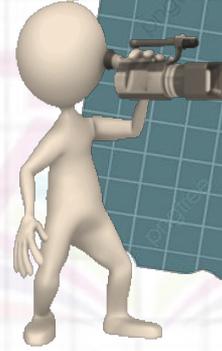


# ضرب المصفوفات

## قدرات



سيارة تستغرق ٢٤٠ دقيقة لقطع مسافة ما , كم تكون سرعة السيارة بالكليو متر / ساعة إذا كانت المسافة المقطوعة ٣٦٠ كم ؟

(د) ٩٠ كم/س

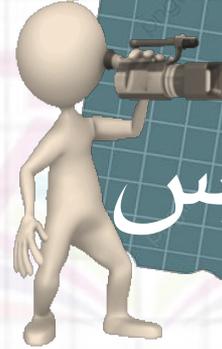
(ج) ٨٠ كم/س

(ب) ٧٥ كم/س

(أ) ٧٠ كم/س

تطوير - إنتاج - توثيق

ضرب المصفوفات



٢-٢  
عنوان الدرس

ضرب المصفوفات

تطوير - إنتاج - توثيق

منها

وَعَرِّضُوا عَلَيَّ رِبِّكَ صَفًّا لَقَدْ جِئْتُمُونَا كَمَا خَلَقْنَاكُمْ أَوَّلَ  
مَرَّةٍ بَلْ زَعَمْتُمْ أَلَّنْ نَجْعَلَ لَكُمْ مَوْعِدًا (48)

فِيهَا سُرٌّ مَرْفُوعَةٌ (13) وَأَكْوَابٌ مَوْضُوعَةٌ (14)  
وَنَمَارِقُ مَصْفُوفَةٌ



وفي الاقتصاد تستخدم المصفوفات  
كنموذج مفتوح ونموذج مغلق  
للعالم ليونتيف لتحديد الأسعار

# أهداف الدرس

كيف تتم عملية ضرب مصفوفة في عدد ثابت؟

**فيما سبق:**  
درست ضرب المصفوفات في عدد ثابت. (الدرس 2-2)



ما هو الشرط الواجب توفره لتكون عملية جمع أو طرح المصفوفات ممكنة؟

**والآن:**

- أضرب المصفوفات.
- أستعمل خصائص ضرب المصفوفات.



# ضرب المصفوفات

لماذا؟

يبين الجدول المجاور أنواع الأقلام وعددها التي باعتها مكتبة في 4 أشهر متتالية.

نوع القلم	الشهر وعدد الأقلام			
	المحرم	صفر	ربيع 1	ربيع 2
رصاص	153	217	197	249
حبر سائل	12	6	7	8
حبر جاف	82	146	102	158

إذا علمت أن سعر بيع قلم الرصاص ريال واحد، وقلم الحبر السائل 3 ريالات، وقلم الحبر الجاف ريالان، فإنه يمكنك تلخيص الجدول بمصفوفة عدد الأقلام  $B$ ، كما يمكنك التعبير عن مصفوفة سعر بيع كل نوع من الأقلام بالمصفوفة  $P$ .

مصفوفة الأسعار  $P$

قلم الرصاص	الحبر السائل	الحبر الجاف
[ 1	3	2 ]

مصفوفة عدد الأقلام  $B$

153	217	197	249
12	6	7	8
82	146	102	158

وباستعمال ضرب المصفوفات، تجد سعر بيع الأقلام في كل شهر.

كم سعر أقلام الحبر الجاف التي تم بيعها في شهر ربيع 1 ؟

كم سعر الأقلام التي تم بيعها في شهر صفر ؟

# ضرب المصفوفات

**ضرب المصفوفات:** يمكنك ضرب مصفوفتين إذا وفقط إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية. وعند ضرب المصفوفة  $A$  ذات الرتبة  $m \times r$  في المصفوفة  $B$  ذات الرتبة  $r \times t$ ، فإن الناتج هو المصفوفة  $AB$  ذات الرتبة  $m \times t$ .

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$m \times r$        $r \times t$        $m \times t$

متساويان

رتبة  $AB$

# ضرب المصفوفات

## رتبة مصفوفة ناتج الضرب

هل يمكن إيجاد  $\underline{A} \cdot \underline{B}$  في كلِّ مما يأتي، وإن كانت كذلك، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

$$\underline{A}_{3 \times 4} \cdot \underline{B}_{4 \times 2} \quad (a)$$

$$\underline{A}_{5 \times 3} \cdot \underline{B}_{5 \times 4} \quad (b)$$

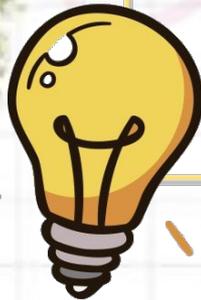
### إرشادات للدراسة

#### رمز المصفوفة

أحياناً تكتب  $\underline{A}_{m \times n}$

لتعبر عن مصفوفة  $\underline{A}$

رتبتها  $m \times n$ .



