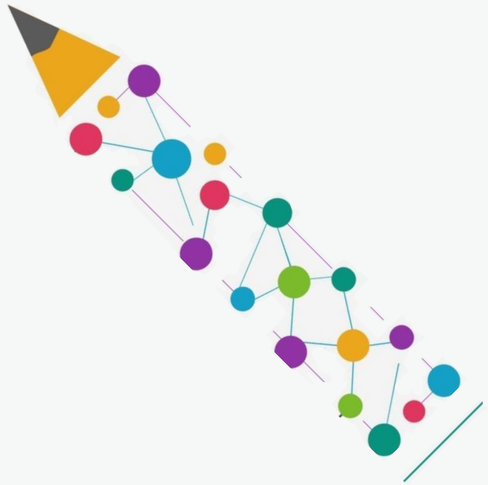
الانعكاس



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

فيما سبق

درست الانعكاس بوصفه تحويلا هندسيا

الآن

- ارسم الصورة الناتجة عن الانعكاس
- ارسم الصورة الناتجه عن الانعكاس في المستوى الاحداثي

المفردات

- الانعكاس
- محور الانعكاس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

لماذا؟

تُظهر المسطحات المائية انعكاسات رائعة لما يُحيط بها.
ففي مسطحات الماء الراكدة، تلاحظ أن لكل نقطة فوق سطح الماء نقطة مناظرة لها تحته، هي صورتها الناتجة عن الانعكاس. وتكون المسافة بين النقطة الأصلية وسطح الماء مساوية للمسافة بين صورتها وسطح الماء.

رسم الانعكاسات: تعلّمت أن **الانعكاس** هو تحويل هندسي يقلب الشكل حول مستقيمٍ يسمى **محور الانعكاس**، بحيث يكون بُعد النقطة وبُعد صورتها عن محور الانعكاس متساويين.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

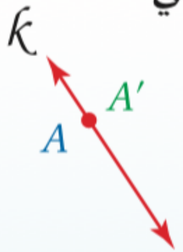
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

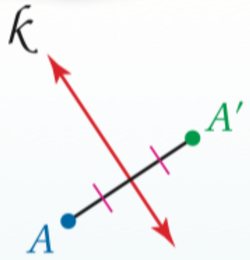
الانعكاس حول مستقيم

الانعكاس حول مستقيم ينقل النقطة إلى صورتها كما يأتي:

- إذا كانت النقطة واقعة على محور الانعكاس، فإن صورتها هي النقطة نفسها.
- إذا كانت النقطة غير واقعة على محور الانعكاس، يكون محور الانعكاس هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة التي تصل بين النقطة وصورتها.



A تقع على المستقيم k



A لا تقع على المستقيم k

الرموز A' ,A'' ,A''' تمثل أسماء للنقاط الناتجة عن تحويل هندسي أو أكثر للنقطة A

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

مثال 1 : رسم صورة مضلع بالانعكاس حول مستقيم

ارسم صورة الشكل بالانعكاس حول المستقيم المعطى.

الخطوة 1 : ارسم مستقيمًا يمرُّ بكل رأس من رؤوس المثلث، ويكون عموديًّا على المستقيم k باستعمال مثلث الرسم.

الخطوة 2 : قِسِ المسافة بين النقطة A والمستقيم k باستعمال الفرجار، وعيّن النقطة A' ؛ بحيث يكون المستقيم k العمود المنصف لِـ $\overline{AA'}$.

الخطوة 3 : كرِّر الخطوة 2 لتعين B' و C'، ثم صِل الرؤوس A', B', C' لتشكل صورة المثلث الناتجةَ عن الانعكاس.

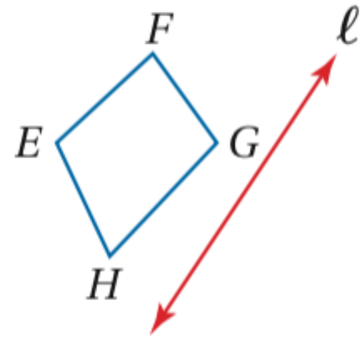
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تحقق من فهمك

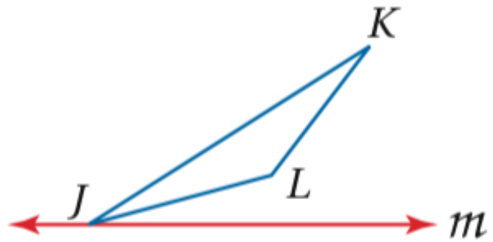
استراتيجية التمايز

ارسم صورة الشكل بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل شكل مما يأتي :

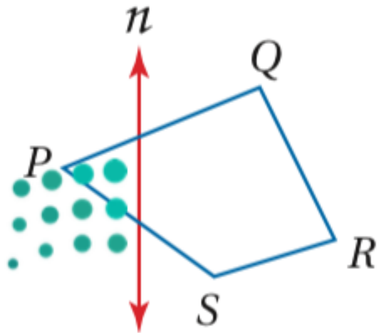
(1A



(1B



(1C



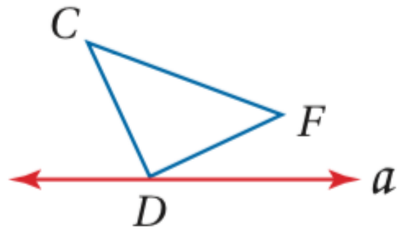
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تأكد

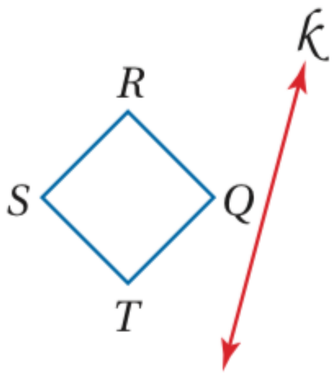
استراتيجية التمايز

ارسم صورة كل شكل مما يأتي بالانعكاس حول المستقيم المعطى:

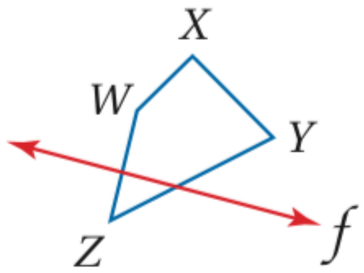
1)



2)



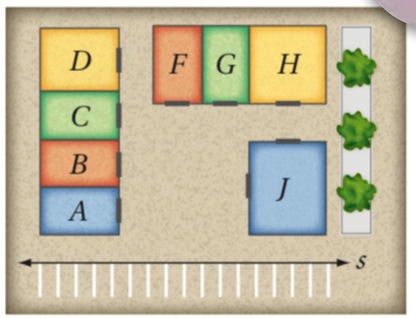
3)



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

مثال 2 : من واقع الحياة

تسوق : اصطحب أحمد صديقه عليًّا في سيارته إلى السوق، حيث يرغب أحمد في الاتجاه إلى المتجر B ؛ لشراء بعض الملابس، بينما يرغب عليٌّ في الاتجاه إلى المتجر G ؛ لشراء حذاءٍ، ففي أي مكان من المواقف المحددة على المستقيم s يوقف أحمد سيارته، بحيث تكون المسافة التي سيقطعانها سيرًا للوصول إلى المتجرين أقل ما يمكن؟

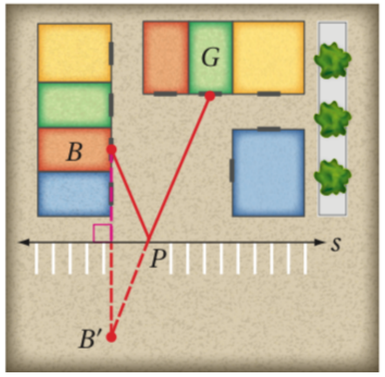


افهم : **المعطيات:** أوقف أحمد سيارته في الموقف P على المستقيم s .
اتجه أحمد إلى المتجر B لشراء بعض الملابس.
واتجه علي إلى المتجر G لشراء حذاء.

المطلوب: حدد الموقف P على المستقيم s ، بحيث يكون $BP + PG$ أقل ما يمكن.

خطط : تكون المسافة الكلية من B إلى P ثم من P إلى G أقل ما يمكن، عندما تكون هذه النقاط على استقامةٍ واحدةٍ.

حُلَّ : ارسم $\overline{B'G}$. وعيّن P عند تقاطع المستقيم s مع $\overline{B'G}$.
علمًا بأن B' هي صورة النقطة B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم s



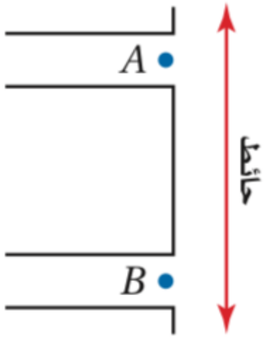
تحقق : اختر مواقع أخرى للنقطة P على المستقيم s ، وقارن مجموع $BP + PG$ في كل حالة؛ للتحقق من أن الموقع الذي تم تحديده للنقطة P هو الذي يجعل هذا المجموع أقل ما يمكن.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - انتاج - توثيق
بسمه math

تحقق من فهمك

استراتيجية الدقيقة الواحدة

2) **مبيعات تذاكر:** يريد فهد أن يختار موقعًا مناسبًا لبيع تذاكر مباراة كرة قدم، عيّن النقطة P على الحائط، بحيث تكون المسافة التي يسيرها شخصٌ ما من النقطة A إلى P ثم إلى النقطة B أقل ما يمكن.

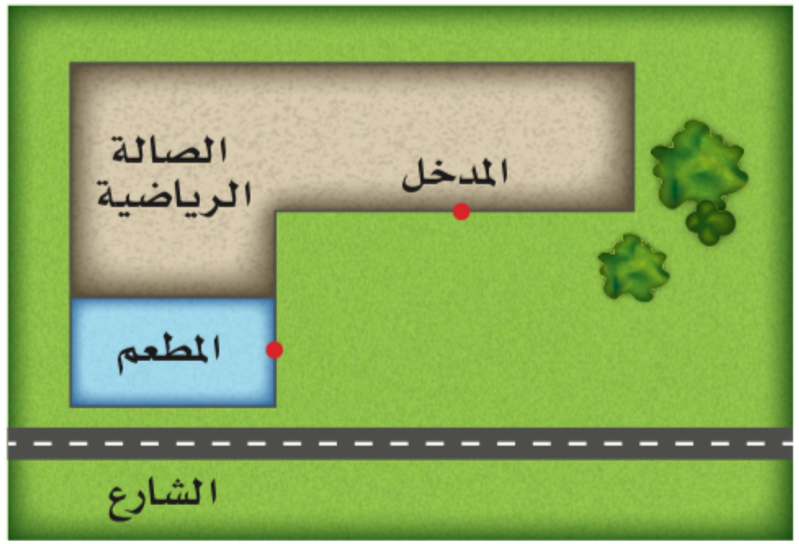


مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تأكد

استراتيجية المناقشة الحرة

4) **مباريات:** ينتظر ماجد في المطعم صديقًا سيأتيه بتذكرة لحضور مباراة في الصالة الرياضية. في أي موقع على الشارع، يجب أن يُوقِفَ صديقه سيارته، حتى تكون المسافة التي يسيرها ماجد من المطعم إلى السيارة ثم إلى مدخل الصالة الرياضية أقل ما يمكن؟ ارسم شكلًا يوضح إجابتك.



