الرياضيات
(المستوى الثاني)

إعداد: أ. نورة علي الحربي

الأستاذة / نورة علي عوض الحربي

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية
أثناء النشر

الرياضيات (المستوى الثاني)

الصف الأول ثانوي
الفصل الدراسي الثاني

رقم الإيداع /

1442 \ 7408

تاريخه /

1442 \ 08 \22

رقم ردمك /

978-603-03-7615-5

شكر وعرفان

أتقدم بالشكر الجزيل لمجموعة رفعة التي تضم نخبة من المعلمين والمعلمات المبدعين والمبدعات

شكرا لكم، ولي الفخر بأن أكون أحد أعضاء هذه المجموعة المبدعة

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

المقدمة

تُعدّ الرياضيات علماً متسلسلاً يتجه دائماً نحو الأمام، كما أنّه علم تراكمي؛ لأن حاضره ومستقبله يعتمد بشكل أساسي على بدايته (ماضيه)، وتعدّ علماً تجريدياً؛ لأنها مبنية على العلاقات الهندسية والرقمية، حيث تتميز بدقتها وترتيبها لعرض الأفكار وتدرجها مما يساعد في الوصول إلى التوضيحات وتفسيرات دقيقة لجميع النتائج. وقد ارتبطت الرياضيات بمعانٍ عديدة، حيث كانت في نظر البعض عبارة عن مهارات حسابية فقط، وكانت في نظر البعض الآخر أداة تستعمل في مجالات الحياة اليومية وفي الدراسات العلمية والأكاديمية، أما العلماء والمختصون في هذا المجال فقد عرّفوها بأنّها الدراسة العميقة للأنظمة التجريدية، وبهذا أصبحت أسلوب تفكير يُنمّي طرق التفكير، ويطوّرها، ويستعملها بمنتهى الدقة والابتكار.

نحن طالبات المستوى الاول نقدم لكم هذا الكتاب بشكل شيق وجذاب

والله ولي التوفيق

الفهرس

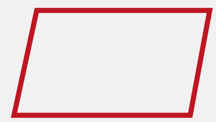
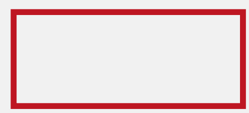
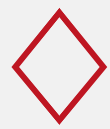
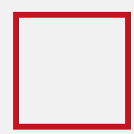
الأشكال الرباعية

زوايا المضلع

الزوايا الداخلية	الزوايا الخارجية
هي الزاوية المحصورة بين ضلعين متجاورين في مضلع وتقع داخله	**هي الزاوية المحصورة بين أحد أضلاع المضلع وامتداد ضلع آخر**
مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع منتظم $S = (n-2) \cdot 180°$ **حيث n = عدد الأضلاع**	**مجموع قياسات الزوايا الخارجية لمضلع منتظم** $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 + m\angle 6 = 360°$
مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع منتظم $\frac{\text{مجموع قياسات الزوايا الداخلية}}{\text{عدد الزوايا الداخلية}}$	**قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم** $\frac{360°}{n}$
إيجاد عدد الاضلاع إذا عُلم قياس زاوية داخلية $n = ?$ $n = \frac{360°}{180° - \text{قياس الزاوية الداخلية}}$	

الأشكال الرباعية

الشكل الرباعي : هو مضلع مغلق ذو أربعة أضلاع ، مجموع قياسات الزوايا الداخلية للشكل الرباعي تساوي $360°$

الشكل الرباعي	تعريفه	خصائص أضلاعه	خصائص زواياه	خصائص قطرية
متوازي الأضلاع 	شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان	كل ضلعين متقابلين متطابقان كل ضلعين متقابلين متوازيان	كل زاويتين متقابلين متطابقان كل زاويتين متحالفتين متكاملتان	قطراه ينصف مل منهما الآخر قطر متوازي الاضلاع يقسمه إلى مثلثين متطابقان
المستطيل 	شكل رباعي جميع زواياه قوائم	كل ضلعين متقابلين متطابقان ومتوازيان	جميع زواياه قوائم كل زاويتين متقابلتين متطابقتان كل زاويتين متحالفتين متكاملتان	قطراه متطابقان وينصف كل منهما الآخر.
المعين 	شكل رباعي جميع أضلاعه متطابقة	جميع أضلاعه متطابقة	كل زاويتين متقابلتين متطابقتان	قطراه متعامدان وينصف كل منهما الآخر
المربع 	شكل رباعي أضلاعه متطابقة ، وجميع زواياه قائمة.	جميع أضلاعه متطابقة	جميع زواياه متطابقة	قطراه متطابقان و متعامدان وينصف كل منهما الآخر
شبه المنحرف 	شكل رباعي له ضلعان فقط متوازيان	شبه المنحرف المتطابق الساقين له ضلعين متوازيين و آخرين متطابقين	شبه المنحرف المتطابق الساقين الزاويتان المجاورتان لقاعدتي شبه المنحرف متطابقتان	قطرا شبه المنحرف المتطابق الساقين متطابقان
الطائرة الورقية 	شكل رباعي يتكون من زوجين متمايزين من الاضلاع المتجاورة المتطابقة	الاضلاع المتجاورة متطابقة.	زوج واحد من الزوايا المتقابلة متطابقة	قطرا شكل الطائرة الورقية متعامدان

تمييز متوازي الاضلاع

تمييز متوازي الاضلاع

١. إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متوازيين .

٢. إذا كان كل ضلعين متقابلين فيه متطابقين .

٣ .إذا كانت كل زاويتين متقابلتين فيه متطابقتين .

٤. إذا كان قطراه ينصف كل منهما الآخر .

٥ . إذا كان فيه ضلعان متقابلان متوازيين ومتطابقين .

قوانين مهمة

- المسافة بين نقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

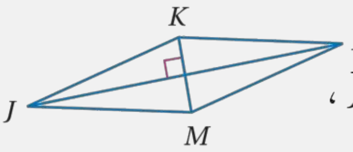
- **نقطة منتصف القطعة المستقيمة**

$$m = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

المستطيل و المربع و المعين

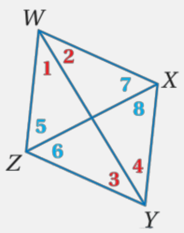
الشروط الكافية للمعين و المربع

إذا كان قطرا متوازي أضلاع متعامدين فإنه معين



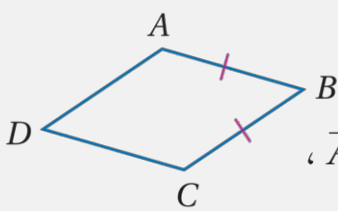
مثال : إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{JL} \perp \overline{KM}$ ،
فإنّ $\square JKLM$ معيّن.

إذا نصف قطر متوازي أضلاع كلا من الزاويتين اللتين يصل بين رأسيهما ، فإن متوازي الأضلاع يكون معيناً .



مثال : إذا كان $WXYZ$ متوازي أضلاع، وكانت $\angle 4 \cong \angle 3$, $\angle 2 \cong \angle 1$،
أو $\angle 8 \cong \angle 7$, $\angle 6 \cong \angle 5$ ،
فإنّ $\square WXYZ$ معيّن.

إذا كان ضلعان متتاليان في متوازي الأضلاع متطابقين فإنه معين



مثال : إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، وكان $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ ،
فإنّ $\square ABCD$ معيّن.

إذا كان الشكل الرباعي مستطيلاً و معيناً فإنه مربع

ملاحظات مهمة

- كل مستطيل متوازي أضلاع ، ولكن ليس كل متوازي أضلاع مستطيلاً .
- كل مربع معين ، ولكن ليس كل معين مربعاً .
- كل مربع مستطيل وليس كل مستطيل مربعاً .

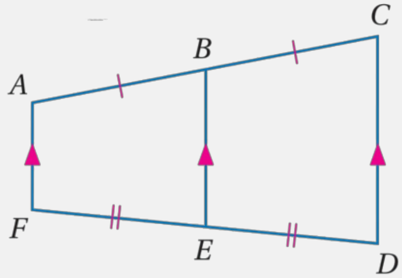
شبه المنحرف و شكل الطائرة الورقية

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف: هي قطعة مستقيمة تصل بين منتصفي ساقيه.

