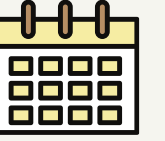


الفصل الأول رياضيات ٥

العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/عبد العزيز الشريف

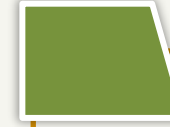




المادة:

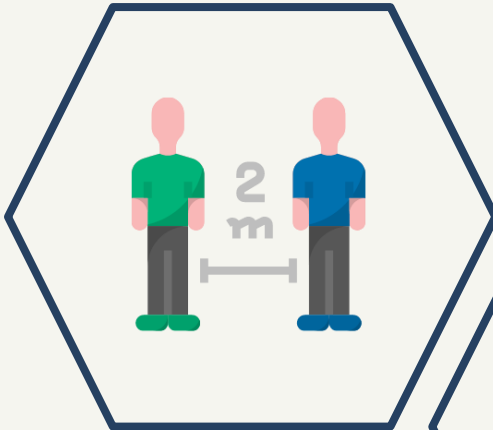


اليوم:



التاريخ:

نعود بحذر



غسل اليدين



التباعد الاجتماعي



عدم المصافحة

الالتزام بارتداء الكمامة





٦-١ العمليات على الدوال وتركيب دالتين

رابط الدرس الرقمي



فيما سبق

درست إيجاد قيم الدوال

والآن

- أجري العمليات على الدوال.
- أجد تركيب الدوال.

المفردات

تركيب الدالتين



لماذا؟



بلغ عدد الكتب المستعارة من مكتبة الأمير سلمان المركزية في جامعة الملك سعود عام 1432هـ 330000 كتاب، وبلغ إجمالي عدد الكتب المفهرسة 2065863 كتابًا.

إذا كانت $A(t)$ و $B(t)$ تمثلان عدد الكتب المفهرسة وعدد الكتب المستعارة على الترتيب و t تمثل السنة منذ 1425هـ، فإن عدد الكتب المفهرسة غير المعارة يعطى بالدالة $A(t) - B(t)$.





العمليات على الدوال

مفهوم أساسي



إذا كانت f, g دالتين يتقاطعان مجالا، فإننا نعرف عمليات الجمع، والضرب، والطرح، والقسمة لجميع قيم x الموجودة في تقاطع المجالين على النحو الآتي:

$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	الضرب:	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	الجمع:
$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$	القسمة:	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	الطرح:

في كل من الحالات السابقة مجال الدالة الجديدة يساوي تقاطع مجالي الدالتين f و g ، باستثناء القيم التي تجعل $g(x) = 0$ في دالة القسمة.





العمليات على الدوال

إذا كانت $f(x) = x^2 + 4x$, $g(x) = \sqrt{x + 2}$, $h(x) = 3x - 5$ فأوجد كلاً من الدوال الآتية، ثم حدد مجالها:

(a) $(f + g)(x)$

(b) $(f - h)(x)$

(c) $(f \cdot h)(x)$

(d) $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$





الحل

إذا كانت $f(x) = x^2 + 4x$, $g(x) = \sqrt{x+2}$, $h(x) = 3x - 5$ فأوجد كلاً من الدوال الآتية، ثم حدد مجالها:

$(f - h)(x)$ (b)

b

$(f + g)(x)$ (a)

a





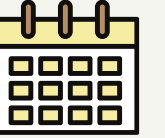
الحل

إذا كانت $f(x) = x^2 + 4x$, $g(x) = \sqrt{x+2}$, $h(x) = 3x - 5$ فأوجد كلاً من الدوال الآتية، ثم حدد مجالها:

(d) $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$

(c) $(f \cdot h)(x)$





تحقق من فهمك

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ في كل مما يأتي، ثم أوجد مجال كل دالة من الدوال الناتجة.

$$f(x) = x - 4, g(x) = \sqrt{9 - x^2} \quad (1A)$$

$$f(x) = x^2 - 6x - 8, g(x) = \sqrt{x} \quad (1B)$$





الحل

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ في كل مما يأتي، ثم أوجد مجال كل دالة من الدوال الناتجة.

1A

$$f(x) = x - 4, g(x) = \sqrt{9 - x^2} \quad (1A)$$





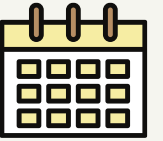
الحل

أوجد $(f+g)(x)$, $(f-g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ في كل مما يأتي، ثم أوجد مجال كل دالة من الدوال الناتجة.

