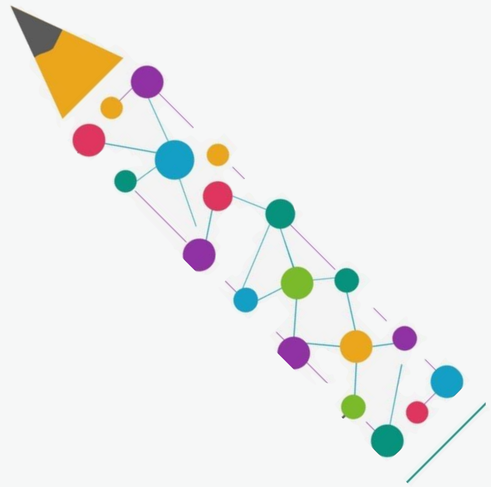
المثلثات المتشابهة



مجموعة رعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

فيما سبق

درست استعمال المسلمتين
SSS ,SAS
والنظرية AAS
لاثبات تطابق مثلثين

الآن

- احدد المثلثات المتشابهة باستعمال مسلمة التشابه AA ونظريتي التشابه SAS , SSS
- استعمل المثلثات المتشابهة لحل المسائل

المفردات

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

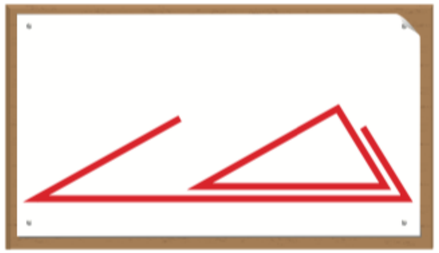
ماذا تعلمت

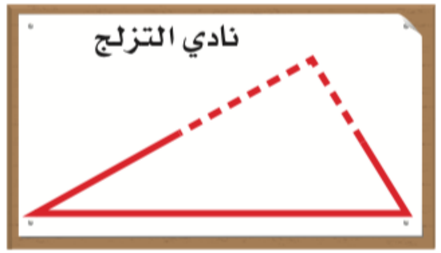
رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

لماذا؟

أراد خالد أن يرسم نسخة مشابهة لشعار نادي التزلُّج المجاور على مُلصقٍ كبيرٍ، فبدأ أولًا برسم قطعة مستقيمة أسفل المُلصق، ثم استعمل نسخةً من المثلث الأصلي لينسخ زاويتَي القاعدة، ثم مدّ الضلعين غير المشتركين للزاويتين.





مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

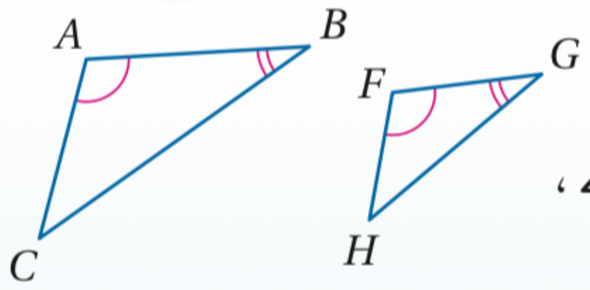
بسمة math

مسلمة 6.1

التشابه بزاويتين (AA)

أضف إلى مطويتك

إذا طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر، فإن المثلثين متشابهان.



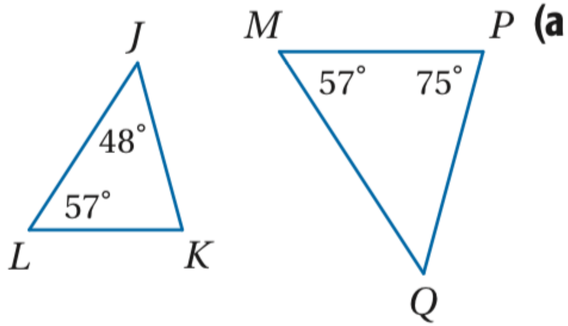
مثال: في المثلثين FGH , ABC ، إذا كانت: $\angle A \cong \angle F$, $\angle B \cong \angle G$ ،
فإن: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