نظرية القطعة المتوسطة لشبه المنحرف

القطعة المتوسطة لشبه المنحرف توازي كلا من القاعدتين ، و طولها يساوي نصف مجموع طولي القاعدتين .

مثال: إذا كانت $\overline{BE}$ قطعة متوسطة لشبه المنحرف $ACDF$ ،
فإنّ $\overline{AF} \parallel \overline{BE}$, $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ،
$BE = \frac{1}{2}(AF + CD)$.



ملاحظة :

تسمى القطعة المتوسطة لشبه المنحرف أيضاً القطعة المنصفة

التشابه

المضلعات المتشابهة

المضلعات المتشابهة : لها الشكل نفسه ، ليس من الضروري أن يكون لها القياسات نفسها.

المضلعات المتشابهة

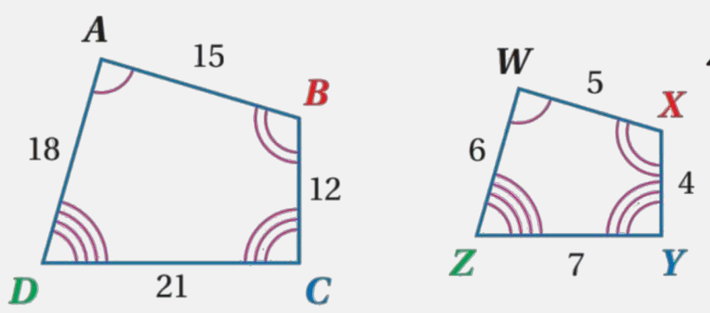
- **الزوايا المتناظرة متطابقة**
- **أطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة**

الزوايا المتطابقة:

$\angle A \cong \angle W, \angle B \cong \angle X, \angle C \cong \angle Y, \angle D \cong \angle Z$

التناسب:

$$\frac{AB}{WX} = \frac{BC}{XY} = \frac{CD}{YZ} = \frac{DA}{ZW} = \frac{3}{1}$$



الرموز: $ABCD \sim WXYZ$

ملاحظة : يقرأ الرمز $\sim$ يشابه ، و يقرأ الرمز $\nsim$ لا يشابه ، أو ليس مشابهًا لِـ .

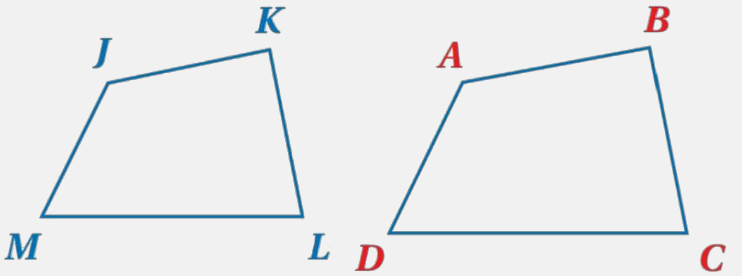
المضلعات المتشابهة

معامل التشابه أو عامل المقياس: النسبة بين طولي ضلعين متناظرين لمضلعين متشابهين .

- يعتمد معامل التشابه على ترتيب المقارنة .
- معامل التشابه بين مضلعين متشابهين يسمى نسبة التشابه أحيانًا .

محيطا المضلعين المتشابهين

إذا تشابه مضلعان ، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما .



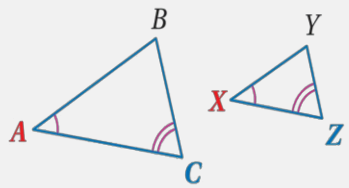
مثال : إذا كان $ABCD \sim JKLM$ ، فإنّ:

$$\frac{AB}{JK}=\frac{BC}{KL}=\frac{CD}{LM}=\frac{DA}{MJ}=\frac{AB+BC+CD+DA}{JK+KL+LM+MJ}$$

المثلثات المتشابهة

تشابه المثلثات

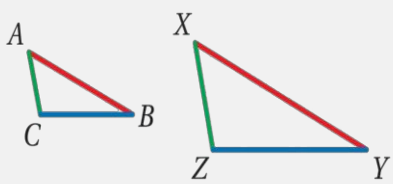
مسلمة التشابه AA



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \angle C \cong \angle Z$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

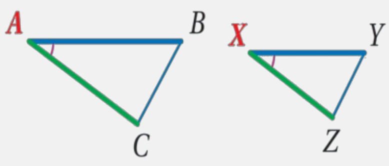
نظرية التشابه SSS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{BC}{YZ} = \frac{CA}{ZX}$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

نظرية التشابه SAS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY} = \frac{CA}{ZX}, \angle A \cong \angle X$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

خصائص المضلعات المتشابهة

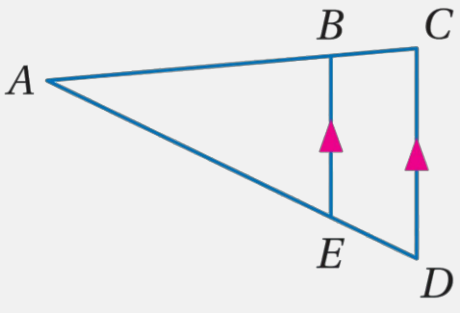
خاصية الانعكاس للتشابه	$\triangle ABC \sim \triangle ABC$
خاصية التماثل للتشابه	إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، فإنّ $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.
خاصية التعدي للتشابه	إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \triangle DEF \sim \triangle XYZ$ فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

المضلعات المتشابهة

نظرية التناسب في المثلث

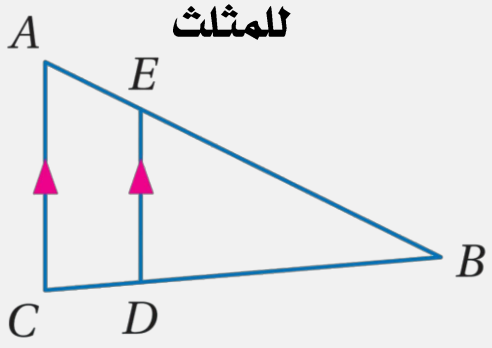
إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين ، فإنه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة



مثال: إذا كان $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ، فإن $\frac{AE}{ED} = \frac{AB}{BC}$.

عكس نظرية التناسب في المثلث

إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة ، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث



مثال: إذا كان $\frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB}$ ، فإن $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$.

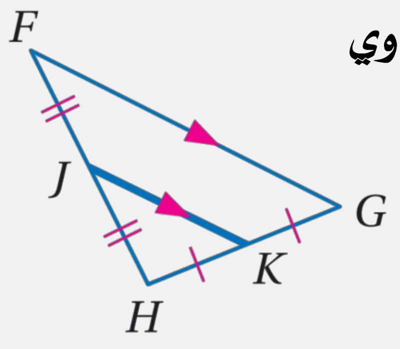
القطعة المنصفة في المثلث : هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث . وفي كل مثلث ثلاثة قطع منصفة .

المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

نظرية القطعة المنصفة في المثلث

إذا تشابه مضلعان ، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي معامل التشابه بينهما .

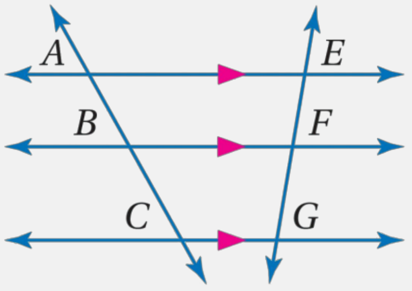
مثال: إذا كانت J, K نقطتَي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK = \frac{1}{2} FG$.



الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

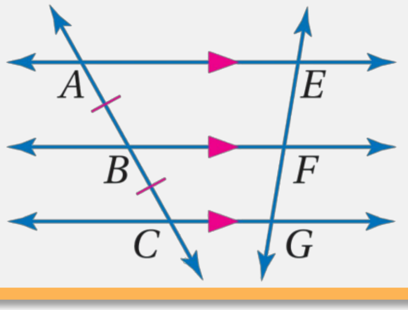
إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر ، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة

مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.



إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر ، وكانت أجزاؤه متطابقة ، فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة .

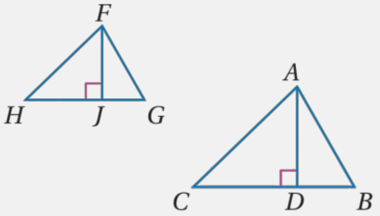
مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.



عناصر المثلثات المتشابهة

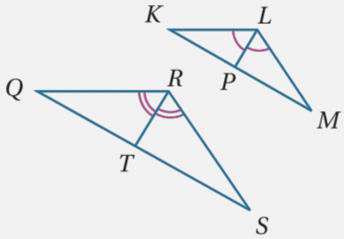
قطع مستقيمة خاصة في المثلثين المتشابهين

إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر ، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة



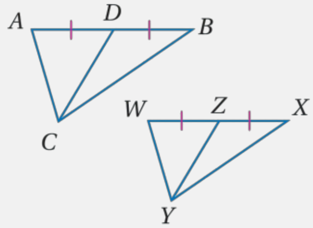
مثال: إذا كان $\triangle FGH \sim \triangle ABC$ ، $\overline{AD}, \overline{FJ}$ ارتفاعين فإنّ $\frac{AB}{FG} = \frac{AD}{FJ}$.

اذا تشابه مثلثان ، فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين.



مثال: إذا كان $\triangle QRS \sim \triangle KLM$ ، $\overline{RT}, \overline{LP}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LM}{RS} = \frac{LP}{RT}$.

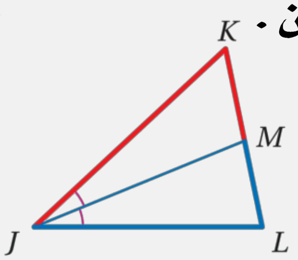
إذا تشابه مثلثان ،فإن النسبة بين طولي كل قطعتين متوسطتين متناظرين تساوي النسبة بين طولي كل ضلعين متناظرين .



مثال: إذا كان $\triangle WXY \sim \triangle ABC$ ، $\overline{YZ}, \overline{CD}$ قطعتين متوسطتين فإنَ $\frac{AB}{WX} = \frac{CD}{YZ}$.

منصف زاوية في مثلث

منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طوليها تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين .



مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصّف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

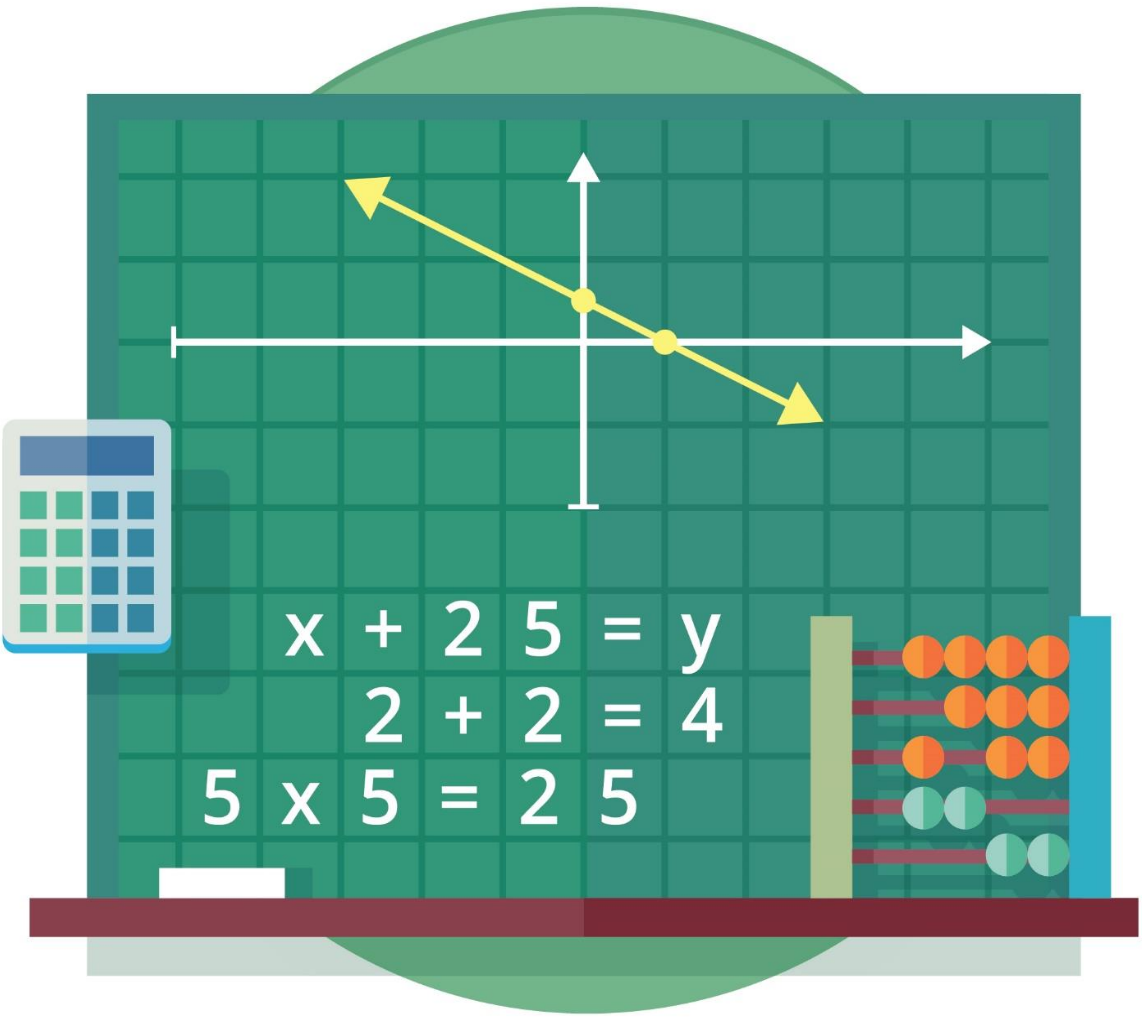
فإنّ $\frac{KJ}{LJ} = \frac{KM}{LM}$

القطعتان المشتركتان بالرأس $K \leftarrow$

القطعتان المشتركتان بالرأس $L \leftarrow$

التحويلات الهندسية

و التماثل



التحويلات الهندسية

- التحويلات الهندسية
  - تحويلات تطابق
    - الانعكاس
    - الانسحاب
    - الدوران
  - تحويلات تشابه
    - التمدد

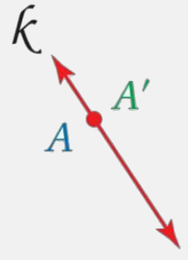
الانعكاس

الانعكاس : هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيم يسمى محور الانعكاس.

الانعكاس حول مستقيم

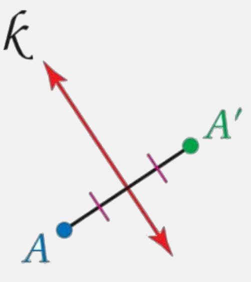
الانعكاس حول مستقيم ينقل النقطة إلى صورتها كما يأتي :

- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس ، فإن صورتها هي النقطة نفسها.



A تقع على المستقيم k

- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس ، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها .



