عناصر المثلثات المتشابهة

فيما سبق

درست أن أطوال الاضلاع المتناظرة لمضلعين متشابهين تكون متناسبة

الآن

- اتعرف علاقات التناسب الخاصة بكل من منصفات الزوايا والارتفاعات والقطع المتوسطة المتناظرة في المثلثات المتشابهة واستعملها
- استعمل نظرية منصف زاوية في مثلث

المفردات

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

لماذا؟

في كاميرات التصوير الاحترافي تُستعمل أفلام بمعايير خاصة؛ للحصول على صور واضحة، وعند التقاط الصورة المجاورة، كانت المسافة بين النخلة وعدسة الكاميرا $6.16\ m$، وكان طول النخلة على الفيلم $35\ mm$، يمكن استعمال المثلثات المتشابهة لإيجاد طول النخلة الحقيقي.

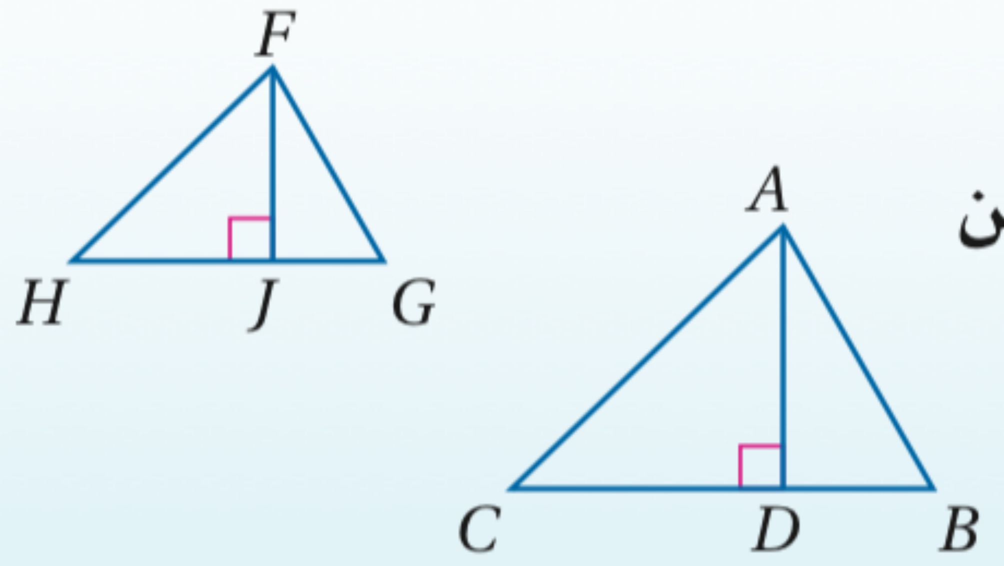
نظريات

أضف إلى مطويتك

قطع مستقيمة خاصّة في المثلثين المتشابهين

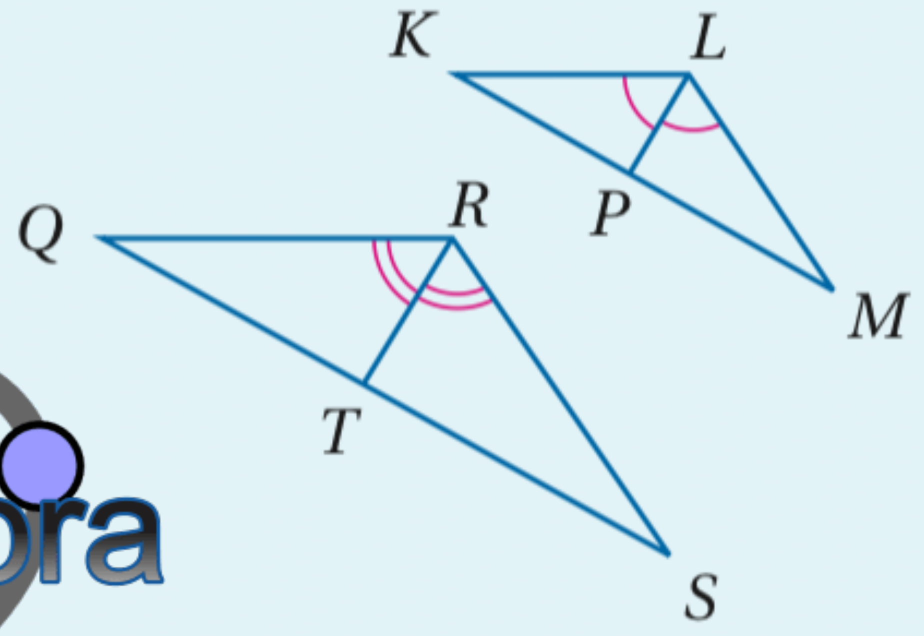
6.8 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولَي كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين طولَي كلٍّ ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$، $\overline{FJ}, \overline{AD}$ ارتفاعين فإنّ $\frac{AD}{FJ} = \frac{AB}{FG}$.



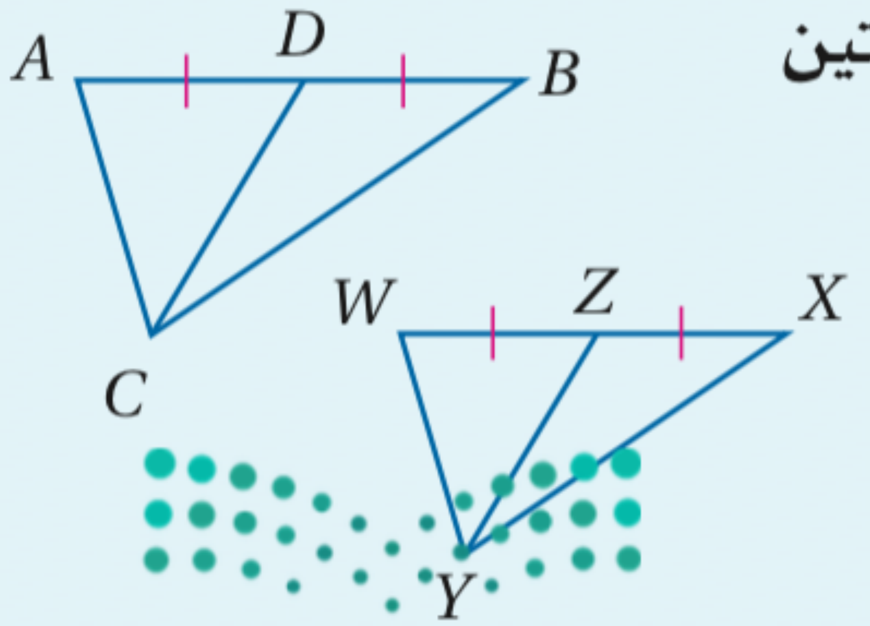
6.9 إذا تشابه مثلثان، فإن النسبة بين طولَي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$، $\overline{LP}, \overline{RT}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LP}{RT} = \frac{LM}{RS}$.



6.10 إذا تشابه مثلثان، فإنّ النسبة بين طولَي كل قطعتين متوسطتين متناظرتين تساوي النسبة بين طولَي كل ضلعين متناظرين.

مثال: إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$، $\overline{CD}, \overline{YZ}$ قطعتين متوسطتين فإنّ $\frac{CD}{YZ} = \frac{AB}{WX}$.