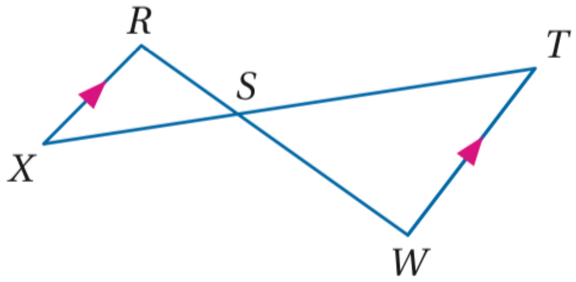
مثال 1 : استعمال مسلمة التشابه AA

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. ووضّح إجابتك.

(a



(b



a) بما أنّ: $m\angle L = m\angle M$، إذن: $\angle L \cong \angle M$. ومن نظرية مجموع قياسات زوايا المثلث يكون:
$m\angle K + 48° + 57° = 180°$؛ إذن $m\angle K = 75°$. وبما أنّ $m\angle P = 75°$، فإن $\angle P \cong \angle K$؛ إذن $\triangle LJK \sim \triangle MQP$ وفق المسلمة AA.

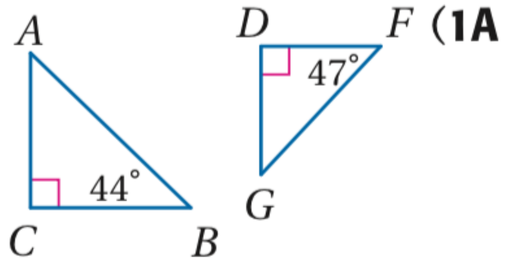
b) $\angle RSX \cong \angle WST$ وفق نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس. ولأن $\overline{RX} \parallel \overline{TW}$، فإنّ $\angle R \cong \angle W$ وفق نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًّا؛ إذن $\triangle RSX \sim \triangle WST$ وفق المسلمة AA.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

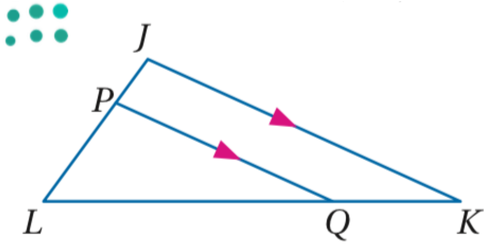
تحقق من فهمك

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك ، فاكتب عبارة التشابه ووضّح إجابتك.

(1A



(1B

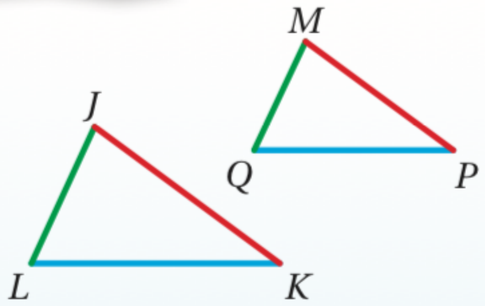


مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

نظريتان

أضف إلى مطويتك

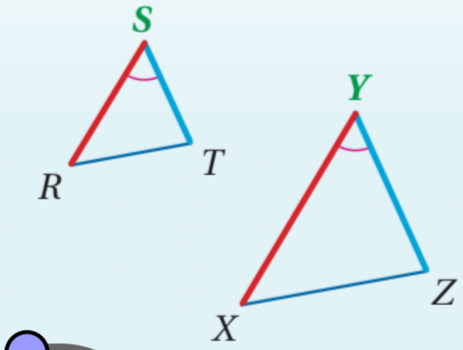
6.2 التشابه بثلاثة أضلاع (SSS)



إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كان: $\frac{JK}{MP}=\frac{KL}{PQ}=\frac{LJ}{QM}$ ، فإن $\triangle JKL \sim \triangle MPQ$.