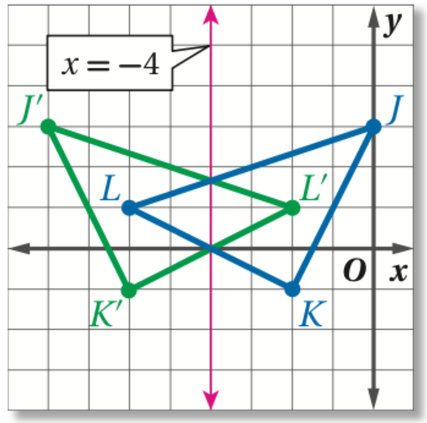
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

مثال 3 : رسم صورة بالانعكاس حول مستقيم

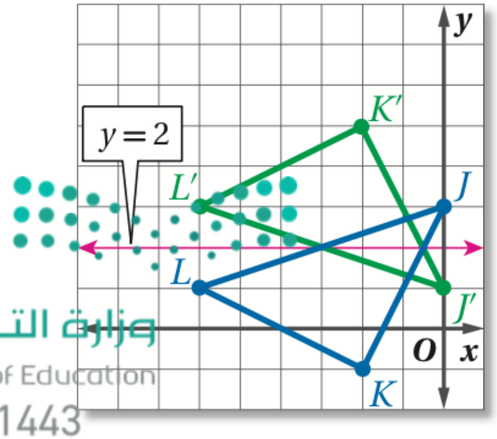
مثِّل بيانيًّا $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(0, 3), K(-2, -1), L(-6, 1)$ ،
ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المُعطى في كلٍّ مما يأتي:

a) $x = -4$ **b)** $y = 2$

استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأسٍ، بحيث يكون المستقيم $x = -4$ هو المنصف العمودي للقطعة المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.

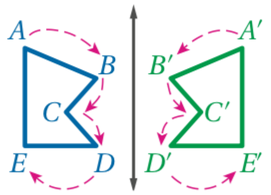


استعمل خطوط الشبكة الإحداثية لإيجاد النقطة المناظرة لكل رأس، بحيث يكون المستقيم $y = 2$ هو المنصف العمودي للقطعة المستقيمة التي تصل بين كل رأس وصورته.



إرشادات للدراسة

خصائص الانعكاس:
يحافظ الانعكاس على الأبعاد وقياسات الزوايا والاستقامة وترتيب مواقع النقاط، ولكن يعكس الاتجاه.



وزارة التعليم
Ministry of Education
1443 - 1444

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

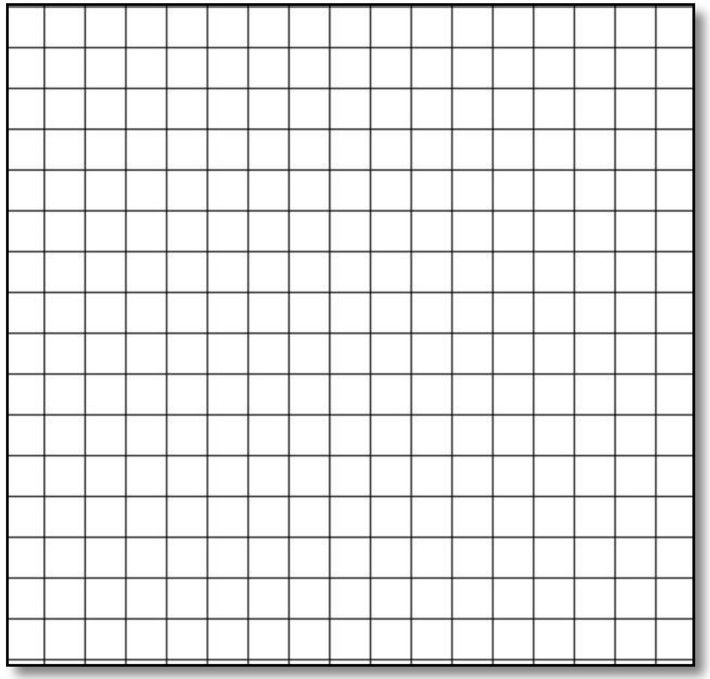
بسمه math

تحقق من فهمك

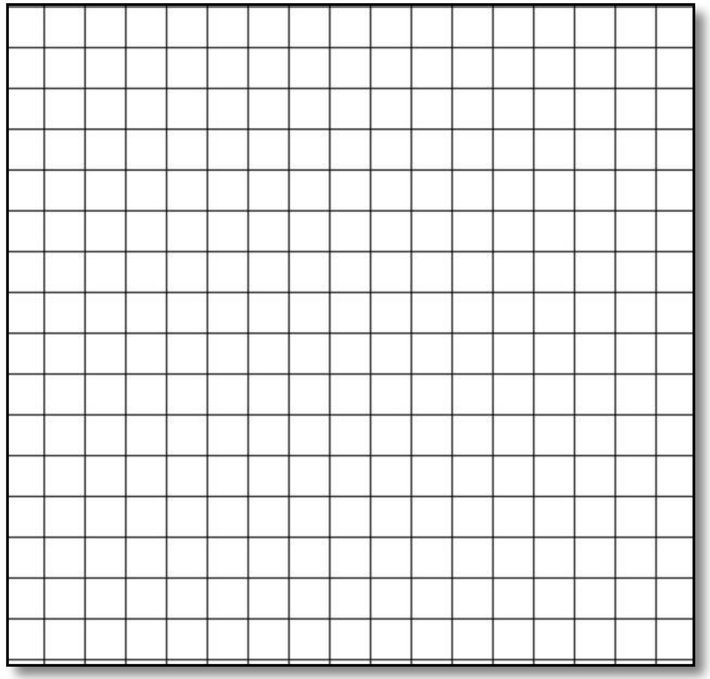
استراتيجية التمايز

مثِّل بيانيًّا شبه المنحرف $RSTV$، الذي إحداثيات رؤوسه هي: $V(-1, -3)$,$T(4, -1)$,$S(4, 1)$,$R(-1, 1)$، وارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم المُعطَى في كلٍّ ممّا يأتي:

3A) $y = -3$



3B) $x = 2$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

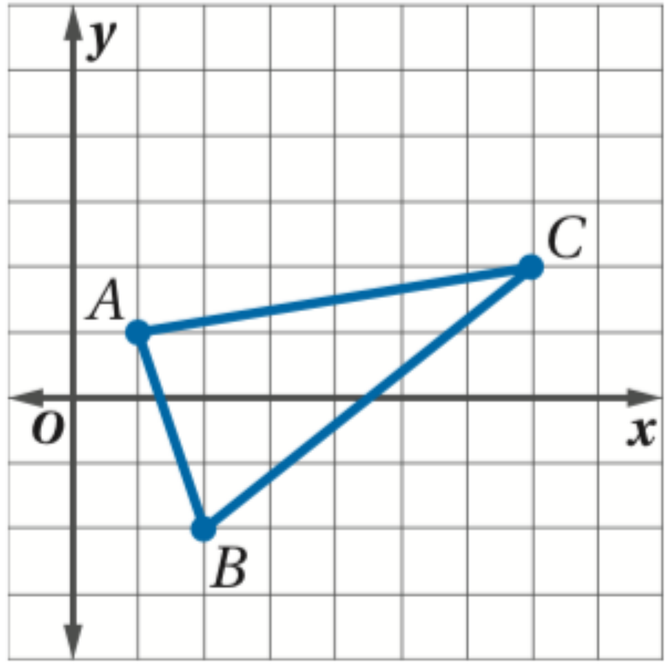
بسمة math

تأكد

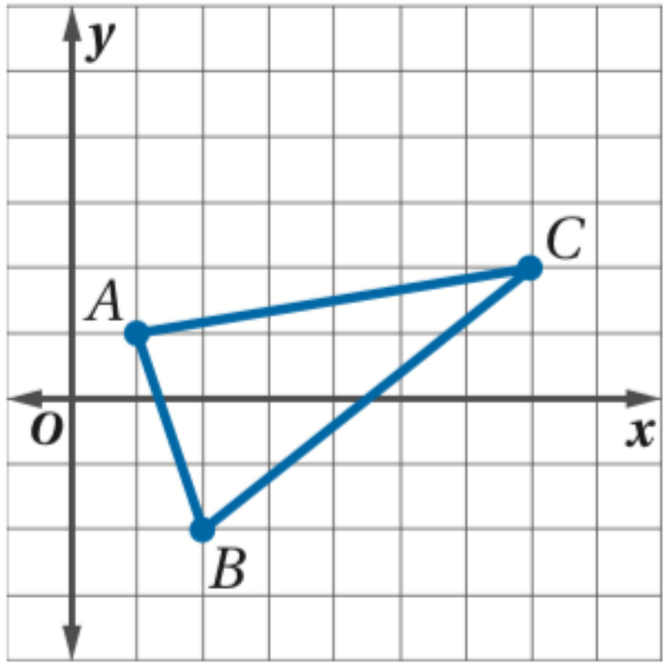
استراتيجية التمايز

مثِّل بيانيًّا صورة $\triangle ABC$ المبيّن جانبًا بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كلٍّ من السؤالين 6، 5.

5) $y = -2$



6) $x = 3$

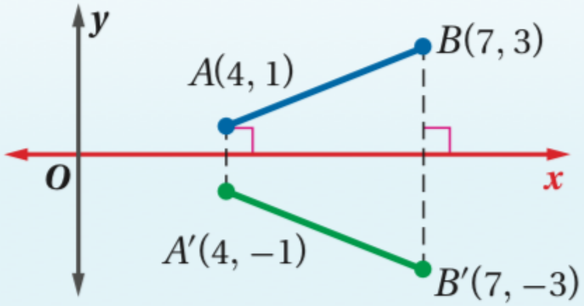
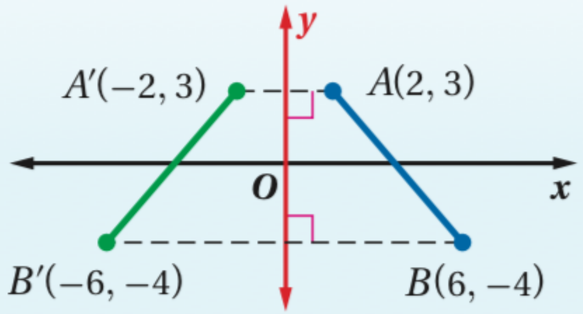


مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الانعكاس حول المحور x أو المحور y

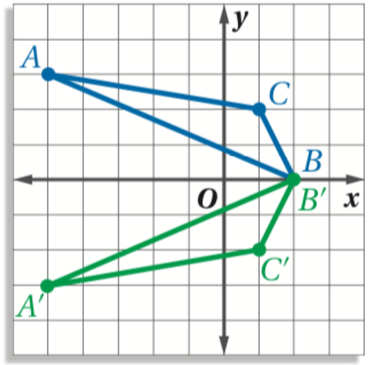
الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y
التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور x، اضرب إحداثي y لها في -1	التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المحور y، اضرب إحداثي x لها في -1
الرموز: $(x, y) \rightarrow (x, -y)$	الرموز: $(x, y) \rightarrow (-x, y)$
مثال: 	مثال: 

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

مثال 4 : رسم صورة بالانعكاس حول محور

مثِّل كل شكل مما يأتي بيانيًّا، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

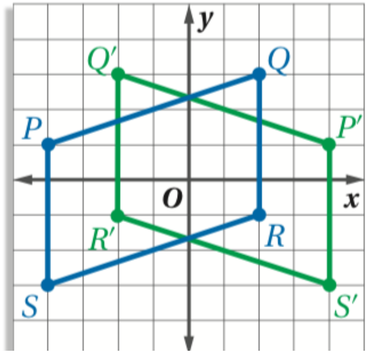
a) $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه: $A(-5, 3), B(2, 0), C(1, 2)$ بالانعكاس حول المحور x .



اضرب الإحداثي y لكل رأس في -1 .