1B

$$f(x) = x^2 - 6x - 8, g(x) = \sqrt{x} \quad (1B)$$





تدرب
وحل المسائل

أوجد $(f + g)(x)$, $(f - g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين $f(x)$, $g(x)$ في كل مما يأتي، وحدد مجال كل من الدوال الناتجة: (مثال 1)

$$f(x) = x^2 + 4 \quad (1)$$

$$g(x) = \sqrt{x}$$





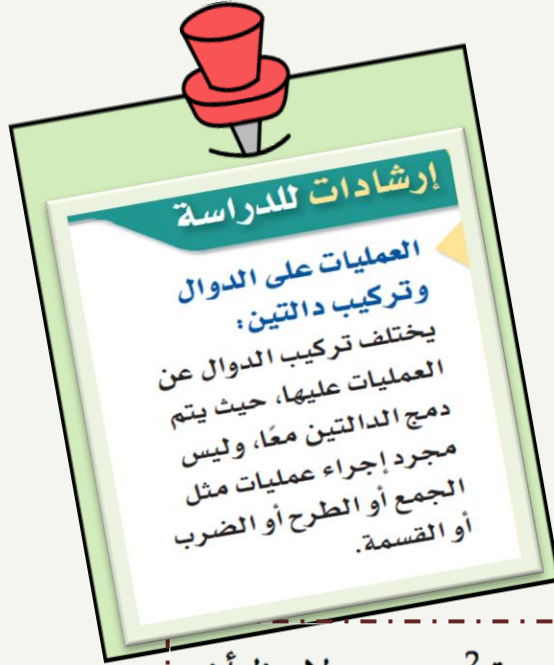
الحل

أوجد $(f + g)(x)$, $(f - g)(x)$, $(f \cdot g)(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ للدالتين
 $f(x)$, $g(x)$ في كل مما يأتي، وحدد مجال كل من الدوال
النتيجة: (مثال 1)

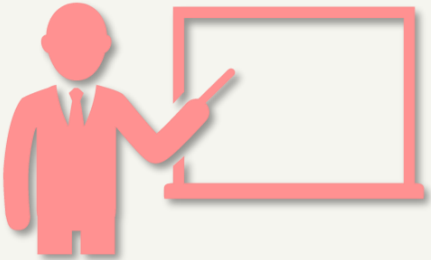
1 $f(x) = x^2 + 4$

$g(x) = \sqrt{x}$



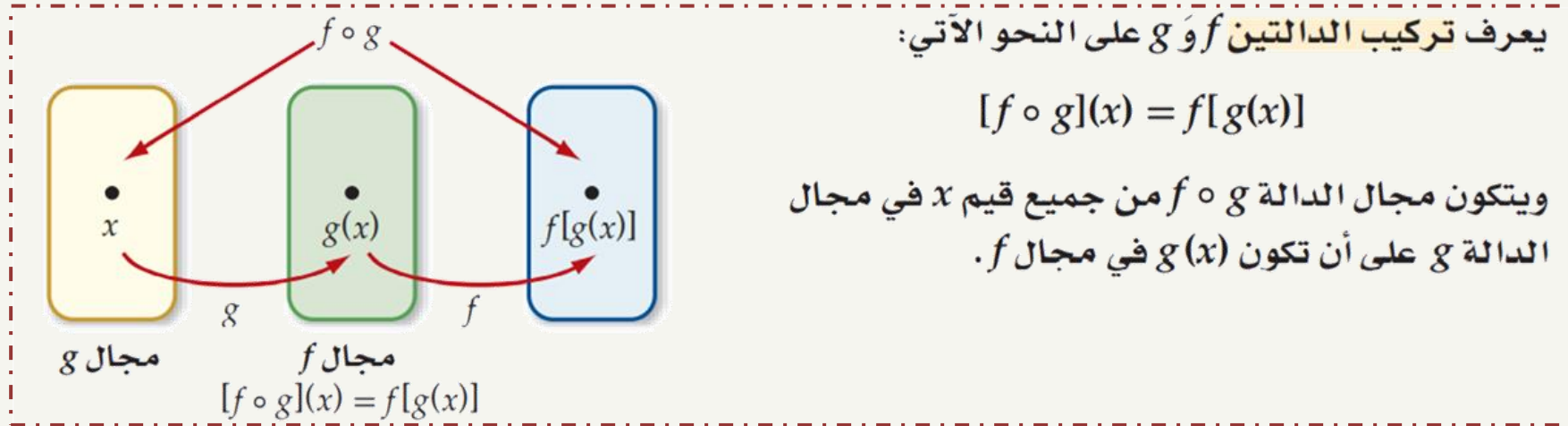


تركيب الدوال: تنتج الدالة $y = (x - 3)^2$ من دمج الدالة الخطية $y = x - 3$ والدالة التربيعية $y = x^2$ ، لاحظ أن هذا الدمج لم ينتج عن جمع أو طرح أو ضرب أو قسمة. ويسمى هذا الدمج تركيب الدالتين، وملخصه إيجاد قيمة دالة عند قيمة دالة أخرى.



