

الفصل الثاني رياضيات ٥

العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/محمد العزيز الشريف



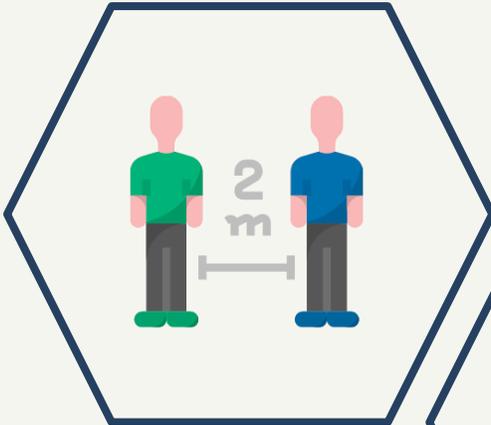


المادة:

اليوم:

التاريخ:

نعود بحذر



التباعد الاجتماعي

غسل اليدين



عدم المصافحة

الالتزام بارتداء الكمامة





٢-٢ حل المعادلات والمتباينات الأسية

رابط الدرس الرقمي



فيما سبق

درست تمثيل الدوال الأسية بيانياً

والآن

- احل معادلات أسية.
- أحل متباينات أسية.
- أحل مسائل تتضمن نمواً أسياً و اضمحلالاً أسياً.

المفردات

المعادلة الأسية - الربح المركب - المتباينة الأسية





لماذا؟



تتزايد اشتراكات مواقع الإنترنت بطريقة سريعة، فتأخذ شكل دالة أسية. فإذا كان عدد الاشتراكات في أحد المواقع يُعطى بالمعادلة $y = 2.2(1.37)^x$ ، حيث x عدد السنوات منذ عام 1435 هـ، و y عدد المشتركين بالملايين.

فيمكنك استعمال المعادلة $y = 2.2(1.37)^x$ لتحديد عدد المشتركين في سنة معينة، أو تحديد السنة التي يكون فيها عدد المشتركين عند مستوى معين.





خاصية المساواة للدوال الأسية

مفهوم أساسي



حل المعادلات الأسية: تظهر المتغيرات في المعادلة الأسية في موقع الأسس.

التعبير اللفظي: إذا كان $b > 0, b \neq 1$ ، فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

مثال: إذا كان $3^x = 3^5$ ، فإن $x = 5$. وإذا كان $x = 5$ ، فإن $3^x = 3^5$.

يمكنك استعمال خاصية المساواة للدوال الأسية لحل معادلات أسية.





مثال ١

حل المعادلات الأسية

حل كل معادلة مما يأتي:

$$2^x = 8^3 \quad (a)$$

$$9^{2x-1} = 3^{6x} \quad (b)$$





حلّ كل معادلة مما يأتي:

الحل

$$9^{2x-1} = 3^{6x} \quad (b)$$

b

$$2^x = 8^3 \quad (a)$$

a





تحقق من فهمك

حل كل معادلة مما يأتي:

$$4^{2n-1} = 64 \quad (1A)$$

$$5^{5x} = 125^{x+2} \quad (1B)$$



حلّ كل معادلة مما يأتي:

الحل



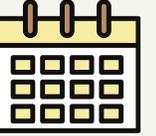
$$5^{5x} = 125^{x+2} \quad (1B)$$

1B

$$4^{2n-1} = 64 \quad (1A)$$

1A

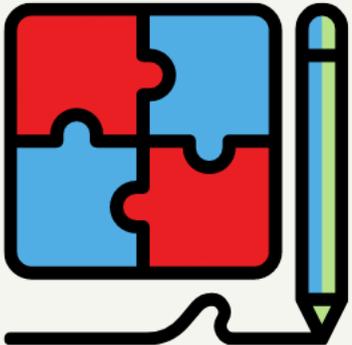




تدرب
وحل المسائل

حل المعادلة التالية:

$$8^{4x+2} = 64 \quad (1)$$

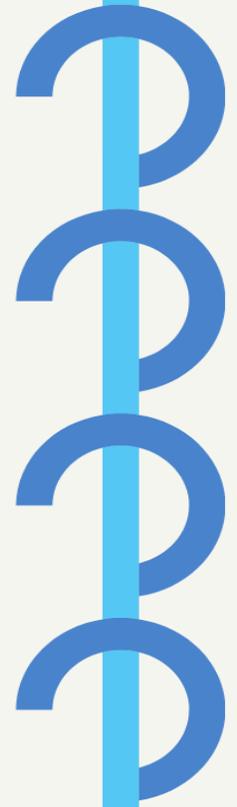


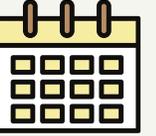


الحل

$$8^{4x+2} = 64 \quad (1)$$

1





كتابة دالة أسية

علوم: بدأ سلطان تجربة مخبرية بـ 7500 خلية بكتيرية. وبعد أربع ساعات أصبح عدد الخلايا البكتيرية 23000 خلية.

(a) اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد الخلايا البكتيرية y بعد x ساعة إذا استمر تغير عدد الخلايا البكتيرية بالمعدل نفسه تقريباً الناتج إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.

(b) ما العدد المتوقع للخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة؟





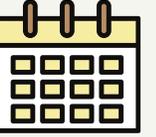
الحل

علوم: بدأ سلطان تجربة مخبرية بـ 7500 خلية بكتيرية. وبعد أربع ساعات أصبح عدد الخلايا البكتيرية 23000 خلية.

(a) اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد الخلايا البكتيرية y بعد x ساعة إذا استمر تغير عدد الخلايا البكتيرية بالمعدل نفسه تقريباً الناتج إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.

a





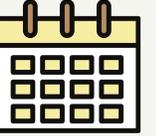
الحل

علوم: بدأ سلطان تجربة مخبرية بـ 7500 خلية بكتيرية. وبعد أربع ساعات أصبح عدد الخلايا البكتيرية 23000 خلية.

(b) ما العدد المتوقع للخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة؟

b





تحقق من فهمك

(2) **إعادة تصنيع:** أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436 هـ ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436 هـ.

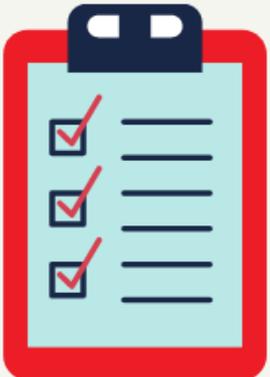
(2A) مفترضاً أن إعادة التصنيع استمرت بالمعدل نفسه، اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد العبوات المعاد تصنيعها y بعد x سنة مقرباً الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

(2B) كم تتوقع أن يكون عدد العبوات المُعادَة التصنيع عام 1481 هـ؟



الربط مع الحياة

قبل إعادة تدوير البلاستيك يتم غسله بمادة الصودا الكاوية المضاف إليها الماء الساخن. ولا ينصح باستعمال العبوات المعاد تدويرها للمواد الغذائية.





الحل

(2) إعادة تصنيع: أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436 هـ ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436 هـ.

(2A) مفترضًا أن إعادة التصنيع استمرت بالمعدل نفسه، اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد العبوات المعاد تصنيعها y بعد x سنة مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

2A



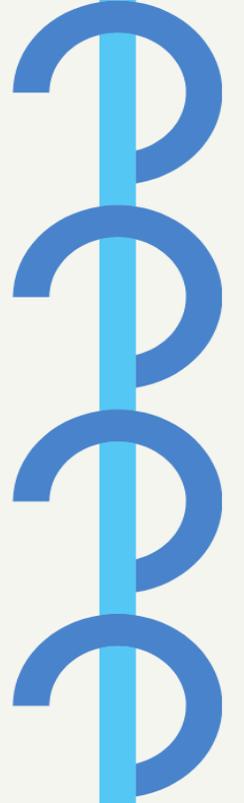


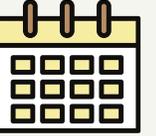
الحل

(2) إعادة تصنيع: أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436 هـ ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436 هـ.

