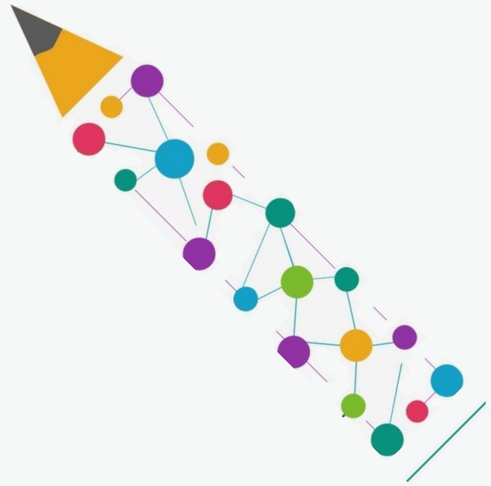
تركيب التحويلات الهندسية



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

فيما سبق

درست رسم صورة شكل هندسي ناتجة عن الانعكاس والانسحاب والدوران

الآن

- ارسم صورة شكل هندسي ناتجة عن تركيب تحويلين هندسيين أحدهما هو الانعكاس
- ارسم صورة شكل ناتجة عن تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين وحول مستقيمين متقاطعين

المفردات

- التحويل الهندسي المركب
- تركيب ازاحة انعكاس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

لماذا؟

يوضح نمط آثار الأقدام على رمال الشاطئ في الصورة المجاورة إجراء تحويلين هندسيين مختلفين هما الإزاحة والانعكاس.

عند إجراء تحويل هندسي على شكل ما، ثم إجراء تحويل هندسي آخر على صورته، فإن التحويل الهندسي الذي ينقل الشكل الأصلي إلى الصورة النهائية هو تركيب لتحويلين هندسيين، ويُسمى **تحويلًا هندسيًّا مركبًا**. وأحد أنواع التحويلات الهندسية المركبة هو التحويل الهندسي الناتج عن تركيب إزاحة وانعكاس.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمه math

مفهوم أساسي

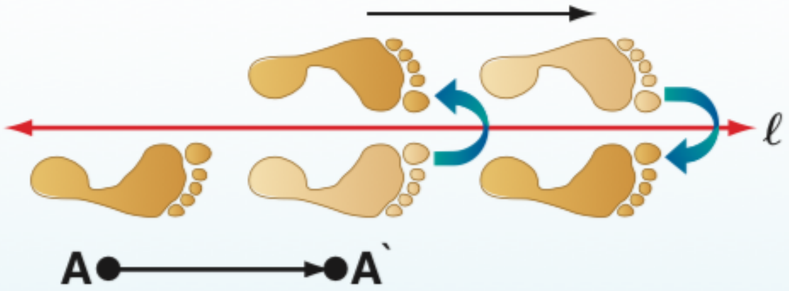
أضف إلى مطويتك

تركيب إزاحة انعكاس

تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيمٍ موازٍ لخط اتجاه الإزاحة.

مثال:

تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A′ مع انعكاسٍ حول المستقيم l.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

مثال 1 : تمثيل تركيب الإزاحة والانعكاس بيانيا

إحداثيات رؤوس المثلث JKL هي: $J(6, -1), K(10, -2), L(5, -3)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle JKL$ وصورته الناتجة عن إزاحةٍ مقدارها 4 وحداتٍ إلى أعلى ثم انعكاس حول المحور y .

الخطوة 1: الإزاحة 4 وحدات إلى أعلى

$$(x, y) \rightarrow (x, y + 4)$$

$$J(6, -1) \rightarrow J'(6, 3)$$

$$K(10, -2) \rightarrow K'(10, 2)$$

$$L(5, -3) \rightarrow L'(5, 1)$$

الخطوة 2: الانعكاس حول المحور y

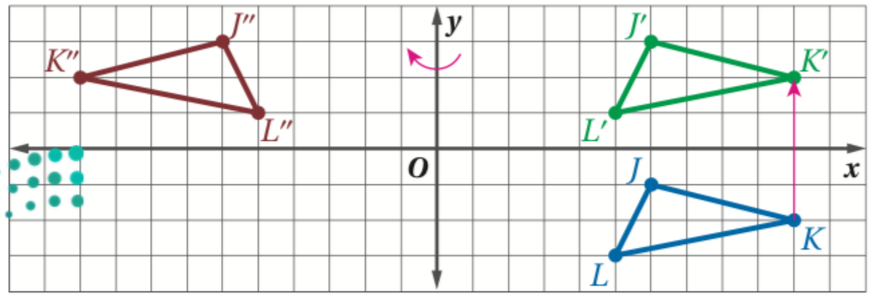
$$(x, y) \rightarrow (-x, y)$$

$$J'(6, 3) \rightarrow J''(-6, 3)$$

$$K'(10, 2) \rightarrow K''(-10, 2)$$

$$L'(5, 1) \rightarrow L''(-5, 1)$$

الخطوة 3: مثِّل بيانيًّا $\triangle JKL$ وصورته $\triangle J''K''L''$.



