانباً، $\angle A, \angle B$ زاويتي القاعدة $\overline{AB}$ ، وكذلك $\angle C, \angle D$ زاويتي القاعدة $\overline{DC}$. إذا كان ساقا شبه المنحرف متطابقين فإنه يسمى **شبه منحرف متطابق الساقين**.

استراتيجية العصف الذهني استراتيجية الحوار والمناقشة استراتيجية الدقيقة الواحدة

نظريات

شبه المنحرف المتطابق الساقين

5.21 إذا كان شبه المنحرف متطابق الساقين، فإن زاويتي كل قاعدة متطابقتان.
مثال: إذا كان شبه المنحرف $FGHJ$ متطابق الساقين،
فإن $\angle G \cong \angle H$, $\angle F \cong \angle J$.

5.22 إذا كانت زاويتا قاعدة في شبه المنحرف متطابقتين، فإنه متطابق الساقين.
مثال: إذا كان $KLMP$ شبه منحرف، فيه $\angle L \cong \angle M$
فإنه متطابق الساقين.

5.23 يكون شبه المنحرف متطابق الساقين، إذا وفقط إذا كان قطراه متطابقين.
مثال: إذا كان شبه المنحرف $QRST$ متطابق الساقين،
فإن $\overline{QS} \cong \overline{RT}$. وكذلك إذا كان $QRST$ شبه منحرف،
فيه $\overline{QS} \cong \overline{RT}$ فإنه متطابق الساقين.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

برهان

الحالة الأولى من النظرية 5.23

المعطيات: $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين.
المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

$ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين. معطى

$\overline{AD} \cong \overline{BC}$ تعريف شبه المنحرف المتطابق الساقين

$\angle ADC \cong \angle BCD$ زاويتا قاعدة شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقتان.

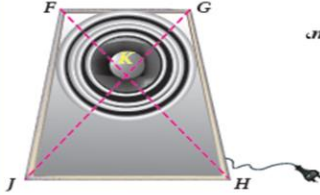
$\overline{DC} \cong \overline{CD}$ خاصية الانعكاس للتطابق

$\triangle ADC \cong \triangle BCD$ SAS

$\overline{AC} \cong \overline{BD}$ ضلعان متناظران في مثلثين متطابقين

وزارة التعليم
Education

مثال 1 من واقع الحياة استعمال خصائص شبه المنحرف المتطابق الساقين



مكبرات الصوت: المنظر الأمامي لمكبر الصوت الميّن جانباً
على شكل شبه منحرف متطابق الساقين. إذا كان $m\angle FJH = 85^\circ$
 $FK = 8 \text{ in}$, $JG = 19 \text{ in}$ ، فأوجد كلا مما يأتي :

(a) $m\angle FGH$

بما أن $FGHJ$ شبه منحرف متطابق الساقين، فإن
 $\angle GHJ$ و $\angle FJH$ زاويتا قاعدة متطابقتان؛ لذا فإن
 $m\angle GHJ = m\angle FJH = 85^\circ$

وبما أن $FGHJ$ شبه منحرف، فإن $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$.

$$m\angle FGH + m\angle GHJ = 180^\circ$$

$$m\angle FGH + 85^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle FGH = 95^\circ$$

نظرية الزاويتين المتحالفتين

بالتعويض

ب طرح 85 من كلا الطرفين

(b) KH

بما أن $FGHJ$ شبه منحرف متطابق الساقين، فإن القطرين $\overline{JG}$ و $\overline{FH}$ متطابقان.