6.3 التشابه بضلعين وزاوية محصورة (SAS)



إذا كان طولا ضلعين في مثلث ما متناسبين مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وكانت الزاويتان المحصورتان بينهما متطابقتين، فإنّ المثلثين متشابهان.

مثال: إذا كان $\angle S \cong \angle Y$, $\frac{RS}{XY}=\frac{ST}{YZ}$ ، فإن $\triangle RST \sim \triangle XYZ$.

Geogebra

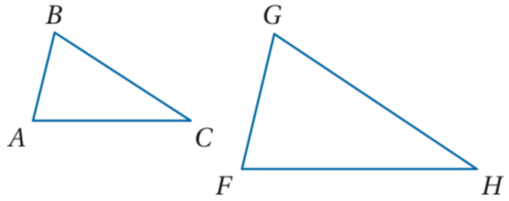
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

برهان النظرية 6.2

اكتب برهانًا حرًّا للنظرية 6.2

المعطيات: $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$

المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle FGH$

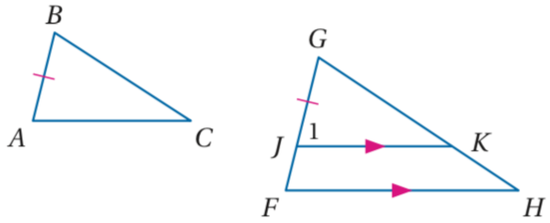


البرهان:

عيّن النقطة J على $\overline{FG}$، بحيث يكون $JG = AB$.

ارسم $\overline{JK}$، بحيث يكون $\overline{JK} \parallel \overline{FH}$.

سمِّ $\angle GJK$ بالرمز $\angle 1$.



بما أنّ $\angle G \cong \angle G$ وفق خاصية الانعكاس،

و $\angle 1 \cong \angle F$ وفق مسلمة الزاويتين المتناظرتين،

فإنّ، $\triangle GJK \sim \triangle GFH$ وفق مسلمة التشابه AA .

ومن تعريف المضلعات المتشابهة يكون: $\frac{JG}{FG} = \frac{GK}{GH} = \frac{JK}{FH}$.

وبالتعويض ينتج أن: $\frac{AB}{FG} = \frac{GK}{GH} = \frac{JK}{FH}$.

وبما أن: $\frac{AB}{FG} = \frac{BC}{GH} = \frac{AC}{FH}$ ، إذن يمكننا استنتاج أنّ: $\frac{GK}{GH} = \frac{BC}{GH}$, $\frac{JK}{FH} = \frac{AC}{FH}$ ، وهذا يعني أن:

$GK = BC, JK = AC$ ، لذلك $\overline{GK} \cong \overline{BC}$, $\overline{JK} \cong \overline{AC}$.

ومن مسلّمة التطابق SSS ، يكون $\triangle ABC \cong \triangle JGK$.

ولأن العناصر المتناظرة في المثلثين المتطابقين تكون متطابقة فإن: $\angle 1 \cong \angle A$, $\angle B \cong \angle G$ ، وبما أن:

$\angle F \cong \angle 1$ ؛ إذن $\angle F \cong \angle A$ وفق خاصيةّ التعدّي؛ إذن ومن مسلمة التشابه AA ، يكون $\triangle ABC \sim \triangle FGH$

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

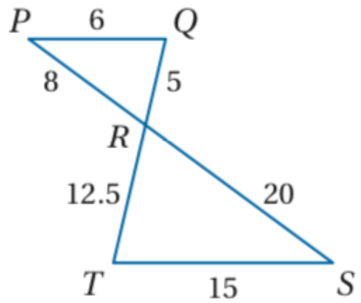
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمه math

مثال 2 : استعمال نظريتي التشابه, SAS SSS

حدّد في كلٍّ مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، و وضّح إجابتك.

