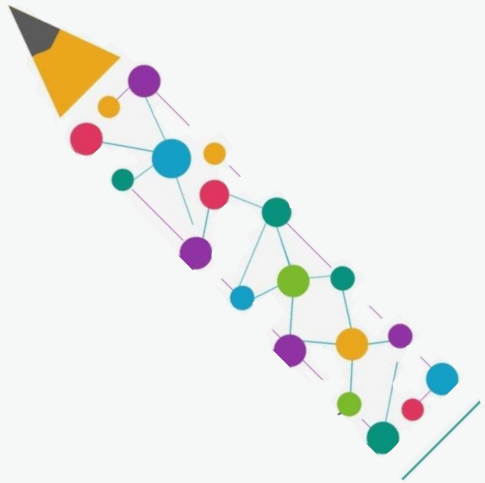
المماســـات



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توزيع

فيما سبق

درست استعمال نظرية فيثاغورس لايجاد أطوال اضلاع المثلث القائم الزاوية

الآن

- استعمل خصائص المماسات لإيجاد قياسات تتعلق بالدائرة
- احل مسائل تتضمن المضلعات المحيطة بدائرة

المفردات

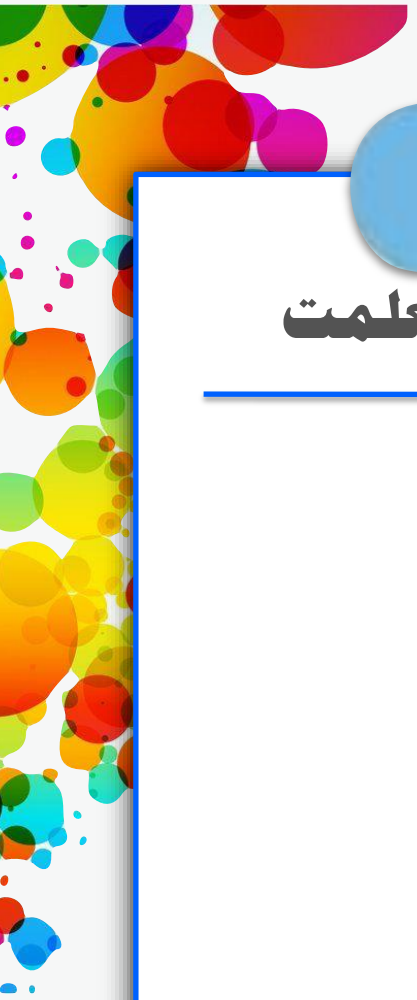
- المماس
- نقطة التماس
- المماس المشترك

SLIDESMANIA.COM

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت



رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

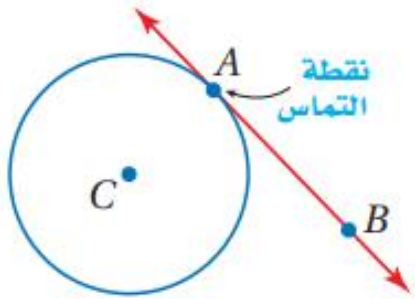
لماذا؟

كانت الدراجات الهوائية تُحرّك سابقًا بدفع القدم على الأرض، أمّا الدّراجات الحديثة، فإنها تستعمل الدواسات والسلاسل والتروس، حيث تدور السلسلة حول تروس دائرية. ويُقاس طول السلسلة بين الترسين من نقطتَي تماسِّ السلسلة مع الترسين.

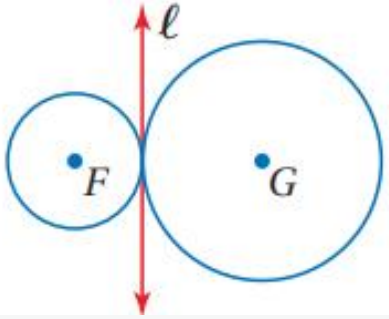
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

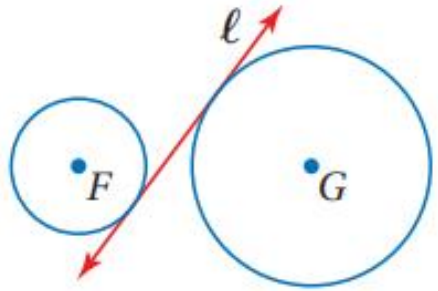
بسمة math

المماسات: **المماس** هو مستقيم يقع في المستوى نفسه الذي تقع فيه الدائرة ويقطعها في نقطةٍ واحدةٍ فقط، تُسمّى **نقطة التماس**. $\overleftrightarrow{AB}$ مماس لِـ $\odot C$ عند النقطة A، ويُسمّى كلٌّ من $\overrightarrow{AB}$, $\overline{AB}$ مماسًا للدائرة أيضًا.