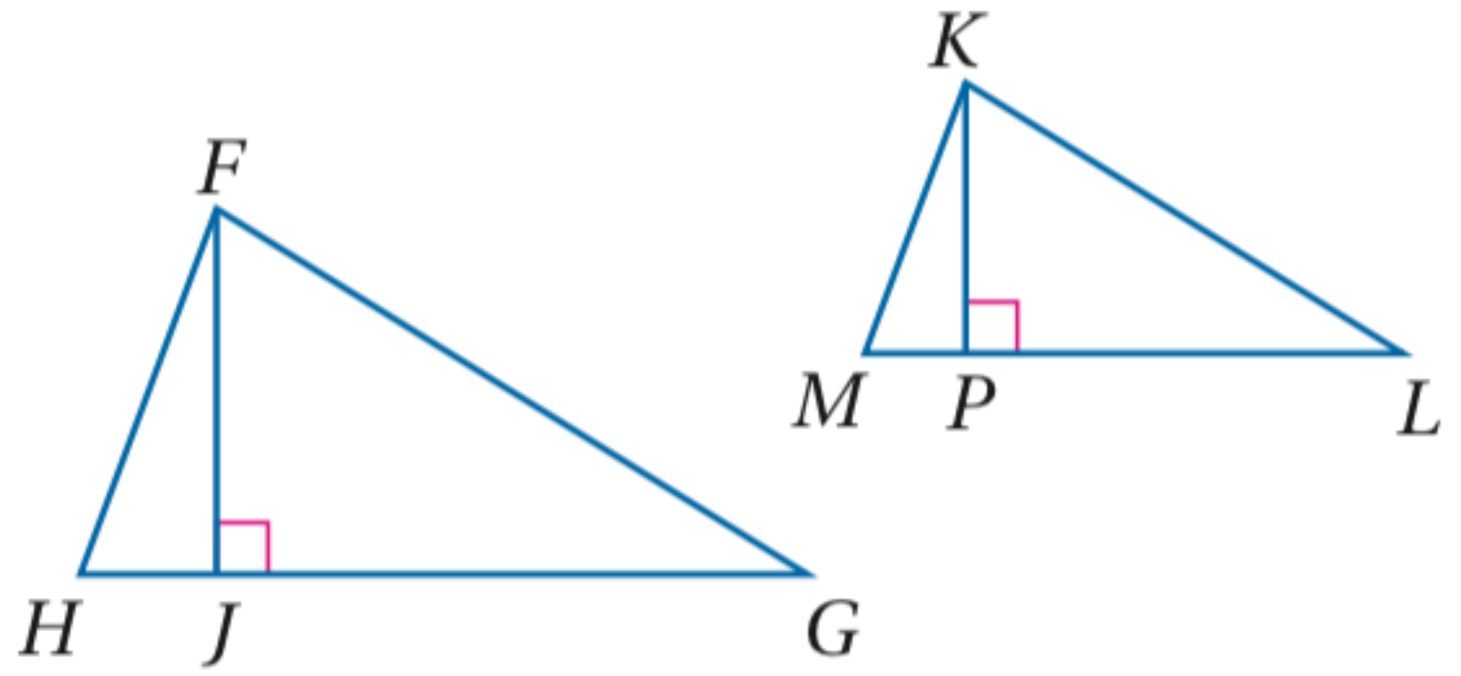


Geogebra

برهان النظرية 6.8

المعطيات: $\triangle FGH \sim \triangle KLM$ ، و $\overline{KP}$, $\overline{FJ}$ ارتفاعان.

المطلوب: $\frac{FJ}{KP} = \frac{HF}{MK}$



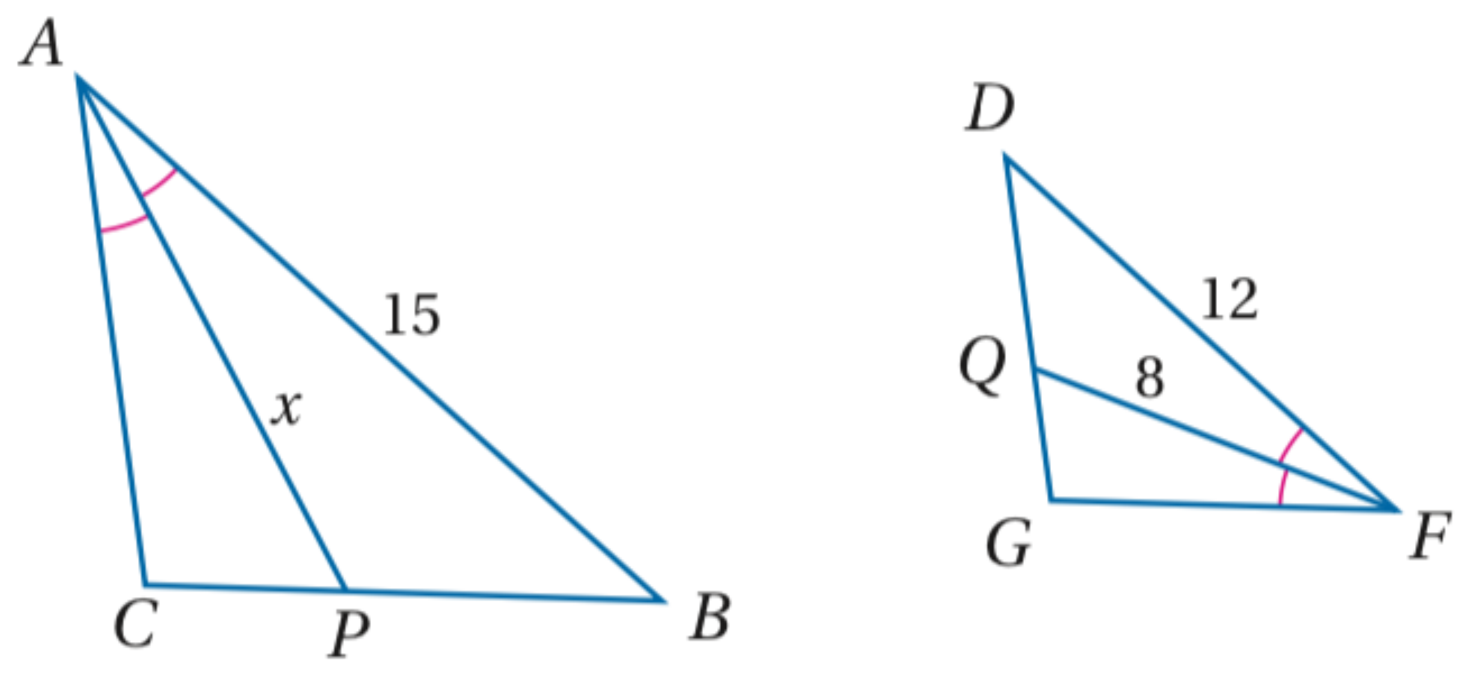
برهان حر:

بما أن: $\triangle FGH \sim \triangle KLM$ ، إذن $\angle H \cong \angle M$ ، كما أن $\angle FJH \cong \angle KPM$ ؛ لأنهما زاويتان قائمتان ناتجتان عن ارتفاعين، وجميع الزوايا القوائم متطابقة؛ لذلك فإن

$\triangle HFJ \sim \triangle MKP$ بحسب مسلمة التشابه AA ؛ إذن $\frac{FJ}{KP} = \frac{HF}{MK}$ وفق تعريف المضلعين المتشابهين.

مثال 1 : استعمال القطع الخاصة في مثلثات متشابهة

إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FDG$ في الشكل أدناه، فأوجد قيمة x .



$\overline{AP}, \overline{FQ}$ منصّفا زاويتين متناظرتين و $\overline{AB}, \overline{FD}$ ضلعان متناظران للمثلثين المتشابهين ABC, FDG .

$\frac{AP}{FQ} = \frac{AB}{FD}$ النسبة بين طولَي القطعتين المستقيمتين المنصفتين لزاويتين متناظرتين في مثلثين متشابهين، تساوي النسبة بين طولَي ضلعين متناظرين.