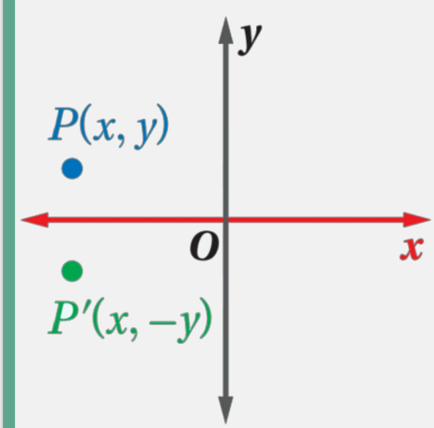
A لا تقع على المستقيم k

الرموز A', A'', A''' تمثل أسماء للنقاط الناتجة عن تحويل هندسي أو أكثر للنقطة A

الانعكاس

الانعكاس في المستوى الإحداثي

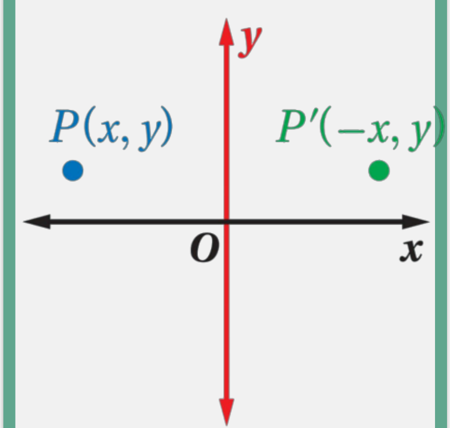
الانعكاس حول محور x



$(x, y) \rightarrow (\underset{\text{ثابتة}}{x}, \underset{\text{تتغير}}{-y})$

ثابتة تتغير

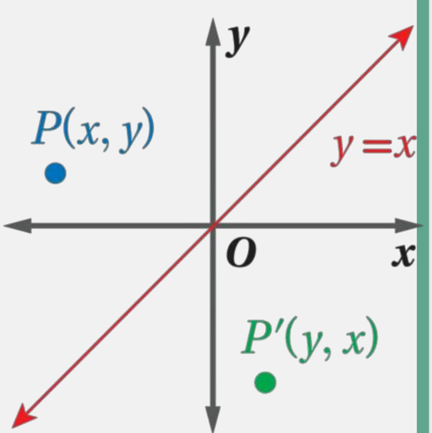
الانعكاس حول محور y



$(x, y) \rightarrow (-x, y)$

تتغير ثابتة

الانعكاس حول محور y = x



$(x, y) \rightarrow (y, x)$

نبدل

ملاحظة : هو تحويل تكون فيه الصورة مطابقة للشكل الأصلي .

الإزاحة (الانسحاب)

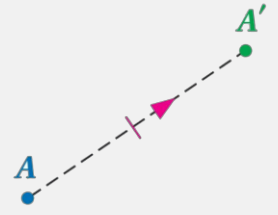
الانسحاب : هو تحويل هندسي ينقل الشكل من موقع إلى آخر من دون تدويره.

الانسحاب

الإزاحة في المستوى

تنقل الإزاحة (الانسحاب) كل نقطة إلى صورتها مسافة محددة وفي اتجاه محدد (اتجاه الإزاحة). فالإزاحة التي تنقل النقطةA إلى صورتها A تنقل نقاط الشكل جميعها أيضا ، بحيث إن :

- مقدار الإزاحة يساوي طول القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها يساوي طول $\overline{AA'}$.
- القطعة المستقيمة التي تصل أي نقطة بصورتها توازي $\overline{AA'}$.



النقطة A' هي صورة النقطة A بالإزاحة.

في المستوى الاحداثي

$P(x, y) \rightarrow P'(x + a, y + b)$

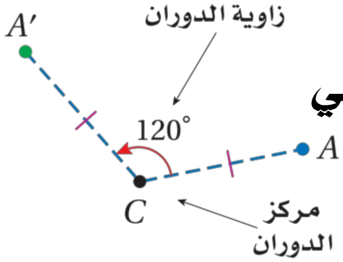
ملاحظة

الإزاحة الافقية : عندما يكون $b = 0$ تكون الازاحة افقية فقط.

الإزاحة الرأسية : عندما يكون $a = 0$ تكون الازاحة رأسية فقط.

الدوران

الدوران حول نقطة ثابتة (تسمى **مركز الدوران**) بزاوية معينة قياسها $x°$ واتجاه معين



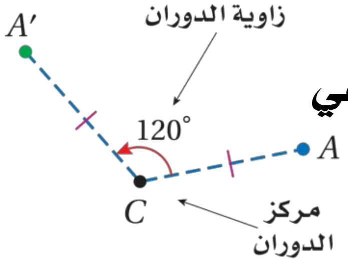
- **إذا كانت النقطة هي مركز الدوران ، فإن صورتها هي النقطة نفسها.**
- **إذا كانت النقطة غير مركز الدوران ، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران ، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى زاوية الدوران .**

الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية 90°	الدوران بزاوية 180°	الدوران بزاوية 270°
الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$	الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$	الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

الدوران

الدوران حول نقطة ثابتة (تسمى مركز الدوران) بزاوية معينة قياسها x° واتجاه معين



- إذا كانت النقطة هي مركز الدوران ، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير مركز الدوران ، فإن النقطة الأصلية وصورتها تبعدان المسافة نفسها عن مركز الدوران ، والزاوية المتشكلة من النقطة ومركز الدوران والصورة تسمى زاوية الدوران .

الدوران في المستوى الإحداثي

الدوران بزاوية 90°

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$

الدوران بزاوية 180°

الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$

الدوران بزاوية 270°

الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$

ملاحظة :

لا بد من معرفة ٣ أشياء :

١. مركز الدوران .
٢. زاوية الدوران
٣. اتجاه الدوران .

الدوران

إرشادات للدراسة

الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة:

يُشير قياس زاوية الدوران السالب إلى أن الدوران في اتجاه حركة عقارب الساعة. فالدوران بزاوية $-90°$ حول نقطة الأصل هو دوران بزاوية $90°$ في اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة الأصل.

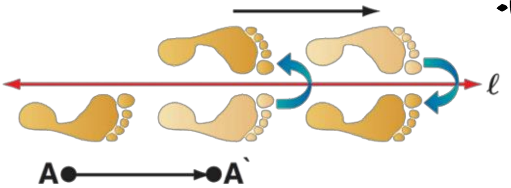
الدوران بزاوية $360°$:

الدوران بزاوية $360°$ حول نقطةٍ ما يُعيد الشكل إلى وضعه الأصلي؛ أي أن الصورة الناتجة عن دوران بزاوية $360°$ هي الشكل الأصلي نفسه.

تركيب التحويلات الهندسية

تحويل هندسي مركب:
التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين.

تركيب إزاحة انعكاس : هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خط مستقيم موازٍ لخط اتجاه الإزاحة.

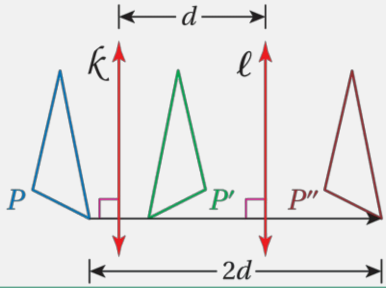


تركيب تحويلات التطابق : تركيب تحويلي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

تركيب التحويلات الهندسية

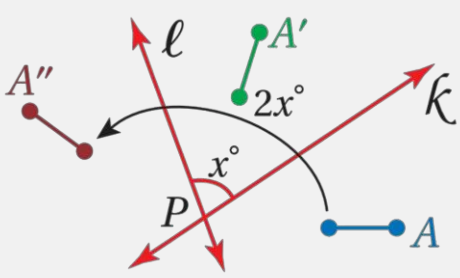
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة ، ويكون :
١.اتجاهها عمودياً على كل من المستقيمين.
٢.مقدارها يساوي مثلي المسافة بين المستقيمين المتوازيين .



تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه إزاحة ، ويكون :
١.مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين .
٢. قياس زاويته يساوي مثلي قياس الزاوية التي يشكلها تقاطع هذين المستقيمين .