المماس المشترك هو مستقيم أو نصف مستقيم أو قطعة مستقيمة تمس الدائرتين في المستوى نفسه، وفي الشكلين أدناه المستقيم ℓ مماس مشترك للدائرتين F , G .

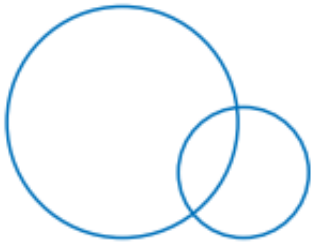




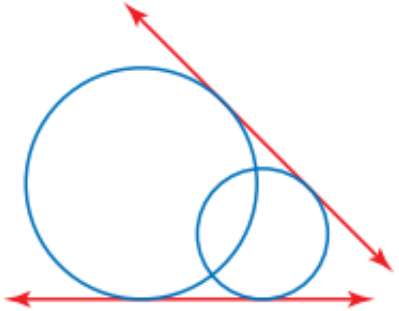
تحديد المماسات المشتركة : مثال ١

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلٍّ ممَّا يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

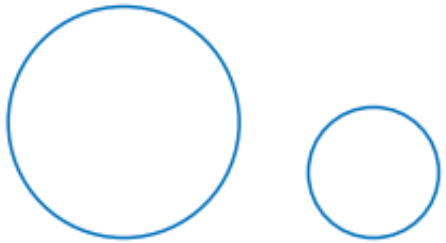
(a



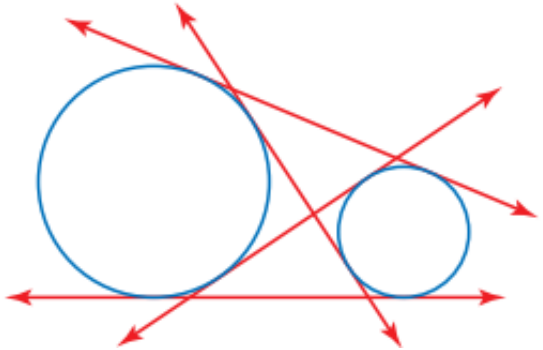
هاتان الدائرتان لهما مماسان مشتركان



(b



هاتان الدائرتان لهما 4 مماسات مشتركة

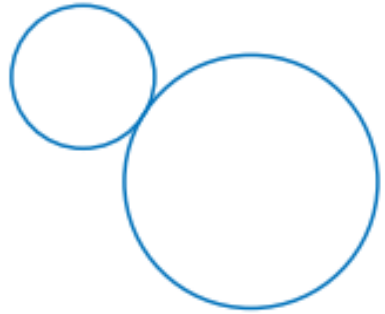


تحقق من فهمك

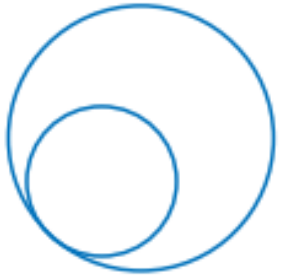
استراتيجية التمايز

ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كلٍّ مما يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".

1A)



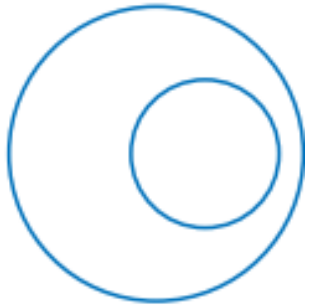
1B)



تأكد

استراتيجية الدقيقة الواحدة

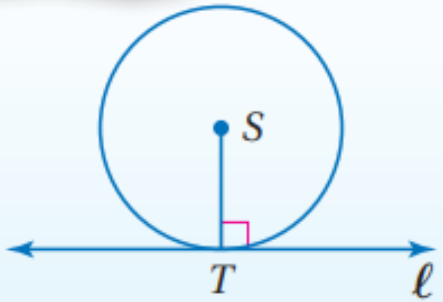
1) ارسم المماسات المشتركة للدائرتين المجاورتين، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".