$\frac{x}{8} = \frac{15}{12}$ بالتعويض

$8 \cdot 15 = x \cdot 12$ خاصية الضرب التبادلي

$120 = 12x$ بالتبسيط.

$10 = x$ بقسمة كلا الطرفين على 12

إرشادات للدراسة

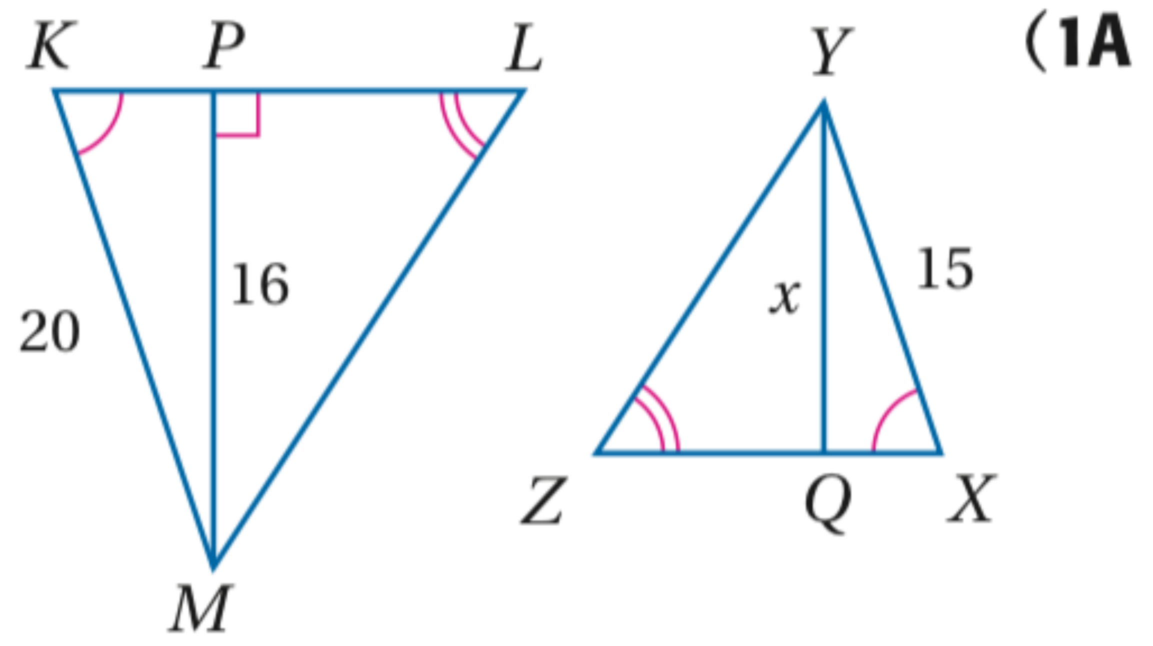
استعمال معامل التشابه:
يمكن حل المثال 1 أيضًا بإيجاد معامل التشابه بين $\triangle ABC, \triangle FDG$ أولًا ، وتكون النسبة بين طول القطعة المستقيمة المنصّفة لزاوية في $\triangle ABC$ إلى طول القطعة المستقيمة المنصّفة للزاوية المناظرة لها في $\triangle FDG$ تساوي معامل التشابه هذا.

تحقق من فهمك

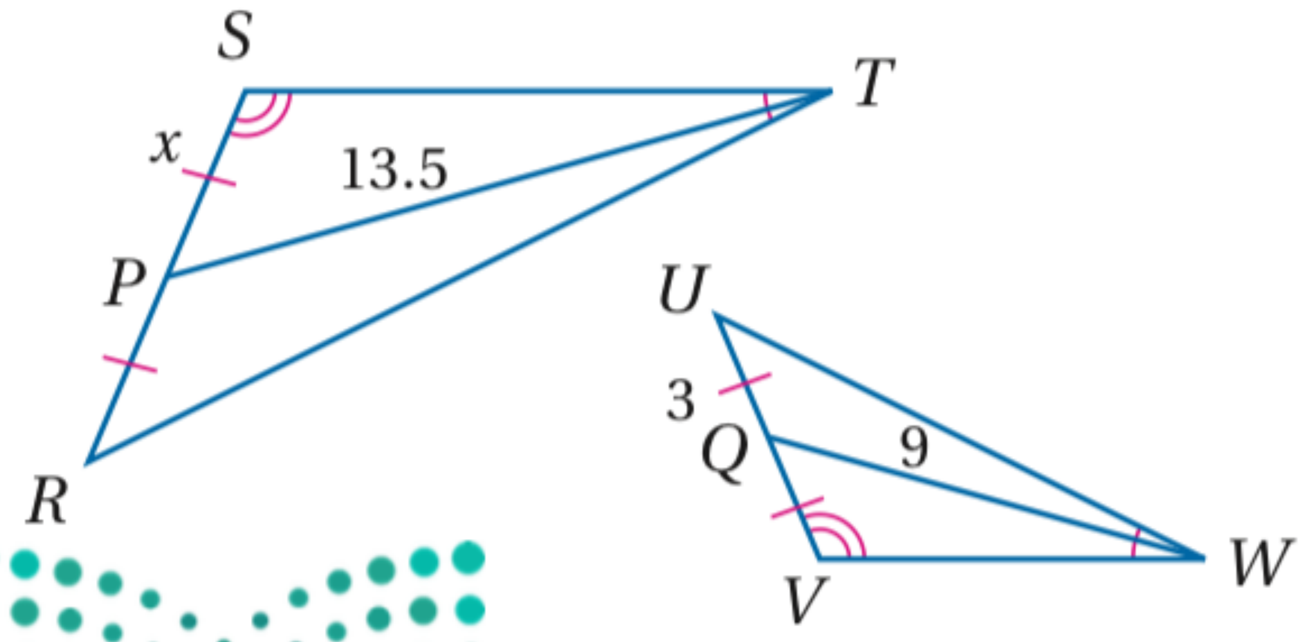
استراتيجية التمايز

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين، في كل من السؤالين الآتيين:

1A)



1B)