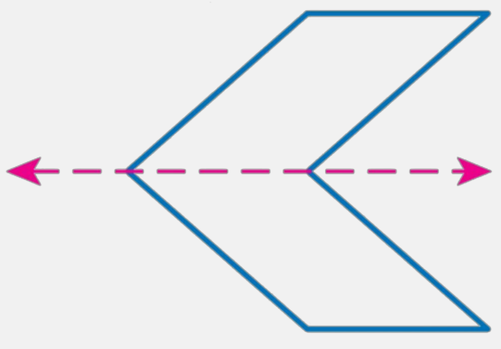
التماثل

التماثل :
يكون الشكل متماثلاً إذا وجد انعكاس أو إزاحة أو دوران أو تركيب إزاحة وانعكاس ينتج عنه صورة منطبقة على الشكل نفسه .

التماثل في الاشكال ثنائية الابعاد

حول محور

يكون الشكل الثنائي الأبعاد متماثلا حول محور ، إذا كانت صورته الناتجة عن انعكاس حول مستقيم ما هي الشكل نفسه ، ويسمى هذا المستقيم محوى تماثل.



التماثل الدوراني

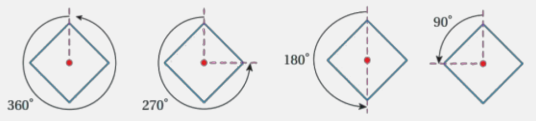
يكون للشكل الثنائي الأبعاد تماثل دوراني (أو تماثل نصف قطري) إذا كانت صورته الناتجة عن دوران $0°$ و $360°$ حول مركزه هي الشكل نفسه.

مركز التماثل : هو مركز دوران الشكل الذي له تماثل دوراني.

رتبة التماثل :
عدد المرات التي تنطبق فيها صورة الشكل على نفسه في أثناء دوران من $0°$ إلى $360°$

مقدار التماثل :
قياس اصغر زاوية يدورها الشكل الذي تماثل دوراني حتى ينطبق على نفسه .

مقدار التماثل : $\frac{360}{\text{رتبة التماثل}}$

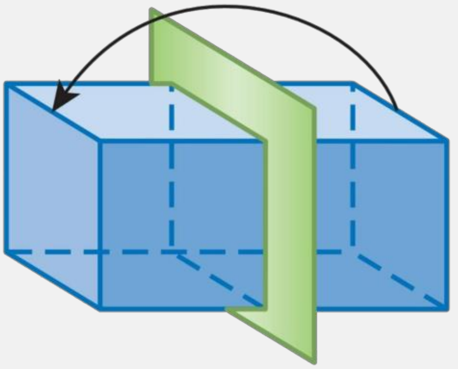


التماثل

التماثل في الأشكال ثلاثية الابعاد

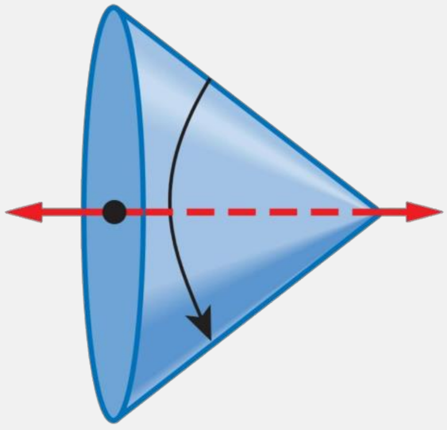
حول مستوى

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلاً حول مستوى، إذا أمكن تقسيمه بهذا المستوى إلى شكلين متطابقين وفي هذه الحالة يسمى هذا المستوى (مستوى التماثل)



حول محور

يكون الشكل الثلاثي الأبعاد متماثلاً حول محور ، إذا أمكن تدويره حول هذا المحور بزاوية بين 0° و 360° ؛ ليصبح كما كان في وضعه الأصلي .



التمدد

التمدد : هو تحويل هندسي يكبّر الشكل أو يصغره بنسبة محددة .

تحديد التمدد :
١.معرفة مركز التمدد.
٢.معرفة معامل التمدد.

معامل التمدد $= \dfrac{\text{طول الصورة}}{\text{طول الأصل}}$

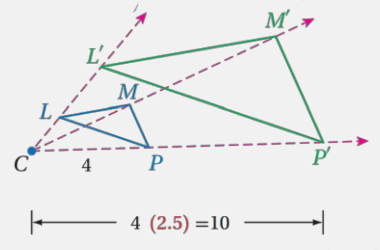
ويرمز لها برمز k

التمدد

في مستوى

التمدد الذي مركزه C ومعامله هو العدد الموجب k ، حيث $k \neq 1$ ، ينقل النقطة P في شكلٍ ما إلى صورتها P' ، بحيث:

- إذا انطبقت النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها هي النقطة P نفسها.
- إذا لم تنطبق النقطة P على مركز التمدد C ، فإن صورتها P' تقع على $\overrightarrow{CP}$ ، ويكون $CP' = k(CP)$.



$\triangle L'M'P'$ هو صورة $\triangle LMP$ الناتجة عن التمدد الذي مركزه C ومعامله 2.5

في المستوى الاحداثي

$(x , y) \rightarrow (kx , ky)$

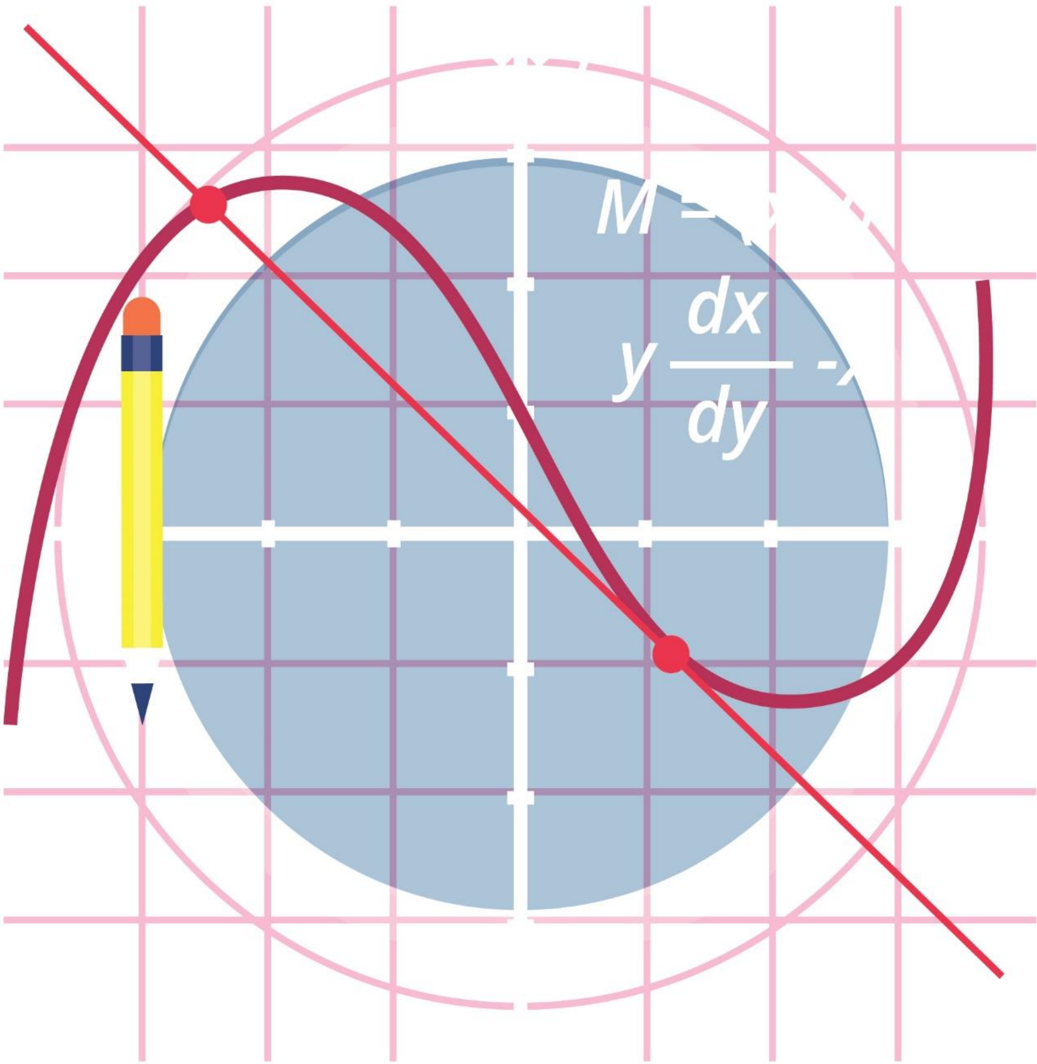
معامل التمدد (k)