النظرية 8.10

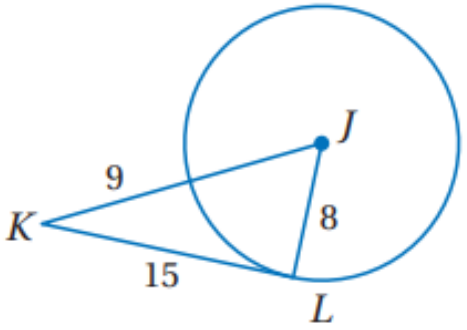
أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: يكون المستقيم مماسًا لدائرةٍ في المستوى نفسه، إذا وفقط إذا كان عموديًا على نصف القطر عند نقطة التماس.



مثال: يكون المستقيم ℓ مماسًا لِـ $\odot S$ ، إذا وفقط إذا كان $\overline{ST} \perp \ell$.

تحديد المماس : مثال ٢



$\overline{JL}$ نصف قطر في $\odot J$ ، حدّد ما إذا كانت $\overline{KL}$ مماسًّا لِـ $\odot J$ أم لا، برّر إجابتك.

اختبر ما إذا كان $\triangle JKL$ قائم الزاوية.

$8^2 + 15^2 \stackrel{?}{=} (8 + 9)^2$ عكس نظرية فيثاغورس

$289 = 289$ ✓ بالتبسيط

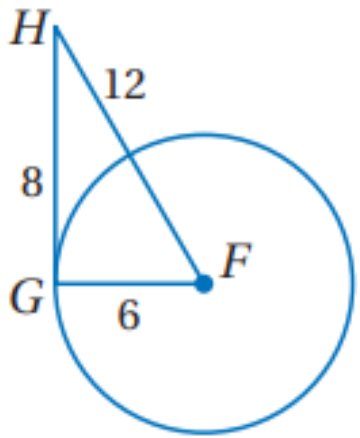
لذا فإن $\triangle JKL$ قائم الزاوية في $\angle JLK$ ؛ أي أن $\overline{KL}$ عمودية على $\overline{JL}$ عند النقطة L .

وبحسب النظرية 8.10 يكون $\overline{KL}$ مماسًّا لِـ $\odot J$

تحقق من فهمك

استراتيجية الدقيقة الواحدة

2) حدّد ما إذا كان $\overline{GH}$ مماسًّا لِـ $\odot F$ أم لا، برّر إجابتك.

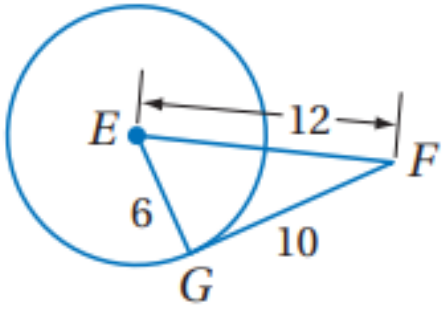


تأكد

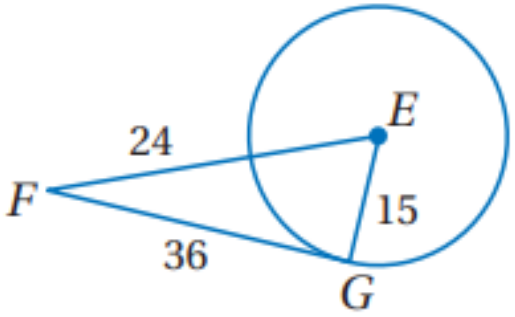
استراتيجية التمايز

حدّد ما إذا كانت $\overline{FG}$ في كلٍّ من الشكلين الآتيين مماسًّا للدائرة E أم لا، وبرّر إجابتك.