تركيب الدالتين

مفهوم أساسي



تقرأ الدالة $f \circ g$ على النحو f تركيب g أو f بعد g ، حيث تُطبَّق الدالة g أولاً ثم الدالة f .





تركيب دالتين

إذا كانت $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x - 4$ ، فأوجد كلاً مما يأتي:

(a) $[f \circ g](x)$

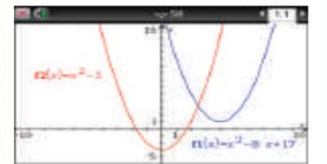
(b) $[g \circ f](x)$

(c) $[f \circ g](2)$



تنبيه

ترتيب الدوال عند التركيب
في معظم الأحيان $g \circ f$, $f \circ g$ دالتان مختلفتان. بمعنى آخر إن
تركيب الدوال ليس إبدالياً. ففي
المثال 2
 $[f \circ g](x) = x^2 - 8x + 17$
لكن $[g \circ f](x) = x^2 - 3$ وهما
دالتان مختلفتان. والتمثيل البياني
أدناه يبين ذلك.



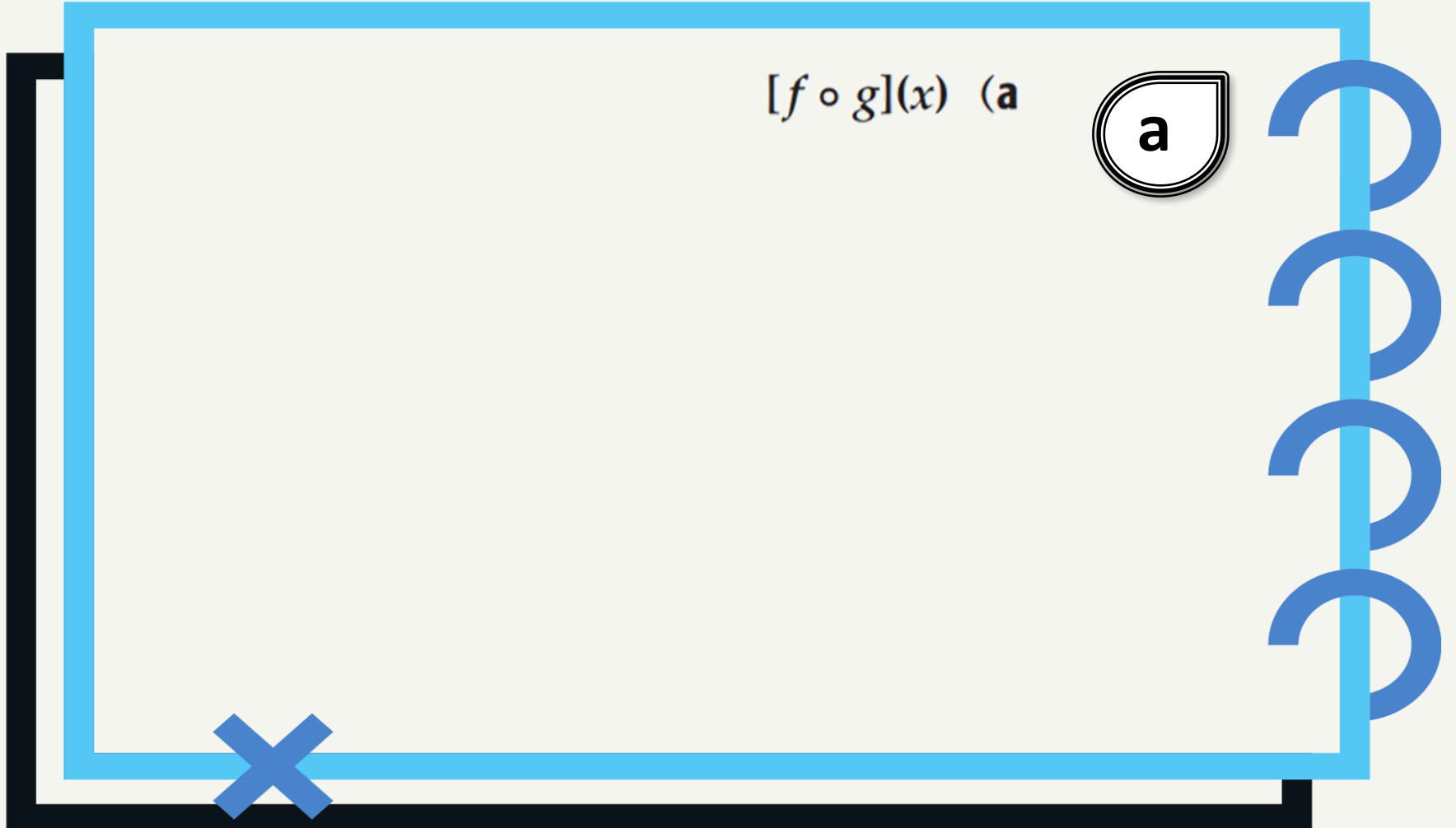


الحل

إذا كانت $g(x) = x - 4$, $f(x) = x^2 + 1$ فأوجد كلاً مما يأتي:

$[f \circ g](x)$ (a

a



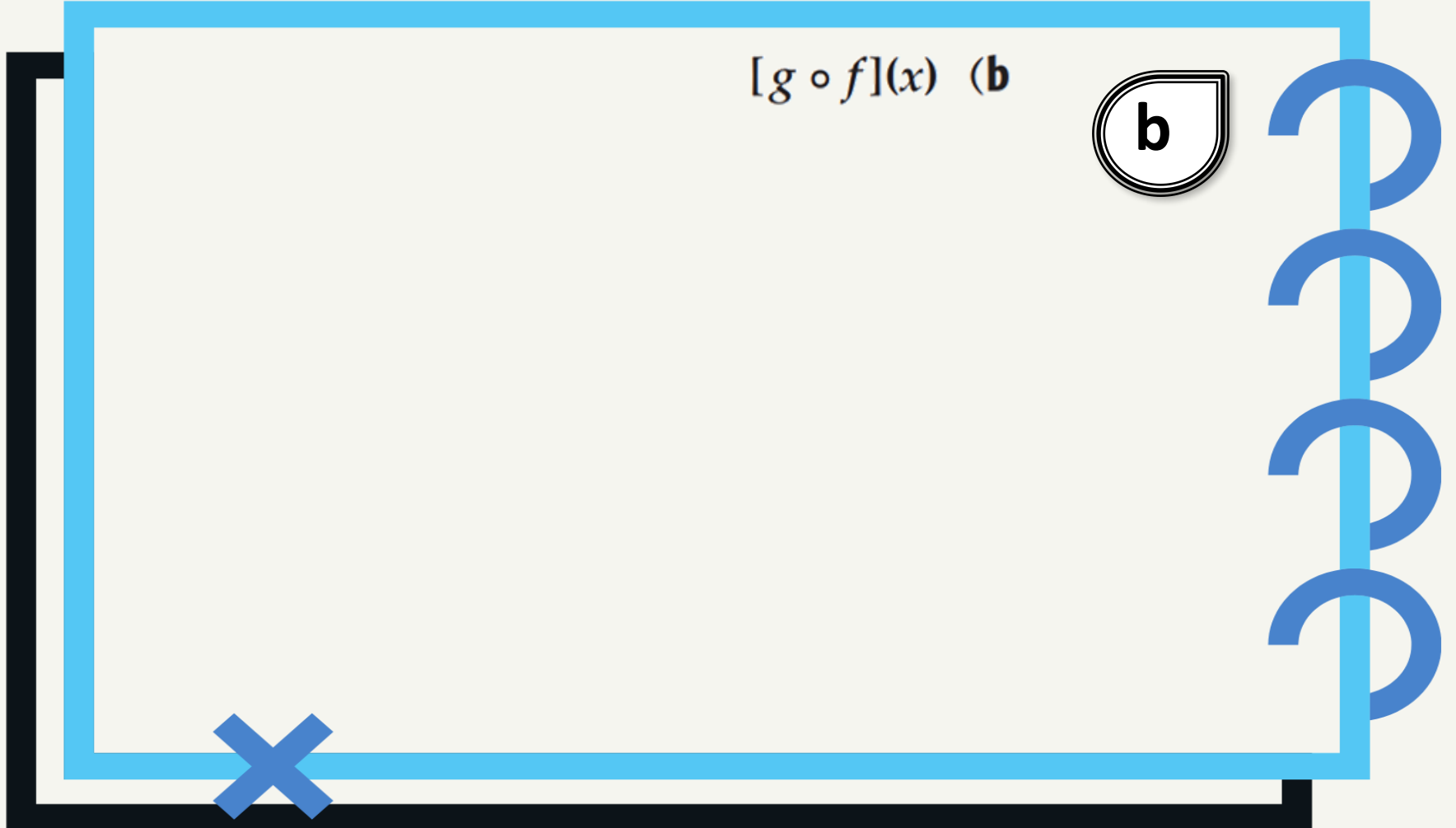


الحل

إذا كانت $g(x) = x - 4$, $f(x) = x^2 + 1$ ، فأوجد كلاً مما يأتي:

$[g \circ f](x)$ (b)

b

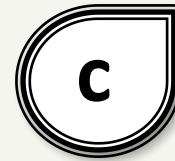


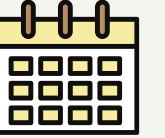


الحل

إذا كانت $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x - 4$ ، فأوجد كلاً مما يأتي:

$[f \circ g](2)$ (c





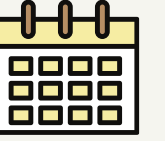
تحقق من فهمك

أوجد $[f \circ g](3)$, $[g \circ f](x)$, $[f \circ g](x)$ في كل مما يأتي:

$$f(x) = 3x + 1, g(x) = 5 - x^2 \quad (2A)$$

$$f(x) = 6x^2 - 4, g(x) = x + 2 \quad (2B)$$





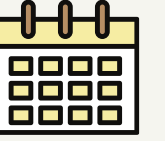
الحل

أوجد $[f \circ g](x)$, $[g \circ f](x)$, $[f \circ g](3)$ في كل مما يأتي:

$$f(x) = 3x + 1, g(x) = 5 - x^2 \quad (2A)$$

2A





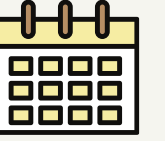
الحل

أوجد $[f \circ g](x)$, $[g \circ f](x)$, $[f \circ g](3)$ في كل مما يأتي:

$$f(x) = 6x^2 - 4, g(x) = x + 2 \quad (2B)$$

2B





تدرب
وحل المسائل

أوجد $[f \circ g](6)$, $[g \circ f](x)$, $[f \circ g](x)$ لكل زوج من الدوال الآتية.
(مثال 2)

$$f(x) = 2x - 3 \quad (11)$$

$$g(x) = 4x - 8$$





الحل

أوجد $[f \circ g](x)$, $[g \circ f](x)$, $[f \circ g](6)$ لكل زوج من الدوال الآتية.
(مثال 2)

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x - 3 \\ g(x) &= 4x - 8 \end{aligned}$$

11



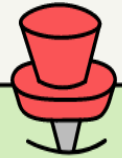


إيجاد دالة التركيب بوجود قيود على المجال

حدّد مجال الدالة $f \circ g$ متضمناً القيود الضرورية، ثم أوجد $f \circ g$ في كل من الحالتين الآتيتين:

$$f(x) = \frac{1}{x+1}, g(x) = x^2 - 9 \quad (a)$$

$$f(x) = x^2 - 2, g(x) = \sqrt{x-3} \quad (b)$$



إرشادات للدراسة

تحديد مجالي الدالتين:
من المهم تعرّف مجالي
الدالتين قبل تركيبهما؛ لأن
القيود على مجالات الدوال
قد لا تكون واضحة بعد إجراء
عملية التركيب وتبسيطها.





الحل

حدّد مجال الدالة $f \circ g$ متضمناً القيود الضرورية، ثم أوجد $f \circ g$ في كل من الحالتين الآتيتين:

$$f(x) = \frac{1}{x+1}, g(x) = x^2 - 9 \quad (a)$$

a





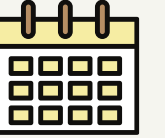
الحل

حدّد مجال الدالة $f \circ g$ متضمناً القيود الضرورية، ثم أوجد $f \circ g$ في كل من الحالتين الآتيتين:

$$f(x) = x^2 - 2, g(x) = \sqrt{x - 3} \quad (b)$$

b





تحقق من فهمك

حدّد مجال الدالة $f \circ g$ متضمناً القيود الضرورية، ثم أوجد $f \circ g$ في كل من الحالتين الآتيتين:

$$f(x) = \sqrt{x + 1}, g(x) = x^2 - 1 \quad (3A)$$

$$f(x) = \frac{5}{x}, g(x) = x^2 + x \quad (3B)$$





الحل

حدّد مجال الدالة $f \circ g$ متضمناً القيود الضرورية، ثم أوجد $f \circ g$ في كل من الحالتين الآتيتين:

$$f(x) = \sqrt{x+1}, g(x) = x^2 - 1 \quad (3A)$$

3A





الحل

حدّد مجال الدالة $f \circ g$ متضمناً القيود الضرورية، ثم أوجد $f \circ g$ في كل من الحالتين الآتيتين:

$$f(x) = \frac{5}{x}, g(x) = x^2 + x \quad (3B)$$

3B



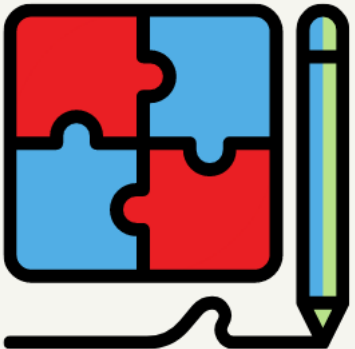


تدرب
وحل المسائل

حدّد مجال $f \circ g$ ، ثم أوجد $f \circ g$ لكل زوج من الدوال الآتية: (مثال 3)

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \quad (15)$$

$$g(x) = x^2 - 4$$





الحل

حدّد مجال $f \circ g$ ، ثم أوجد $f \circ g$ لكل زوج من الدوال الآتية: (مثال 3)

$$f(x) = \frac{1}{x+1} \quad (15)$$

$$g(x) = x^2 - 4$$

15





كتابة الدالة كتركيب دالتين

أوجد دالتين f, g بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، وعلى ألا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ في كل مما يأتي:

$$h(x) = 2x^2 + 20x + 50 \quad (a)$$

$$h(x) = \sqrt{-7x} + 9x \quad (b)$$



إرشادات للدراسة

كتابة الدالة كتركيب

دالتين:

في المثال $4a$ ، يمكنك إيجاد

دالتين أخريين غير

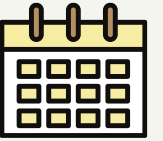
$$g(h) = x + 5, f(x) = 2x^2$$

بحيث إن:

$$h(x) = [f \circ g](x) \text{ وكذلك}$$

الأمر بالنسبة للفرع $4b$





الحل

أوجد دالتين f, g بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، وعلى ألا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ في كل مما يأتي:

$h(x) = \sqrt{-7x} + 9x$ (b)

b

$h(x) = 2x^2 + 20x + 50$ (a)

a





تحقق من فهمك

أوجد دالتين g, f بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، وعلى ألا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ في كل مما يأتي:

$$h(x) = x^2 - 2x + 1 \quad (4A)$$

$$h(x) = \frac{1}{x+7} \quad (4B)$$



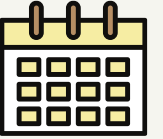
الحل

أوجد دالتين f, g بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، وعلى ألا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ في كل مما يأتي:

$$h(x) = x^2 - 2x + 1 \quad (4A)$$

4A





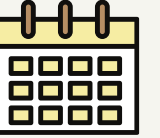
الحل

أوجد دالتين f, g بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، وعلى ألا تكون أي منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$ في كل مما يأتي:

$$h(x) = x^2 - 2x + 1 \quad (4A)$$

4B

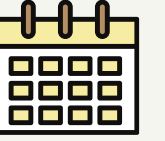




أوجد دالتين f, g لكل مما يأتي بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، على
ألا تكون أيّ منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$. (مثال 4)

$$h(x) = \sqrt{4x + 2} + 7 \quad (22)$$





الحل

أوجد دالتين f, g لكل مما يأتي بحيث يكون $h(x) = [f \circ g](x)$ ، على
ألا تكون أيّ منهما الدالة المحايدة $I(x) = x$. (مثال 4)

$$h(x) = \sqrt{4x + 2} + 7 \quad (22)$$

22





تركيب دالتين

مؤثرات حركية: تُصمَّم إحدى ألعاب الحاسوب بحيث تبدأ بصورة مستطيلة بعدها 60 بكسل في 20 بكسل. ثم يزداد كل بُعد بمقدار 15 بكسل لكل ثانية.



(a) أوجد دالتين تعطي إحداهما مساحة المستطيل A كدالة في عرضه L ، وتعطي الأخرى عرضه بعد t ثانية.

(b) أوجد $L \circ A$. وماذا تمثل هذه الدالة؟

(c) كم من الوقت يلزم لتصبح مساحة المستطيل 3 أضعاف مساحته الأصلية؟



الربط مع الحياة

مؤثرات حركية

يعمل المصممون في العديد من الأعمال لتصميم مؤثرات حركية تستعمل في التلفاز وألعاب الفيديو؛ لذا يجب أن يكون مصممو الألعاب فنانين، ويتلقى أغلبهم تدريباً في كليات متخصصة.