(a)

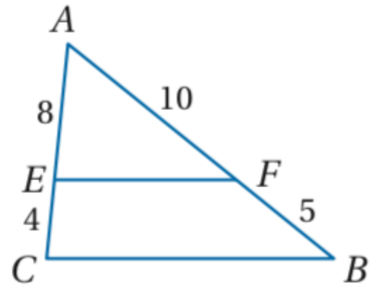


$\frac{PR}{SR} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$, $\frac{PQ}{ST} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

$\frac{QR}{TR} = \frac{5}{12.5} = \frac{50}{125} = \frac{2}{5}$ ؛

إذن $\triangle PQR \sim \triangle STR$ وفق نظرية التشابه SSS .

(b)



من خاصية الانعكاس $\angle A \cong \angle A$.

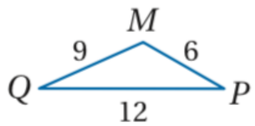
$\frac{AF}{AB} = \frac{10}{10+5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$, $\frac{AE}{AC} = \frac{8}{8+4} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

بما أن طولَي الضلعين اللذين يحصران $\angle A$ في $\triangle AEF$ متناسبان مع طولَي الضلعين المناظرين لهما في $\triangle ACB$ ، إذن $\triangle AEF \sim \triangle ACB$ وفق نظرية التشابه SAS .

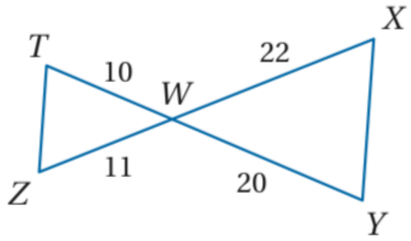
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تحقق من فهمك

(2A



(2B



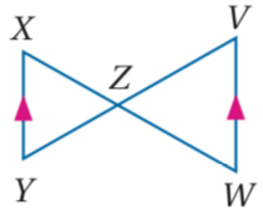
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تأكد

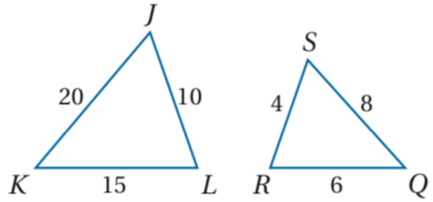
استراتيجية التمايز

في كلٍّ ممَّا يأتي حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

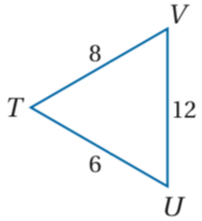
1)

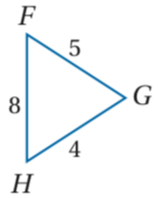


2)

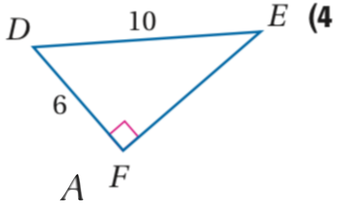


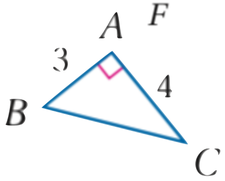
3)





4)

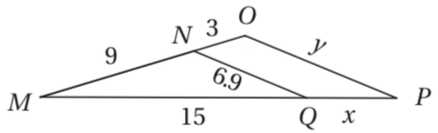




مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

مثال 3 : من اختبار

المثلثان MNQ, MOP في الشكل المجاور متشابهان، ماقيمة x؟



A 12 **B** 10 **C** 5 **D** 4

اقرأ سؤال الاختبار

في هذا السؤال تعلمْ، أنّ $\triangle MOP \sim \triangle MNQ$ ، ومطلوب منك إيجاد طول قطعة مجهولة.