2)



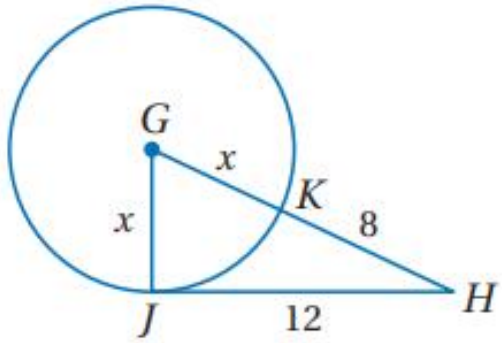
3)



من اختبار : مثال ٣

$\overline{JH}$ مماس لِـ $\odot G$ عند J، أوجد قيمة x.

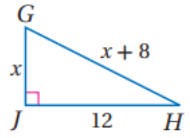
وفقًا للنظرية 8.10، يكون $\overline{GJ} \perp \overline{JH}$، إذن $\triangle GHJ$ قائم الزاوية.



نظرية فيثاغورس	$GJ^2 + JH^2 = GH^2$
$GJ = x, JH = 12, GH = x + 8$	$x^2 + 144 = (x + 8)^2$
بالضرب	$x^2 + 144 = x^2 + 16x + 64$
بالتبسيط	$80 = 16x$
بقسمة كلا الطرفين على 16	$5 = x$

إرشادات لحل المسألة

حل مسألة أبسط:
يمكنك استعمال استراتيجية حل مسألة أبسط، برسم المثلث القائم من دون الدائرة وتسميته، والشكل أدناه يُبيّن رسم المثلث في المثال 3

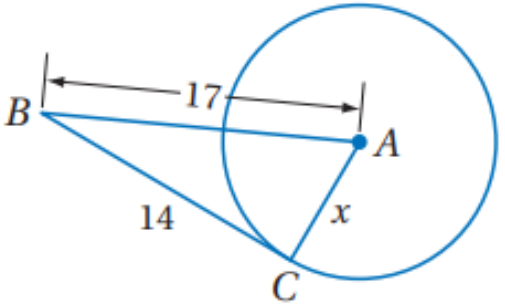


تحقق من فهمك

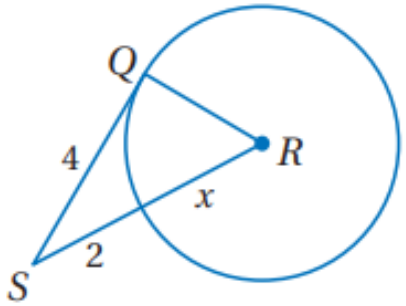
استراتيجية التمايز

أوجد قيمة x في كلٍّ من الشكلين الآتيين مفترضًا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسًّا للدائرة، هي مماسٌّ فعلًا.

(3A



(3B

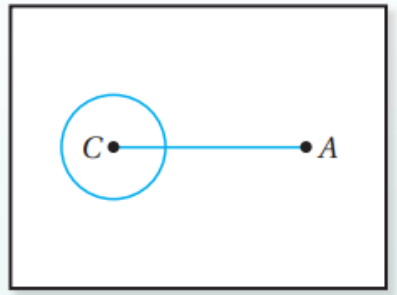


مجموعة رقعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

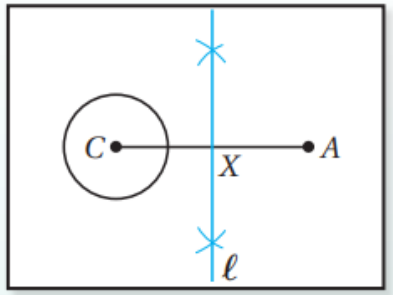
بسمة math

إنشاءات هندسية

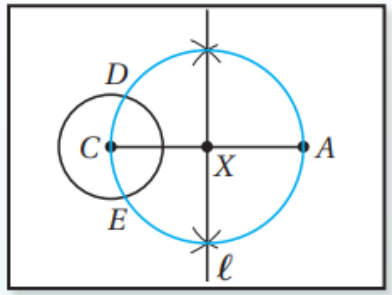
إنشاء مماسٍّ لدائرةٍ من نقطة خارجها



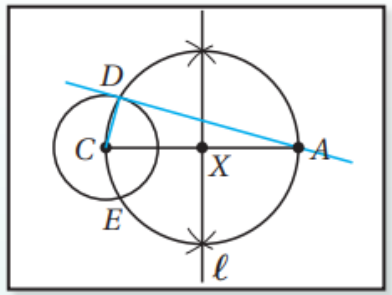
الخطوة 1: ارسم الدائرة C مستعملًا الفرجار، وحدّد نقطة A خارجها، ثم ارسم $\overline{CA}$.



