

8-3 الدوال المثلثية للزوايا

الدوال المثلثية للزوايا

لتكن θ زاوية مرسومة في الوضع القياسي، ولتكن النقطة $P(x, y)$ تقع على ضلع الانتهاء لها. باستعمال نظرية فيثاغورس، يمكن إيجاد قيمة r التي تمثل البعد بين نقطة الأصل والنقطة P .

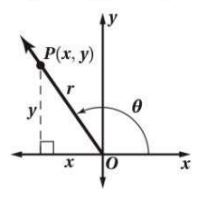
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

فتكون الدوال المثلثية الست للزاوية θ معرفة كما يأتي:

$$\sin \theta = \frac{y}{r} \quad \cos \theta = \frac{x}{r} \quad \tan \theta = \frac{y}{x}, x \neq 0$$

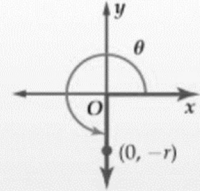
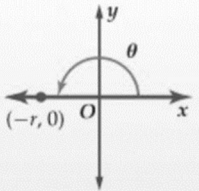
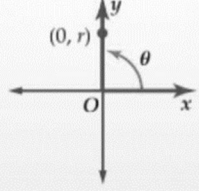
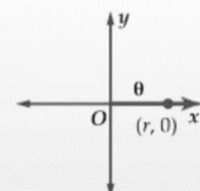
$$\csc \theta = \frac{r}{y}, y \neq 0 \quad \sec \theta = \frac{r}{x}, x \neq 0 \quad \cot \theta = \frac{x}{y}, y \neq 0$$

الدوال المثلثية للزاوية θ في الوضع القياسي

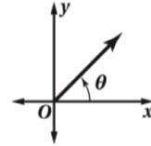
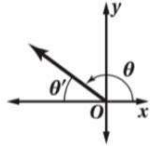
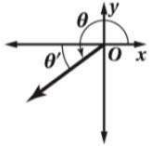
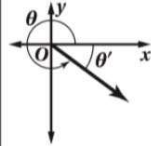


الزوايا الربعية

إذا وقع ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي على المحور x او على المحور y فإن الزاوية θ تسمى زاوية ربعية.

$\theta = 270^\circ$ $\theta = \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$ أو	$\theta = 180^\circ$ $\theta = \pi \text{ rad}$ أو	$\theta = 90^\circ$ $\theta = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$ أو	$\theta = 0^\circ$ $\theta = 0 \text{ rad}$ أو
			

الدوال المثلثية باستعمال الزوايا المرجعية: إذا كانت θ زاوية غير ربعية، ومرسومة في الوضع القياسي، فإن زاويتها المرجعية θ' هي الزاوية الحادة المحصورة بين ضلع انتهاء θ والمحور x .

الربع الأول	الربع الثاني	الربع الثالث	الربع الرابع	قاعدة الزاوية المرجعية
				
$\theta' = \theta$	$\theta' = 180^\circ - \theta$ ($\theta' = \pi - \theta$)	$\theta' = \theta - 180^\circ$ ($\theta' = \theta - \pi$)	$\theta' = 360^\circ - \theta$ ($\theta' = 2\pi - \theta$)	

إيجاد قيم الدالة المثلثية

الخطوة 1: أوجد قياس الزاوية المرجعية θ' .	الربع الأول	الربع الثاني
الخطوة 2: أوجد قيمة الدالة المثلثية للزاوية θ' .	الربع الثالث	الربع الرابع
الخطوة 3: حدّد إشارة قيمة الدالة المثلثية للزاوية θ باستعمال الربع الذي يقع فيه ضلع الانتهاء للزاوية θ .		
	$\sin \theta, \csc \theta: +$ $\cos \theta, \sec \theta: -$ $\tan \theta, \cot \theta: -$	$\sin \theta, \csc \theta: +$ $\cos \theta, \sec \theta: +$ $\tan \theta, \cot \theta: +$
	$\sin \theta, \csc \theta: -$ $\cos \theta, \sec \theta: -$ $\tan \theta, \cot \theta: +$	$\sin \theta, \csc \theta: -$ $\cos \theta, \sec \theta: +$ $\tan \theta, \cot \theta: -$

