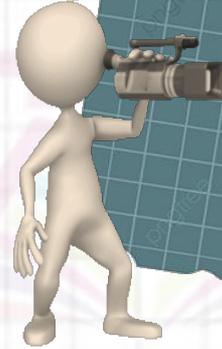
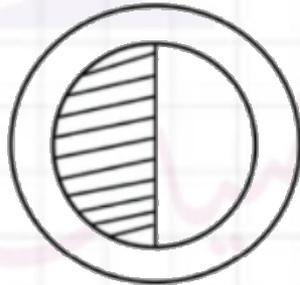


قدرات



س / إذا كان طول قطر الدائرة الكبيرة مثلي قطر الدائرة الصغيرة ، أوجد نسبة مساحة المظلل إلى مجموع مساحتي الدائرتين ؟



(أ) $\frac{1}{5}$

(ب) $\frac{1}{6}$

(ج) $\frac{1}{8}$

(د) $\frac{1}{10}$



تطوير - إنتاج - توثيق

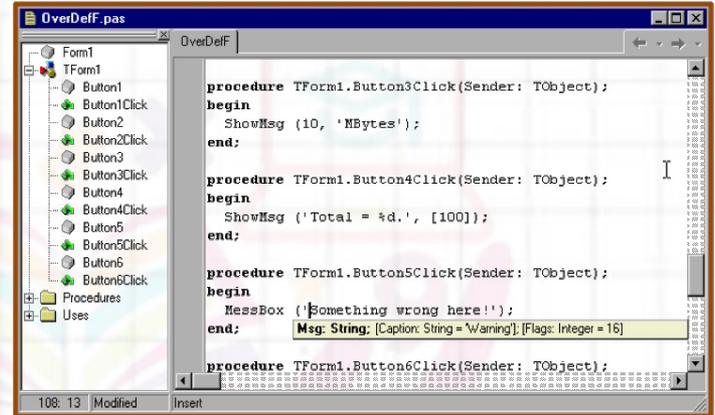
عنوان الدرس

١-٢

العمليات على المصفوفات

تطوير - إنتاج - توثيق

المصفوفات تدخل في
مجال الاتصالات وتقوم
بدور كبير في عملية
التشفير وسرية
المعلومات اعتمادا على
التحويلات الخطية.



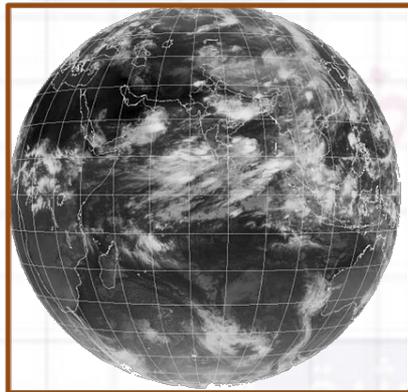
```
OverDef.pas
Form1
  TForm1
    Button1
    Button1Click
    Button2
    Button2Click
    Button3
    Button3Click
    Button4
    Button4Click
    Button5
    Button5Click
    Button6
    Button6Click
  Procedures
  Uses

procedure TForm1.Button3Click(Sender: TObject);
begin
  ShowMsg (10, 'MBytes!');
end;

procedure TForm1.Button4Click(Sender: TObject);
begin
  ShowMsg ('Total = %d.', [100]);
end;

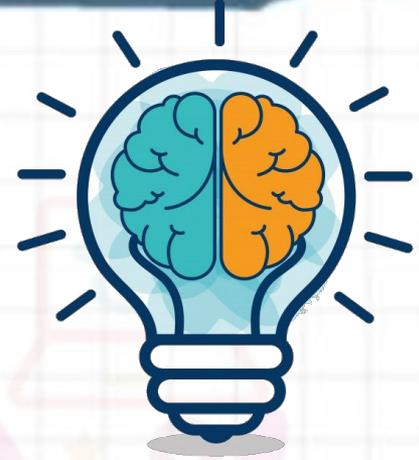
procedure TForm1.Button5Click(Sender: TObject);
begin
  MsgBox ('Something wrong here!');
end;
  Msg: String; [Caption: String = 'Warning']; [Flags: Integer = 16]

procedure TForm1.Button6Click(Sender: TObject);
```



تستخدم سلاسل ماركوف في
الأرصاد الجوية و غيرها باحتمال ما
سيكون عليه النظام في حالة معينة
من معرفة الحالة السابقة لها

أهداف الدرس



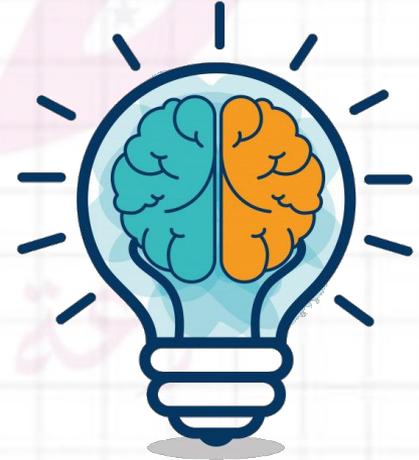
ما فائدة تنظيم
البيانات في
مصفوفة

فيما سبق:
درستُ تنظيم البيانات في
مصفوفات. (الدرس 2-1)

كيف يتم
تحديد رتبة
المصفوفة؟

والآن:

- أجمع المصفوفات
وأطرحها.
- أضرب مصفوفة في عدد
ثابت.