تكبيراً $k > 1$

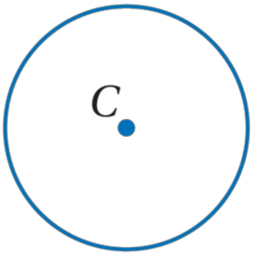
تصغيراً $0 < k < 1$

تطابق $k = 1$

الدائرة



الدائرة ومحيطها

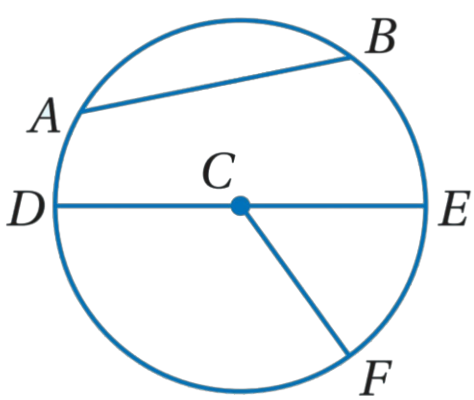


الدائرة C أو $\odot C$

الدائرة : هي المحل الهندسي لجميع النقاط في المستوى ، والتي تبعد بعداً ثابتاً عن نقطة معلومة تسمى مركز الدائرة ، وعادة ما تسمى الدائرة بمركزها.

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

نصف القطر	الوتر	القطر
هو قطعة مستقيمة يقع أحد طرفيها على المركز والطرف الآخر على الدائرة .	هو قطعة مستقيمة يقع طرفاها على الدائرة.	هو وتر يمر بمركز الدائرة ، ويتكون من نصفي قطرين يقعان على استقامة واحدة.



الدائرة ومحيطها

العلاقة بين القطر ونصف القطر

القطر

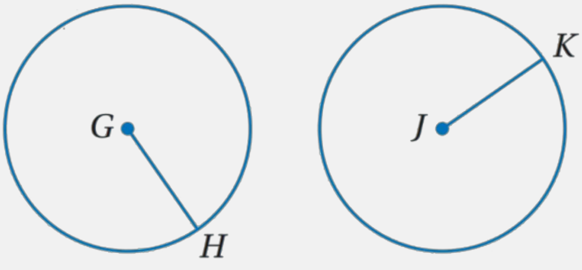
$$d = 2r$$

نصف القطر

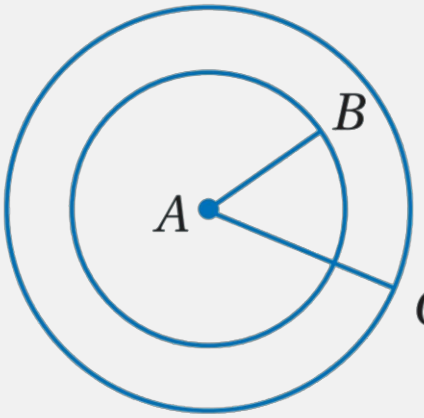
$$r = \frac{1}{2}d$$

أزواج الدوائر

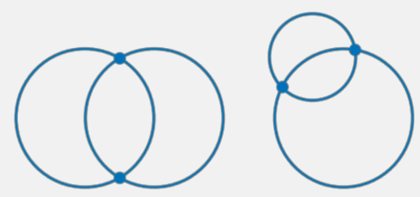
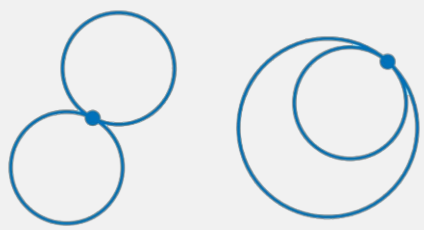
دائرتان متطابقتان



الدائرتان المتحدتان في المركز



الدائرة ومحيطها

تقاطع في نقطتين	تقاطع في نقطة واحدة	لا يوجد تقاطع
		

محيط الدائرة : **هو طول المنحنى المغلق الذي يمثل الدائرة ، ويرمز له بالرمز c**

محيط الدائرة

إذا عُلم القطر

$$C = \pi d$$

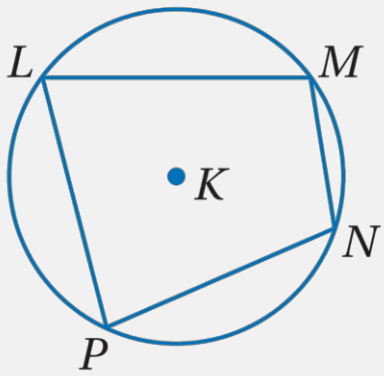
إذا عُلم نصف القطر

$$C = 2\pi r$$

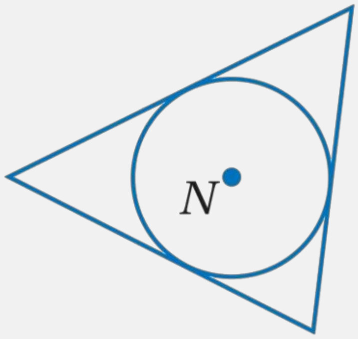
الدائرة ومحيطها

يكون المضلّع **محاطًا بدائرة** إذ وقعت رؤوسه وتسمى هذه الدائرة **الدائرة الخارجية**.

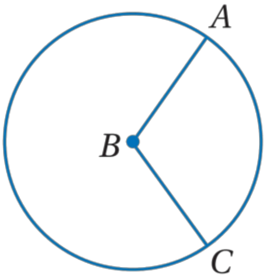
- الشكل الرباعي $LMNP$ مُحاط بـ $\odot K$.
- $\odot K$ دائرة خارجية للمضلع $LMNP$.



الدائرة الخارجية والدائرة الداخلية :
تسمى الدائرة التي تمر بجميع رؤوس المضلع الدائرة الخارجية ، أما الدائرة التي تمس جميع أضلاع المضلع ، فتسمى الدائرة الداخلية ، حيث تكون محاطة بالمضلع ، كالدائرة في الشكل التالي



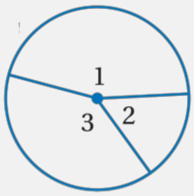
قياس الزوايا و الأقواس



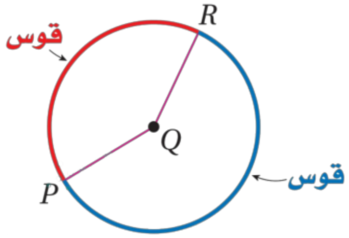
الزاوية المركزية :
هي زاوية يقع رأسها في المركز ، وضلعاها نصفا قطرين في الدائرة.

مجموع قياسات الزوايا المركزية

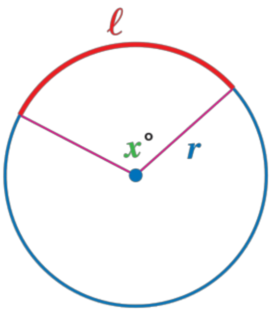
مجموع قياسات الزوايا المركزية في الدائرة ، والتي لا تحوي نقاطًا داخلية مشتركة يساوي °360



$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 360^\circ$$



القوس : هو جزء من دائرة يحدد بنقطتي طرفيه .



طول القوس : هو المسافة على الدائرة بين نقطتي طرفيه ، ويقاس بوحدات الطول ، وبما أن القوس جزء من الدائرة ، فإن طوله جزء من محيطها.