(2B) كم تتوقع أن يكون عدد العبوات المُعادة التصنيع عام 1481 هـ؟

2B



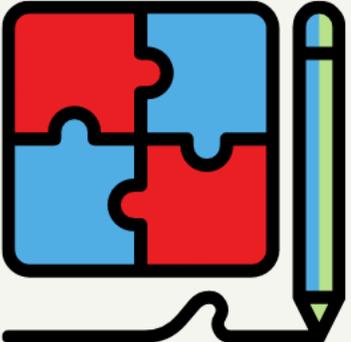


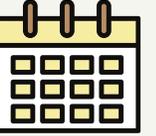
تدرب
وحل المسائل

(12) مال: ورث خالد مبلغ 100000 ريال عن والده عام 1430 هـ، واستثمره في مشروع تجاري، وقدّر خالد أن المبلغ المستثمر سيصبح 169588 ريالاً بحلول عام 1442 هـ.

(a) اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل المبلغ y بدلالة عدد السنوات x منذ عام 1430 هـ.

(b) افترض أن المبلغ استمر في الزيادة بالمعدل نفسه، فكم سيصبح عام 1450 هـ إلى أقرب منزلتين عشريتين؟



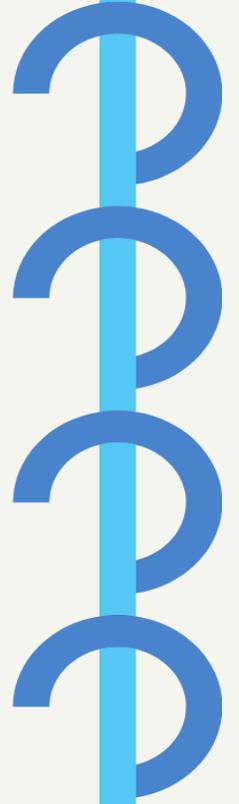


الحل

(12) مال: ورث خالد مبلغ 100000 ريال عن والده عام 1430 هـ، واستثمره في مشروع تجاري، وقدّر خالد أن المبلغ المستثمر سيصبح 169588 ريالاً بحلول عام 1442 هـ.

(a) اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل المبلغ y بدلالة عدد السنوات x منذ عام 1430 هـ.

a





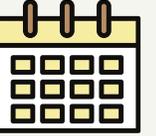
الحل

(12) مال: ورث خالد مبلغ 100000 ريال عن والده عام 1430 هـ، واستثمره في مشروع تجاري، وقدّر خالد أن المبلغ المستثمر سيصبح 169588 ريالاً بحلول عام 1442 هـ.

(b) افترض أن المبلغ استثمر في الزيادة بالمعدل نفسه، فكم سيصبح عام 1450 هـ إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

b





الربح المركب

مفهوم أساسي

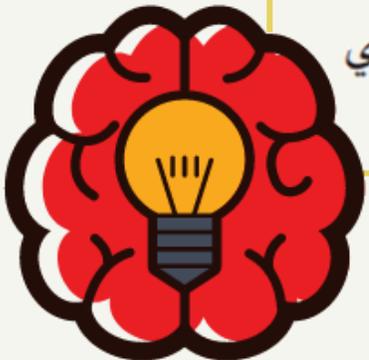


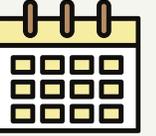
تستعمل الدوال الأسية في مسائل تتضمن الربح المركب؛ وهو الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر (رأس المال) مضافاً إليه أي أرباح سابقة، وليس فقط عن رأس المال كما هو في الربح البسيط.

يمكنك حساب الربح المركب باستعمال الصيغة

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

حيث A المبلغ الكلي بعد t سنة، P المبلغ الأصلي الذي تم استثماره أو رأس المال، r معدل الربح السنوي المتوقع، n عدد مرات إضافة الأرباح إلى رأس المال في السنة.





الربح المركب

مال: استثمر حمد مبلغ 25000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 4.2%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال كل شهر. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 15 سنة مقربًا إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

تنبيه!

نسب مئوية:

تذكر تحويل جميع النسب المئوية إلى كسور عشرية،
مثل: $4.2\% = 0.042$

تنبيه!