(x, y)	$\rightarrow$	$(x, -y)$
$A(-5, 3)$	$\rightarrow$	$A'(-5, -3)$
$B(2, 0)$	$\rightarrow$	$B'(2, 0)$
$C(1, 2)$	$\rightarrow$	$C'(1, -2)$

b) متوازي الأضلاع $PQRS$ الذي إحداثيات رؤوسه: $P(-4, 1), Q(2, 3), R(2, -1), S(-4, -3)$ بالانعكاس حول المحور y .



اضرب الإحداثي x لكل نقطة في -1

(x, y)	$\rightarrow$	$(-x, y)$
$P(-4, 1)$	$\rightarrow$	$P'(4, 1)$
$Q(2, 3)$	$\rightarrow$	$Q'(-2, 3)$
$R(2, -1)$	$\rightarrow$	$R'(-2, -1)$
$S(-4, -3)$	$\rightarrow$	$S'(4, -3)$

إرشادات للدراسة

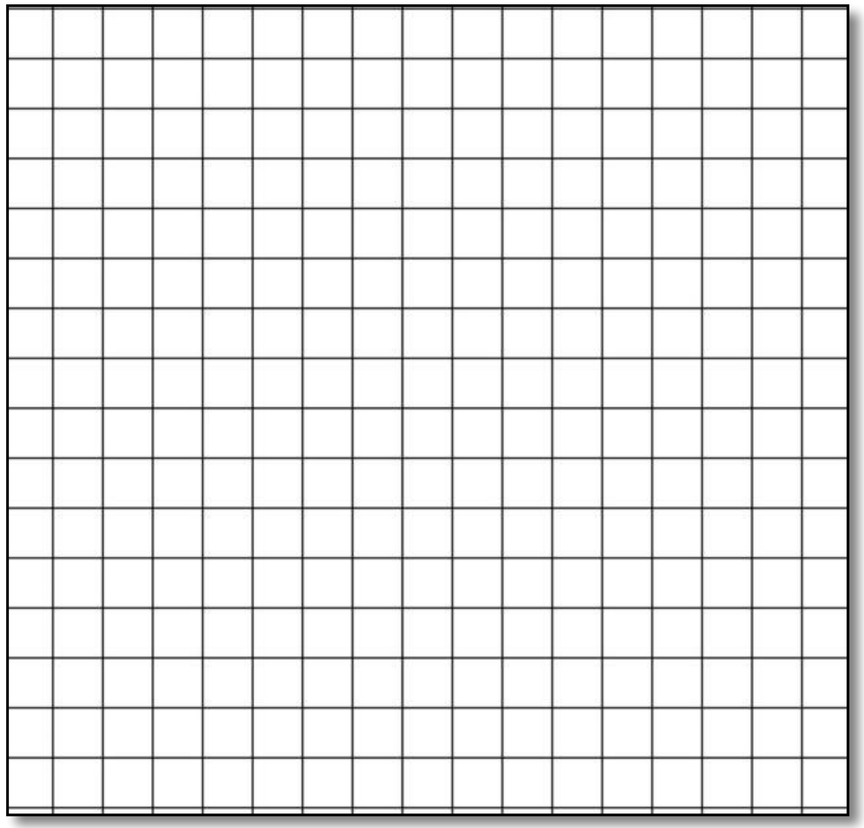
النقاط الثابتة :

تسمى النقطة B في المثال 4a نقطةً ثابتةً؛ لأنها اقترنت مع نفسها، وأن إحداثيَّيها هما نفس إحداثيَّي صورتها B′ بالانعكاس، فالنقاط الواقعة على محور الانعكاس هي فقط التي تبقى ثابتةً تحت تأثير الانعكاس.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تحقق من فهمك

4A) المستطيل الذي إحداثيات رؤوسه: $H(-3,-3), G(3,0), F(2,2), E(-4,-1)$ بالانعكاس حول المحور x.



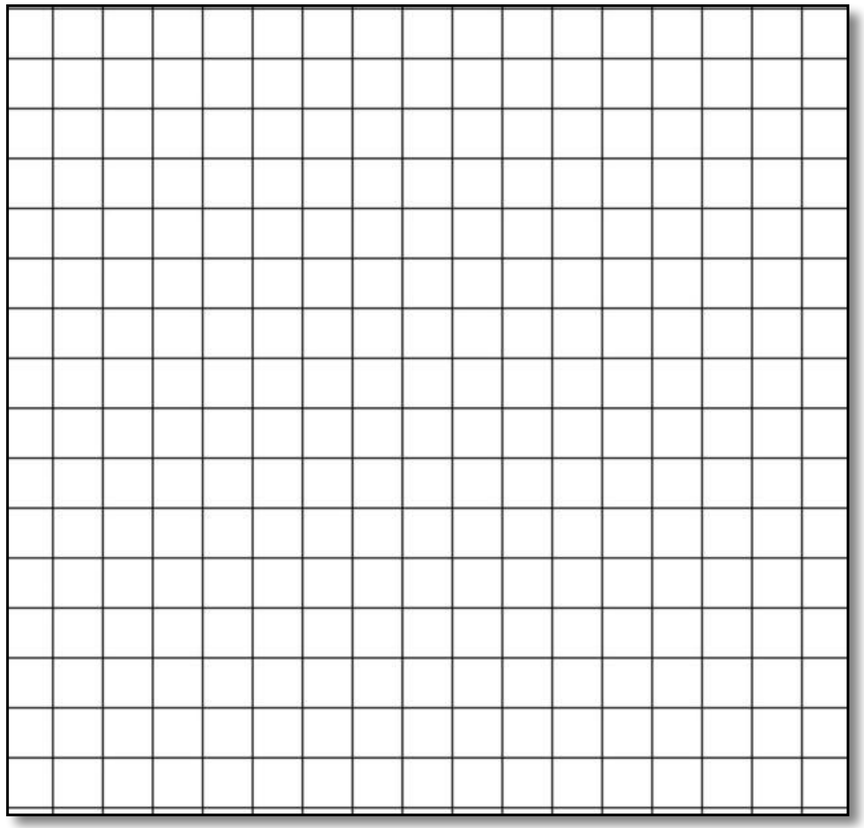
استراتيجية التمايز

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تحقق من فهمك

4B) $\triangle JKL$ الذي إحداثيات رؤوسه: $J(3, 2), K(2, -2), L(4, -5)$ بالانعكاس حول المحور y .

