المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

فيما سبق

درست استعمال التناسب لحل مسائل تتضمن مثلثات متشابهة

الآن

- استعمل الاجزاء المتناسبة في المثلث
- استعمل الاجزاء المتناسبة في المستقيمات المتوازية

المفردات

- القطعة المنصفة في المثلث

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

math بسمة

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

لماذا؟

يستعمل رسّامو الصور المتحركة طرائق عدّة؛ لإضفاء خداع بصري على أعمالهم. كما يستعملون في الرسومات الثلاثية الأبعاد حقيقة كون الأجسام البعيدة تبدو أصغر من الأجسام القريبة إلى المشاهد. ولتحقيق هذا الخداع، يستعمل الرسّامون نظرية التناسب في المثلث.

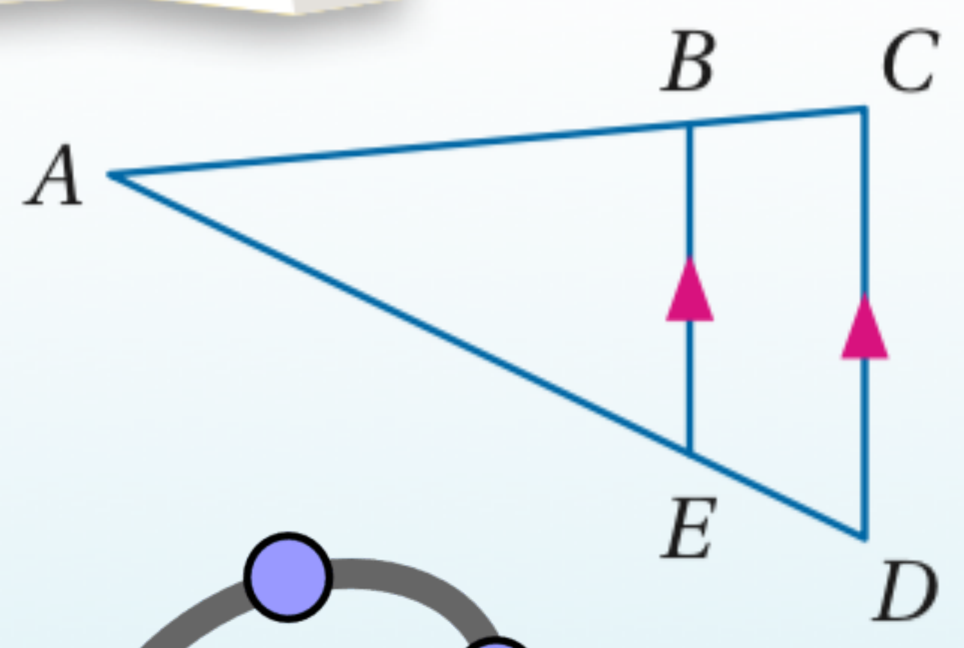
الأجزاء المتناسبة في المثلث: عند رسم مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث، فإنّه يمكن إثبات أن المثلثين الناتجين متشابهان، وذلك باستعمال مسلمة التشابه AA، وبما أن المثلثين متشابهان، فإنّ أطوال أضلاعهما متناسبة.

نظريّة 6.5

أضف إلى مطويتك

نظريّة التناسب في المثلث

إذا وازى مستقيم ضلعًا من أضلاع مثلث وقطع ضلعيه الآخرين، فإنّه يقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة.



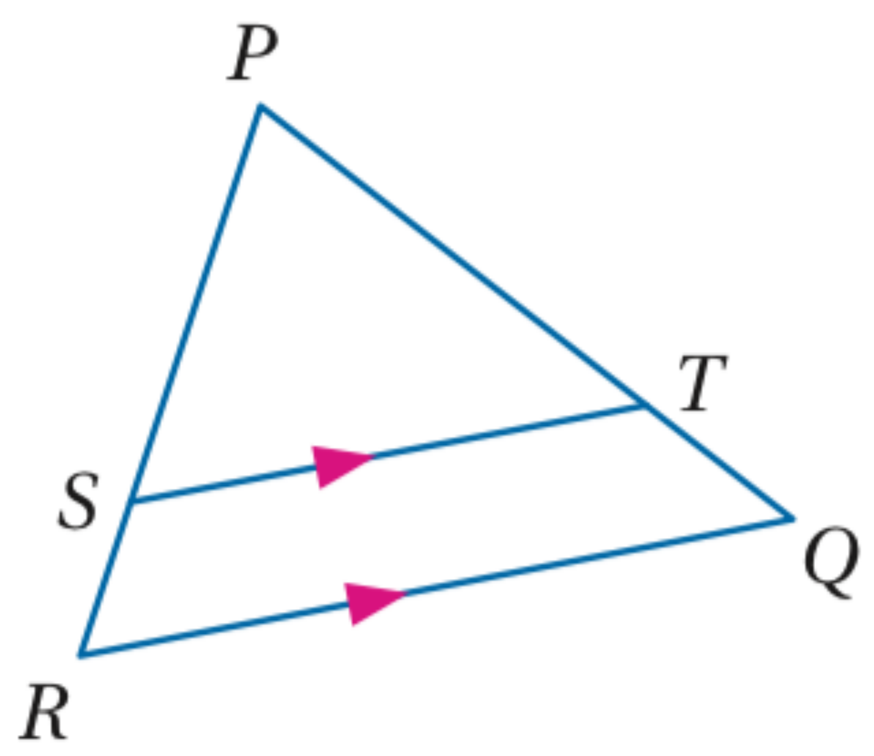
مثال: إذا كان $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ، فإن $\frac{AE}{ED} = \frac{AB}{BC}$.

Geogebra

مثال 1 : إيجاد طول ضلع

في $\triangle PQR$ ، إذا كان: $\overline{ST} \parallel \overline{RQ}, PT = 7.5, TQ = 3, SR = 2.5$ ، فأوجد PS .

استعمل نظرية التناسب في المثلث.



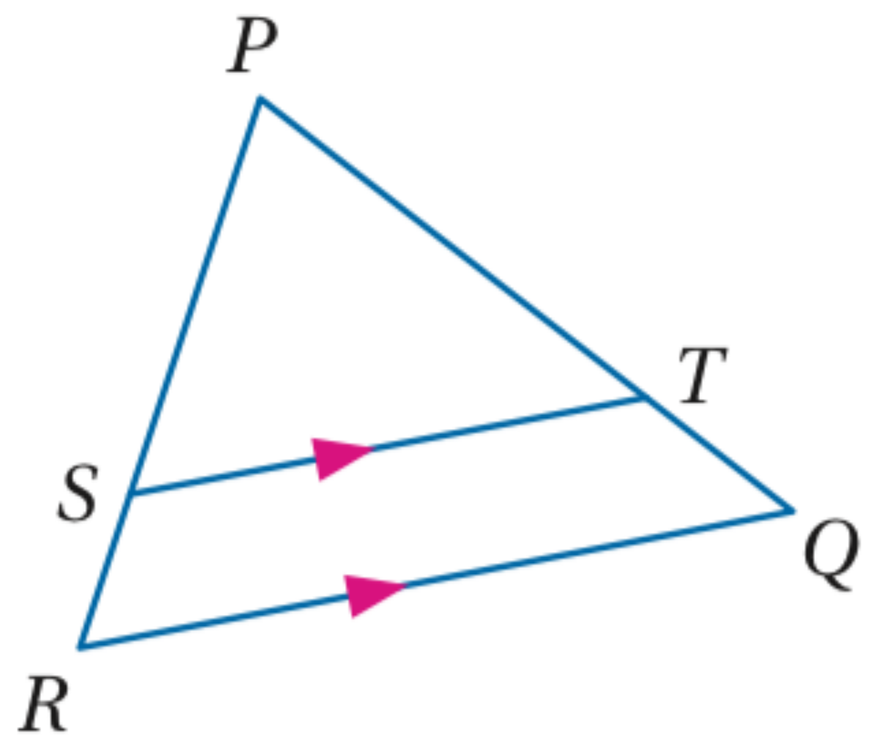
$\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$	نظرية التناسب في المثلث
$\frac{PS}{2.5} = \frac{7.5}{3}$	بالتعويض
$PS \cdot 3 = (2.5)(7.5)$	خاصية الضرب التبادلي
$3PS = 18.75$	بالضرب
$PS = 6.25$	بقسمة كلا الطرفين على 3

إرشادات للدراسة

التوازي:
إذا كان المستقيمان $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ متوازيين، فإن القطعتين المستقيمتين $\overline{AB}, \overline{CD}$ متوازيتان؛ لأنهما جزء من المستقيمين $\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{CD}$ على الترتيب.
أي أنه إذا كان $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$، فإن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

تحقق من فهمك

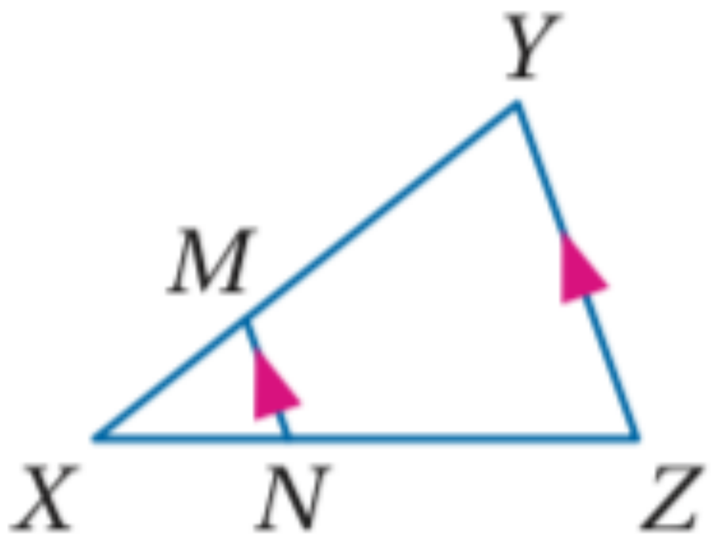
1) في الشكل أعلاه، إذا كان: $PT = 15$, $SR = 5$, $PS = 12.5$ ، فأوجد TQ .