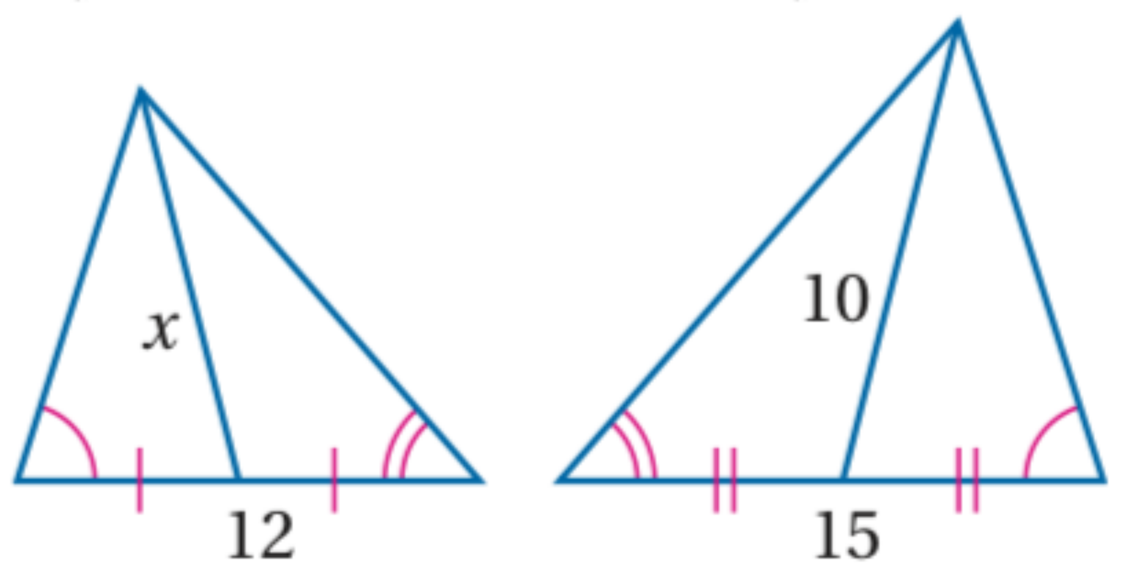


تأكد

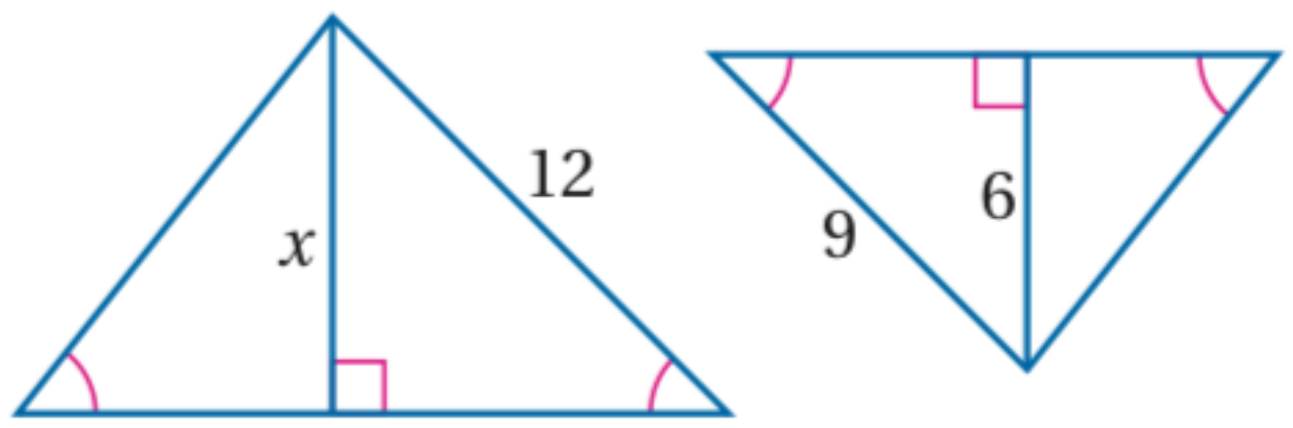
استراتيجية التمايز

أوجد قيمة x في المثلثين المتشابهين في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(1



(2

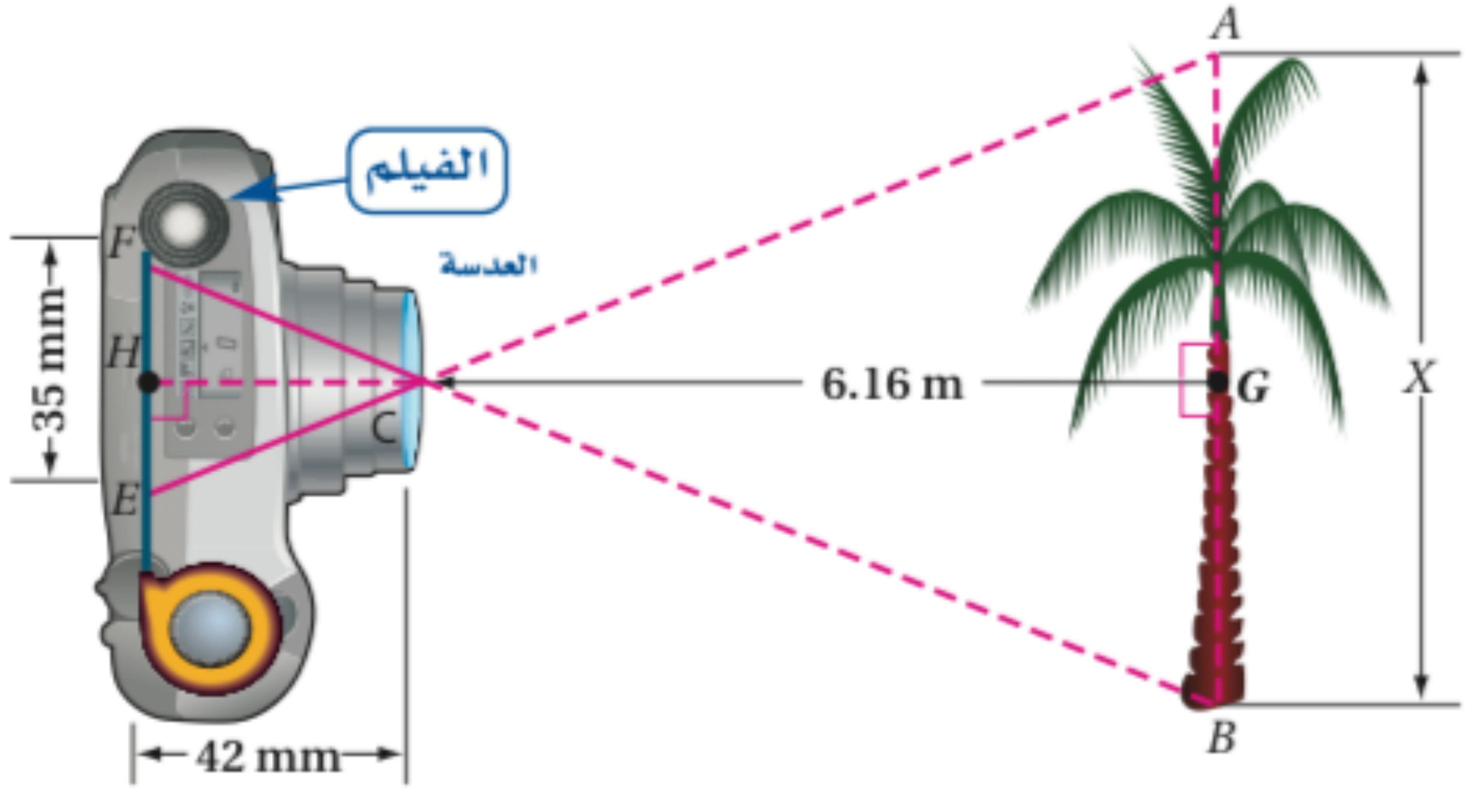


مثال 2 : من واقع الحياة

الربط مع الحياة

طُرحت الكاميرات الرقمية في الأسواق لأول مرة عام 1994م ، وكانت درجة وضوح الصورة 640×480 بكسل، وفي عام 2005 أمكن أخذ صورة بدرجة وضوح تبلغ 2912×4368 بكسل بواسطة كاميرا أكثر وضوحًا لدرجة 12.8 مليون بكسل، وهي صورة أوضح كثيرًا مما تعرضه معظم الحواسيب، فظهرت شاشات حواسيب عالية الوضوح تسمى $4K$.

تصوير: بالرجوع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، يبين الرسم التوضيحي أدناه (الرسم ليس على القياس) موقع الكاميرا وطول الصورة والمسافة من عدسة الكاميرا إلى الفيلم. أوجد الارتفاع الحقيقي للنخلة.



افهم: **المعطيات:** المسافة بين النخلة وعدسة الكاميرا 6.16 m ، وطول النخلة على الفيلم 35 mm ، والمسافة بين العدسة والفيلم 42 mm.

المطلوب: الارتفاع الحقيقي للنخلة.

تكون النخلة وصورتها على الفيلم متوازيتين، ويكون $\overline{CH}$ و $\overline{CG}$ ارتفاعين في المثلثين $\triangle ABC, \triangle EFC$.