ضرب المصفوفات

## إستراتيجية الدقيقة الواحدة



تحقق من فهمك

$$\underline{A}_{4 \times 6} \cdot \underline{B}_{6 \times 2} \text{ (1A)}$$

$$\underline{A}_{3 \times 2} \cdot \underline{B}_{3 \times 2} \text{ (1B)}$$

تطوير - إنتاج - توثيق

مهما تعددت مرات سقوطك ، قف  
مجددا ولا تستسلم ، وأعلم بأن الفشل  
يستطيع التحول إلى نجاح بالعزيمة  
والإصرار



## ضرب المصفوفات

**اختيار من متعدد:** إذا كانت المصفوفة  $\underline{XY}$  من النوع  $3 \times 2$ ،  
والمصفوفة  $\underline{X}$  من النوع  $3 \times 4$ ، فما رتبة المصفوفة  $\underline{Y}$ ؟

$3 \times 4$  C

$2 \times 3$  A

$4 \times 2$  D

$3 \times 2$  B

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

# ضرب المصفوفات

يمكنك إيجاد ناتج ضرب مصفوفتين بضرب عناصر صفوف الأولى في عناصر أعمدة الثانية بالترتيب ثم جمع النواتج.

أضف إلى

مطوبتك

## ضرب المصفوفات

## مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: العنصر في الصف  $m$  والعمود  $r$  من المصفوفة  $\underline{AB}$  هو مجموع نواتج ضرب العناصر في الصف  $m$  من المصفوفة  $\underline{A}$ ، بعناصر العمود  $r$  من المصفوفة  $\underline{B}$  بالترتيب.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix}$$

الرموز:

مثال:

تطوير - إنتاج - توثيق

## ضرب المصفوفات

أوجد  $XY$  إذا كانت  $\underline{X} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix}$  ،  $\underline{Y} = \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$

$$\underline{XY} = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -10 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -5 & -4 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

# ضرب المصفوفات

تحقق من فهمك

(2) إذا كانت  $\underline{U} = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ ،  $\underline{V} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$  فأوجد  $\underline{UV}$ .

المجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

# مثال

**سباحة:** في مسابقة للسباحة بين أربع فرق سجلت 7 نقاط لمن يحل في المركز الأول، و 4 نقاط لمن يحل في المركز الثاني، ونقطتان لمن يحل في المركز الثالث. استعمل الجدول المجاور الذي يبين نتائج مسابقة السباحة لكل فريق لتحديد الفريق الفائز في المسابقة.

اكتب كلاً من النتائج والنقاط التي تم الحصول عليها في مصفوفتين، ورتب المصفوفتين على أن يكون عدد الصفوف في مصفوفة النقاط يساوي عدد الأعمدة في مصفوفة النتائج.

$$\begin{array}{c} \text{النقاط} \\ \underline{P} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{النتائج} \\ \underline{R} = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix} \end{array}$$

اضرب المصفوفتين.  $\underline{RP}$

$$\underline{RP} = \begin{bmatrix} 4 & 7 & 3 \\ 8 & 9 & 1 \\ 10 & 5 & 3 \\ 3 & 3 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \\ \phantom{0} \end{bmatrix}$$

تبين مصفوفة حاصل الضرب عدد النقاط التي أحرزها كلٌّ من الفرق  $A, B, C, D$  على الترتيب؛ لذا فالفريق  $C$  هو الفائز في المسابقة؛ لأنه حصل على أكبر مجموع من النقاط وهو 96 نقطة.

# ضرب المصفوفات

تحقق من فهمك

(3) مبيعات: ارجع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، واستعمل ضرب المصفوفات لتحديد سعر بيع الأقلام في كل شهر.

