

حتى في أعز خساراتك "تَوْ بِقدراتك"
قف من جديد وكل طريقك أنت الأقوى

قدرات

القيمة الأولى	القيمة الثانية
$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$

(أ) القيمة الأولى أكبر من الثانية

(ج) القيمتان متساويتان

(ب) القيمة الثانية أكبر من الأولى

(د) المعلومات غير كافية



القانون العام والمميز

أفيمآ سببقؑ

درستُ حل معادلات تربيعية
بأكمال المربع.
(مهارة سابقة)

والآنؑ

- أحل معادلات تربيعية
- باستعمال القانون العام.
- أستعمل المميز لأحدد عدد جذور معادلة تربيعية وأنواعها.



أهداف الدرس

مفردات الدرس

القانون العام

Quadratic Formula

المميز

discriminant





لماذا؟

أطلق سهم نحو هدف على الأرض، ويمكن التعبير عن ارتفاعه عن الأرض بالدالة التربيعية:

$$h = -4.9t^2 + 117t + 42$$

حيث h ارتفاع السهم بعد t ثانية من إطلاقه، وللتنبؤ بالزمن اللازم لوصول السهم إلى الهدف، نحل المعادلة:

$$-4.9t^2 + 117t + 42 = 0$$

ومن الصعب حل هذه المعادلة باستعمال التحليل إلى العوامل، أو التمثيل البياني، أو إكمال المربع.

القانون العام: تمكنت سابقًا من حل بعض المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني، أو بالتحليل إلى العوامل، أو باستعمال خاصية الجذر التربيعي، أو بإكمال المربع، أو باستعمال القانون العام؛ وهو قانون يمكن استعماله لحل أية معادلة تربيعية، ويمكن اشتقاق هذا القانون من خلال حل معادلة تربيعية على الصورة القياسية.

الحالة العامة

معادلة تربيعية على الصورة القياسية $ax^2 + bx + c = 0$

اقسم كلا الطرفين على a $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

اطرح $\frac{c}{a}$ من كلا الطرفين $x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$

أكمل المربع $x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$

حل الطرف الأيسر $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$

بسّط الطرف الأيمن $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

خاصية الجذر التربيعي $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

اطرح $\frac{b}{2a}$ من كلا الطرفين $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

بسّط $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

تعرف المعادلة: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ **بالقانون العام** لحل المعادلات التربيعية.

أضف إلى

مطوبتك

مفهوم أساسي

القانون العام لحل المعادلة التربيعية

التعبير اللفظي: يمكن حل المعادلة التربيعية المكتوبة على الصورة: $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ باستعمال القانون:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

مثال:

إرشادات للدراسة

القانون العام

على الرغم من أن طريقة التحليل إلى العوامل قد تكون الأسهل لحل بعض المعادلات التربيعية، إلا أن القانون العام يحل أي معادلة تربيعية.

معادلة لها جذران نسبيين

تحقق من فهمك



حل المعادلة: باستعمال القانون العام.

$$x^2 + 6x = 16 \quad (1A)$$

تأكد



حل المعادلة: باستعمال القانون العام.

$$22x = 12x^2 + 6 \quad (6)$$

معادلة لها جذر نسبي واحد (مكرر مرتين)

تحقق من فهمك



حل المعادلة: باستعمال القانون العام.

$$x^2 - 16x + 64 = 0 \quad (2A)$$



تاريخ الرياضيات

براهام جوبتا

(598-668 م) عالم رياضيات

هندي، وهو أول من أوجد

حلاً عاماً للمعادلة التربيعية

في الصورة

$ax^2 + bx = c$ ، وهو ما

يُسمى الآن القانون العام

لحل المعادلة التربيعية.



تحقق من فهمك



حل المعادلة: باستعمال القانون العام.

$$x^2 + 34x + 289 = 0 \quad (2B)$$

الجذور غير النسبية

تحقق من فهمك



حل المعادلة: باستعمال القانون العام.

$$3x^2 + 5x + 1 = 0 \quad (3A)$$

تحقق من فهمك



حل المعادلة: باستعمال القانون العام.

$$x^2 - 8x + 9 = 0 \quad (3B)$$

إذا كان ما تحت الجذر في القانون العام عددًا سالبًا، فإن الحلين يكونان عددين مركبين مترافقين.

الجذور المركبة

تحقق من فهمك



حل المعادلة: باستعمال القانون العام.

$$3x^2 + 5x + 4 = 0 \quad (4A)$$

الرووس المرقمة



تأكد

حل المعادلة: باستعمال القانون العام.