مثال 2 : من واقع الحياة

الربط مع الحياة

طُرحت الكاميرات الرقمية في الأسواق لأول مرة عام 1994م ، وكانت درجة وضوح الصورة 640 × 480 بكسل، وفي عام 2005 أمكن أخذ صورة بدرجة وضوح بلغت 2912 × 4368 بكسل بواسطة كاميرا أكثر وضوحًا لدرجة 12.8 مليون بكسل، وهي صورة أوضح كثيرًا مما تعرضه معظم الحواسيب، فظهرت شاشات حواسيب عالية الوضوح تسمى $4K$.

خطط: بما أنّ $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ ، فإنّ: $\angle BAC \cong \angle CEF, \angle CBA \cong \angle CFE$ وفق نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًّا؛ لذلك فإن $\triangle ABC \sim \triangle EFC$ وفق مسلمة التشابه AA . اكتب تناسبًا وحُلّه لإيجاد قيمة x .

حل:

$\frac{AB}{EF} = \frac{GC}{HC}$	النظرية 6.8
$\frac{x\,\text{m}}{35\,\text{mm}} = \frac{6.16\,\text{m}}{42\,\text{mm}}$	بالتعويض
$x\,(42) = 35\,(6.16)$	خاصيّة الضرب التبادلي
$42x = 215.6$	بالتبسيط
$x \approx 5.13$	بقسمة كلا الطرفين على 42

إذن ارتفاع النخلة 5.13 m تقريبًا.

تحقق: نسبة طول الصورة إلى المسافة بين العدسة والفيلم هي 35:42 أو 5:6 ، ونسبة ارتفاع النخلة إلى المسافة بينها وبين العدسة هي: 6.16 : 5.13 ؛ أي 5:6 تقريبًا . ✓

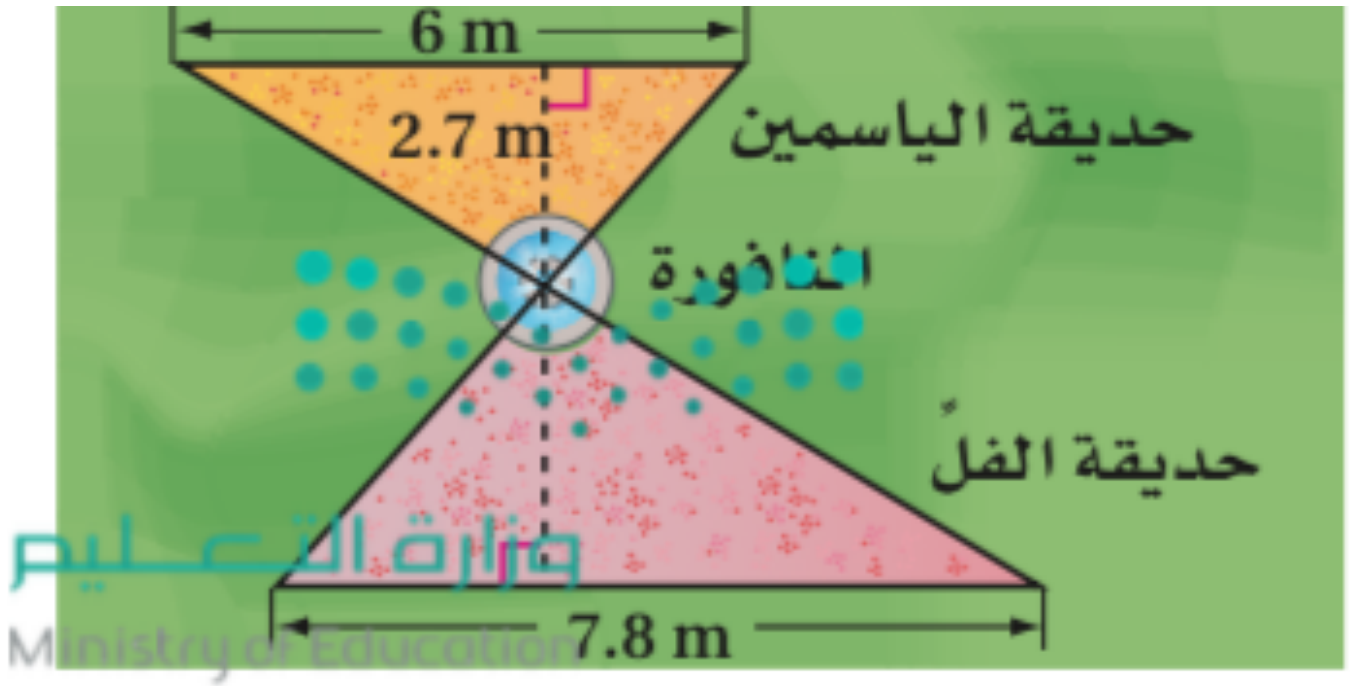
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمة math

تحقق من فهمك

استراتيجية الدقيقة الواحدة

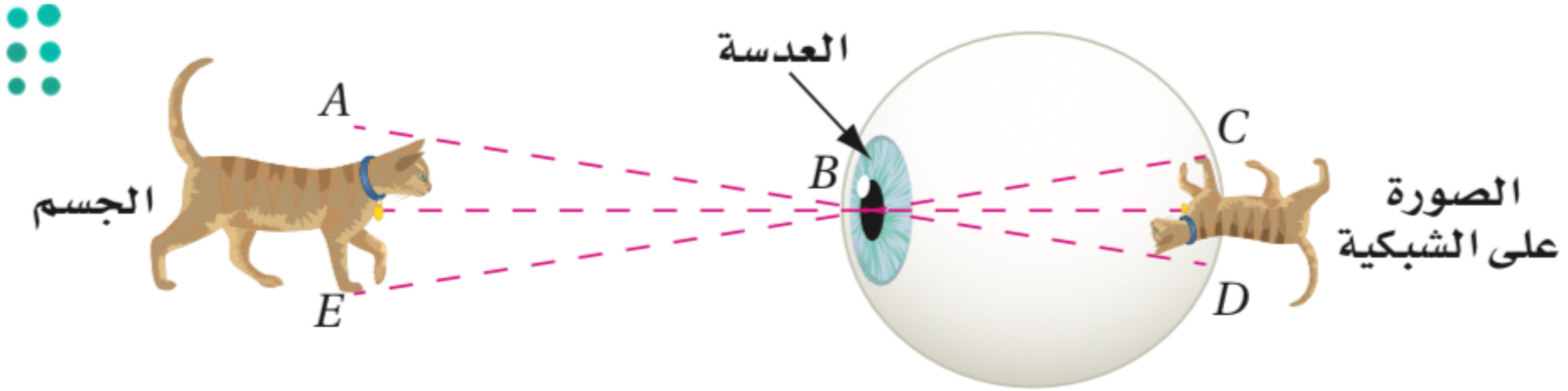
2) **حدائق:** في الشكل المجاور حديقتان بجوارهما نافورة، إذا كانت الحديقتان تشكلان مثلثين متشابهين، فأوجد المسافة من مركز النافورة إلى الضلع الأطول في حديقة الفُلِّ.