وزارة التعليم

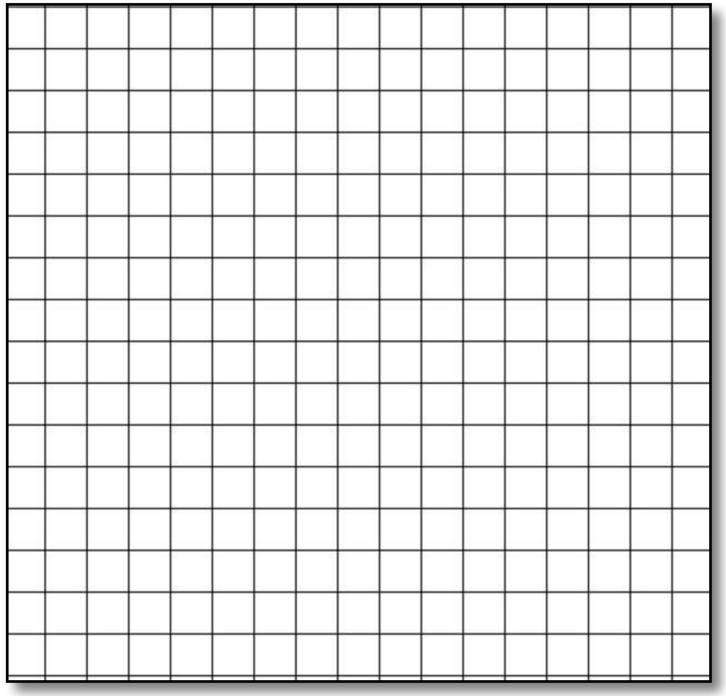
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تحقق من فهمك

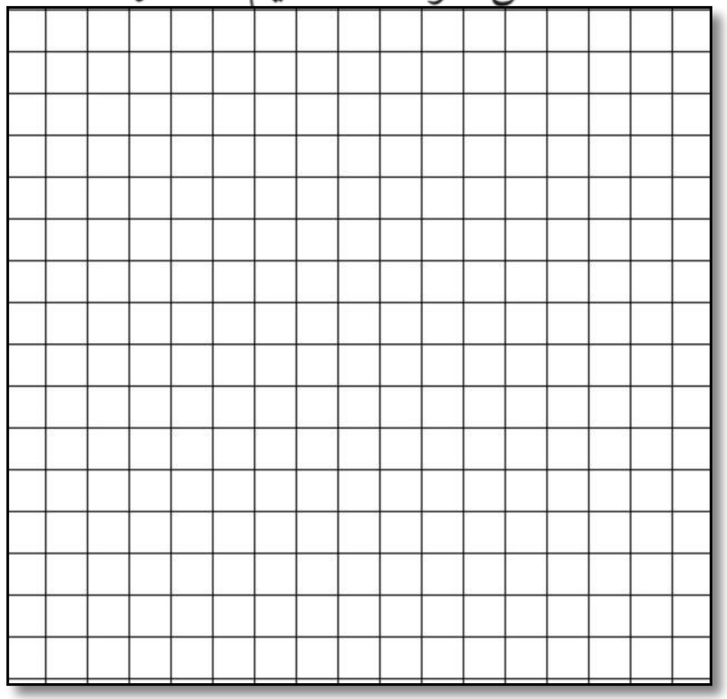
استراتيجية التمايز

إحداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1, 1), Q(2, 5), R(4, 2)$ ، مثِّل بيانيًّا $\triangle PQR$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

1A) إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار، ثم انعكاس حول المحور x .



1B) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى أسفل و3 وحدات إلى اليسار، ثم انعكاس حول المستقيم $y = x$.