الخطوة 2: أنشئ العمود المنصّف لِـ $\overline{CA}$ وسَمِّه ℓ ، وسمِّ نقطة تقاطع ℓ مع $\overline{CA}$ النقطة X .



الخطوة 3: أنشئ الدائرة X بنصف قطر $\overline{XC}$، وسمّ نقطتَي تقاطع الدائرتين D, E .



الخطوة 4: ارسم $\overleftrightarrow{DC}, \overleftrightarrow{AD}$. $\angle ADC$ تقابل قطرًا للدائرة X ؛ إذن فهي زاوية قائمة؛ لذا فإن $\overleftrightarrow{AD}$ مماسٌّ للدائرة C .

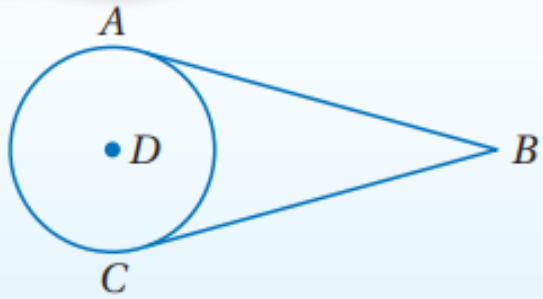
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

نظرية 8.11

أضف إلى مطويتك

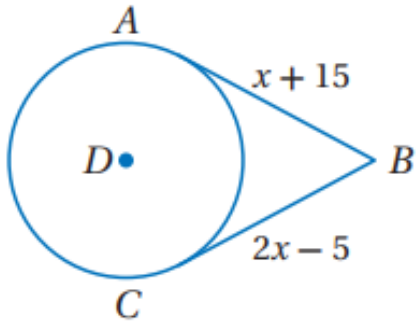
التعبير اللفظي: إذا رُسمت قطعتان مستقيمتان مماستان لدائرة من نقطة خارجها فإنهما متطابقتان.

مثال: إذا كان $\overline{AB}$, $\overline{CB}$ مماسان لِـ $\odot D$ فإن $\overline{AB} \cong \overline{CB}$.



استعمال المماسات المتطابقة لإيجاد قياسات : مثال ٤

جبر: إذا كان $\overline{AB}, \overline{CB}$ مماسان للدائرة D ، فأوجد قيمة x.

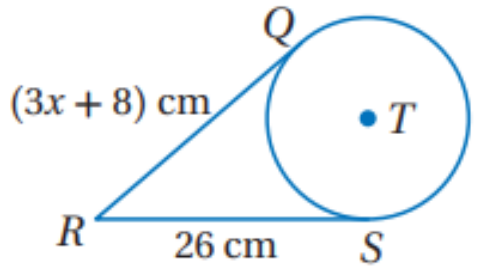


$AB = CB$	المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة متطابقان
$x + 15 = 2x - 5$	بالتعويض
$15 = x - 5$	بطرح x من كلا الطرفين
$20 = x$	بإضافة 5 لكلا الطرفين

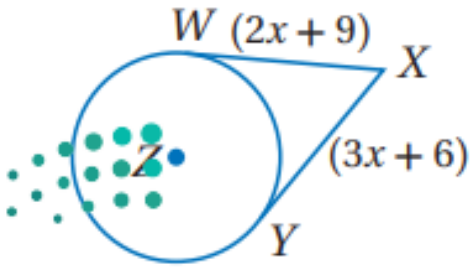
تحقق من فهمك

استراتيجيه التمايز

(4A



(4B

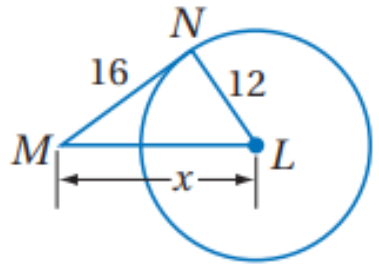


تأكد

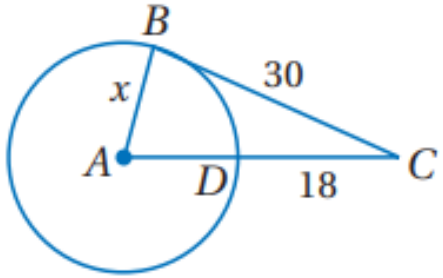
استراتيجيه التمايز

أوجد قيمة x في كلٍّ ممّا يأتي مفترضًا أن القطع المستقيمة التي تبدو مماسات للدائرة هي مماسات فعلًا.