تعريف تطابق القطع المستقيمة

مسلمة جمع القطع المستقيمة

بالتعويض

ب طرح 8 من كلا الطرفين

$$FH = JG$$

$$FK + KH = JG$$

$$8 + KH = 19$$

$$KH = 11 \text{ in}$$

إرشادات للدراسة

شبه المنحرف

المتطابق الساقين؛

تكون زاويتا كل قاعدة

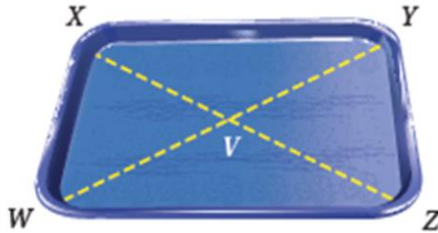
في شبه المنحرف

متطابقتين فقط إذا كان

شبه المنحرف متطابق

الساقين.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



XZ (C

$m\angle WXY$ (B

$m\angle XWZ$ (A

تحقق من فهمك



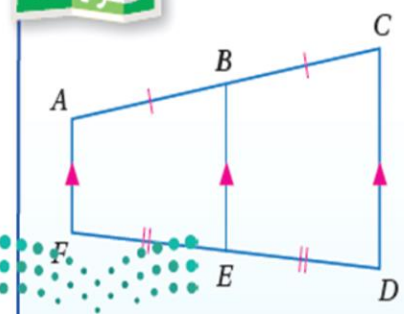
(1) **مطاعم:** لاستغلال مساحة الطاولة المربعة، تستعمل في مطعم أطباق على شكل شبه منحرف كما في الشكل المجاور. إذا كان $WXYZ$ شبه منحرف متطابق الساقين، وكان $WV = 15\text{ cm}$ ، $m\angle YZW = 85^\circ$ ، $VY = 10\text{ cm}$ ، فأوجد كلاً مما يأتي:

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

نظرية 5.24

نظرية القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

أضف إلى
ملفك



القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلا من القاعدتين ،
وطولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين.

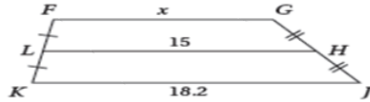
مثال: إذا كانت $\overline{BE}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$ ،
فإن $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$ ، $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ،
 $BE = \frac{1}{2} (AF + CD)$.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-6

استراتيجية العصف الذهني استراتيجية الحوار والمناقشة استراتيجية الدقيقة الواحدة

مثال 3 من اختبار



في الشكل المجاور، LH قطعة متوسطة
لشبه المنحرف $FGJK$. ما قيمة x ؟

اقرأ سؤال الاختبار

أعطيت في السؤال طول القطعة المتوسطة لشبه المنحرف وطول إحدى قاعدتيه. ويطلب إليك إيجاد طول القاعدة الأخرى.

حل سؤال الاختبار

نظرية القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

$$LH = \frac{1}{2} (FG + KJ)$$

بالتعويض

$$15 = \frac{1}{2} (x + 18.2)$$

بضرب كلا الطرفين في 2

$$30 = x + 18.2$$

ب طرح 18.2 من كلا الطرفين

$$11.8 = x$$

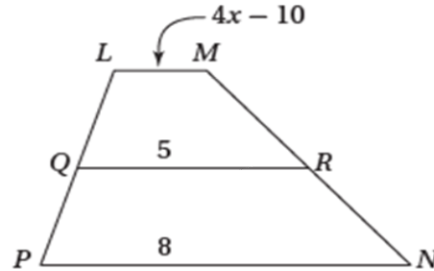
إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٦٠٠

5-6

تحقق من فهمك

3) في الشكل أدناه، $\overline{QR}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $LMNP$. ما قيمة x ؟



استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٦٠١

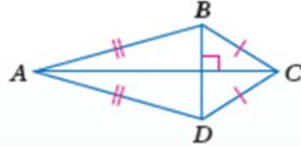
أضف إلى
مطوبتك

نظريات

شكل الطائرة الورقية

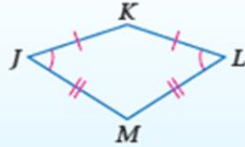
5.25 قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان.

مثال: بما أن $ABCD$ شكل طائرة ورقية ،
فإن $\overline{AC} \perp \overline{BD}$



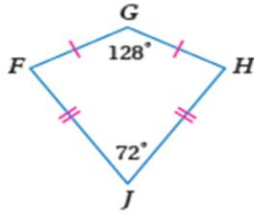
5.26 يوجد في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا

المتقابلة المتطابقة، هما الزاويتان المحصورتان بين كل ضلعين
متجاورين غير متطابقين.



مثال: بما أن $JKLM$ شكل طائرة ورقية، فإن $\angle J \cong \angle L$ ، $\angle K \not\cong \angle M$.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



مثال 4 استعمال خصائص شكل الطائرة الورقية

a) إذا كان $FGHI$ شكل طائرة ورقية، فأوجد $m\angle F$.

في شكل الطائرة الورقية زوج واحد فقط من الزوايا المتقابلة المتطابقة، وبما أن $\angle G \neq \angle J$ ، فإن $\angle F \cong \angle H$ ؛ لذلك $m\angle F = m\angle H$.
اكتب معادلة وحلها لإيجاد $m\angle F$.