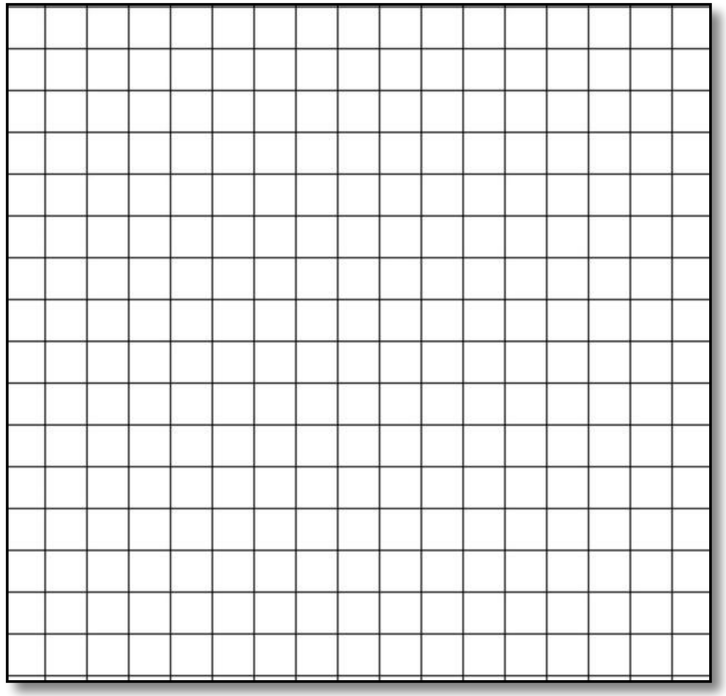
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تأكد

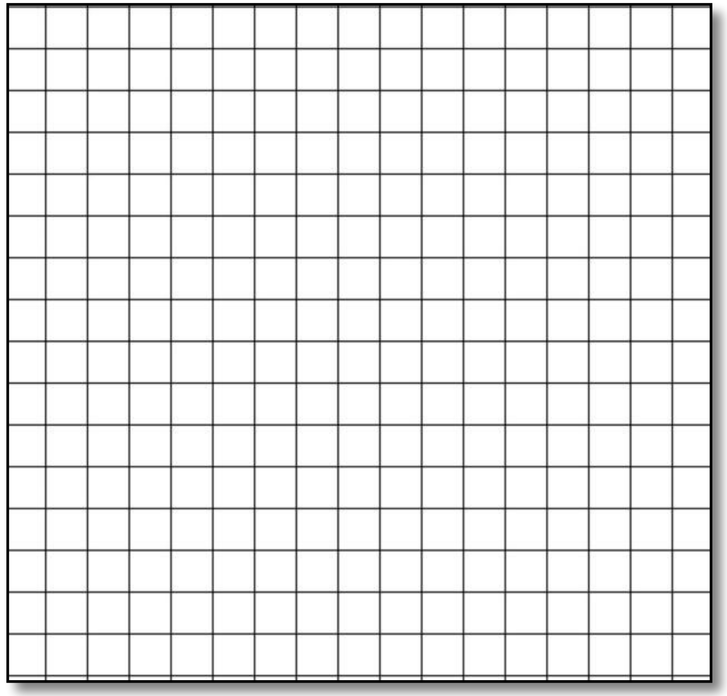
استراتيجية التمايز

إحداثيات رؤوس المثلث CDE هي: $E(-1, -1), D(-2, -5), C(-5, -1)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle CDE$ وصورته الناتجة عن التحويل الهندسي المركّب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين :

1) إزاحة مقدارها 4 وحدات إلى اليمين، ثم انعكاس حول المحور x



2) إزاحة مقدارها 6 وحدات إلى أعلى، ثم انعكاس حول المحور y



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

أضف إلى مطويتك

نظرية 7.1

تركيب تحويلات التطابق

تركيب تحويلَي تطابق (أو أكثر) هو تحويل تطابق أيضًا.

إرشادات للدراسة

تحويلات التطابق:
إنّ الانعكاس والإزاحة والدوران والتحويلات المركبة منها، هي تحويلات تطابقٍ أيضًا.

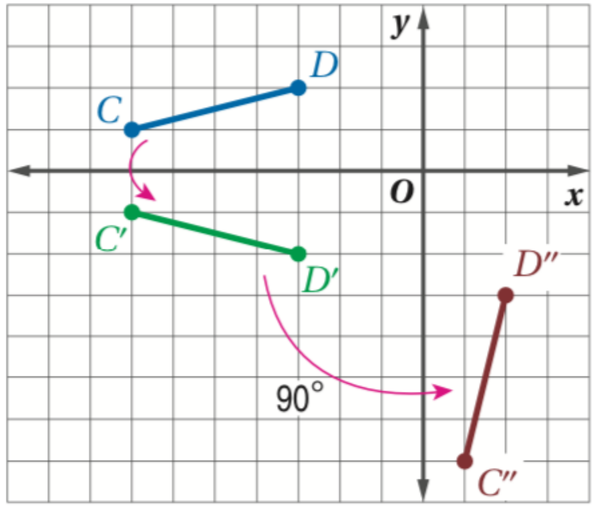
قراءة الرياضيات

الشرطتان:
تستعمل الشرطتان للدلالة على أن هذا الرأس صورة ناتجة من تحويل هندسي ثان.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

مثال 2 : تمثيل تركيب تحويلي تطابق بيانيا

إحداثيات طرفَي $\overline{CD}$ هما $C(-7, 1), D(-3, 2)$، مثِّل بيانيًّا $\overline{CD}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.