الحل

مؤثرات حركية: تُصمَّم إحدى ألعاب الحاسوب بحيث تبدأ بصورة مستطيلة بعدها 60 بكسل في 20 بكسل. ثم يزداد كل بُعد بمقدار 15 بكسل لكل ثانية.

a

(a) أوجد دالتين تعطي إحدهما مساحة المستطيل A كدالة في عرضه L ، وتعطي الأخرى عرضه بعد t ثانية.



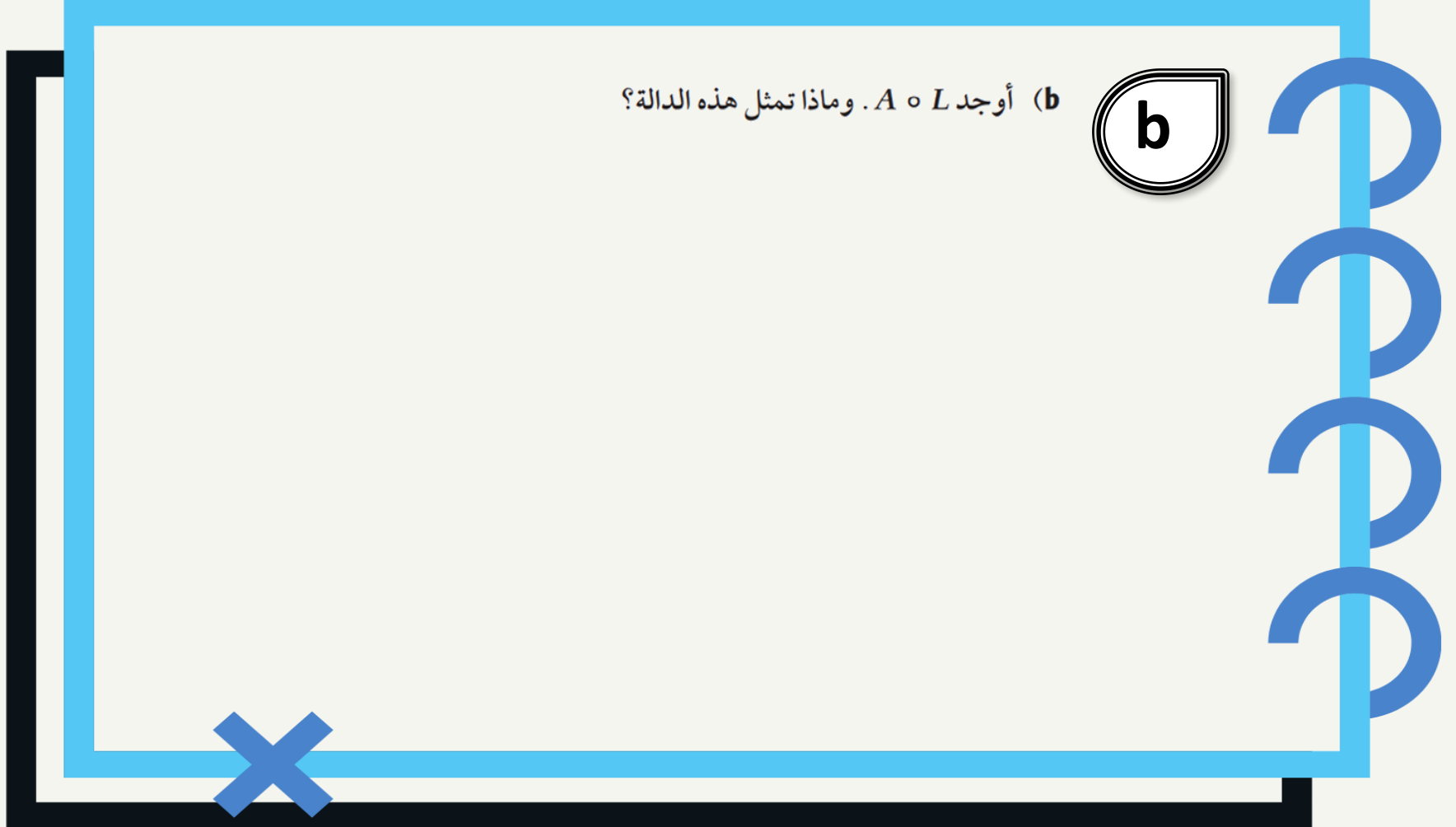


الحل

مؤثرات حركية: تُصمَّم إحدى ألعاب الحاسوب بحيث تبدأ بصورة مستطيلة بعدها 60 بكسل في 20 بكسل. ثم يزداد كل بُعد بمقدار 15 بكسل لكل ثانية.