تأكد

في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$، فأجب عن السؤالين الآتيين:

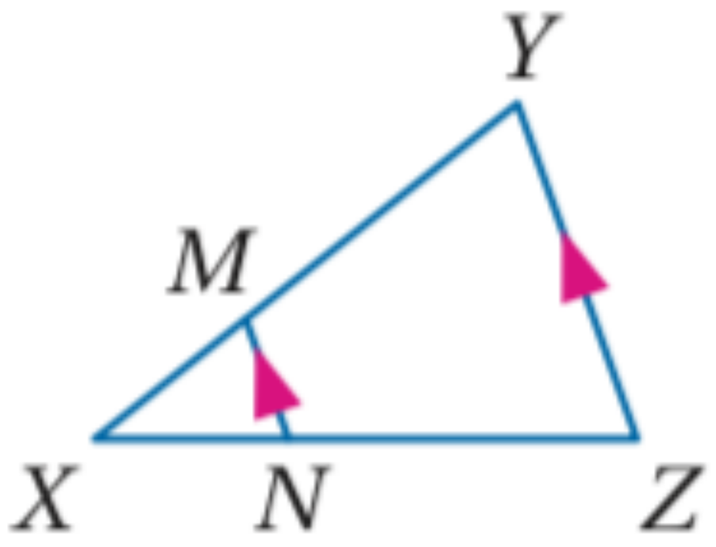
1) إذا كان: $NZ = 9$, $XN = 6$, $XM = 4$ ، فأوجد XY .



تأكد

في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$، فأجب عن السؤالين الآتيين:

2) إذا كان: $XY = 10$, $XM = 2$, $XN = 6$ ، فأوجد NZ .

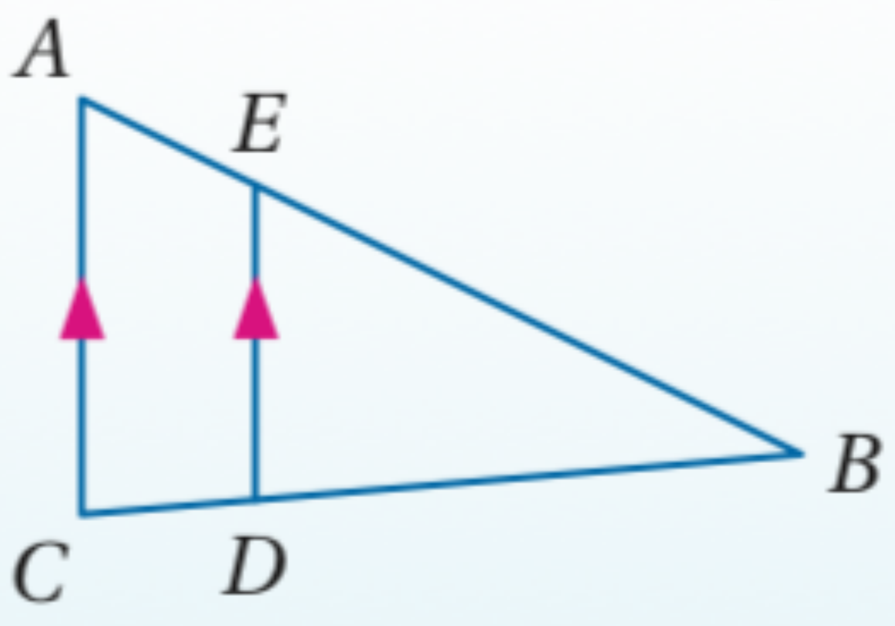


نظريّة 6.6

عكس نظريّة التناسب في المثلث

أضف إلى مطويتك

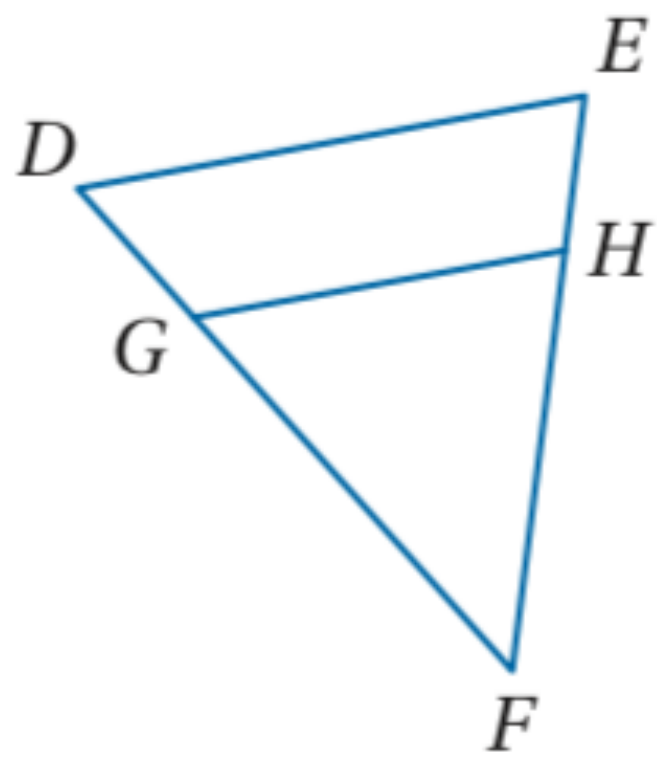
إذا قطع مستقيم ضلعين في مثلث وقسمهما إلى قطع مستقيمة متناظرة أطوالها متناسبة، فإن المستقيم يوازي الضلع الثالث للمثلث.



مثال: إذا كان $\frac{CD}{DB}=\frac{AE}{EB}$ ، فإن $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$.

مثال 2 : تحديد ماذا كان المستقيمان متوازيان

في $\triangle DEF$ إذا كان: $HF = 9$, $EH = 3$, $DG = \frac{1}{3} GF$، فهل $\overline{GH} \parallel \overline{DE}$؟ وضح إجابتك.



يتعين عليك إثبات أنّ $\frac{EH}{HF} = \frac{DG}{GF}$ ، وذلك باستعمال عكس نظرية التناسب في المثلث.

$DG = \frac{1}{3} GF$ معطى

$\frac{DG}{GF} = \frac{1}{3}$ بقسمة كلا الطرفين على GF

$\frac{EH}{HF} = \frac{3}{9}$ بالتعويض $EH = 3$ ، $HF = 9$

$= \frac{1}{3}$ بالتبسيط

وبما أن:

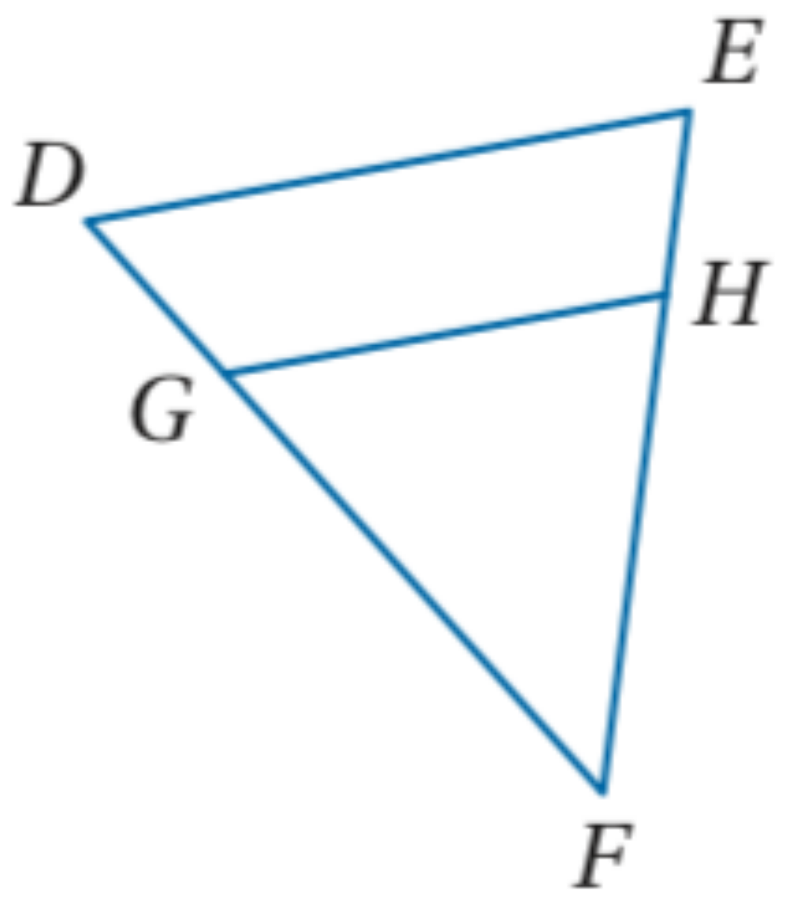
$$\frac{DG}{GF} = \frac{EH}{HF} = \frac{1}{3}$$