الخطوة 1 : الانعكاس حول المحور x

$$(x, y) \rightarrow (x, -y)$$
$$C(-7, 1) \rightarrow C'(-7, -1)$$
$$D(-3, 2) \rightarrow D'(-3, -2)$$

الخطوة 2 : الدوران حول نقطة الأصل بزاوية $90°$

$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$
$$C'(-7, -1) \rightarrow C''(1, -7)$$
$$D'(-3, -2) \rightarrow D''(2, -3)$$

الخطوة 3 : مثِّل بيانيًّا $\overline{CD}$ وصورتها $\overline{C''D''}$.

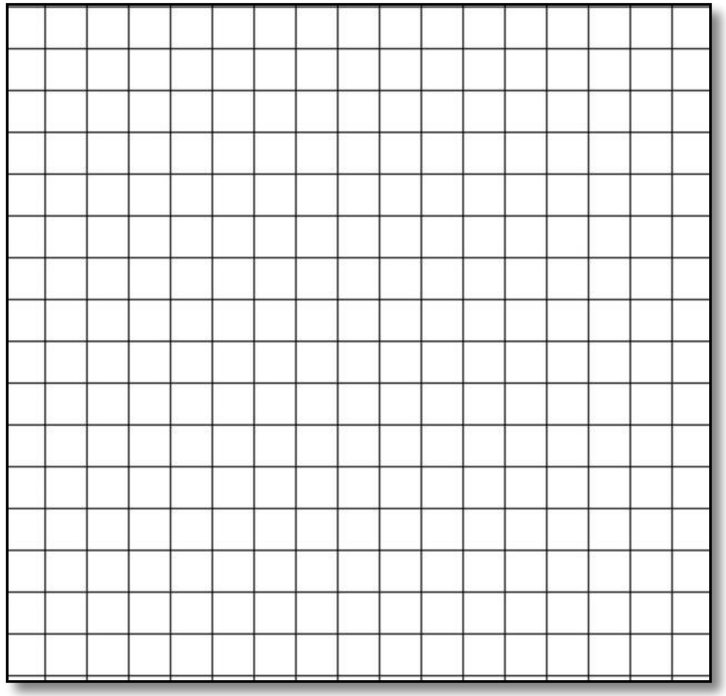
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - انتاج - توثيق
بسمه math

تحقق من فهمك

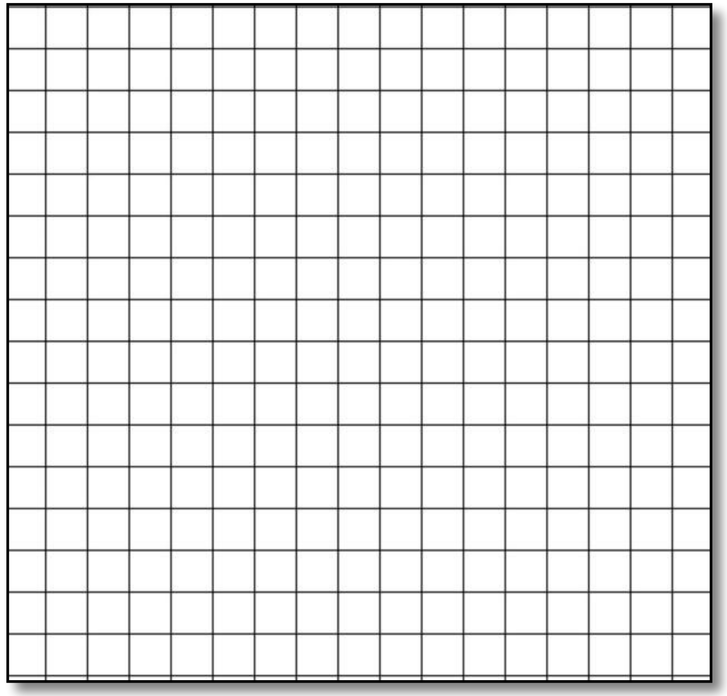
استراتيجية التمايز

إحداثيات رؤوس المثلث ABC هي: $A(-6, -2), B(-5, -5), C(-2, -1)$، مثِّل بيانيًّا $\triangle ABC$ وصورته الناتجة عن تركيب التحويلين الهندسيين بالترتيب المحدّد في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

2A) إزاحة مقدارها 3 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة إلى أسفل، ثم انعكاس حول المحور y.