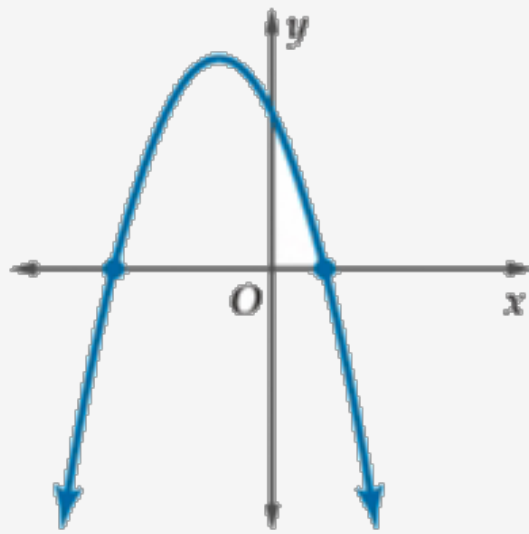
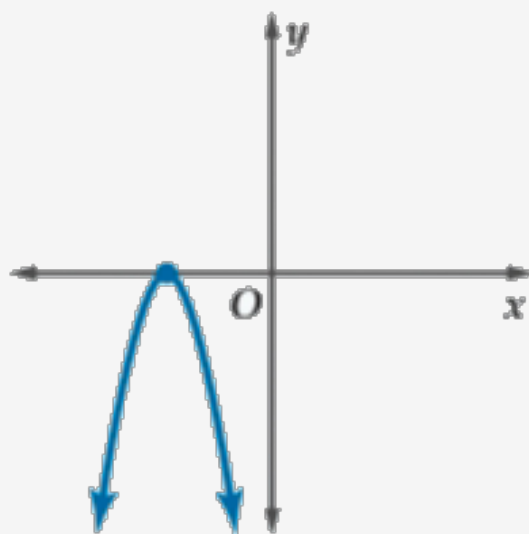
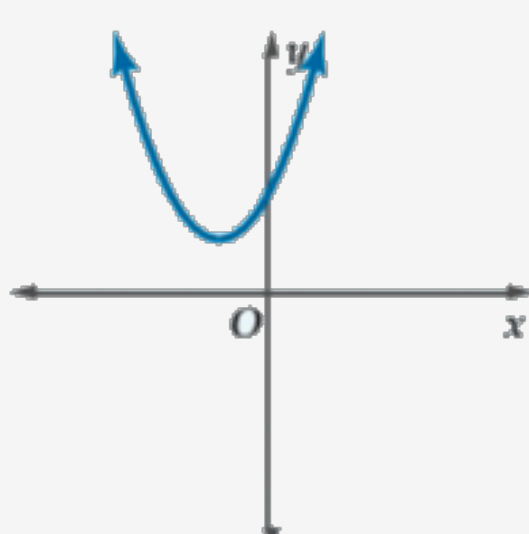
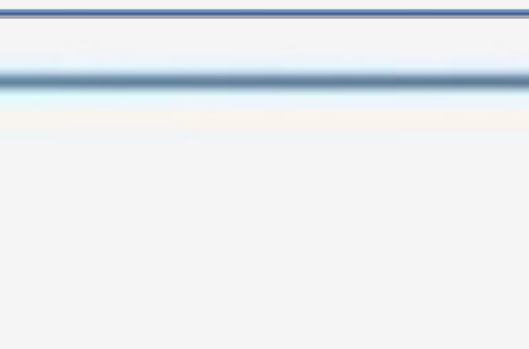
$$x^2 - 4x = -13 \quad (4B)$$

الجذور والمميز: في المعادلة التربيعية، لاحظ العلاقة بين قيمة ما تحت الجذر وجذور المعادلة التربيعية في الأمثلة السابقة. العبارة $b^2 - 4ac$ تسمى **المميز**.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \leftarrow \text{المميز}$$

ويمكنك استعمال المميز لتحديد عدد جذور المعادلة التربيعية وأنواعها، والجدول في الصفحة الآتية يلخص الأنواع الممكنة للجذور، وذلك للتأكد من صحة حلك.

في المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث a, b, c أعداد نسبية، $a \neq 0$.

مثال على التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة	عدد الجذور وأنواعها	قيمة المميز
	جذران حقيقيان نسبيا	$b^2 - 4ac > 0$ والعبارة $b^2 - 4ac$ مربع كامل .
	جذران حقيقيان غير نسبيا	$b^2 - 4ac > 0$ والعبارة $b^2 - 4ac$ ليست مربعاً كاملاً .
	جذر حقيقي مكرر مرتين	$b^2 - 4ac = 0$
	جذران مركبان مترافقان	$b^2 - 4ac < 0$

الجذور

تذكر أن حلول المعادلة
تسمى جذوراً وهي قيم
 X التي يقطع عندها
التمثيل البياني للدالة
المرتبطة بالمعادلة
المحور X .

تحقق من فهمك



وصف الجذور

أوجد قيمة المميز لكلٍّ من المعادلتين التربيعيتين الآتيتين ، وحدد عدد جذور كلٍّ منهما وأنواعها:

$$-7x + 15x^2 - 4 = 0 \quad (5B)$$

$$-5x^2 + 8x - 1 = 0 \quad (5A)$$



تأكّد

مثال 5 أجب عن الفرعين a, b لكلّ معادلة تربيعية مما يأتي:

(a) أوجد قيمة المميز.

(b) أوجد عدد الجذور، وحدد أنواعها.

$$(9) \quad 3x^2 + 8x + 2 = 0$$

$$(10) \quad 2x^2 - 6x + 9 = 0$$

مسائل مهارات التفكير العليا

- (34) **تبرير:** حدد ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً.
ووضّح إجابتك:
- (a) إذا كانت إشارتا كلٍّ من المعاملين a, c في المعادلة التربيعية المكتوبة على الصورة القياسية مختلفتين، فإن جذري المعادلة حقيقيان.
- (b) إذا كان مميز المعادلة التربيعية أكبر من 1، فإن لها جذرين حقيقيين غير نسبيين.

تدريب على اختبار

(36) أي المعادلات الآتية لها جذر حقيقي مكرر مرتين؟

A $x^2 - 2x + 5 = 0$

B $x^2 - 2x - 5 = 0$

C $x^2 = 19$

D $x^2 - 8x = -16$

(37) قيمة المميز للمعادلة $x^2 - 8x = 0$ هي:

A -64

B -8

C 8

D 64