بحسب عكس نظرية التناسب في المثلث، تكون $\overline{GH} \parallel \overline{DE}$

تحقق من فهمك

استراتيجية الدقيقة الواحدة

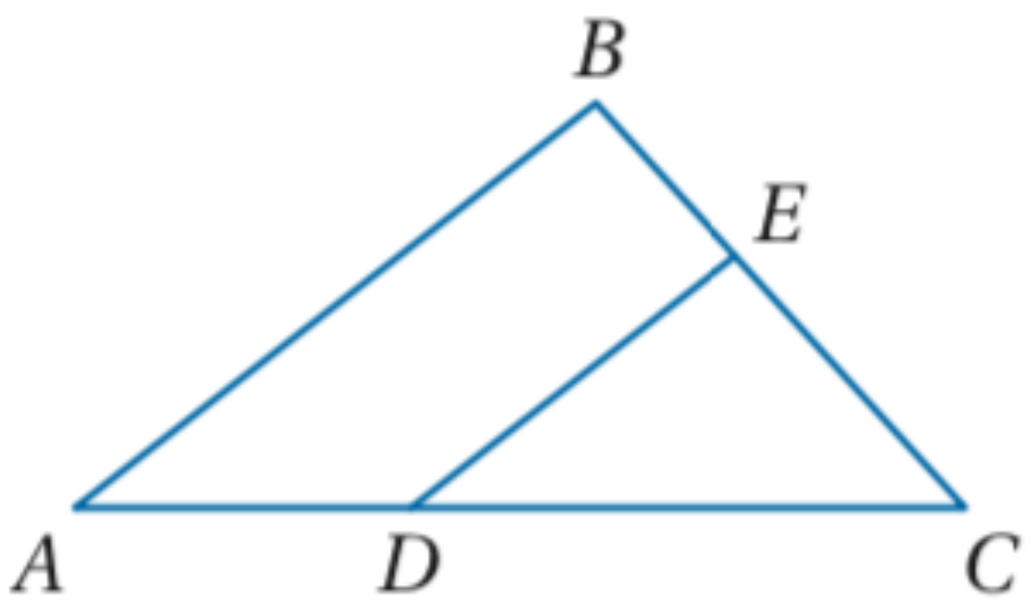
2) في الشكل أعلاه، إذا كان: $HF = 10$, $EH = 6$, $DG = \frac{1}{2} GF$ ، فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟



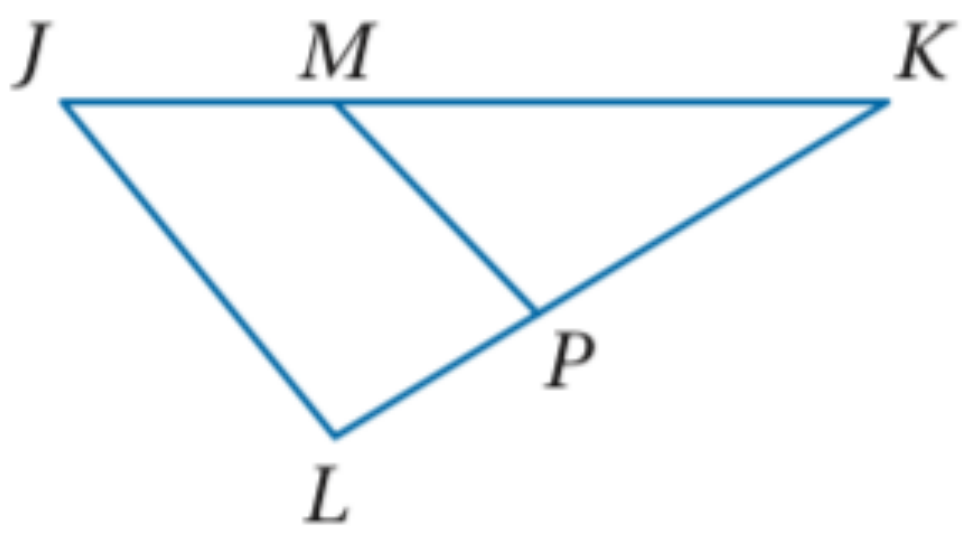
تأكد

استراتيجية الدقيقة الواحدة

3) في $\triangle ABC$ ، إذا كان: $BC = 15, BE = 6$ ، $DC = 12\,, AD = 8$ ، فهل $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ؟
برّر إجابتك.



4) في $\triangle JKL$ ، إذا كان: $JK = 15, JM = 5$ ، $LK = 13, PK = 9$ ، فهل $\overline{MP} \parallel \overline{JL}$ ؟
برّر إجابتك.

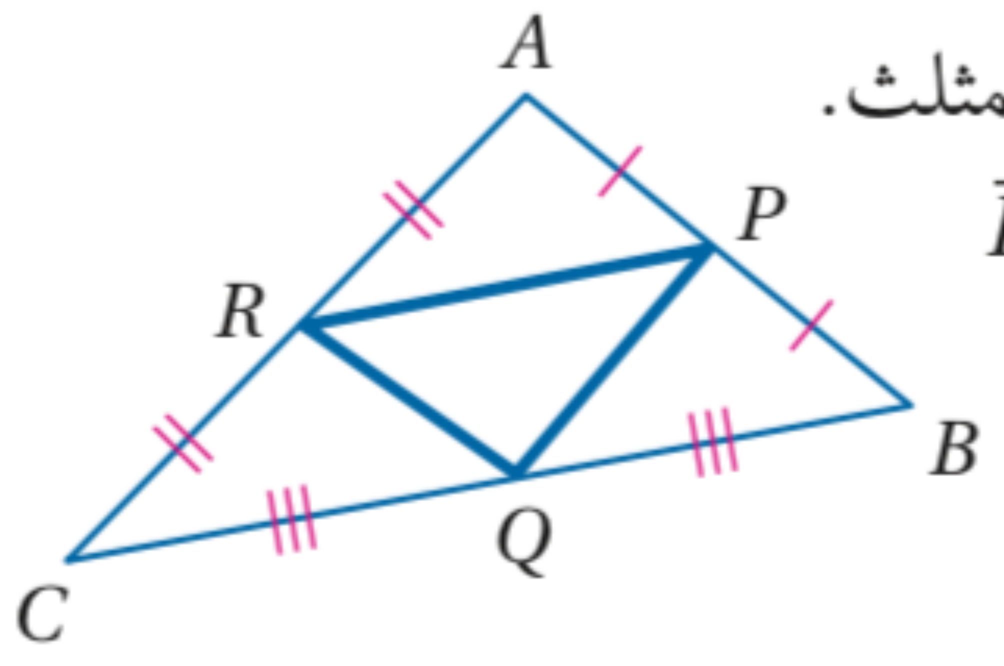


math بسمة

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

القطعة المنصّفة في المثلث هي قطعة مستقيمة طرفاها نقطتا منتصف ضلعين في المثلث. وفي كل مثلث ثلاث قطع منصّفة. فالقطع المنصّفة في $\triangle ABC$ هي $\overline{RP}, \overline{PQ}, \overline{RQ}$

ونظرية القطعة المنصّفة في المثلث هي حالة خاصّة من عكس نظرية التناسب في المثلث.



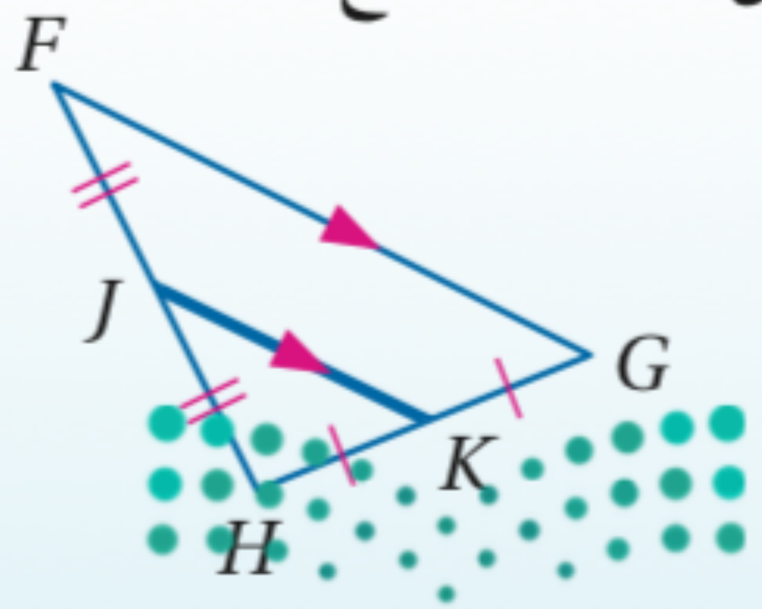
نظرية 6.7

أضف إلى مطويتك

نظريّة القطعة المنصَفة في المثلث

القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

مثال: إذا كانت J, K نقطتَي منتصف $\overline{FH}, \overline{HG}$ على الترتيب، فإن: $\overline{JK} \parallel \overline{FG}, JK = \frac{1}{2} FG$.