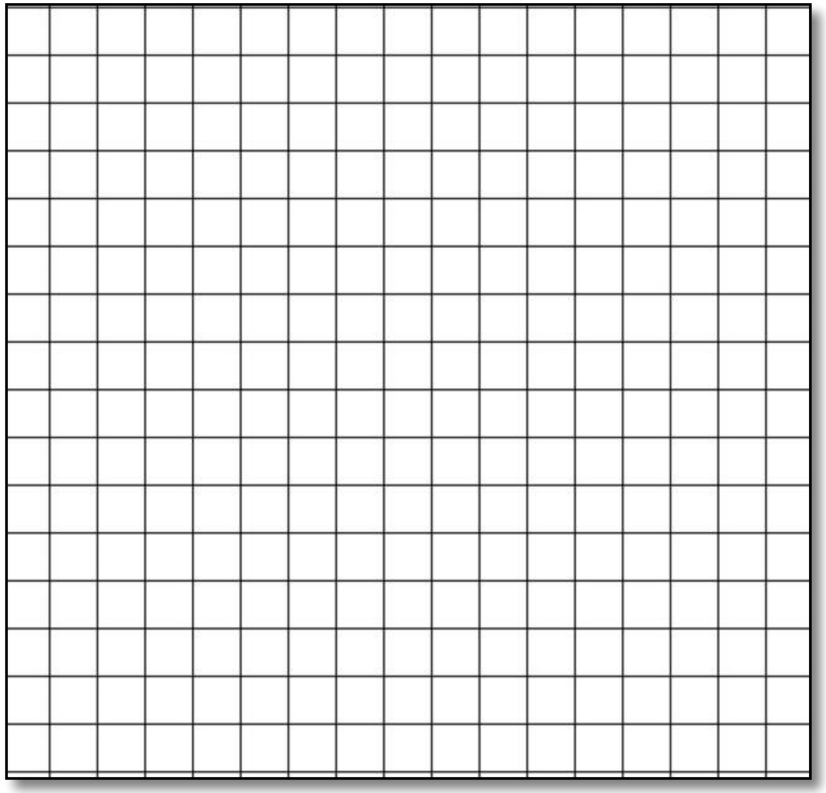
2B) دوران بزاوية $180°$ حول نقطة الأصل، ثم إزاحة مقدارها وحدتين إلى اليسار و4 وحدات إلى أعلى.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تأكد

3) إحداثيات طرفَي $\overline{JK}$ هما $J(2, 5), K(6, 5)$، مثِّل بيانيًّا $\overline{JK}$ وصورتها الناتجة عن انعكاس حول المحور x، ثم دوران بزاوية $90°$ حول نقطة الأصل.



استراتيجية تعاقب الأدوار

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

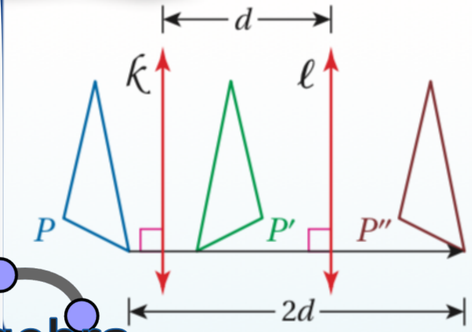
نظرية 7.2

أضف إلى مطويتك

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين بأنه إزاحة، ويكون:

- اتجاهها عموديًا على كلٍّ من المستقيمين.
- مقدارها يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين المتوازيين.



Geogebra

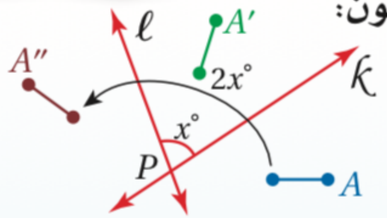
نظرية 7.3

أضف إلى مطويتك

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين

يمكن وصف تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين بأنه دوران، ويكون:

- مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين.
- قياس زاويته يساوي ضعف قياس الزاوية التي يشكّلها تقاطع هذين المستقيمين.



Geogebra

تنبيه !

ترتيب التركيب:
احرص على تركيب التحويلين الهندسيين بالترتيب المحدّد في المسألة.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

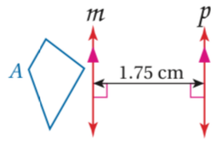
مثال 3 : رسم الصورة الناتجة عن انعكاسين حول مستقيمين

تاريخ الرياضيات

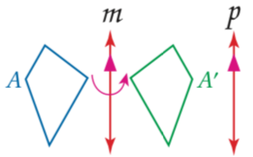
فيلكس كلاين
(1849–1925)
هو عالم رياضيات ألماني عرّف الهندسة بأنها دراسة خصائص الفضاء التي تبقى دون تغيير تحت تأثير مجموعةٍ من التحويلات الهندسية.