حُل سؤال الاختبار

بما أنّ $\triangle MOP \sim \triangle MNQ$ ، فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة أي أن $\frac{MN}{MO} = \frac{MQ}{MP}$ ، وبما أن

$MN = 9, MO = 12, MQ = 15, MP = 15 + x$

اختبر كلًّا من بدائل الإجابة حتى تجد واحدًا منها يحقق التناسب $\frac{9}{12} = \frac{15}{15+x}$:

البديل A: إذا كان: $x = 12$ فإن: $\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+12}$

$\frac{3}{4} \neq \frac{5}{9}$ ✗ غير صحيح

البديل B: إذا كان: $x = 10$ فإن: $\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+10}$

$\frac{3}{4} \neq \frac{3}{5}$ ✗ غير صحيح

البديل C: إذا كان: $x = 5$ فإن: $\frac{9}{12} \stackrel{?}{=} \frac{15}{15+5}$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ ✓ صحيح، إذن فإن إجابة السؤال هي **C**

وزارة التـ
of Education
1443

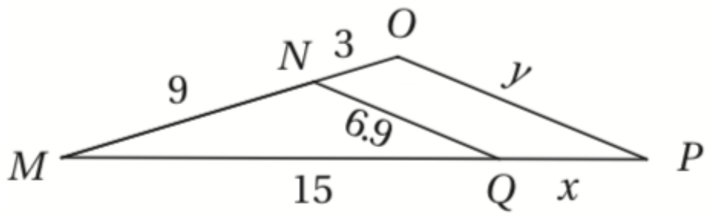
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - انتاج - توثيق

بسمه math

تحقق من فهمك

3) في المثال السابق، ماقيمة y ؟

A 5.2 **B** 8.4 **C** 9.2 **D** 20.7

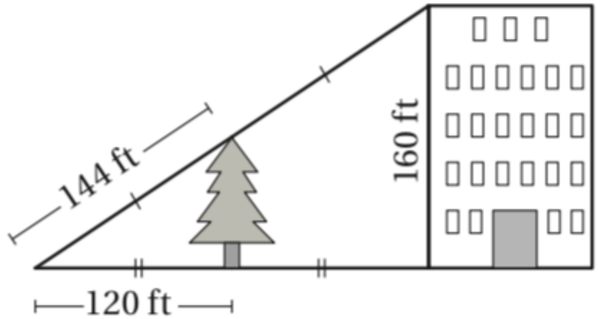


استراتيجية الدقيقه الواحده

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تأكد

5) **اختيار من متعدّد:** استعمل الشكل أدناه في إيجاد ارتفاع الشجرة؟



A 264 ft

B 60 ft

C 72 ft

D 80 ft

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

نظرية 6.4

خصائص المثلثات المتشابهة

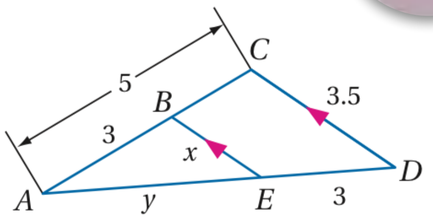
أضف إلى مطويتك

خاصيّة الانعكاس للتشابه:	$\triangle ABC \sim \triangle ABC$
خاصيّة التماثل للتشابه:	إذا كان $\triangle DEF \sim \triangle ABC$ ، فإنّ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.
خاصيّة التعدّي للتشابه:	إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \triangle DEF \sim \triangle XYZ$ فإن $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

مثال 4 : اجزاء المثلثات المتشابهة

أوجد طول BE, AD في الشكل المجاور.



بما أنّ $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$، فإن: $\angle ABE \cong \angle ACD, \angle AEB \cong \angle ADC$ ؛ لأنّها زوايا متناظرة، ومن مسلمة التشابه AA، يكون $\triangle ABE \sim \triangle ACD$.

$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$	تعريف المضلعات المتشابهة
$\frac{3}{5} = \frac{x}{3.5}$	$AC = 5, CD = 3.5, AB = 3, BE = x$
$(3.5) \cdot 3 = 5 \cdot x$	خاصية الضرب التبادلي
$2.1 = x$	بقسمة كلا الطرفين على 5