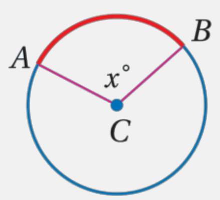
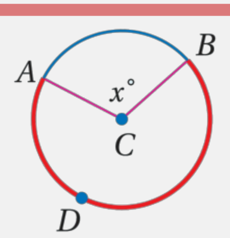
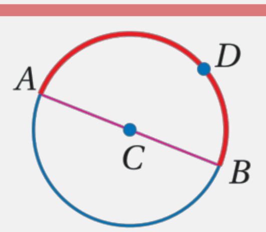
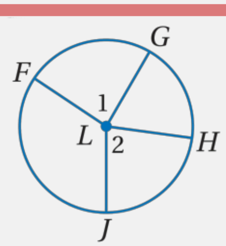
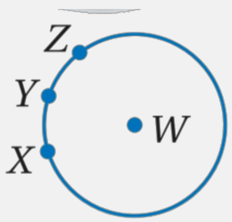
$$\frac{\ell}{2\pi r} = \frac{x^\circ}{360^\circ}$$

$$\ell = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi r$$

$$\frac{\text{قياس القوس الدرجات}}{360^\circ} = \frac{\text{طول القوس}}{\text{محيط الدائرة}}$$

الدائرة ومحيطها

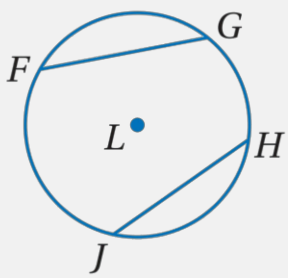
الأقواس وقياسها

القوس	تعريفها	الرسم	قياسه
القوس الأصغر	هو القوس الأقصر الذي يصل بين نقطتين على الدائرة .		$m\widehat{ADB} = 360^\circ - m\widehat{AB} = 360^\circ - x^\circ$
القوس الأكبر	هو القوس الأطول الذي يصل بين نقطتين على الدائرة .		$m\widehat{AB} = m\angle ACB = x^\circ$
نصف الدائرة	هي قوس تقع نقطتا طرفيه على قطر الدائرة .		$m\widehat{ADB} = 180^\circ$
الأقواس المتطابقة	هي الأقواس التي تقع في الدائرة نفسها ، أو في دائرتين متطابقتين ، ويكون لها القياس نفسه .		
الأقواس المتجاورة	هي أقواس في الدائرة تشترك مع بعضها في نقطة واحدة فقط .		$m\widehat{XZ} = m\widehat{XY} + m\widehat{YZ}$

الأقواس و الاوتار

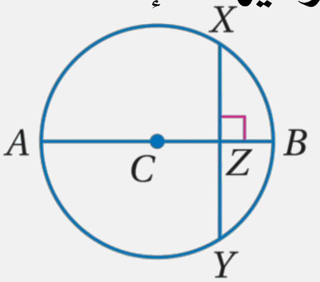
في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقين ، يكون القوسان الأصغران متطابقين ، إذا وفقط إذا كان الوتران المناظران لهما متطابقين .

$\overline{HJ} \cong \overline{FG}$، إذا وفقط إذا كان $\widehat{HJ} \cong \widehat{FG}$.



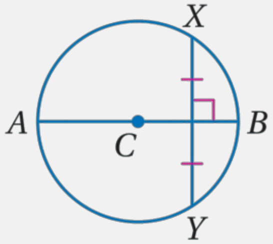
إذا كان قطر (أو نصف قطر) الدائرة عمودياً على وتر فيها ، فإنه ينصف ذلك الوتر ، وينصف قوسه.

مثال: إذا كان القطر $\overline{AB}$ عموديًا على $\overline{XY}$ في النقطة Z،
فإن: $\widehat{BY} \cong \widehat{XB}$, $\overline{ZY} \cong \overline{XZ}$.



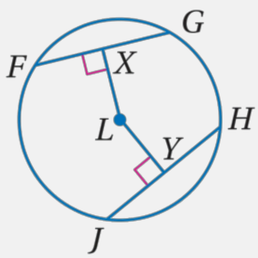
العمود المنصف لوتر في الدائرة هو قطر (أو نصف قطر) لها

مثال: إذا كان $\overline{AB}$ عمودًا منصّفًا للوتر $\overline{XY}$ ،
فإن $\overline{AB}$ قطر في $\odot C$.

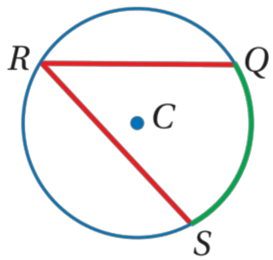


في الدائرة نفسها أو في دائرتين متطابقتين ، يكون الوتران متطابقين إذا وفقط إذا كان بعداهما عن مركز الدائرة متساويين

$LX = LY$ إذا وفقط إذا كان $\overline{JH} \cong \overline{FG}$.



الزوايا المحيطية

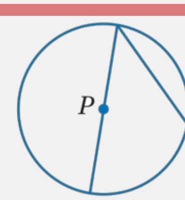
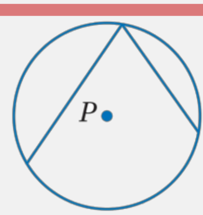
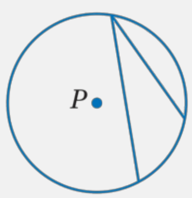


الزاوية المحيطية : هي زاوية يقع رأسها على الدائرة ويحتوي على ضلعاها على وترين في الدائرة.

القوس المقابل : هو قوس يقع داخل الزاوية المحيطية ويقع طرفاه على ضلعيها.

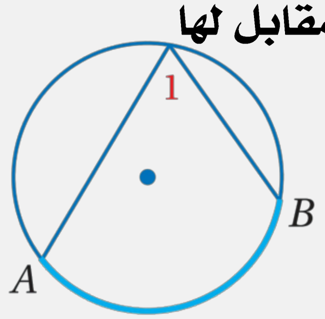
قياس الزاوية المحيطية : $\frac{1}{2}$ قياس القوس المقابل لها .

حالات الزاوية المحيطية

الحالة الأولى	الحالة الثانية	الحالة الثالثة
 يقع مركز الدائرة P على أحد ضلعَي الزاوية المحيطية.	 يقع مركز الدائرة P داخل الزاوية المحيطية.	 يقع مركز الدائرة P خارج الزاوية المحيطية.

نظرية الزاوية المحيطية

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها

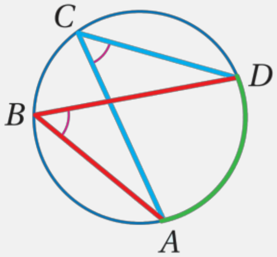


$$m\angle 1 = \frac{1}{2} m\widehat{AB} \, , \, m\widehat{AB} = 2m\angle 1$$

الزوايا المحيطية

العلاقة بين الزاويتين المحيطيتين اللتين تقابلان القوس نفسه في الدائرة

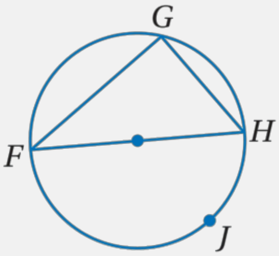
اذا قابلت زاويتان محيطيتان في دائرة القوس نفسه أو قوسين متطابقين ، فإن الزاويتين تكونان متطابقتين.



$\angle C$, $\angle B$ تقابلان $\overset{\frown}{AD}$ ، إذن $\angle C \cong \angle B$

زوايا المضلعات المحاطة بدائرة

تقابل الزاوية المحيطية في مثلث قطرا أو نصف دائرة إذا وفقط إذا كانت هذه الزاوية قائمة.

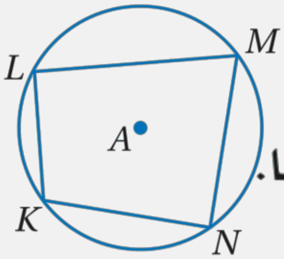


إذا كانت $\overset{\frown}{FJH}$ نصف دائرة، فإن $m\angle G = 90°$.

إذا كان $m\angle G = 90°$ ، فإن $\overset{\frown}{FJH}$ هي نصف دائرة،

ويكون $\overline{FH}$ قطرًا فيها.