وزارة ا
ducation



استراتيجية التمايز

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

مفهوم أساسي

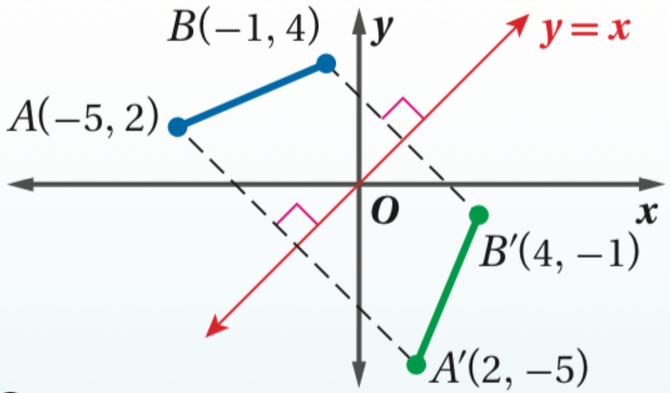
أضف إلى مطويتك

الانعكاس حول المستقيم $y = x$

التعبير اللفظي: لتعيين صورة نقطة بالانعكاس حول المستقيم $y = x$، بدّل موضعَي الإحداثيين x و y.

الرموز: $(x, y) \rightarrow (y, x)$

مثال:

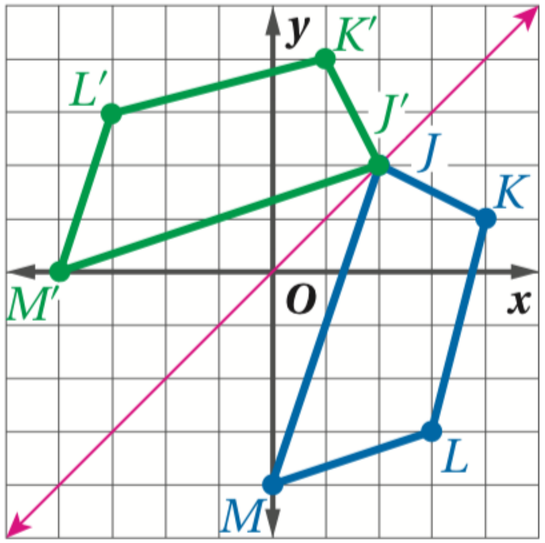


Geogebra

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

مثال 5 : الانعكاس حول المستقيم y=x

مثِّل بيانيًّا الشكل الرباعي $JKLM$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $J(2, 2), K(4, 1), L(3, -3), M(0, -4)$، ثم ارسم صورته $J'K'L'M'$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



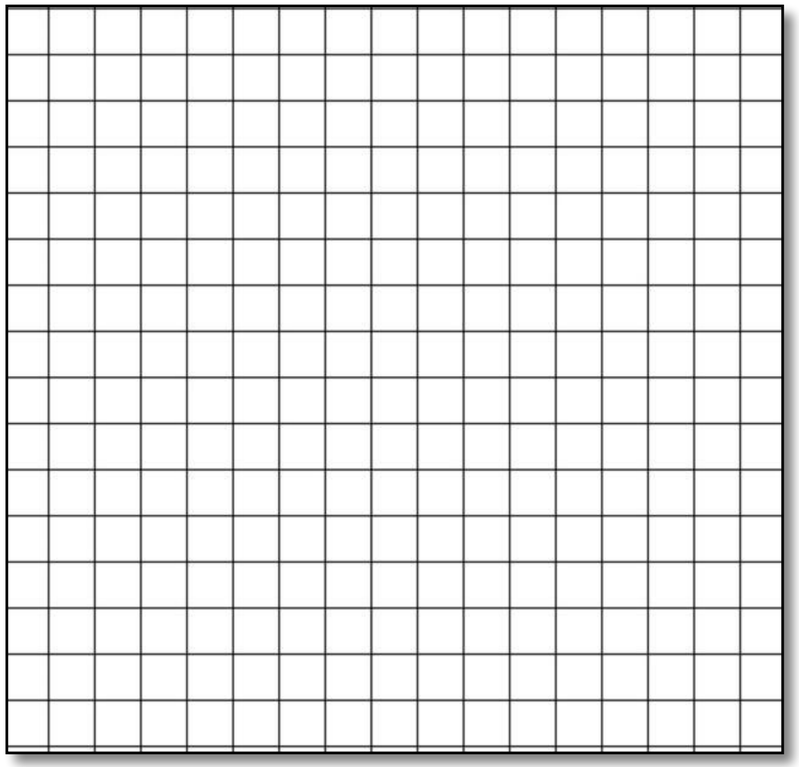
بدّل الإحداثيين x و y لكل الرؤوس.

(x, y)	$\rightarrow$	(y, x)
$J(2, 2)$	$\rightarrow$	$J'(2, 2)$
$K(4, 1)$	$\rightarrow$	$K'(1, 4)$
$L(3, -3)$	$\rightarrow$	$L'(-3, 3)$
$M(0, -4)$	$\rightarrow$	$M'(-4, 0)$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تحقق من فهمك

5) مثِّل بيانيًّا $\triangle BCD$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $B(-3, 3), C(1, 4), D(-2, -4)$، ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المستقيم $y = x$.