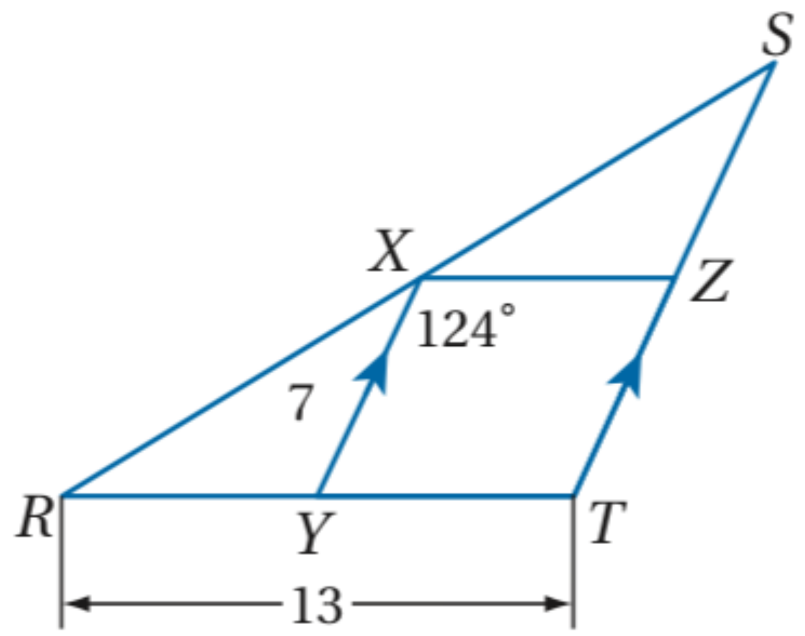
Geogebra

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

math بسمة

مثال 3 : استعمال نظرية القطع المنصفة

في $\triangle RST$ ، إذا كانت $\overline{XY}, \overline{XZ}$ قطعتين منصّفتين، فأوجد كل قياس مما يأتي:



a) XZ

$XZ = \frac{1}{2}RT$	نظرية القطعة المنصّفة في المثلث
$XZ = \frac{1}{2}(13)$	بالتعويض
$XZ = 6.5$	بالتبسيط

b) ST

$XY = \frac{1}{2}ST$	نظرية القطعة المنصّفة في المثلث
$7 = \frac{1}{2}ST$	بالتعويض
$14 = ST$	بضرب كلا الطرفين في 2

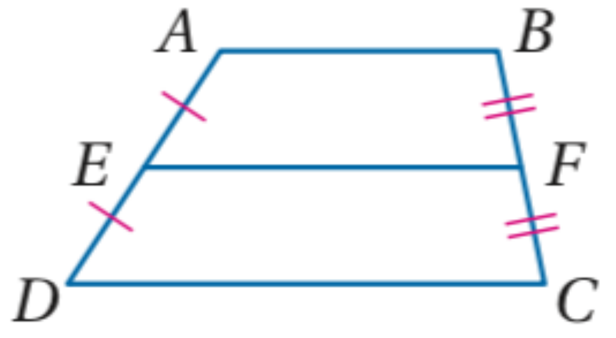
c) $m\angle RYX$

$\overline{XZ}$ قطعة منصفة في $\triangle RST$ ، إذن $\overline{XZ} \parallel \overline{RT}$.

$\angle RYX \cong \angle YXZ$	نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا
$m\angle RYX = m\angle YXZ$	تعريف تطابق الزوايا
$m\angle RYX = 124°$	بالتعويض

إرشادات للدراسة

القطعة المنصّفة:
نظريةُ القطعة المنصّفة في المثلث، تشبه نظريّة القطعة المنصّفة في شبه المنحرف، والتي تنصّ على أن القطعة المنصّفة في شبه المنحرف توازي القاعدتين، وطولها يساوي نصف مجموع طولَي القاعدتين.



$\overline{EF} \parallel \overline{AB} \parallel \overline{DC}$

$EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمة math

تحقق من فهمك

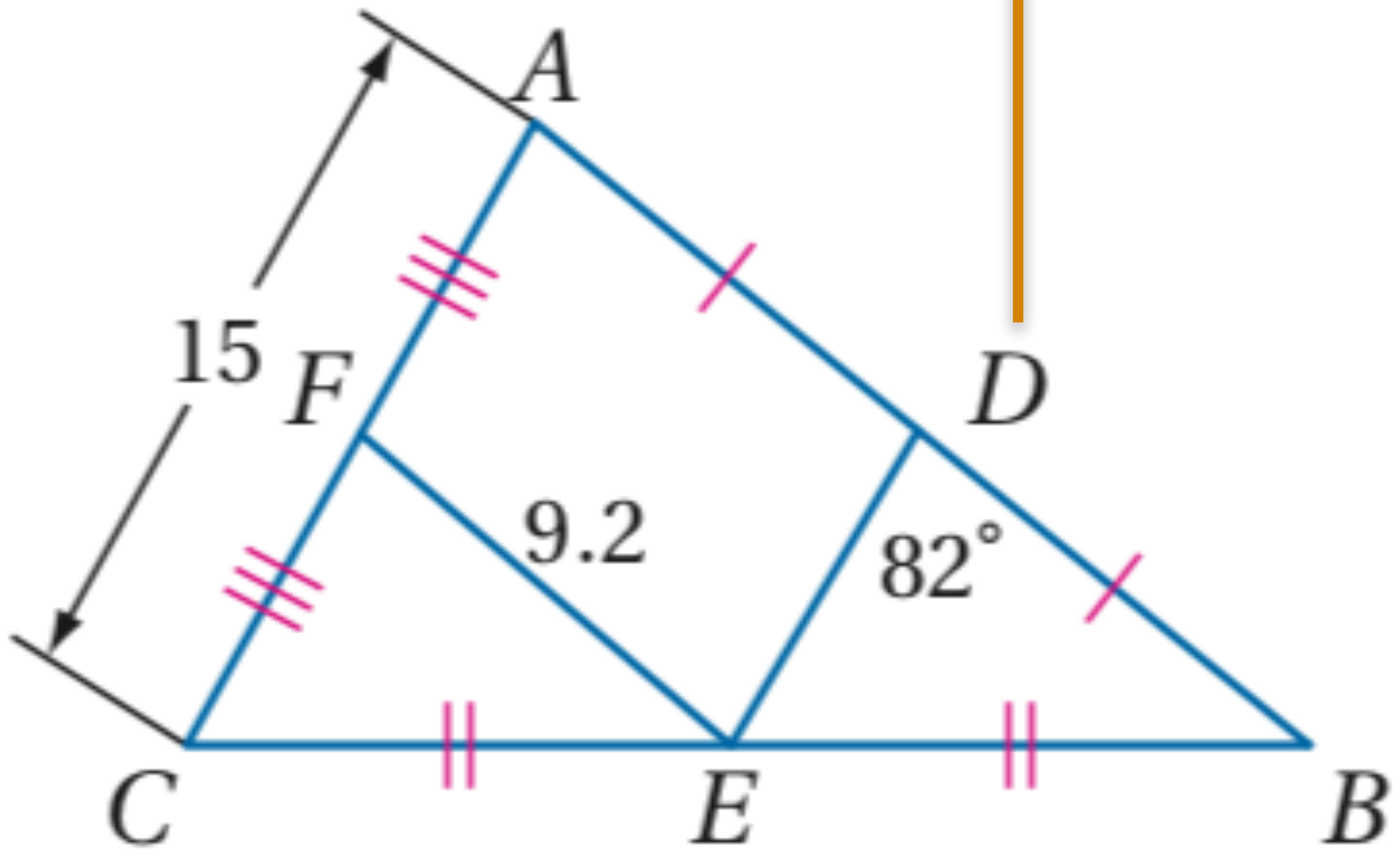
استراتيجية التمايز

أوجد كل قياس مما يأتي معتمدًا على الشكل المجاور:

3A) DE

3B) DB

3C) $m\angle FED$

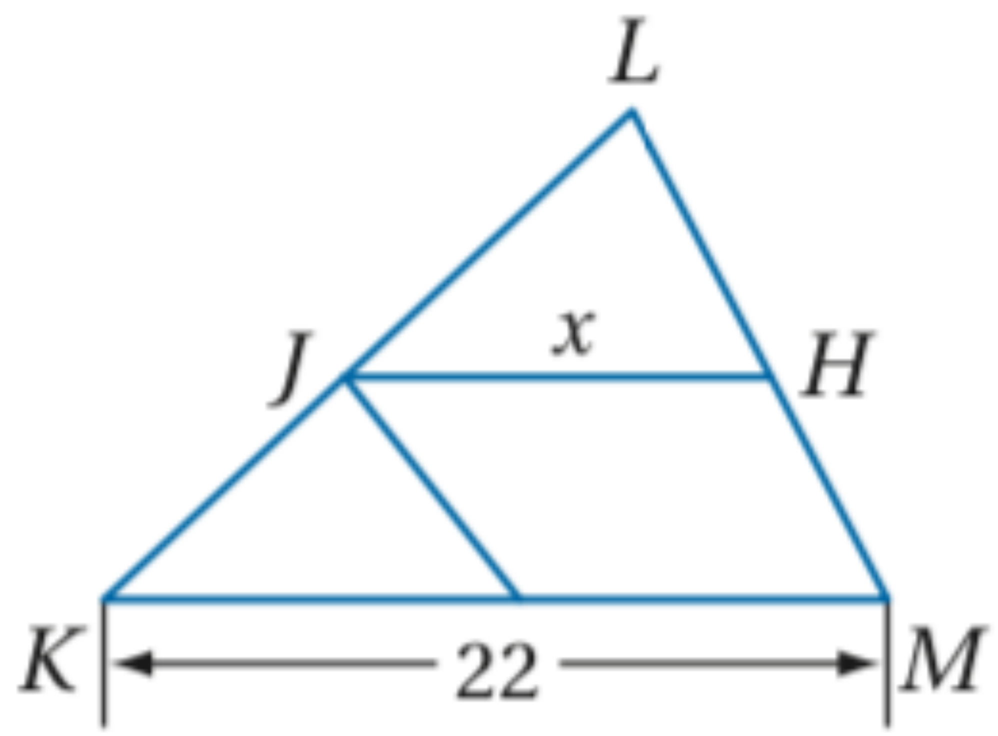


تأكد

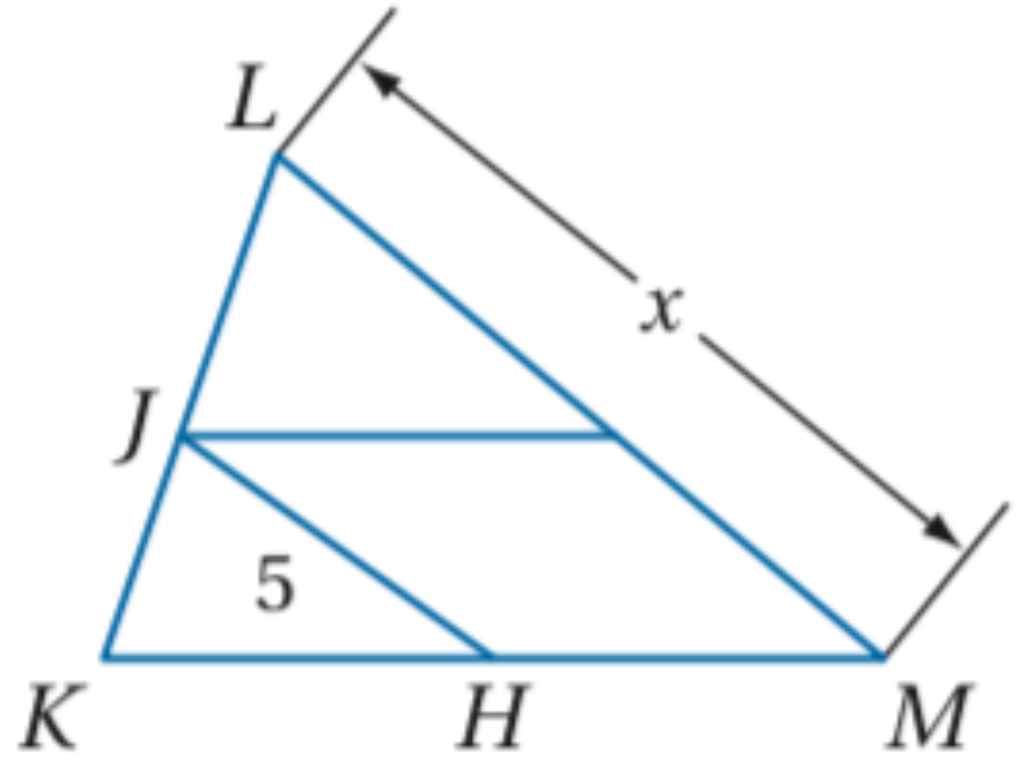
استراتيجية التمايز

إذا كانت $\overline{JH}$ قطعة منصِّفة في $\triangle KLM$ ، فأوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:

5)



6)



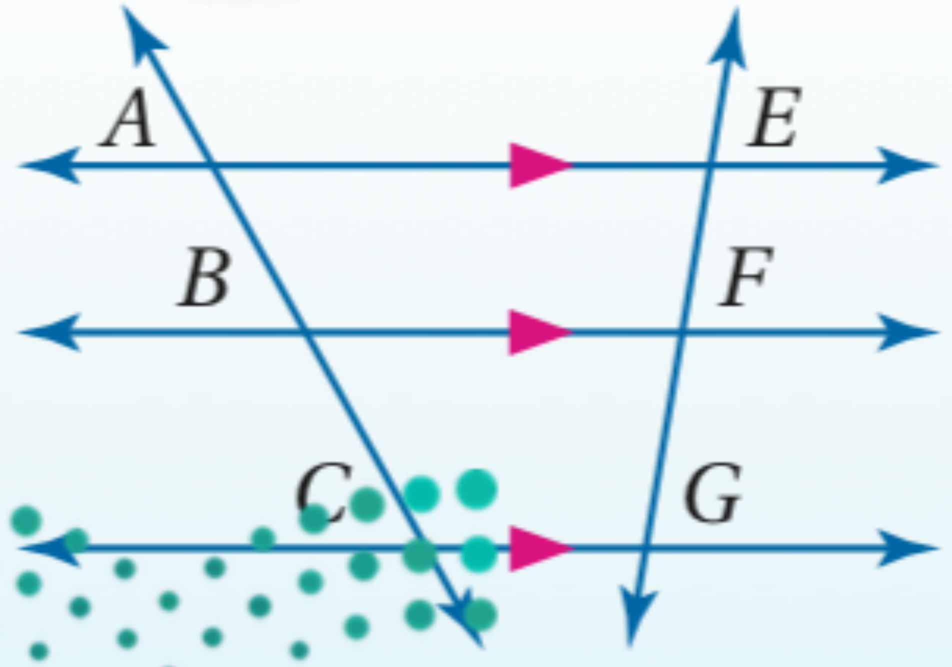
نتيجة 6.1

أضف إلى مطويتك

الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

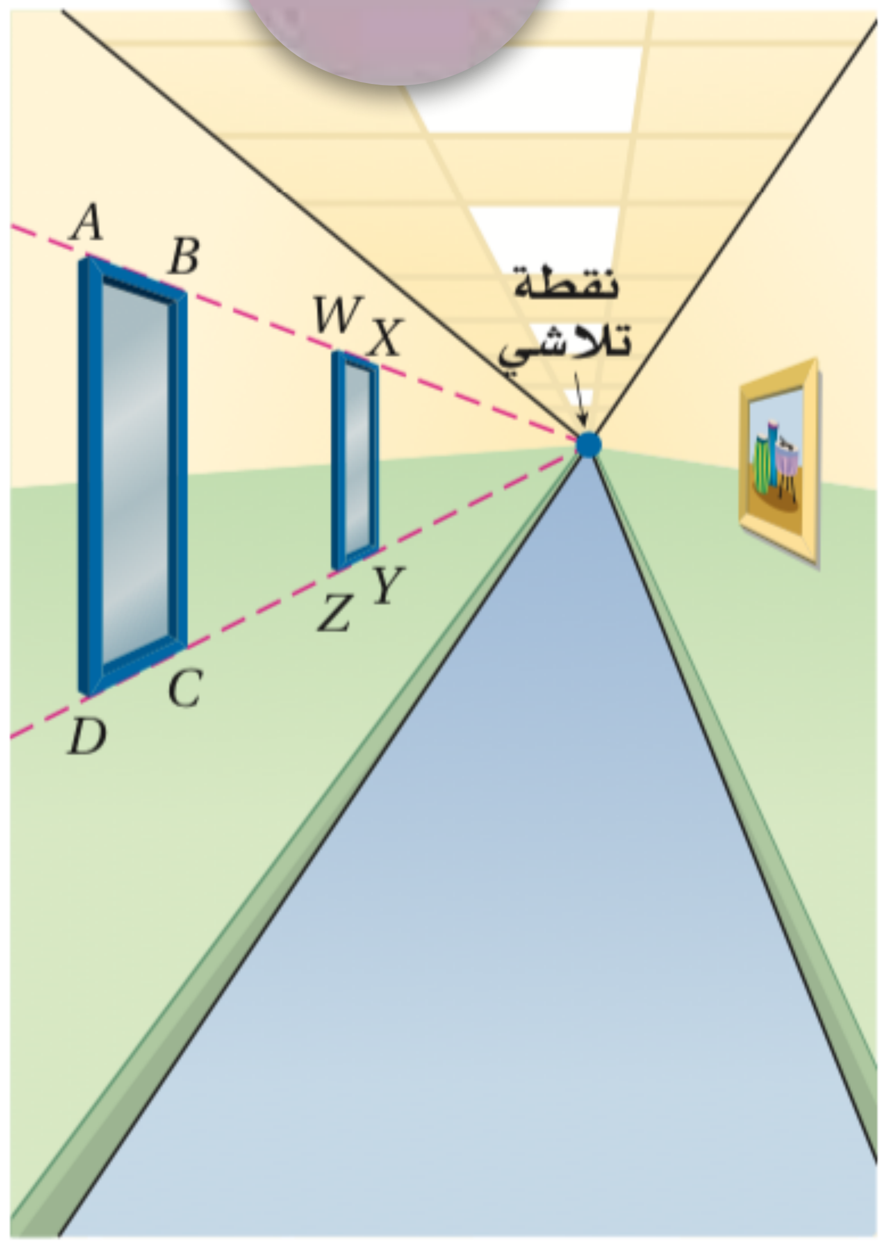
إذا قطع قاطعان ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، فإن أطوال أجزاء القاطعين تكون متناسبة.