وعليه فإن BE يساوي 2.1

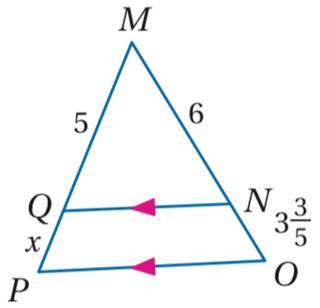
$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$	تعريف المضلعات المتشابهة
$\frac{5}{3} = \frac{y+3}{y}$	$AC = 5, AB = 3, AD = y + 3, AE = y$
$5 \cdot y = 3(y+3)$	خاصية الضرب التبادلي
$5y = 3y + 9$	خاصية التوزيع
$2y = 9$	بطرح $3y$ من كلا الطرفين
$y = 4.5$	بقسمة كلا الطرفين على 2

وعليه فإن: $AD = y + 3 = 7.5$

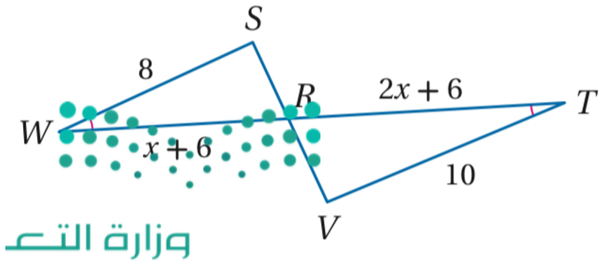
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تحقق من فهمك

(4A QP, MP



(4B WR, RT



وزارة التـ
ry of Education

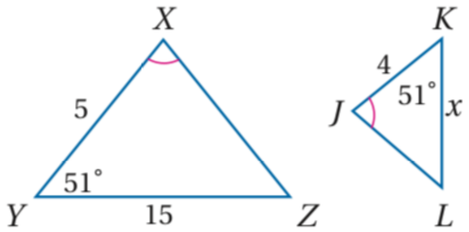
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمه math

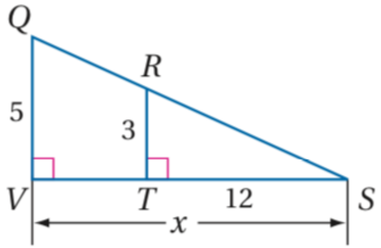
تأكد

جبر: أوجد الطول المطلوب في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

6) KL



7) VS



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

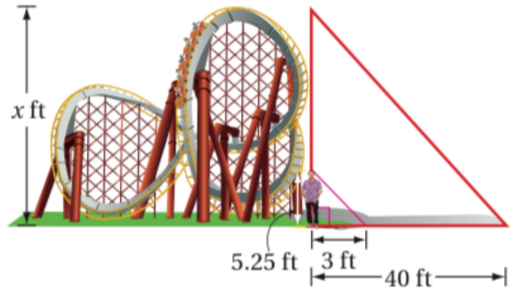
مثال 5 : من واقع الحياة

أفعوانية : يريد تركي أن يقدِّر ارتفاع الأفعوانية في مدينة الألعاب، فلاحظ أنه عندما كان طول ظله **3 ft** ، كان طول ظل الأفعوانية **40 ft** . إذا كان طول تركي **5 ft** و **3 in** ، فكم قدمًا ارتفاع الأفعوانية؟

افهم : **المعطيات:** طول ظل تركي 3 ft ، وطول ظل الأفعوانية 40 ft ، وطول تركي 5 ft وَ 3 in

المطلوب: ارتفاع الأفعوانية.

ارسم مخططًا توضيحيًّا. 5 ft و 3 in تساوي 5.25 ft



خطط : في مسائل الظل، افترض أنّ الزاويتين المتكونتين من شعاعَي الشمس وأيّ جسمين رأسيين تكونان متطابقتين، وأن المثلث المتشكّل من الجسم والأرض وشعاع الشمس المارِّ بقمة الجسم قائم الزاوية، وبما أن هناك زوجين من الزوايا المتطابقة، فإنّ المثلثين القائِمَي الزاوية متشابهان وفق مسلمة التشابه AA ؛ إذن يمكن كتابة التناسب الآتي:

$$\frac{\text{طول ظل تركي}}{\text{طول ظل الأفعوانية}} = \frac{\text{طول تركي}}{\text{ارتفاع الأفعوانية}}$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

مثال 5 : من واقع الحياة

حل: افترض أن ارتفاع الأفعوانية يساوي x وعوِّض القيم المعلومة.