تأكد

استراتيجية الدقيقه الواحدة

3) **صورة:** ارتفاع قطّة 10 in ، وارتفاع صورتها على شبكيّة العين 7 mm، إذا كان $\triangle ABE \sim \triangle DBC$ ، وكانت المسافة من بؤبؤ العين إلى الشبكيّة 25 mm، فكم تبعد القطة عن بؤبؤ العين مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟

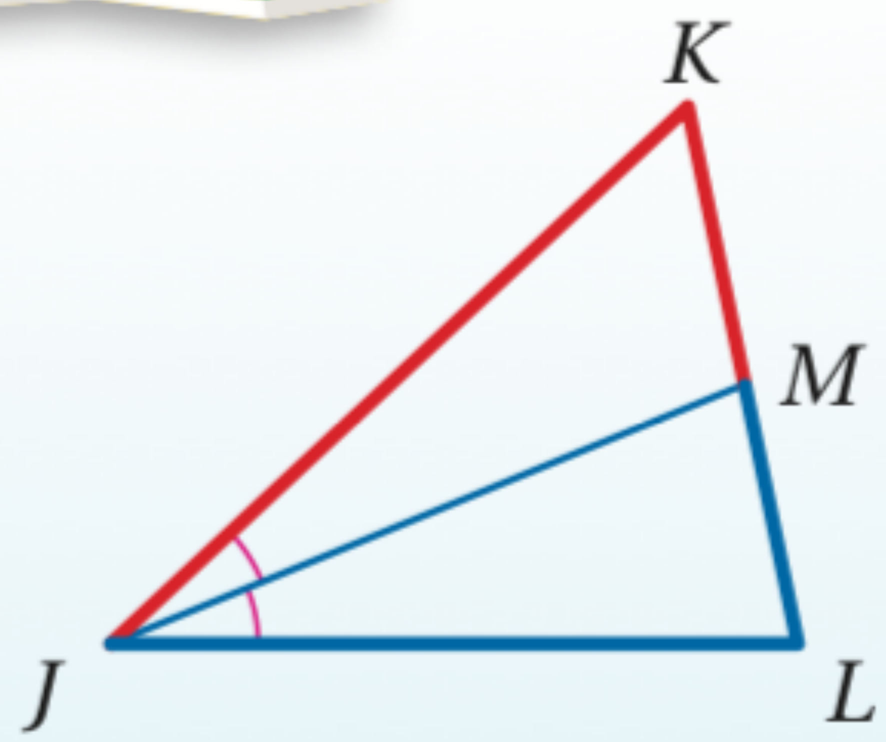


نظرية 6.11

أضف إلى مطويتك

منصّف زاوية في مثلث

منصف زاوية في مثلث يقسم الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين النسبة بين طولَيهِمَا تساوي النسبة بين طولَي الضلعين الآخرين.



مثال: إذا كانت $\overline{JM}$ منصّف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

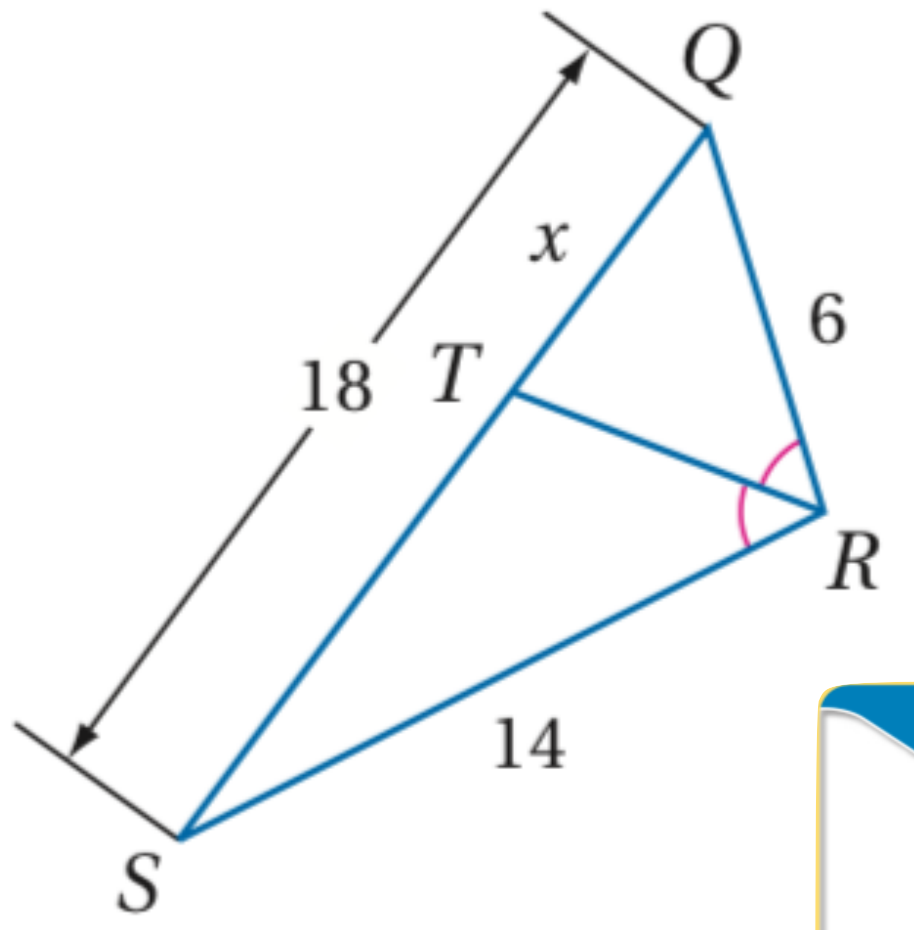
فإنّ $\dfrac{KJ}{LJ} = \dfrac{KM}{LM}$

← القطعتان المشتركتان بالرأس K

← القطعتان المشتركتان بالرأس L

مثال 3 : استعمال نظرية منصف زاوية في مثلث

أوجد قيمة x في الشكل المجاور.



بما أنّ $\overline{RT}$ منصف زاوية في $\triangle QRS$ ، فيمكنك استعمال نظرية منصّف زاوية في مثلث لكتابة تناسب.

$$\frac{QT}{ST} = \frac{QR}{SR}$$ نظرية منصّف زاوية في مثلث

$$\frac{x}{18 - x} = \frac{6}{14}$$ بالتعويض

$$(18 - x)(6) = x \cdot 14$$ خاصية الضرب التبادلي

$$108 - 6x = 14x$$ بالتبسيط

$$108 = 20x$$ بإضافة $6x$ لكلا الطرفين

$$5.4 = x$$ بقسمة كلا الطرفين على 20

إرشادات للدراسة

المثلثات الناتجة عن منصِّف زاوية في مثلث:
لا يرتبط التناسب في نظرية منصف زاوية في مثلث بتشابه مثلثين؛ إذ إن المثلثين الناشئين عن منصف زاوية في مثلث ليسا متشابهين في الحالة العامة، على الرغم من التناسب بين زوجين من أضلاعهما، ووجود زاوية في أحدهما مطابقة لزاوية في الآخر.
لكن المثلثين يتشابهان في حالة قسمة المثلث إلى مثلثين متطابقين.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