مصفوفة الأسعار  $P$

قلم الرصاص	الحبر السائل	الحبر الجاف
1	3	2

مصفوفة عدد الأقلام  $B$

153	217	197	249
12	6	7	8
82	146	102	158

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

# تأكد

حدد إذا كانت عملية الضرب معرفة في كلِّ مما يأتي أم لا، وإن كانت معرفة فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

$$\underline{E}_{8 \times 6} \cdot \underline{F}_{6 \times 10} \quad (3)$$

$$\underline{C}_{5 \times 4} \cdot \underline{D}_{5 \times 4} \quad (2)$$

$$\underline{A}_{2 \times 4} \cdot \underline{B}_{4 \times 3} \quad (1)$$

أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[9 \quad -2] \cdot \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} -8 & 7 & 4 \\ -5 & -3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 8 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

# خصائص المصفوفات

أضف إلى  
مطوبتك

## خصائص ضرب المصفوفات

## مفهوم أساسي

تُعد الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات  $A, B, C$ ، ولأي عدد  $k$ ، على أن تكون عمليتا ضرب أو جمع أيٍّ منها معرفتين:

$$(AB)C = A(BC)$$

$$k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

$$C(A + B) = CA + CB$$

$$(A + B)C = AC + BC$$

الخاصية التجميعية لضرب المصفوفات

الخاصية التجميعية لضرب المصفوفات في عدد

خاصية التوزيع من اليسار للمصفوفات

خاصية التوزيع من اليمين للمصفوفات

تطوير - إنتاج - توثيق

# ضرب المصفوفات

**خصائص ضرب المصفوفات:** تذكر أن خصائص جمع الأعداد الحقيقية تبقى صحيحة أيضًا عند جمع المصفوفات، إلا أن بعض خصائص ضرب الأعداد الحقيقية لا تكون صحيحة دائمًا عند ضرب المصفوفات.

اختبار الخاصية الإبدالية



إذا كانت  $\underline{G} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 4 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ ،  $\underline{H} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -8 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$  فأوجد ناتج كل مما يأتي:

$\underline{GH}$  (a)

$\underline{HG}$  (b)

تطوير - إنتاج - توثيق

## استراتيجية تعاقب الأدوار



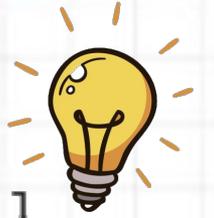
تحقق من فهمك

(4) إذا كانت  $\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$ ،  $\underline{B} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ ، فهل  $\underline{AB} = \underline{BA}$ ؟

مجموعة رفاة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

# ضرب المصفوفات



اختبار خاصية التوزيع

إذا كانت  $\underline{J} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{K} = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{L} = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  ، فجد ناتج كل مما يأتي:

$\underline{J} (\underline{K} + \underline{L})$  (a)

$\underline{JK} + \underline{JL}$  (b)

مجموعة رفاة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

منهاج

تحقق من فهمك

(5) إذا كانت  $\underline{R} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ،  $\underline{S} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ ،  $\underline{T} = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$  فحدّد ما إذا كانت المعادلة

$(\underline{S} + \underline{T})\underline{R} = \underline{S}\underline{R} + \underline{T}\underline{R}$  صحيحة للمصفوفات المعطاة أم لا.

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

منذ عام 1342



اسم الطالبة :

درس : ضرب المصفوفات

بطاقة خروج

اختيار من متعدد : ناتج الضرب :

$$[4 \ 0 \ -2] \cdot \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \text{ يساوي:}$$

$$\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 0 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix} \text{ C}$$

$$[8 \ -12] \text{ A}$$

D عملية الضرب غير معرّفة

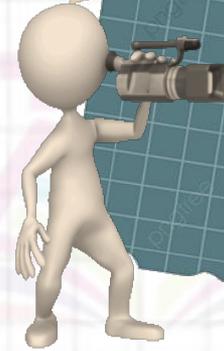
$$\begin{bmatrix} 8 \\ -12 \end{bmatrix} \text{ B}$$

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

منها

# ضرب المصفوفات



## مهارات تفكير عليا

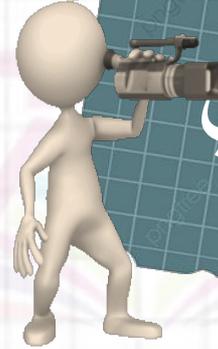
**(43) تبرير:** إذا كانت رتبة المصفوفة  $\underline{AB}$  هي  $5 \times 8$

، ورتبة المصفوفة  $\underline{A}$  هي  $5 \times 6$  ، فما رتبة المصفوفة  $\underline{B}$ ؟

تطوير - إنتاج - توثيق

# ضرب المصفوفات

## تحصيلي



أوجد ناتج:  $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix}$ ، إذا كان ذلك ممكناً.

A  $[-3]$  C  $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 12 & 6 \end{bmatrix}$

B  $[11]$  D الضرب غير معرف