مفردات الدرس

1

جمع

مصفوفتين

2

طرح

مصفوفتين

3

ضرب المصفوفة

في عدد ثابت

لماذا

لدى مؤسسة تجارية للمعدات الثقيلة فروع في كل من: الرياض، والشرقية، وجدة، يتبع كلاً منها ثلاثة معارض. وتبين المصفوفات الآتية معدل النفقات والمبيعات الأسبوعية في معارض المناطق الثلاث:

	الرياض		الشرقية		جدة	
	النفقات	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات	المبيعات
(1) المعرض	1900	145000	1700	122000	1050	109500
(2) المعرض	2400	225000	1800	145500	1800	135000
(3) المعرض	2700	290000	1800	160000	1800	150500

كيف يمكن أن تجدي إجمالي المبيعات اليومية للمعارض 2 للشركة في جميع المناطق ؟

ما موقع معدل النفقات اليومية للمعرض الأول في كل مصفوفة ؟

ما معدل النفقات اليومي للمعرض 2 في المنطقة الشرقية ؟



إرشادات للدراسة

إذا كان $A + B = C$
فإن $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$.

جمع المصفوفات وطرحها: يمكن جمع مصفوفتين أو طرحهما إذا فقط إذا كان لهما الرتبة نفسها، حيث تجمع العناصر المتناظرة في حالة الجمع، وتطرح في حالة الطرح.

أضف إلى

مطويتك

جمع المصفوفات وطرحها

مفهوم أساسي



التعبير اللفظي، إذا كانت A, B مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $A + B$ هي مصفوفة أيضاً من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في A و B ، وكذلك $A - B$ هي مصفوفة من الرتبة $m \times n$ أيضاً، وتحصل عليها بطرح العناصر المتناظرة.

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$$

الرموز،
لتكن:

$$A + B = \begin{bmatrix} a + e & b + f \\ c + g & d + h \end{bmatrix}, A - B = \begin{bmatrix} a - e & b - f \\ c - g & d - h \end{bmatrix}$$

فإن:

$$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 + 2 & -5 + 0 \\ 1 + (-9) & 7 + 10 \end{bmatrix}$$

مثال،

جمع المصفوفات وطرحها

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$ ، $\underline{C} = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$ فأوجد كلاً مما يأتي إن أمكن:

$\underline{A} + \underline{B}$ (a)

عوض $\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$

اجمع العناصر المتناظرة $= \begin{bmatrix} 16 + (-4) & 2 + (-1) \\ -9 + (-3) & 8 + (-7) \end{bmatrix}$

بسّط $= \begin{bmatrix} 12 & 1 \\ -12 & 1 \end{bmatrix}$

$\underline{B} - \underline{C}$ (b)

عوض $\underline{B} - \underline{C} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$

بما أن المصفوفتين \underline{B} ، \underline{C} لهما رتبتين مختلفتين، فلا يمكن إجراء عملية الطرح $\underline{B} - \underline{C}$.

أكشف أوراقك

تحقق من فهمك

$$\begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix} \quad (1B) \qquad \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix} \quad (1A)$$

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

الضرب في عدد ثابت: يمكنك ضرب أي مصفوفة في عدد ثابت، وهذا يعني ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الثابت. وتُسمى هذه العملية **ضرب المصفوفة في عدد ثابت**.

أضف إلى

مطوبتك

الضرب في عدد ثابت

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: حاصل ضرب مصفوفة A من الرتبة $m \times n$ في عدد ثابت k هي مصفوفة kA من الرتبة $m \times n$ وكل عنصر فيها يساوي العنصر المناظر له في المصفوفة A مضروباً

في العدد الثابت k

الرموز: إذا كانت $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و k عدد ثابت فإن:

$$k \cdot A = k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

$$-3 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(4) & -3(1) \\ -3(7) & -3(-2) \end{bmatrix}$$

مثال:

إرشادات للدراسة

ضرب المصفوفة في

عدد ثابت

إذا كان $kA = B$

فإن: $ka_{ij} = b_{ij}$



مثال ٢

ضرب مصفوفة في عدد ثابت

إذا كانت $\underline{R} = \begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix}$ ، فجد $\underline{5R}$.