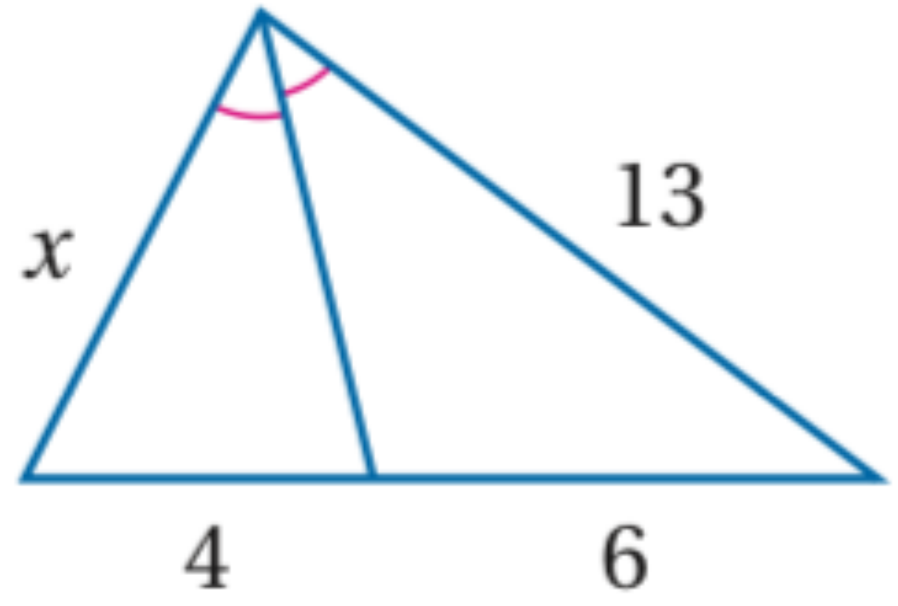
math بسمة

تحقق من فهمك

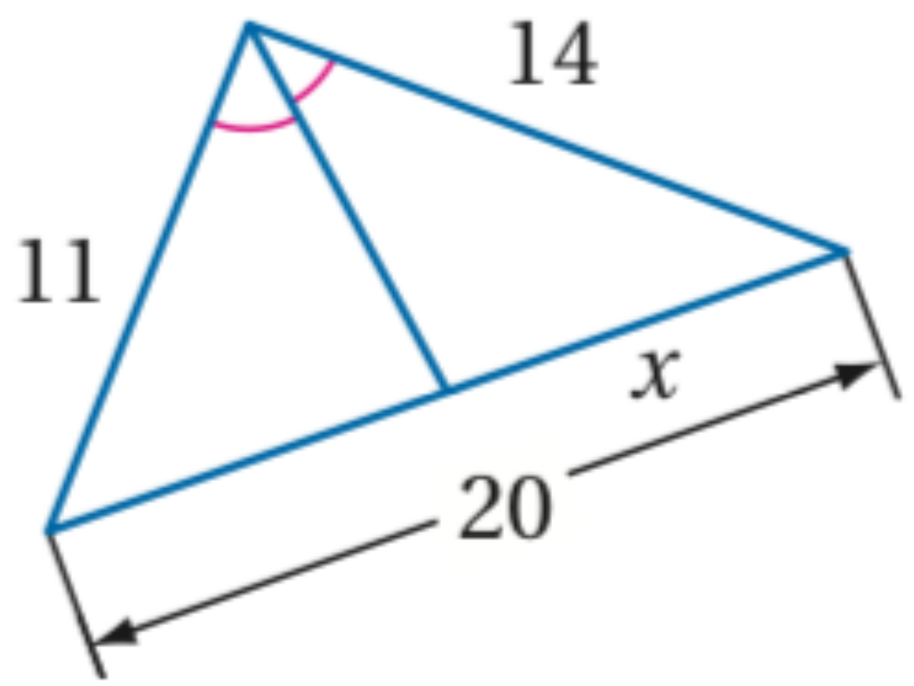
استراتيجية التمايز

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين :

(3A



(3B

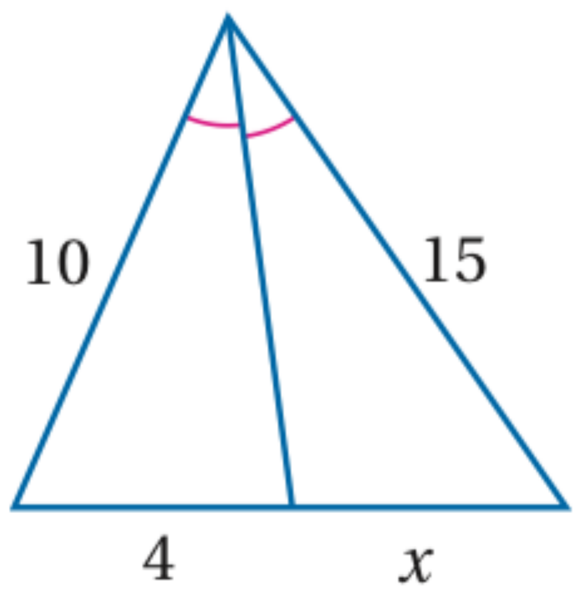


تأكد

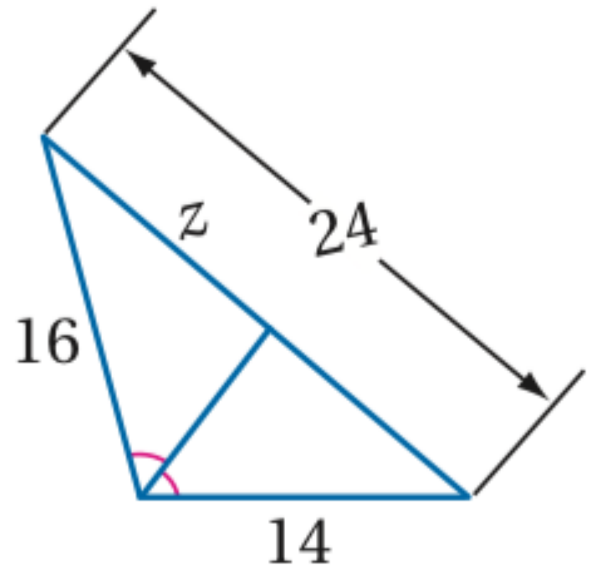
استراتيجية التمايز

أوجد قيمة المتغيّر في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

4)



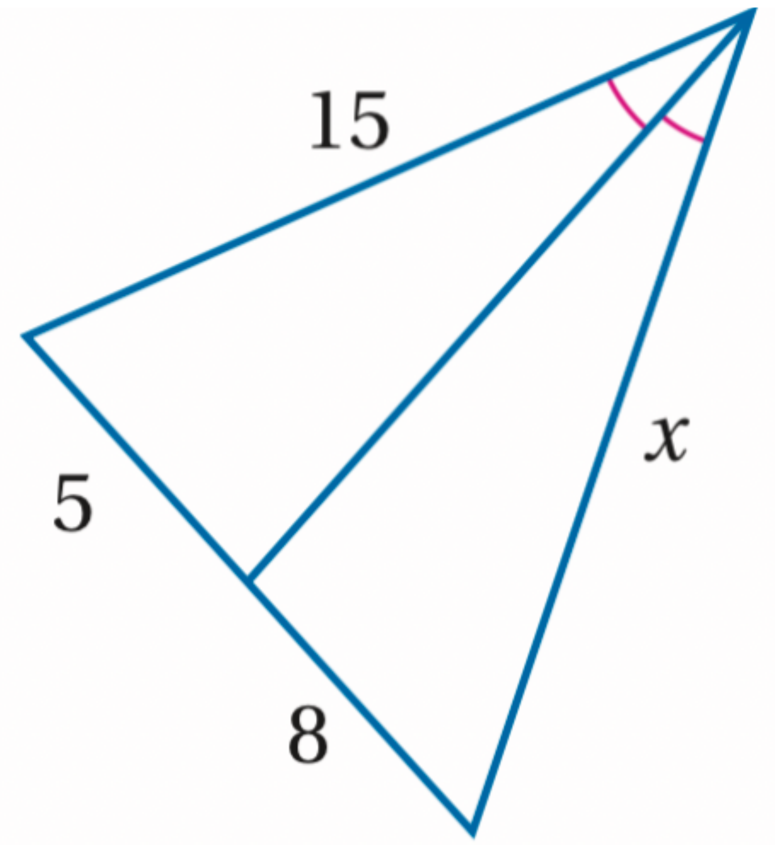
5)