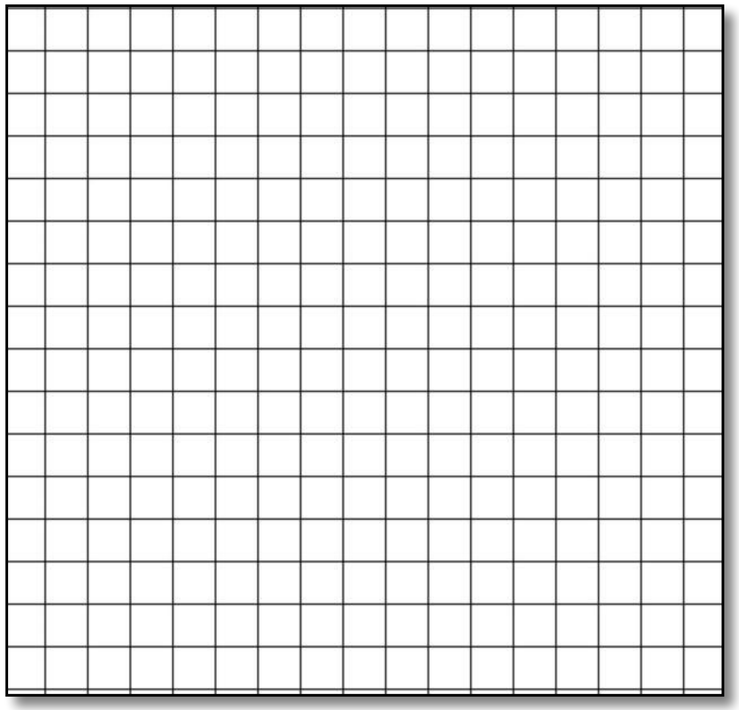
استراتيجية تعاقب الادوار

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - انتاج - توثيق
بسمة math

تأكد

مثِّل كل شكل مما يأتي بيانيًّا، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

7) $\triangle XYZ$ الذي إحداثيات رؤوسه هي: $X(0, 4), Y(-3, 4), Z(-4, -1)$ بالانعكاس حول المحور y .



استراتيجية تعاقب الادوار

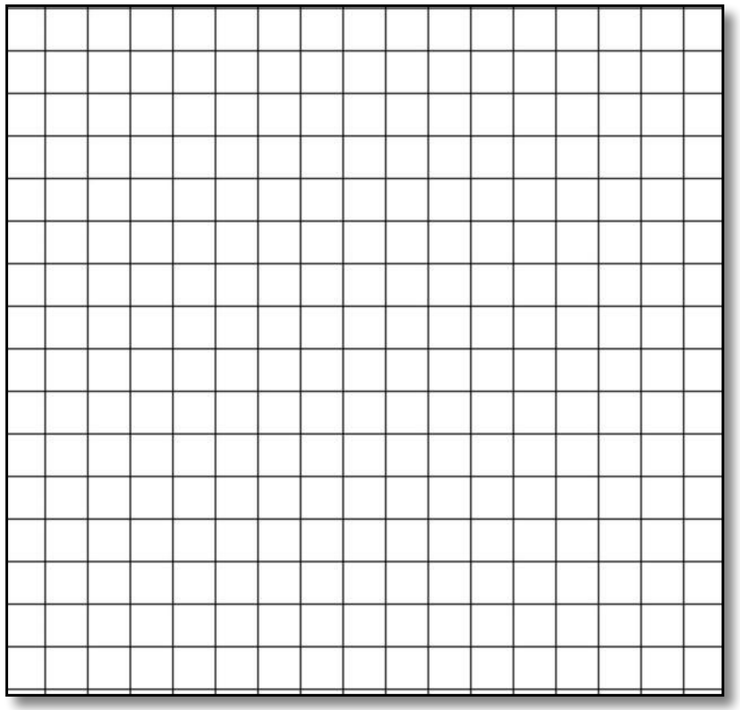
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تأكد

استراتيجية تعاقب الادوار

مثِّل كل شكل مما يأتي بيانيًّا، ثم ارسم صورته بالانعكاس المحدد.

8) $\square QRST$ الذي إحداثيات رؤوسه: $Q(-1, 4), R(4, 4), S(3, 1), T(-2, 1)$ بالانعكاس حول المحور x .

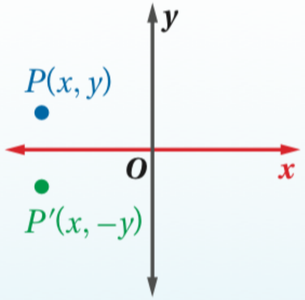
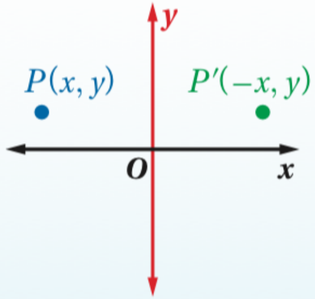
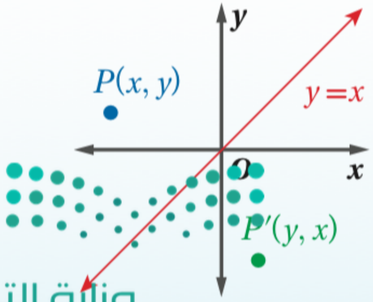


مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - انتاج - توثيق
بسمه math

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

الانعكاس في المستوى الإحداثي

الانعكاس حول المحور x	الانعكاس حول المحور y	الانعكاس حول المستقيم $y = x$
		
$(x, y) \rightarrow (x, -y)$	$(x, y) \rightarrow (-x, y)$	$(x, y) \rightarrow (y, x)$