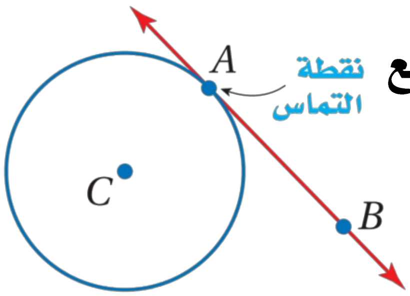
اذا كان الشكل الرباعي محاطاً بدائرة ؛ فإن كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان .



إذا كان الشكل الرباعي $KLMN$ محاطًا بِـ $\odot A$ ،

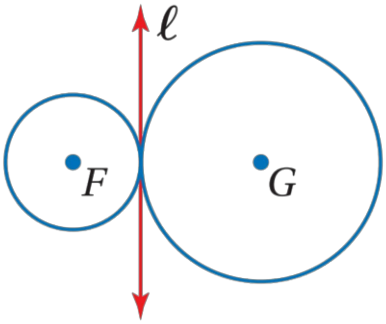
فإن $\angle L, \angle N$ متكاملتان و $\angle K, \angle M$ متكاملتان أيضًا.

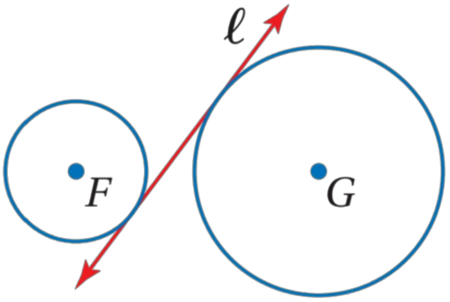
المماسات



المماس : هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة فقط. تسمى نقطة المماس.

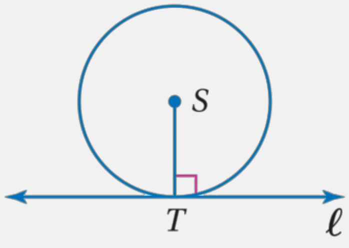
المماس المشترك : هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرتين في المستوى نفسه.





أقصر مسافة من المماس إلى مركز الدائرة هي نصف القطر المار بنقطة التماس

يكون المستقيم مماساً للدائرة في المستوى نفسه ، إذا وفقط إذا كان عمودياً على نصف القطر عند نقطة التماس

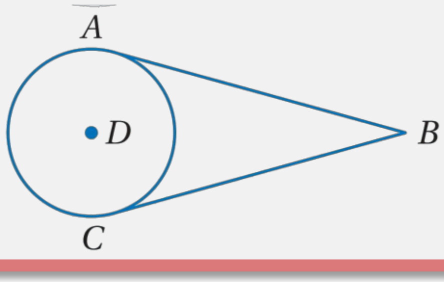


يكون المستقيم ℓ مماسًا لِـ $\odot S$ ، إذا وفقط إذا كان $\overline{ST} \perp \ell$.

المماسات

نظرية الزاوية المحيطية

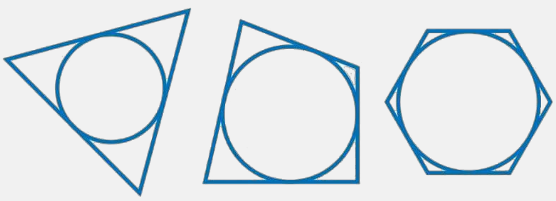
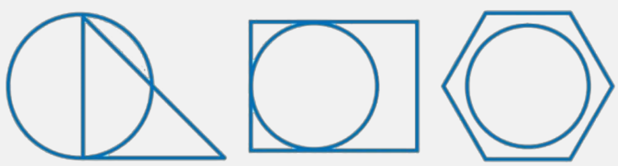
اذا رسمت قطعتان مستقيمان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.



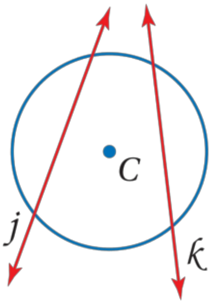
إذا كان $\overline{CB}$, $\overline{AB}$ مماسان لِـ $\odot D$

فإن $\overline{CB} \cong \overline{AB}$.

المضلعات المحيطية بدائرة

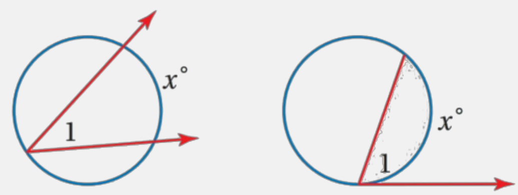
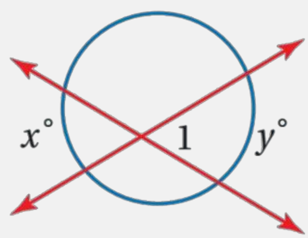
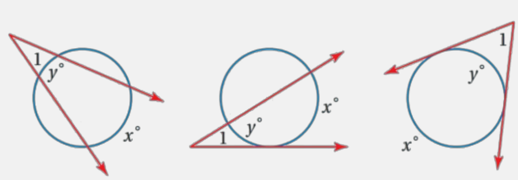
مضلعات محيطة بدائرة	مضلعات ليست محيطة بدائرة
	

القاطع والمماس وقياسات الزوايا

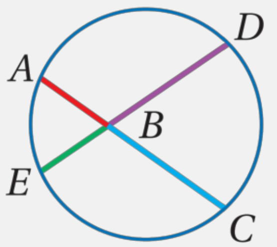
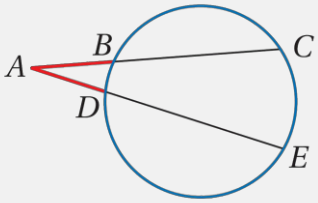
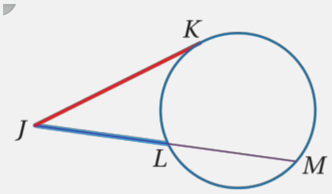


القاطع : هو مستقيم يقطع الدائرة في نقطتين فقط.

الدائرة وعلاقات الزوايا

موقع رأس الزاوية	نماذج	قياس الزاوية
على الدائرة		$m\angle 1 = \frac{1}{2}x^\circ$
داخل الدائرة		$m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ + y^\circ)$
خارج الدائرة		$m\angle 1 = \frac{1}{2}(x^\circ - y^\circ)$

قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

	نظرية	الرسم	مثال
قطع الوتر	إذا تقاطع وتران في دائرة ؛ فإن حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الأول يساوي حاصل ضرب طولي جزأي الوتر الثاني		$AB \cdot BC = DB \cdot BE$
القاطع	إذا رُسم قاطعان لدائرة من نقطة خارجها ، فإن حاصل ضرب طول القاطع الأول في طول الجزء الخارجي منه ، يساوي حاصل ضرب طول القاطع الثاني في طول الجزء الخارجي منه.		$AC \cdot AB = AE \cdot AD$
تقاطع مماس وقاطع خارج الدائرة	إذا رُسم مماس وقاطع لدائرة من نقطة خارجها ، فإن مربع طول المماس يساوي حاصل ضرب طول القاطع في طول الجزء الخارجي منه .		$JK^2 = JL \cdot JM$

معادلة الدائرة

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة

مركزها (h , k) ونصف قطرها r

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

مركزها $(0 ، 0)$ ونصف قطرها r

$$x^2+y^2=r^2$$

يمكن إيجاد نصف قطر باستعمال قانون المسافة بين نقطتين

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

الخاتمة

الحمد للّه تعالى الذي وفقني في تقديم هذا الكتاب وقد بذلت كل الجهد والبذل لكي يخرج هذا الكتاب في هذا الشكل و أرجو من اللّه أن تكون رحلة ممتعة و شيقة وكذلك أرجو أن تكون قد ارتقت بدرجات العقل الفكر حيث لم يكن هذا الجهد بالجهد اليسير وأنا لا ندعي الكمال فإن الكمال للّه عز وجل فقط

المراجع

ماجروهيل رياضيات اول ثانوي الفصل الدراسي الثاني ، وزارة التعليم ، مجموعة العبيكان للاستثمار .