(b) أوجد $A \circ L$. وماذا تمثل هذه الدالة؟

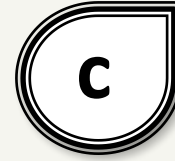
b

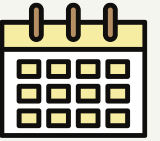


الحل

مؤثرات حركية: تُصمَّم إحدى ألعاب الحاسوب بحيث تبدأ بصورة مستطيلة بعدها 60 بكسل في 20 بكسل .
ثم يزداد كل بُعد بمقدار 15 بكسل لكل ثانية.

c) كم من الوقت يلزم لتصبح مساحة المستطيل 3 أضعاف مساحته الأصلية؟





تحقق من فهمك

(5) أعمال: أعلن محل تجاري عن خصم مقداره 15% على ثمن أجهزة الحاسوب لطلاب الجامعات، كما وزّع قسائم يستفيد حاملها بخصم مقداره 100 ريال من ثمن الحاسوب.

(5A) عبّر عن هذه البيانات بدالتين c و d .

(5B) أوجد $[c \circ d](x)$ و $[d \circ c](x)$. وماذا يعني كل منهما؟

(5C) أي التريكين $c \circ d$ أو $d \circ c$ يعطي سعرًا أقل؟ وضح إجابتك.





الحل

5 أعمال: أعلن محل تجاري عن خصم مقداره 15% على ثمن أجهزة الحاسوب لطلاب الجامعات، كما وزّع قسائم يستفيد حاملها بخصم مقداره 100 ريال من ثمن الحاسوب.

5A عبّر عن هذه البيانات بدالتين c و d .

5A





الحل

(5) أعمال: أعلن محل تجاري عن خصم مقداره 15% على ثمن أجهزة الحاسوب لطلاب الجامعات، كما وزّع قسائم يستفيد حاملها بخصم مقداره 100 ريال من ثمن الحاسوب.

(5B) أوجد $[c \circ d](x)$ و $[d \circ c](x)$. وماذا يعني كلٌّ منهما؟

5B





الحل

5 أعمال: أعلن محل تجاري عن خصم مقداره 15% على ثمن أجهزة الحاسوب لطلاب الجامعات، كما وزّع قسائم يستفيد حاملها بخصم مقداره 100 ريال من ثمن الحاسوب.

5C أي التركيبين $c \circ d$ أو $d \circ c$ يعطي سعرًا أقل؟ وضح إجابتك.

5C





تدرب وحل المسائل

(31) **وظائف:** يعمل شخص في قسم المبيعات في إحدى الشركات ويتقاضى راتباً وعمولة سنوية مقدارها 4% من المبيعات التي تزيد قيمتها على 300000 ريال. افترض أن $f(x) = x - 300000$ ، $h(x) = 0.04x$. (مثال 5)

(a) إذا كانت قيمة المبيعات (x) تزيد على 300000 ريال، فهل تُمثل العمولة بالدالة $f[h(x)]$ أم بالدالة $h[f(x)]$ ؟ برّر إجابتك.

(b) أوجد قيمة العمولة التي يتقاضاها الشخص، إذا كانت مبيعاته 450000 ريال في تلك السنة.





الحل

(31) وظائف: يعمل شخص في قسم المبيعات في إحدى الشركات ويتقاضى راتباً وعمولة سنوية مقدارها 4% من المبيعات التي تزيد قيمتها على 300000 ريال. افترض أن $f(x) = x - 300000$ ، $h(x) = 0.04x$ (مثال 5)

(a) إذا كانت قيمة المبيعات (x) تزيد على 300000 ريال، فهل تُمثّل العمولة بالدالة $f[h(x)]$ أم بالدالة $h[f(x)]$ ؟ برّر إجابتك.

a





الحل

(31) وظائف: يعمل شخص في قسم المبيعات في إحدى الشركات ويتقاضى راتباً وعمولة سنوية مقدارها 4% من المبيعات التي تزيد قيمتها على 300000 ريال. افترض أن $f(x) = x - 300000$ ، $h(x) = 0.04x$ (مثال 5)

(b) أوجد قيمة العمولة التي يتقاضاها الشخص، إذا كانت مبيعاته 450000 ريال في تلك السنة.

b





مسائل التفكير العليا

تحدّ: في كلّ مما يأتي، أوجد دالة f لا تساوي الدالة $I(x) = x$ بحيث تحقق الشرط المعطى.

$$(f \circ f)(x) = x \quad (69)$$



تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

حساباتي على السوشيال ميديا