عوض $\underline{5R} = 5 \begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix}$

اضرب كل عنصر في المصفوفة في العدد 5

$$= \begin{bmatrix} 5(-12) & 5(8) & 5(6) \\ 5(-16) & 5(4) & 5(19) \end{bmatrix}$$

بسّط

$$= \begin{bmatrix} -60 & 40 & 30 \\ -80 & 20 & 95 \end{bmatrix}$$

إستراتيجية الدقيقة الواحدة



تحقق من فهمك

(2) إذا كانت $T = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-4T$

تطوير - إنتاج - توثيق

تنطبق كثير من خصائص العمليات التي تُجرى على الأعداد الحقيقية على المصفوفات. وفيما يأتي ملخص لهذه الخصائص:

أضف إلى

مطوبتك

مفهوم أساسي

خصائص جمع المصفوفات

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات \underline{A} , \underline{B} , \underline{C} لها الرتبة نفسها ولأي عدد ثابت k :

$\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$ الخاصية الإبدالية لجمع المصفوفات

$(\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C} = \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C})$ الخاصية التجميعية لجمع المصفوفات

$k(\underline{A} + \underline{B}) = k\underline{A} + k\underline{B}$ خاصية التوزيع للضرب في عدد

تطوير - إنتاج - توثيق

من
عنا

العمليات على المصفوفات

إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $\underline{-4B} - 3\underline{A}$.

عوض
$$\underline{-4B} - 3\underline{A} = -4 \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$$

أوجد ناتج ضرب المصفوفات في الثوابت

$$= \begin{bmatrix} -4(-4) & -4(-8) \\ -4(2) & -4(-3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3(-9) & 3(12) \\ 3(2) & 3(-6) \end{bmatrix}$$

بسّط

$$= \begin{bmatrix} 16 & 32 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -27 & 36 \\ 6 & -18 \end{bmatrix}$$

اطرح العناصر المتناظرة

$$= \begin{bmatrix} 16 - (-27) & 32 - 36 \\ -8 - 6 & 12 - (-18) \end{bmatrix}$$

بسّط

$$= \begin{bmatrix} 43 & -4 \\ -14 & 30 \end{bmatrix}$$

تطوير - إنتاج - توثيق





تحقق من فهمك

(3) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ ، $\underline{B} = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$ فأوجد $-6\underline{B} + 7\underline{A}$

تأكد

مثال 1 أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$[9 \quad -8 \quad 4] + [12 \quad 2] \quad (2)$$

$$[-8 \quad 2 \quad 6] + [11 \quad -7 \quad 1] \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 13 & -6 \\ 3 & -17 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -18 & 8 \\ 2 & -11 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 7 & -12 \\ 15 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 4 & -9 \end{bmatrix} \quad (3)$$

مثال 2 أوجد الناتج في كل مما يأتي:

$$-6 \begin{bmatrix} 15 & -9 & 2 & 3 \\ 6 & -11 & 14 & -2 \\ 4 & -8 & -10 & 27 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$3 \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 12 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 8 & -1 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \text{ إذا كانت}$$

مثال 3

فأوجد ناتج كل مما يلي:

$$-8\underline{C} + 3\underline{A} \quad (8)$$

$$4\underline{B} - 2\underline{A} \quad (7)$$

تقويم

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \text{ إذا كانت (1)}$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

فما قيمة $2\underline{A} + 3\underline{B}$ ؟

$$\begin{bmatrix} -5 & 15 & 30 \\ 15 & 25 & 15 \end{bmatrix} \text{ C} \quad \begin{bmatrix} -6 & 3 & 9 \\ 0 & 9 & 5 \end{bmatrix} \text{ A}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 8 & 15 \\ 9 & 12 & 7 \end{bmatrix} \text{ D} \quad \begin{bmatrix} -4 & 2 & 6 \\ 0 & 6 & 4 \end{bmatrix} \text{ B}$$

لا تتوقفي عن الحلم حتى لو
اخبرك من حولك ان حلمك
اصبح مستحيلًا

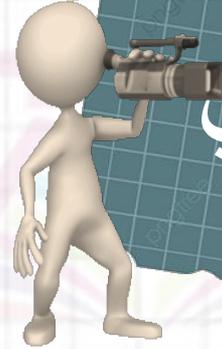
تطوير - إنتاج - توثيق

منها

(29) **تبرير:** حدّد إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أحيانًا، أو صحيحة دائمًا، أو غير صحيحة أبدًا للمصفوفتين A, B ، ثم فسّر إجابتك.

- (a) إذا كانت $A + B$ معرفة، فإن $A - B$ معرفة.
- (b) إذا كان k عددًا حقيقيًا، فإن kA و kB معرفتان.
- (c) إذا كانت $A - B$ غير معرفة، فإن $B - A$ غير معرفة.
- (d) إذا كانت A و B لهما عدد العناصر نفسه، فإن $A + B$ معرفة.
- (e) إذا كانت kA و kB معرفتين، فإن $kA + kB$ معرفة.

تحصيلي



رتبة المصفوفة : إذا كانت A , B مصفوفتين من الرتبة

5×3 ، فإن رتبة المصفوفة $A - B$ هي :

3×5 **A**

3×2 **C**

5×3 **B**

3×3 **D**

تطوير - إنتاج - توثيق