ارسم صورة الشكل A الناتجة عن انعكاسٍ حول المستقيم m ثم حول المستقيم p ، ثم صف تحويلًا هندسيًّا واحدًا ينقل A إلى A'' في كلٍّ ممَّا يأتي:

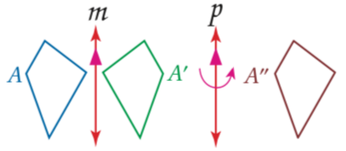
(a



الخطوة 1: ارسم صورة الشكل A الناتجة عن انعكاسٍ حول المستقيم m .

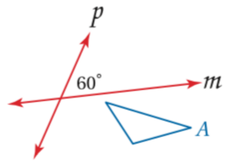


الخطوة 2: ارسم صورة الشكل A' الناتجة عن انعكاسٍ حول المستقيم p .

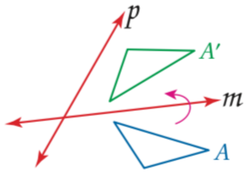


بناءً على النظرية 7.2، فإن تركيب هذين الانعكاسين حول المستقيمين المتوازيين m, p يكافئ إزاحةً أفقيةً إلى اليمين مقدارها $2 \times 1.75 = 3.5$ cm

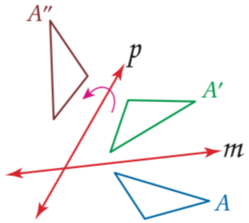
(b



الخطوة 1:



الخطوة 2:



بناءً على النظرية 7.3، فإن تركيب هذين الانعكاسين حول المستقيمين المتقاطعين m, p يكافئ دورانًا بزاوية تساوي $2 \times 60° = 120°$ أي $120°$ عكس اتجاه حركة عقارب الساعة حول نقطة تقاطع المستقيمين m, p

وزارة التعليم
Ministry of Education
2021 - 1443

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

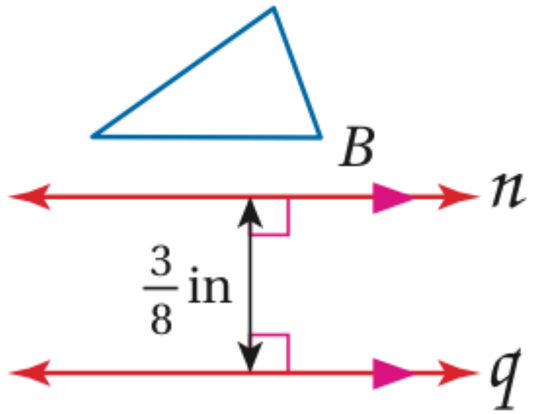
بسمه math

تحقق من فهمك

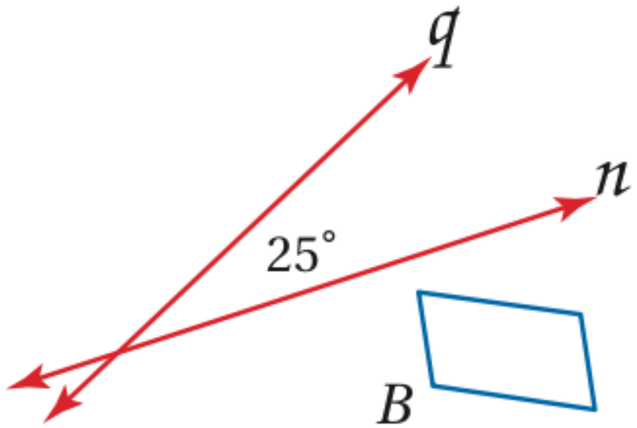
استراتيجية التمايز

ارسم صورة الشكل B الناتجة عن انعكاس حول المستقيم n ثم حول المستقيم q ، ثم صِفْ تحويلًا هندسيًّا واحدًا ينقل B إلى B'' .

(3A



(3B



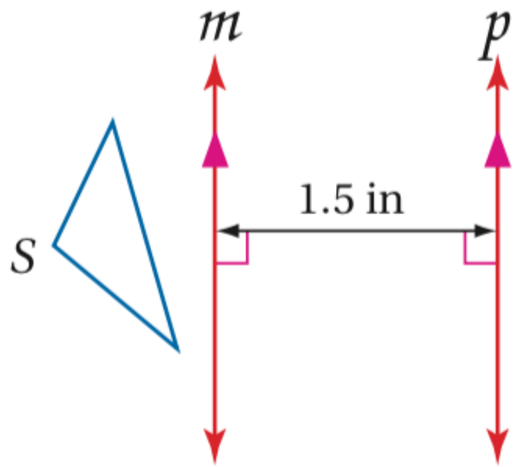
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تأكد