مثال: إذا كان: $\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CG}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها،
فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.



مثال 4 : من واقع الحياة

رسم: ترسم مريم ممرًّا في منظورٍ ذي نقطة تلاشٍ واحدة، فاستعملت مريم الخطوط الإرشادية المبيّنة؛ لرسم نافذتين على الجدار الأيسر. إذا كانت القطع المستقيمة: $\overline{AD}, \overline{BC}, \overline{WZ}, \overline{XY}$ متوازية، وكان: $AB = 8\text{ cm}, DC = 9\text{ cm}, ZY = 5\text{ cm}$، فأوجد WX .



بما أن $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{WZ} \parallel \overline{XY}$ ، إذن $\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$ وفق النتيجة 6.1.

$\frac{AB}{WX} = \frac{DC}{ZY}$	النتيجة 6.1
$\frac{8}{WX} = \frac{9}{5}$	بالتعويض
$WX \cdot 9 = 8 \cdot 5$	خاصيّة الضرب التبادلي
$9WX = 40$	بالتبسيط
$WX = \frac{40}{9} \approx 4.4\text{ cm}$	بقسمة كلا الطرفين على 9

تحقق: نسبة DC إلى ZY هي 9 إلى 5 ، وهي تقريبًا 10 إلى 5 أو 2 إلى 1.
وكذلك نسبة AB إلى WX هي 8 إلى 4.4 وهي تقريبًا 8 إلى 4 أو 2 إلى 1؛
إذن الإجابة معقولة. ✓

الربط مع الحياة

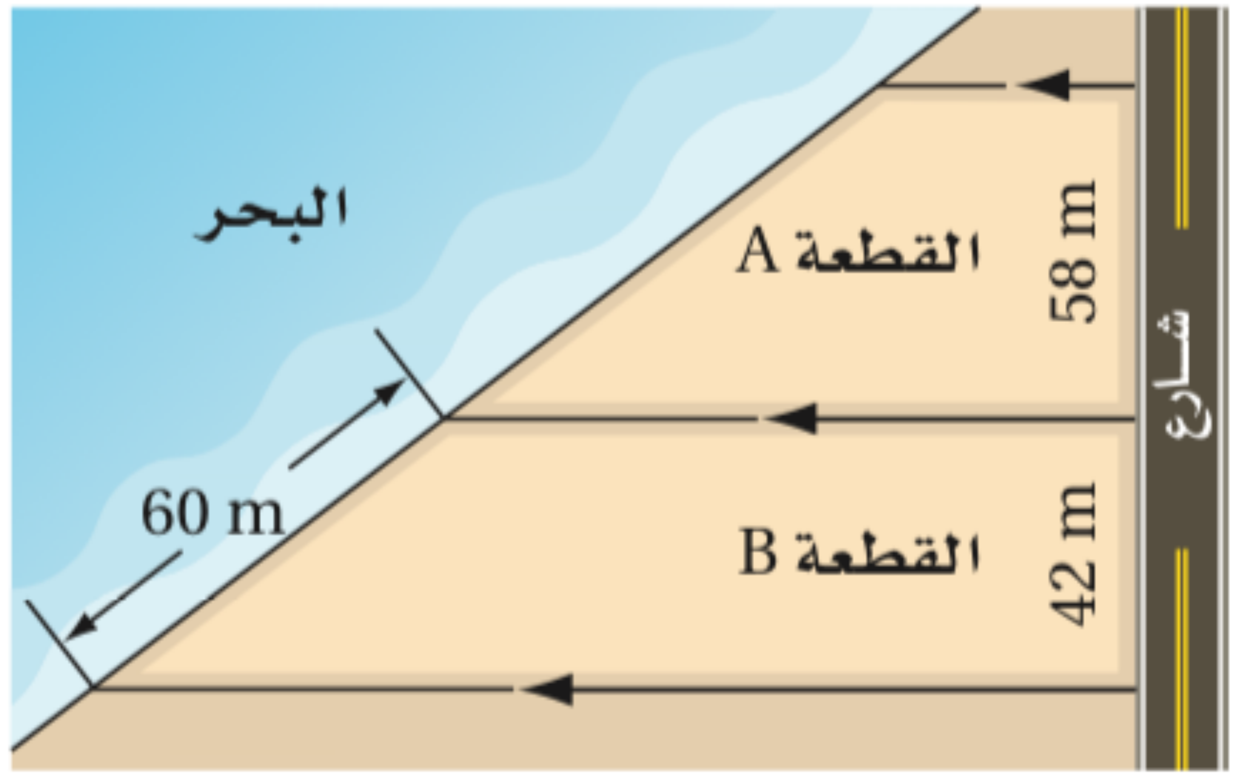
يستعمل الرسامون إيحاءات إدراكيّة متنوعة، تجعل الرسم الثنائي الأبعاد يبدو ثلاثي الأبعاد منها:

- الحجم: تبدو الأشياء البعيدة أصغر حجمًا.
- الوضوح: تبدو الأجسام القريبة أكثر وضوحًا.
- التفاصيل: تتضمن الأجسام القريبة تفاصيل دقيقة، في حين تتضمن الأجسام البعيدة معالم عامّة.

تحقق من فهمك

استراتيجية المناقشة الحرة

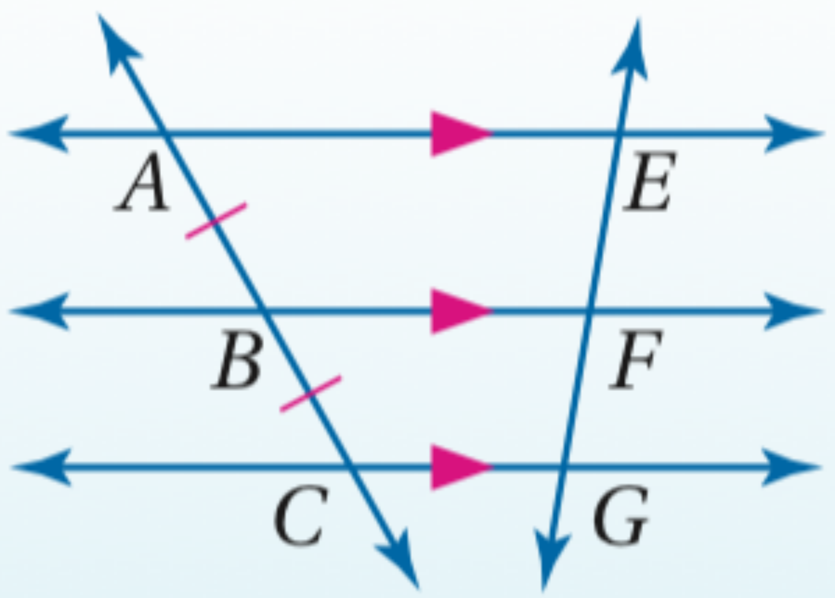
4) **عقارات:** واجهة قطعة الأرض هي طول حدِّها المحاذي لمعْلَمٍ ما مثل شارع أو بحر أو نهر، أوجد طول الواجهة البحريّة للقطعة A إلى أقرب عُشر المتر.



نتيجة 6.2 الأجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

أضف إلى مطويتك

إذا قطع قاطع ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر، وكانت أجزاؤه متطابقة،فإن أجزاء أي قاطع آخر لها تكون متطابقة.