وزارة التعليم
Ministry of Education
1443 - 2021

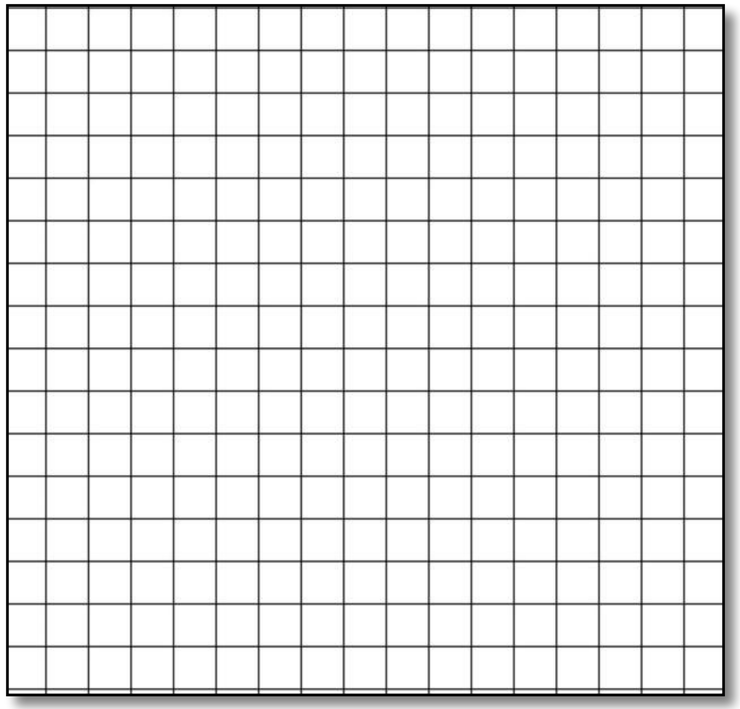
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمة math

تدريبات

استراتيجية التفكير الناقد

38) مسألة مفتوحة: ارسم مضلعًا في المستوى الإحداثي، بحيث تكون صورته الناتجة عن انعكاس حول المحور x منطبقةً عليه تمامًا.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تدريبات

44) إحداثيات النقطتين A, B في المستوى الإحداثي هي $(3, 3), (-2, 4)$ على الترتيب، احسب AB.

A $(1, 7)$

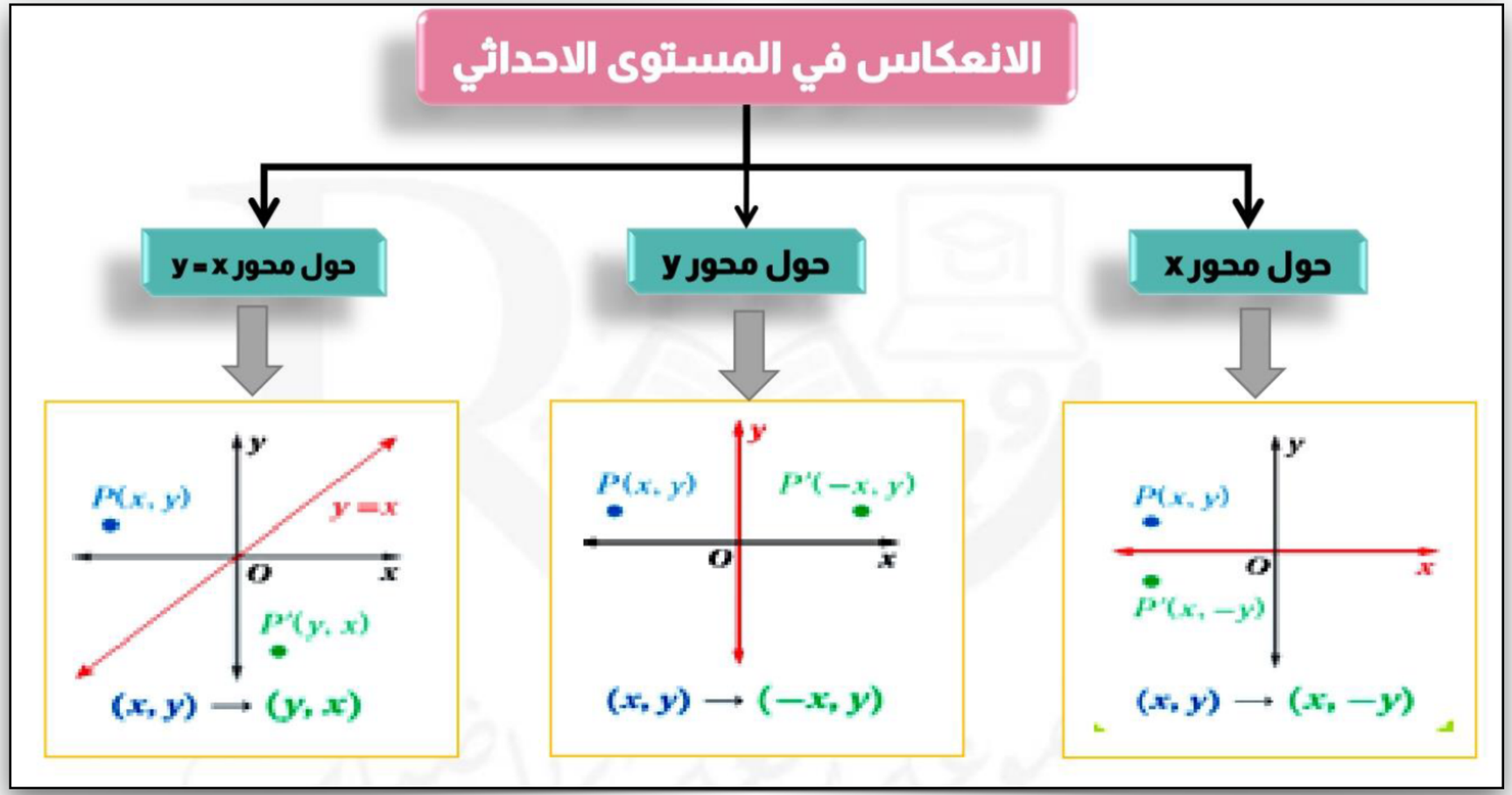
B $\sqrt{26}$

C $(5, -1)$

D $\sqrt{50}$

استراتيجية التفكير الناقد

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math



استراتيجية
خريطة
المفاهيم

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - انتاج - توثيق
بسمه math

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمه math

الواجب المنزلي

@bs87om

@beso01987