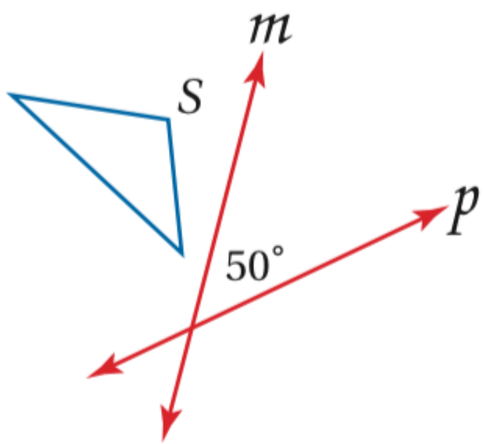
استراتيجية التمايز

ارسم صورة الشكل S الناتجة عن انعكاسٍ حول المستقيم m ثم حول المستقيم p، ثم صِفْ تحويلًا هندسيًّا واحدًا ينقل S إلى S''.

4)



5)



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

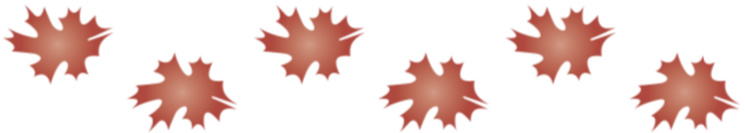
مثال 4 : من واقع الحياة

أنماط: صِفْ تحويلًا هندسيًّا مركبًا، يمكن استعماله لتكوين النمط في كلٍّ ممَّا يأتي:

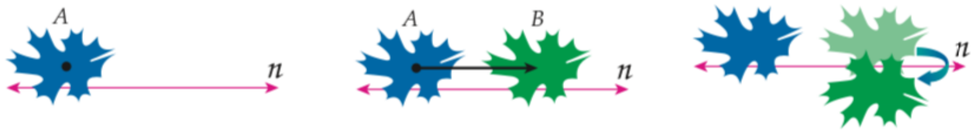
a)

يمكن تكوين هذا النمط بتركيب انعكاس وإزاحة الشكلين المتقابلين (وحدة النمط)، بتركيب انعكاس حول المستقيم m، ثم إزاحة إلى اليمين موازية للمستقيم m كما في الشكل أدناه. لاحظ أن المستقيم m يمرُّ في منتصف الشكل الأصلي (وحدة النمط).

b)



تمَّ تكوين هذا النمط بتركيب إزاحة وانعكاس؛ أي أنه يمكن تكوينه بتركيب إزاحة إلى اليمين موازية للمستقيم n تنقل A إلى B متبوعةً بانعكاسٍ حول المستقيم n كما في الشكل الآتي.



الربط مع الحياة

تستعمل تحويلات هندسية مركبة عند تصميم السجاد، لاحظ تكرار الجزء نفسه في إطار السجادة أعلاه.

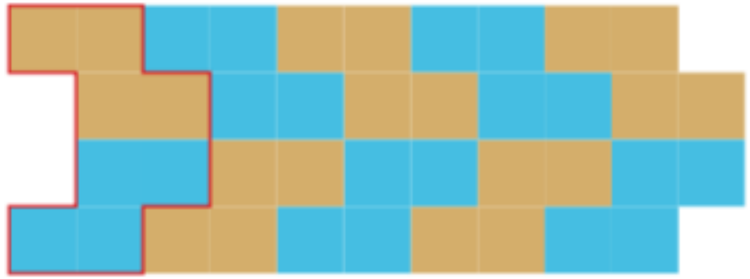
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تحقق من فهمك

استراتيجية التمايز

4) **سجاد:** صِفْ تحويلًا هندسيًّا مركبًا يمكن استعماله لتكوين النمط في كل مِّمَّا يأتي:

A)



B)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

تركيب التحويلات الهندسية

الإزاحة	الدوران
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين .	تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تأكد

6) **أنماط البلاط:** صنع راشدٌ نمطًا من بلاطٍ على شكل مثلث متطابق الضلعين، صِفِ التحويل الهندسي المركّب الذي يمكن استعماله لتكوين هذا النمط.