تدريبات

استراتيجية التفكير الناقد

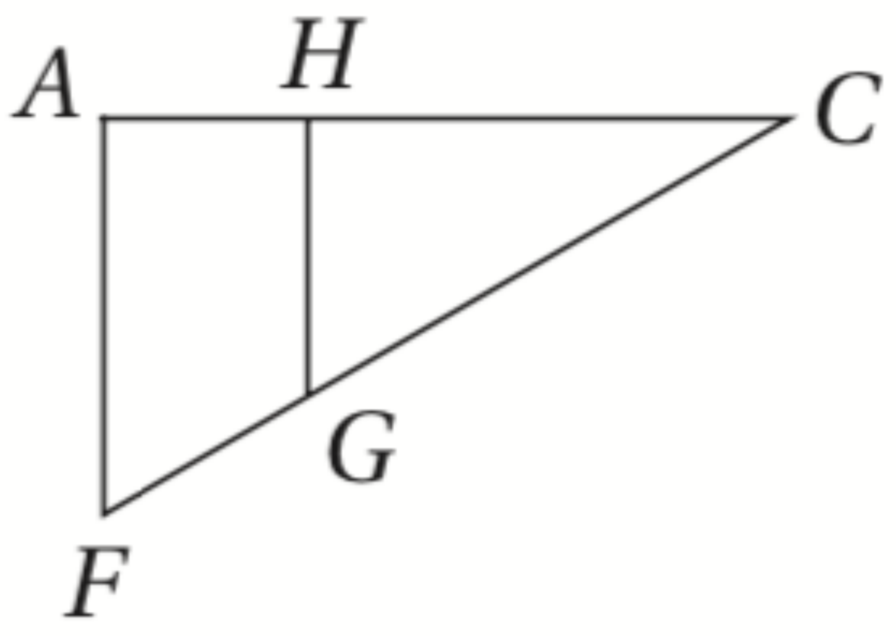
22) **اكتشف الخطأ:** يحاول كلٌّ من عبد الله وفيصل أن يجد قيمة x في الشكل المجاور.
فيقول عبد الله: لإيجاد قيمة x أحل التناسب $\frac{15}{x} = \frac{5}{8}$، ويقول فيصل: لإيجاد قيمة x،
أحل التناسب $\frac{8}{15} = \frac{5}{x}$ ، أيٌّ منهما على صواب؟ وضح إجابتك.



تدريبات

استراتيجية المناقشه الحرة

26) أيُّ الحقائق الآتية ليست كافيةً لإثبات أن المثلثين ACF و HCG متشابهان؟



A $\overline{AF} \parallel \overline{HG}$

B $\frac{AC}{HC} = \frac{FC}{GC}$

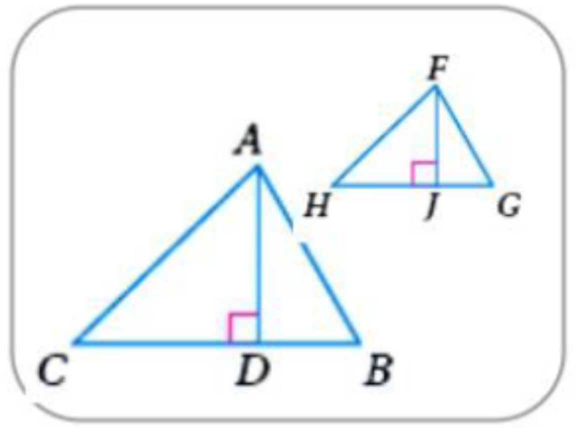
C $\frac{CG}{CF} = \frac{1}{2}$

D $\angle FAH$ و $\angle CHG$ قائمتان.

استراتيجية خريطة المفاهيم

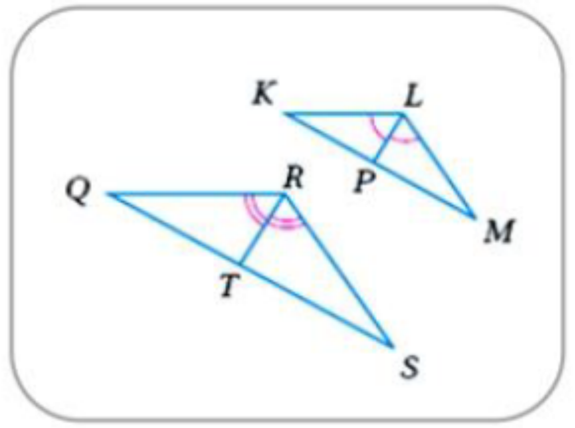
عناصر المثلثات المتشابهة

اذا تشابه مثلثان فإن :



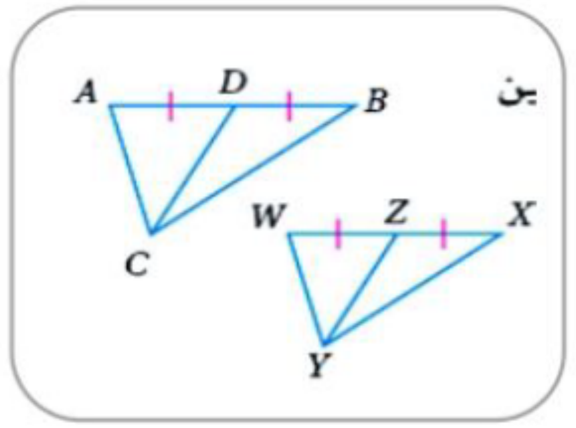
$$\frac{\text{طول ارتفاع المثلث } 1}{\text{طول الارتفاع المناظرة له في المثلث } 2} = \frac{\text{طول ضلع المثلث } 1}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث } 2}$$

مثال، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle FGH$، $\overline{AD}, \overline{FJ}$ ارتفاعين فإنَ $\frac{AB}{FG} = \frac{AD}{FJ}$.



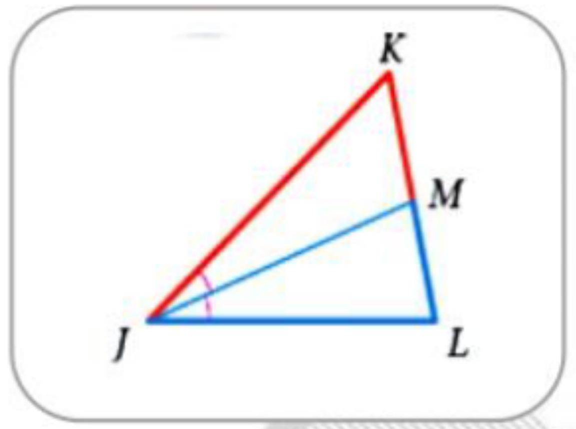
$$\frac{\text{طول منصف زاوية المثلث } 1}{\text{طول منصف الزاوية المناظرة له في المثلث } 2} = \frac{\text{طول ضلع المثلث } 1}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث } 2}$$

مثال، إذا كان $\triangle KLM \sim \triangle QRS$، $\overline{RT}, \overline{LP}$ قطعتين منصفتين، فإن $\frac{LM}{RS} = \frac{LP}{RT}$.



$$\frac{\text{طول القطعة المتوسطة في المثلث } 1}{\text{طول القطعة المتوسطة المناظر له في المثلث } 2} = \frac{\text{طول ضلع المثلث } 1}{\text{طول الضلع المناظر له في المثلث } 2}$$

مثال، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle WXY$، $\overline{YZ}, \overline{CD}$ قطعتين متوسطتين فإنَ $\frac{AB}{WX} = \frac{CD}{YZ}$.



فإنَ $\frac{KJ}{LJ} = \frac{KM}{LM}$ ⟵ القطعتان المشتركتان بالرأس K

⟵ القطعتان المشتركتان بالرأس L

مثال، إذا كانت $\overline{JM}$ منصَف زاوية في المثلث $\triangle JKL$

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت

الواجب المنزلي

@bs87om

@beso01987