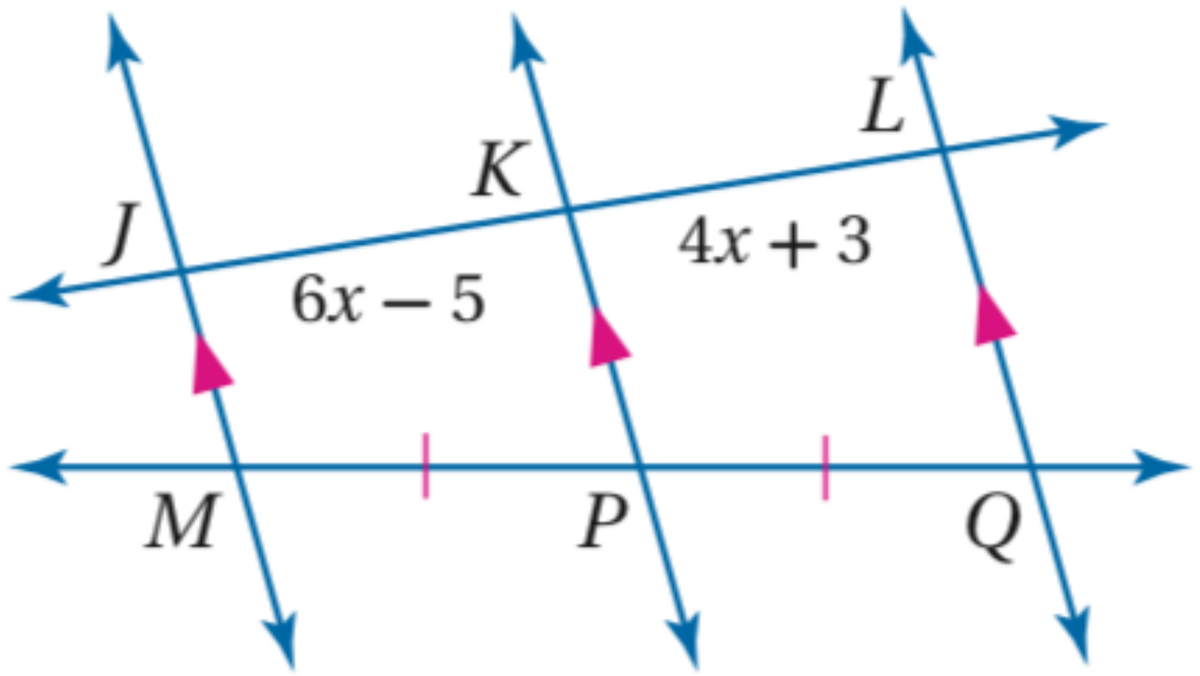


مثال: إذا كان: $\overline{CG} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{AE}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها، بحيث $\overline{BC} \cong \overline{AB}$ فإن $\overline{FG} \cong \overline{EF}$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمة math

مثال 5 : استعمال القطع المتطابقة من قاطعين



جبر: أوجد قيمة x .

بما أنّ: $\overline{MP} \cong \overline{PQ}$, $\overleftrightarrow{JM} \parallel \overleftrightarrow{KP} \parallel \overleftrightarrow{LQ}$ ،
فإنّ $\overline{JK} \cong \overline{KL}$ وفق النتيجة 6.2 .

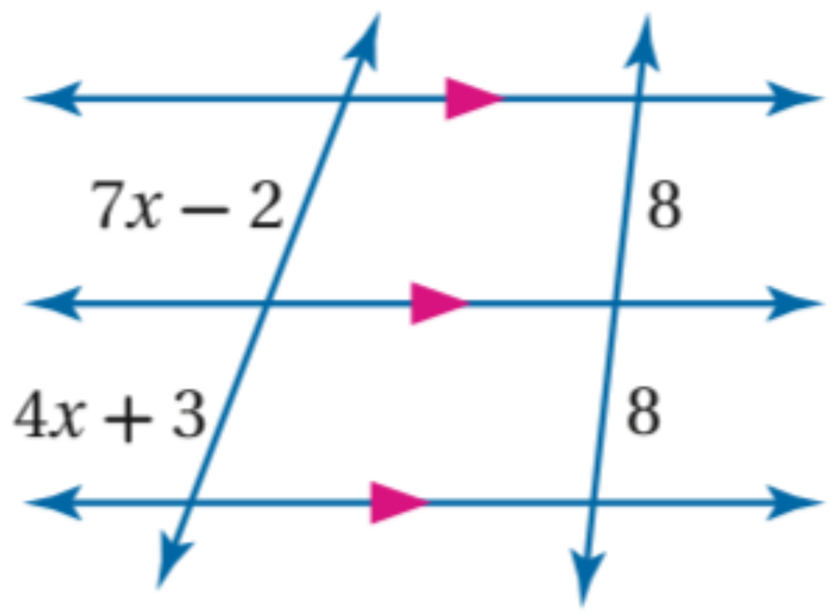
$JK = KL$	تعريف التطابق
$6x - 5 = 4x + 3$	بالتعويض
$2x - 5 = 3$	بطرح $4x$ من كلا الطرفين
$2x = 8$	بإضافة 5 للطرفين
$x = 4$	بقسمة كلا الطرفين على 2

تحقق من فهمك

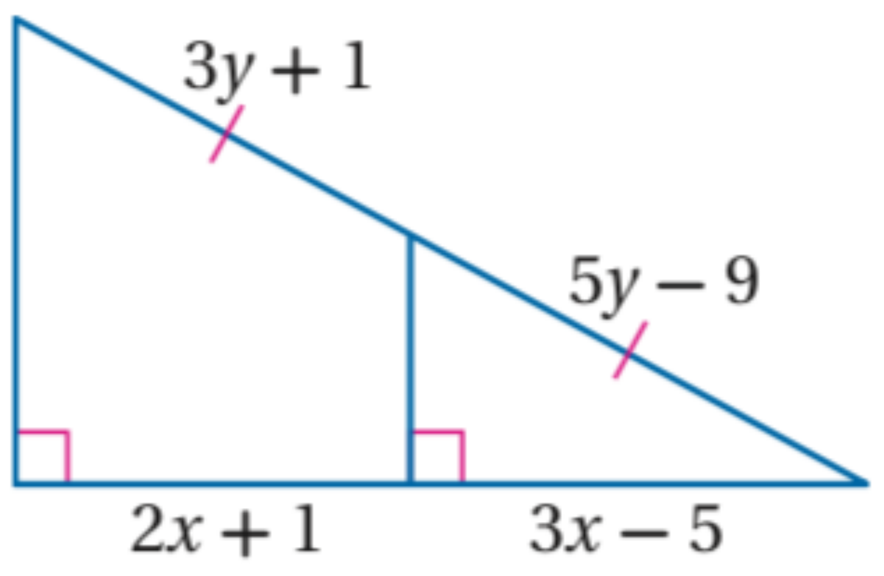
استراتيجية التمايز

أوجد قيمة كلٍّ من x, y .

5A)



5B)