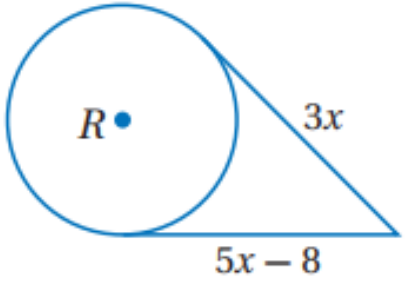
(4



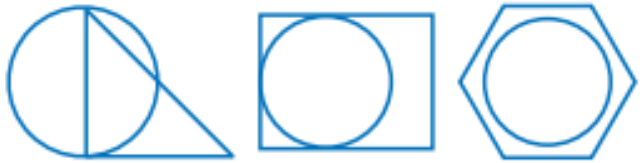
(5



(6



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
بسمة math

مضلعات محيطة بدائرة	مضلعات ليست محيطة بدائرة
	

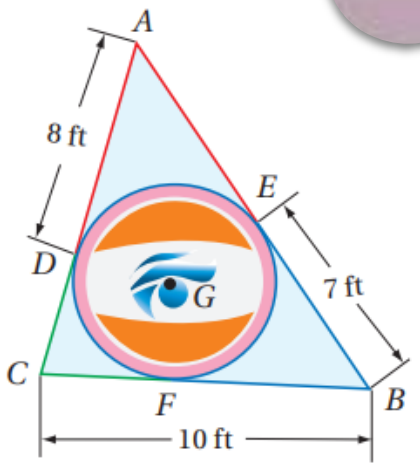
تنبيه !

تحديد المضلّعات المحيطة بدائرة:

إذا مسّت الدائرة بعض أضلاع المضلع ولم تمسها جميعها، فلا يُعدُّ المضلع محيطًا بالدائرة، وهذا ما يتضح في الجدول.

من واقع الحياة : مثال ٥

تصميم مصور: صمَّم منصور الشعار المبيّن في الشكل المجاور، إذا كان $\triangle ABC$ محيطًا بالدائرة G ، فأوجد محيطه.



الخطوة 1: أوجد القياسات المجهولة.

بما أن $\triangle ABC$ يحيط بالدائرة G ، فإن $\overline{AE}, \overline{AD}$ مماسَّان للدائرة $\odot G$ ، وكذلك $\overline{BE}, \overline{BF}$ $\overline{CF}, \overline{CD}$ مماسات أيضًا.

إذن: $\overline{AE} \cong \overline{AD}, \overline{BF} \cong \overline{BE}, \overline{CF} \cong \overline{CD}$

لذا فإن: $AE = AD = 8 \text{ ft}, BF = BE = 7 \text{ ft}$.

وبتطبيق مسلّمة جمع القطع المستقيمة ينتج أن $CF + FB = CB$

إذن: $CF = CB - FB = 10 - 7 = 3 \text{ ft}$ ؛ لذا فإن: $CD = CF = 3 \text{ ft}$.

الخطوة 2: أوجد محيط $\triangle ABC$.

المحيط يساوي:

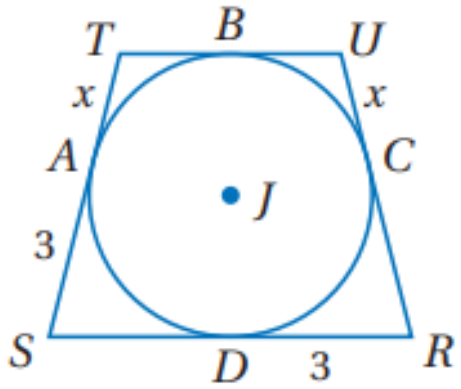
$AE + EB + BC + CD + DA = 8 + 7 + 10 + 3 + 8 = 36$

إذن محيط $\triangle ABC$ يساوي 36 ft .