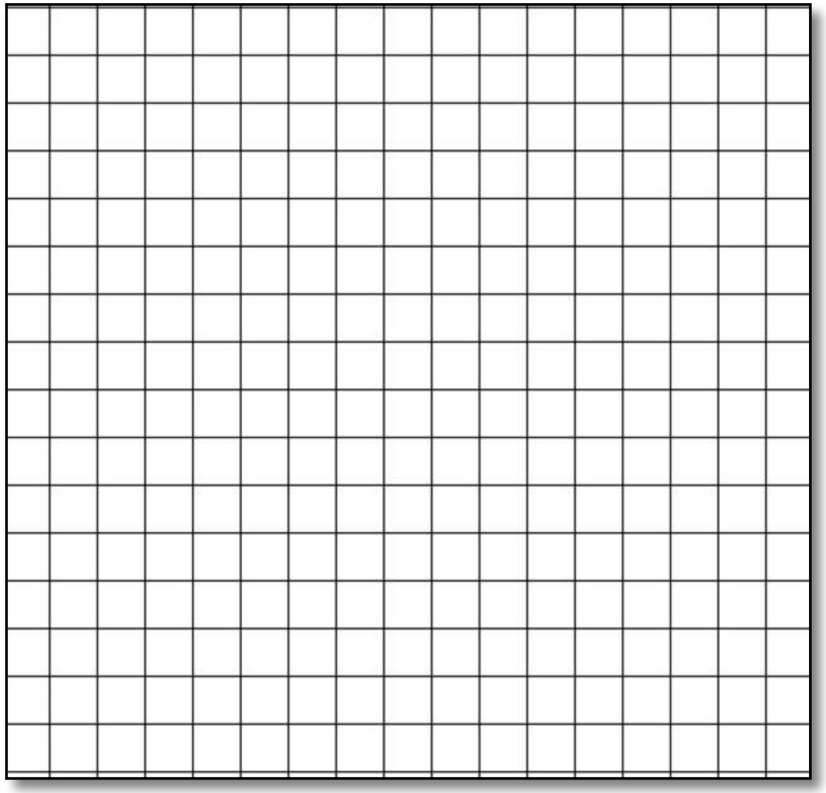
استراتيجية تعاقب الأدوار

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تدريبات

استراتيجية التفكير الناقد

29) **تبرير:** إذا أُجري انعكاسان متعاقبان بشكلٍ ما؛ أحدهما حول المستقيم $y = x$، والآخر حول المحور x، فهل يؤثر ترتيب الانعكاسين في الصورة الناتجة؟ اشرح إجابتك .



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

تدريبات

33) ما صورة النقطة $A(4, 1)$ الناتجة عن انعكاس حول المستقيم $y = x$ ؟

A $(1, -4)$

B $(1, 4)$

C $(-1, 4)$

D $(-1, -4)$

استراتيجية التفكير الناقد

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

تدريبات

استراتيجية التفكير الناقد

34) إجابة قصيرة: إحداثيات طرفَي $\overline{CD}$ هما $C(2, 4)$ و $D(8, 7)$، إذا أُزيحت هذه القطعة المستقيمة بمقدار 6 وحدات إلى اليسار ووحدتين إلى أعلى، ثم عكست الصورة حول المحور y، فما إحداثيات D''؟

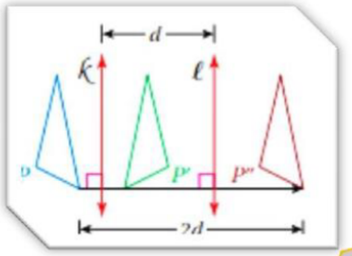
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

استراتيجية
خريطة
المفاهيم

تركيب التحويلات الهندسية

الإزاحة

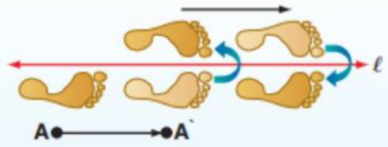
تركيب انعكاسين حول مستقيمين متوازيين.
•اتجاهها عموديا على كل من المستقيمين.
•مقدارها يساوي ضعف المسافة بين المستقيمين المتوازيين .



تركيب إزاحة انعكاس هو تحويل هندسي مركب ينتج عن إزاحة يليها انعكاس في خطٍّ مستقيمٍ مواز لخط اتجاه الإزاحة.

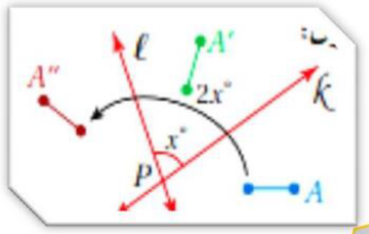
مثالٌ:

تركيب إزاحة انعكاس المجاور هو تحويل هندسي مركب ينقل الشكل في اتجاه الإزاحة التي تنقل النقطة A إلى النقطة A′ مع انعكاسٍ حول المستقيم l.



الدوران

تركيب انعكاسين حول مستقيمين متقاطعين.
•مركزه هو نقطة تقاطع المستقيمين
•قياس زاويته يساوي ضعف قياس الزاوية التي يشكلها تقاطع هذين المستقيمين .



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمه math

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسمه math

الواجب المنزلي

@bs87om

@beso01987