$\frac{5.25}{x} = \frac{3}{40}$ **بالتعويض**

$3 \cdot x = 40(5.25)$ **خاصّية الضرب التبادلي**

$3x = 210$ **بالضرب**

$x = 70$ **بقسمة كلا الطرفين على 3**

إذن ارتفاع الأفعوانية يساوي 70 ft .

تحقق: طول ظل الأفعوانية يساوي 13.3 مرةً تقريبًا من طول ظل تركي. تحقق لترى ما إذا كان ارتفاع الأفعوانية يساوي $13.3 \approx \frac{40}{3}$ مرّة من طول تركي، $\frac{70 \text{ ft}}{5.25 \text{ ft}} \approx 13.3$ ✔

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تحقق من فهمك

5) بنايات: يقف منصور بجوار بناية، وعندما كان طول ظلّه 9 ft ، كان طول ظل البناية 322.5 ft .
إذا كان طول منصور 6 ft ، فكم قدمًا ارتفاع البناية؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تأكد

8) **اتّصالات:** طول ظلّ برج اتصالاتٍ في لحظةٍ معينةٍ 100 ft ، وبجواره لوحة تحذيرية مثبَّتة على عمودٍ طول ظله في اللحظة ذاتها 3 ft و 4 in ، إذا كان ارتفاع عمود اللوحة 4 ft و 6 in ، فما ارتفاع البرج؟

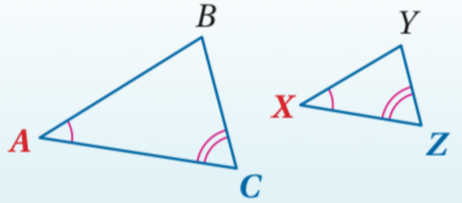
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

تشابه المثلثات

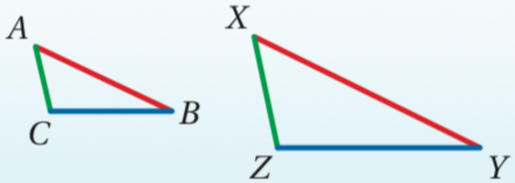
مسلمة التشابه AA



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \angle C \cong \angle Z$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

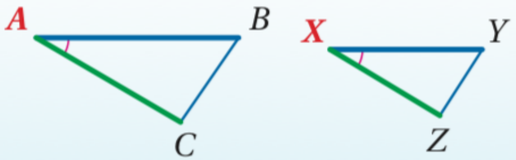
نظرية التشابه SSS



إذا كانت: $\frac{AB}{XY}=\frac{BC}{YZ}=\frac{CA}{ZX}$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

نظرية التشابه SAS



إذا كانت: $\angle A \cong \angle X, \frac{AB}{XY}=\frac{CA}{ZX}$

فإنّ: $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$.

وزارة التربية
Education
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تدريبات

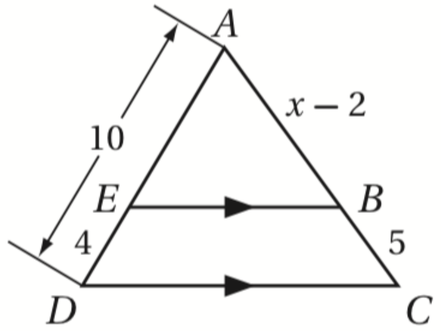
استراتيجية المناقشه الحرة

27) **اكتب:** بيّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين مسلمة التشابه AA ، ونظرية التشابه SSS ، ونظرية التشابه SAS .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تدريبات

33) **إجابة مطوّلة:** في الشكل أدناه $\overline{DC} \parallel \overline{EB}$.



a) اكتب تناسبًا يمكن استعماله لإيجاد قيمة x.

b) أوجد قيمة x وطول $\overline{AB}$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمه math

الواجب المنزلي

@bs87om

@beso01987