تحقق من فهمك

استراتيجية الدقيقة الواحدة

5) الشكل الرباعي $RSTU$ محيط بالدائرة J، إذا كان محيطه 18 وحدة، فأوجد قيمة x.



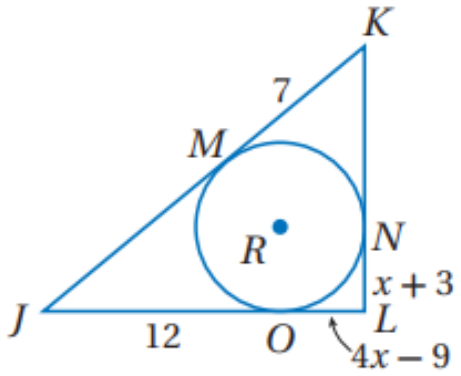
تأكد

استراتيجية تعاقب الادوار

8) جبر: المثلث JKL يُحيط بالدائرة R .

a) أوجد قيمة x .

b) أوجد محيط $\triangle JKL$.

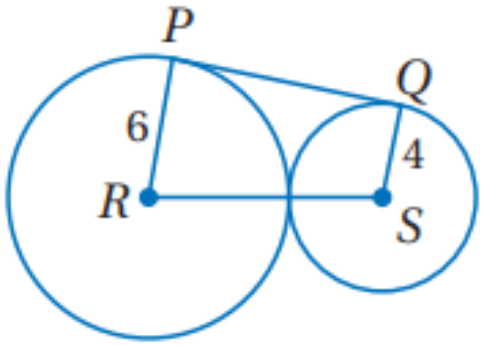


تدريبات

استراتيجية المناقشه الحرة

27) تحدٍّ: $\overline{PQ}$ مماس للدائرتين S ، R كما في الشكل المجاور.

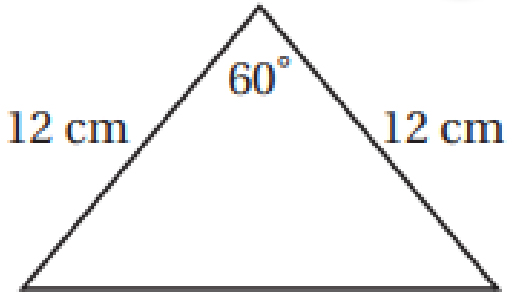
أوجد PQ ، وبرِّر إجابتك.



تدريبات

استراتيجية الدقيقة الواحدة

32) ما محيط المثلث المجاور؟



A 24 cm

B 34.4 cm

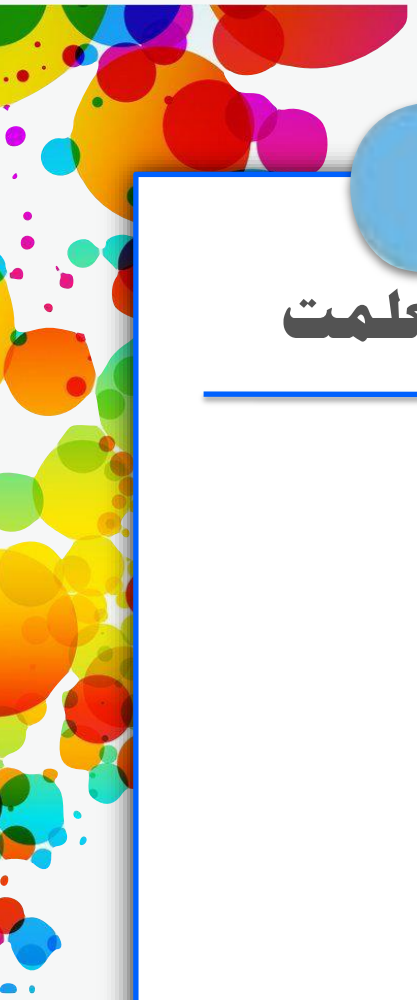
C 36 cm

D 104 cm

ماذا أعرف

ماذا اريد أن اعرف

ماذا تعلمت



الواجب المنزلي

@bs87om

@beso01987

SLIDESMANIA.COM