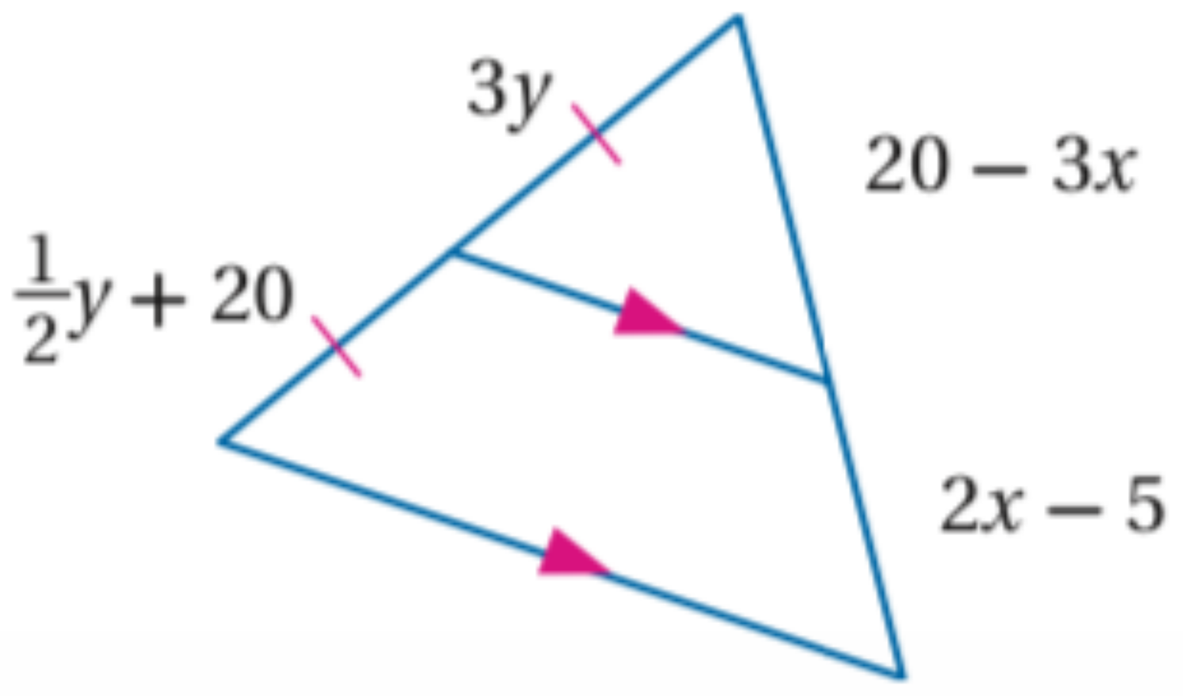


تأكد

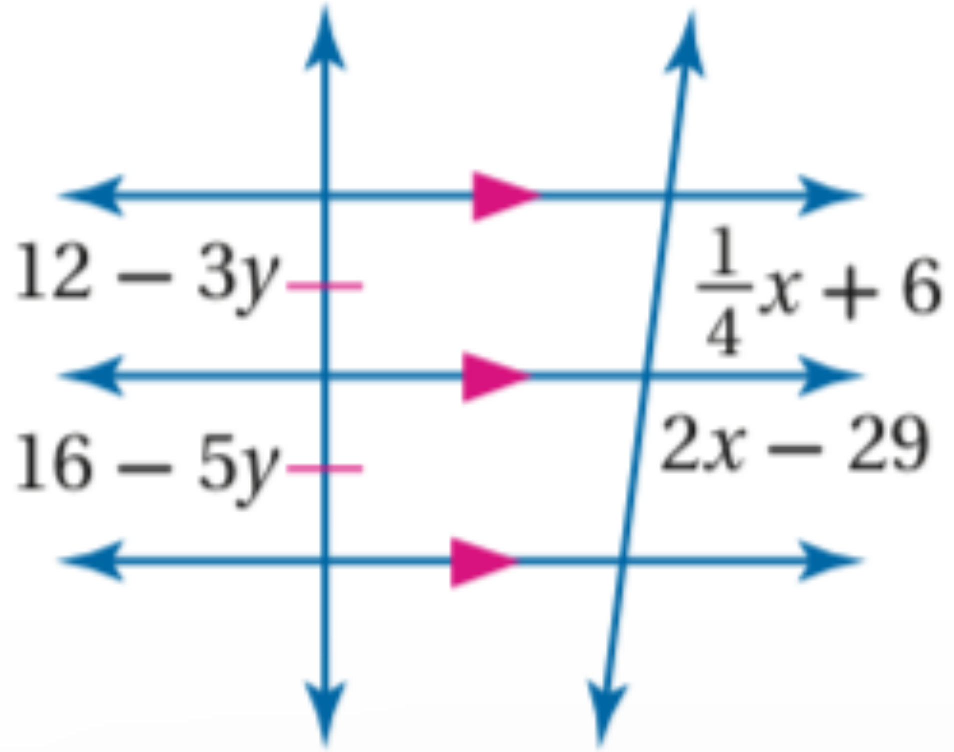
استراتيجية التمايز

جبر: أوجد قيمتَي x, y في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(8



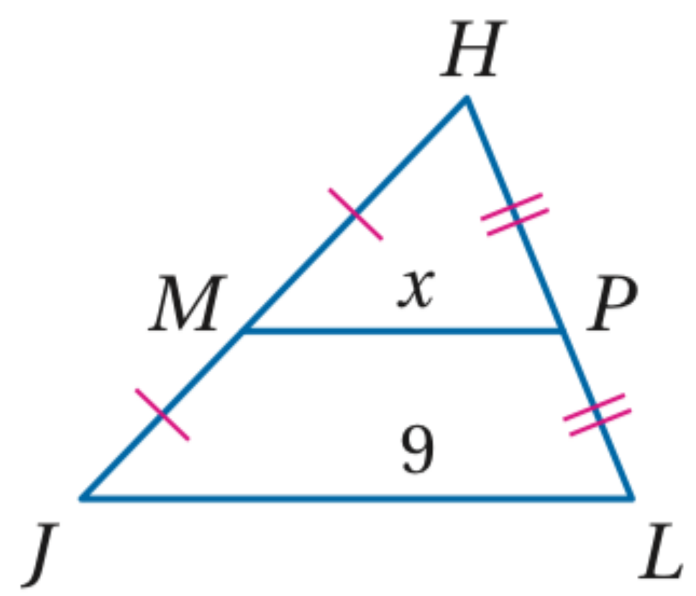
(9



تدريبات

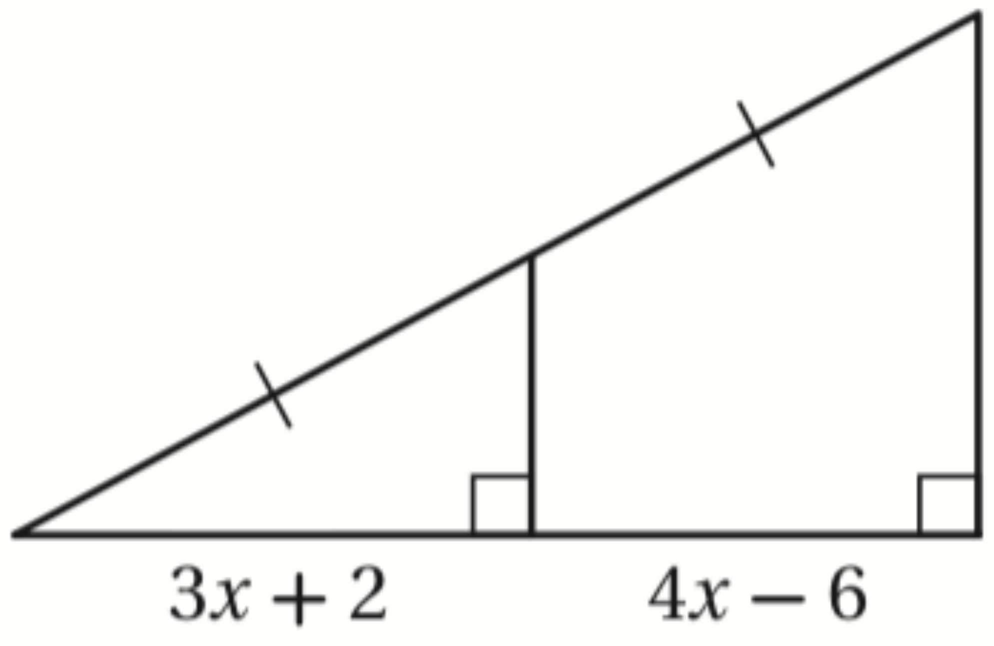
استراتيجية المناقشه الحرة

35) اكتشف الخطأ: يجد كلٌّ من أسامة وسلطان قيمة x في $\triangle JHL$، يقول أسامة: إنّ MP يساوي نصف JL؛ إذن x تساوي 4.5، ويقول سلطان: إن JL يساوي نصف MP؛ إذن x تساوي 18. فهل إجابة أيٍّ منهما صحيحة؟ وضّح إجابتك.



تدريبات

40) إجابة قصيرة: ما قيمة x؟

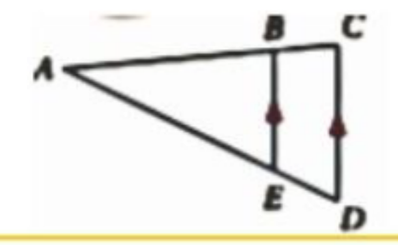


استراتيجية خريطة المفاهيم

المستقيمات المتوازية والاجزاء المتناسبة

نظرية التناسب في المثلث

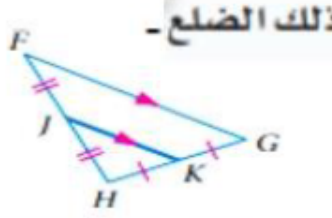
إذا كان $\overline{CD} \parallel \overline{BE}$ ، فإن $\frac{AE}{ED} = \frac{AB}{BC}$



نظرية القطعة المنصفة في المثلث

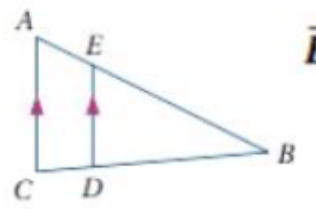
القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

$\overline{JK} \parallel \overline{FG} , JK = \frac{1}{2} FG$



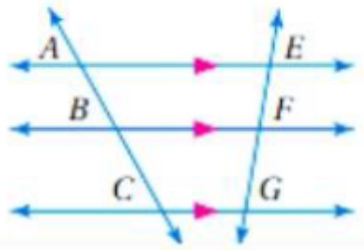
عكس نظرية التناسب في المثلث

إذا كان $\frac{CD}{DB} = \frac{AE}{EB}$ ، فإن $\overline{AC} \parallel \overline{ED}$



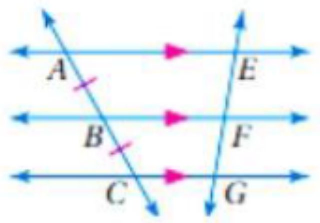
الاجزاء المتناسبه من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا كان: $\overline{CG} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{AE}$، وكان $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{EG}$ قاطعان لها، فإن $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FG}$.



الاجزاء المتناسبة من قاطعين لمستقيمات متوازية

إذا كان: $\overline{CG} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{AE}$ ، وكان $\overline{AC}, \overline{EG}$ قاطعين لها، بحيث $\overline{AB} \cong \overline{BC}$ فإن $\overline{EF} \cong \overline{FG}$.



ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت

الواجب المنزلي

@bs87om

@beso01987