نظرية مجموع قياسات
الزوايا الداخلية للمضلع

بالتعويض

بالتبسيط

ب طرح 200 من كلا الطرفين

بقسمة كلا الطرفين على 2

$$m\angle F + m\angle G + m\angle H + m\angle J = 360^\circ$$

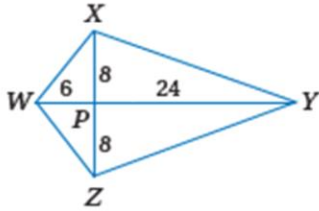
$$m\angle F + 128^\circ + m\angle F + 72^\circ = 360^\circ$$

$$2m\angle F + 200^\circ = 360^\circ$$

$$2m\angle F = 160^\circ$$

$$m\angle F = 80^\circ$$

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة



(b) إذا كان $WXYZ$ شكل طائرة ورقية، فأوجد ZY .

بما أن قطري شكل الطائرة الورقية متعامدان فإنهما يقسمانه إلى أربعة مثلثات قائمة الزاوية. استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد ZY ، وهو طول وتر المثلث القائم الزاوية $\triangle YPZ$.

نظرية فيثاغورس

بالتعويض

بالتبسيط

بأخذ الجذر التربيعي الموجب للطرفين

بالتبسيط

$$PZ^2 + PY^2 = ZY^2$$

$$8^2 + 24^2 = ZY^2$$

$$640 = ZY^2$$

$$\sqrt{640} = ZY$$

$$8\sqrt{10} = ZY$$

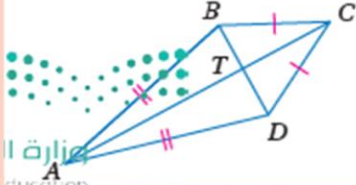
استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

5-6

تحقق من فهمك ✓

4A) إذا كان $ABCD$ شكل طائرة ورقية، فيه:
 $m\angle BAD = 38^\circ$, $m\angle BCD = 50^\circ$ ، فأوجد $m\angle ADC$.

4B) إذا كان $BT = 5$, $TC = 8$ ، فأوجد CD .



استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٦٠٥

أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

(1) $m\angle D$ إذا كان: $WT = 2$, $ZX = 20$, $TY = 15$

(2) هندسة إحدائية: رؤوس الشكل الرباعي $ABCD$ هي $A(-4, -1)$, $B(-2, 3)$, $C(3, 3)$, $D(5, -1)$. بين أن $ABCD$ شبه منحرف.

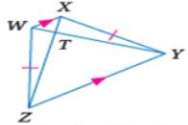
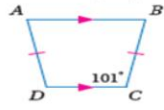
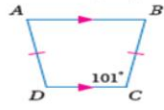
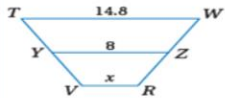
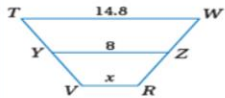
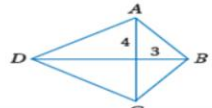
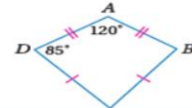
(3) حدد ما إذا كان $ABCD$ شبه منحرف متطابق الساقين؟ وضح إجابتك.

(4) إجابة قصيرة: في الشكل المجاور: YZ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $TWRV$. أوجد قيمة x .

(5) إذا كان $ABCD$ على شكل طائرة ورقية، فأوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:

(6) AB

(7) $m\angle C$

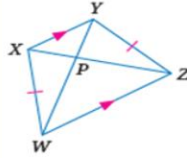








استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

تدرب وحل المسائل

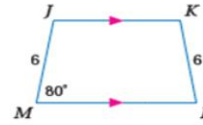
المثال 1

أوجد القياس المطلوب في كل من السؤالين الآتيين:



(9) PW ، إذا كان:

$$XZ = 18, PY = 3$$



(8) $m\angle K$

المثال 2

هندسة إحداثية: بين أن الشكل الرباعي المعطاة إحداثيات رؤوسه في كل مما يأتي شبه منحرف، وحدد ما إذا كان متطابق الساقين؟

(11) $J(-4, -6), K(6, 2), L(1, 3), M(-4, -1)$

(10) $A(-2, 5), B(-3, 1), C(6, 1), D(3, 5)$

(13) $W(-5, -1), X(-2, 2), Y(3, 1), Z(5, -3)$

(12) $Q(2, 5), R(-2, 1), S(-1, -6), T(9, 4)$

في الشكل المجاور، S, V نقطتا منتصفي الساقين لشبه المنحرف $QRTU$.