اختر الإجابة الصحيحة فيما يلي :

1 (أي الدوال التالية قيمتها 0 ؟		2 (القيمة الدقيقة لـ $\sin 240^\circ$:	
$\cot 0^\circ (D \quad \cos \pi (C \quad \sin 180^\circ (B \quad \tan \frac{\pi}{2} (A$		$\frac{1}{\sqrt{3}} (D \quad -\frac{1}{2} (C \quad -\frac{\sqrt{3}}{2} (B \quad -\sqrt{3} (A$	
3 (إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة (8, 15) فأوجد القيمة الدقيقة للدالة $\cos \theta$		4 (الزاوية المرجعية للزاوية 150° هي	
$\frac{15}{17} (D \quad \frac{8}{15} (C \quad \frac{8}{17} (B \quad \frac{17}{8} (A$		$30^\circ (D \quad -210^\circ (C \quad 60^\circ (B \quad 150^\circ (A$	
5 (إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة (3 و -4) فأوجد القيمة الدقيقة للدالة $\cos \theta$		6 (القيمة الدقيقة لـ $\cot 450^\circ$:	
$\frac{4}{5} (D \quad \frac{3}{5} (C \quad -\frac{3}{5} (B \quad -\frac{4}{5} (A$		0 (A (B غير معرفة (C -1 (D 1	
7 (القيمة الدقيقة لـ $\cos \left(-\frac{\pi}{4}\right)$:		8 (إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بالنقطة (4 و 0) فأوجد القيمة الدقيقة للدالة $\tan \theta$	
$-\frac{\sqrt{3}}{2} (D \quad \frac{\sqrt{3}}{2} (C \quad -\frac{\sqrt{2}}{2} (B \quad \frac{\sqrt{2}}{2} (A$		$-1 (A \quad 0 (B \quad 1 (C \quad (D$ غير معرف	
9 (الزاوية المرجعية للزاوية 330°		10 (الزاوية التي يكون الجيب و الظل لها سالبين	
$30^\circ (D \quad -210^\circ (C \quad 60^\circ (B \quad 150^\circ (A$		$265^\circ (D \quad 120^\circ (C \quad 310^\circ (B \quad 65^\circ (A$	
11 (الربع الذي فيه قيمة $\sin \theta$, $\cos \theta$ سالبتين		12 (أي الزوايا التالية يكون لها جيب التمام موجب	
A (الاول (B الثاني (C الثالث (D الرابع		$130^\circ (D \quad 220^\circ (C \quad 160^\circ (B \quad 300^\circ (A$	
13 (الدالة التي لها قيمة موجبة في الربع الثاني :		14 (القيمة الدقيقة لـ $\tan \pi$:	
$\sec \theta (D \quad \tan \theta (C \quad \sin \theta (B \quad \cos \theta (A$		0 (A (B غير معرفة (C -1 (D 1	
إذا كان ضلع الانتهاء للزاوية θ المرسومة في الوضع القياسي يمر بأحد النقاط التالية. فأوجد القيمة الدقيقة للدوال المثلثية الست θ			
(1, 2)		(3, 0)	
$\sin \theta = \dots$, $\cos \theta = \dots$		$\sin \theta = \dots$, $\cos \theta = \dots$	
$\tan \theta = \dots$, $\sec \theta = \dots$		$\tan \theta = \dots$, $\sec \theta = \dots$	
$\csc \theta = \dots$, $\cot \theta = \dots$		$\csc \theta = \dots$, $\cot \theta = \dots$	
400°		285°	
155°		50°	
$\csc 225^\circ$		$\cot \frac{5\pi}{4}$	
$\sin 150^\circ$		$\tan(-30^\circ)$	
$-\frac{3\pi}{4}$		$\sin 300^\circ$	
-110°		$\cos 270^\circ$	
الزاوية المرجعية للزوايا التالية:		القيمة الدقيقة للدوال التالية	