المثال 3

(14) إذا كان $QR = 12$ ، $UT = 22$ ، فأوجد VS .

(15) إذا كان $VS = 9$ ، $UT = 12$ ، فأوجد QR .

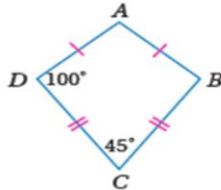
(16) إذا كان $RQ = 5$ ، $VS = 11$ ، فأوجد UT .

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٦٠٧

مسائل مهارات التفكير العليا



(47) **اكتشف الخطأ:** أوجد كل من عادل وسعيد $m\angle A$ في شكل الطائرة الورقية $ABCD$ المجاور. هل إجابة أي منهما صحيحة؟ وضح إجابتك.

لسعيد

$$m\angle A = 45^\circ$$

عادل

$$m\angle A = 115^\circ$$

(48) **تحذّر:** إذا كان الضلعان المتوازيان في شبه منحرف محتويين في المستقيمين $y = x + 4$, $y = x - 8$ فما معادلة المستقيم الذي يحتوي القطعة المتوسطة لشبه المنحرف؟

(49) **تبرير:** هل العبارة "المربع هو أيضًا شكل طائرة ورقية" صحيحة أحيانًا أم دائمًا أم غير صحيحة أبدًا؟ وضح إجابتك.

(50) **مسألة مفتوحة:** ارسم شبه المنحرف $ABCD$ ، وشبه المنحرف $FGHJ$ غير المتطابقين وفيهما $\overline{AC} \cong \overline{FH}$ و $\overline{BD} \cong \overline{GJ}$.

(51) **اكتب:** قارن بين خصائص كلٍّ من: شبه المنحرف وشبه المنحرف المتطابق الساقين وشكل الطائرة الورقية.

استراتيجية
العصف الذهني
استراتيجية
الحوار والمناقشة
استراتيجية
الدقيقة الواحدة

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٦٠٨

5-6

استراتيجية جدول التعلم

ماذا
تعلمنا
من
درسنا
اليوم

كيف أتعلم أكثر	ماذا تعلمت	ماذا أريد أن أعرف	ماذا أعرف

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٦٠٩

5-6

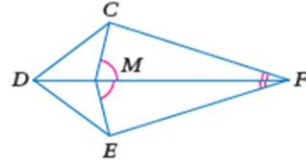
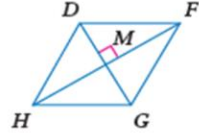
أكتبي أفكارك ومشاعرك عن درس اليوم

	القلب  اكتب مشاعرك حول الموضوع
	العقل  اكتب أفكارك حول الموضوع
	الحرارة  اكتب الجو العام للغرفة الصفية (التعاون ، الاتحاد ، المشاركة.....)
	اليَد  اكتب - ارسم - صم - شكل

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٦١٠

مراجعة تراكمية



جبر، استعن بالمعين $DFGH$ فيما يأتي: (الدرس 5-5)

(54) إذا كان $m\angle FGH = 118^\circ$ ، فأوجد $m\angle MHG$.

(55) إذا كان $DM = 4x - 3$ ، $MG = x + 6$ ، فأوجد DG .

(56) إذا كان $HM = 12$ ، $HD = 15$ ، فأوجد MG .

(57) برهان، اكتب برهاناً ذا عمودين. (الدرس 5-5)

المعطيات: $\angle CMF \cong \angle EMF$

$\angle CFM \cong \angle EFM$

المطلوب: $\triangle DMC \cong \triangle DME$

الواجب
المنزلي

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

5-6



أتمنى لكم
الاستفادة
والاستمتاع

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٦١٢

الخاتمة

الحمد لله رب العالمين الحمد لله الذي لا يضر مع اسمه شيء وهو السميع العليم نشكر الله على العلم ونوره فهو الله العزيز الغفار له الثناء الحسن ولقد من الله علينا بالتوفيق في كتابة ونشر (سلسلة عروض الرياضيات رفعة) أتمنى من الله العزيز الرحيم أن يوفقتي أمام وأن تكون هذه السلسلة قد أعجبتكم وصلى الله على سيدنا محمد رسولنا النبي الأُمي الكريم صلى الله عليه وعلى آله وصحبة أجمعين وعلى من صار على نهجه إلى يوم الدين .

والسلام عليكم ورحمة الله وبركاته

نَحْمَدُكَ يَا رَبِّ

إعداد المعلمة / تغريد باجنيد

٦١٤