تقريب الأعداد:

يمكنك تقريب الأعداد الظاهرة على الشاشة، بحيث تظهر على الرسم بالشكل المناسب وذلك بالضغط على مفتاح  واختيار

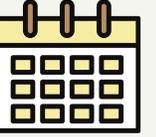
الإعدادات

ثم اختيار

2: إعدادات المستند

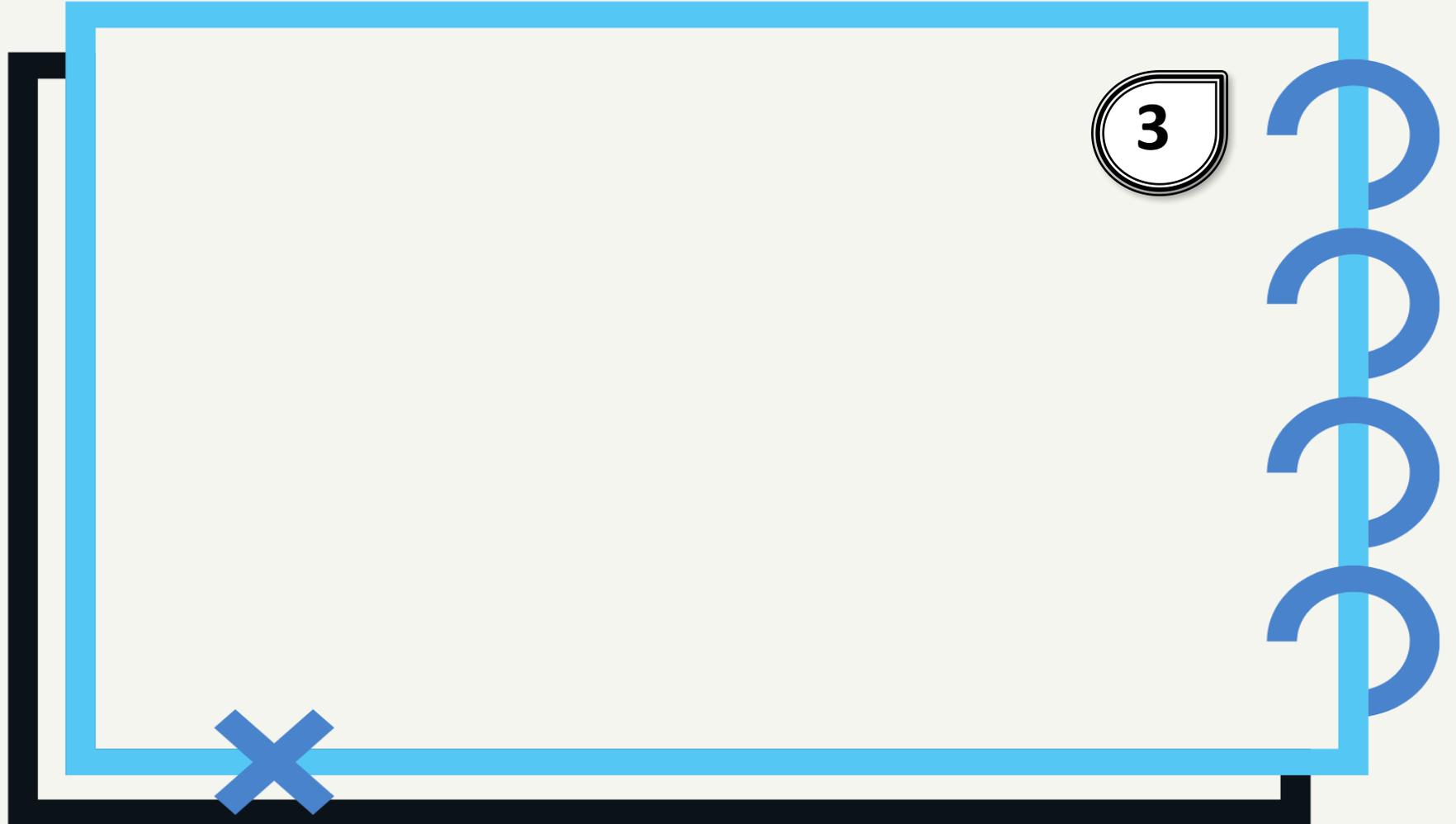
واختيار التقريب المناسب، وستظهر الأعداد بحسب عدد المنازل المطلوبة.

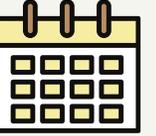




الحل

مال: استثمر حمد مبلغ 25000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 4.2%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال كل شهر. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 15 سنة مقربًا إلى أقرب منزلتين عشريتين؟





تحقق من فهمك

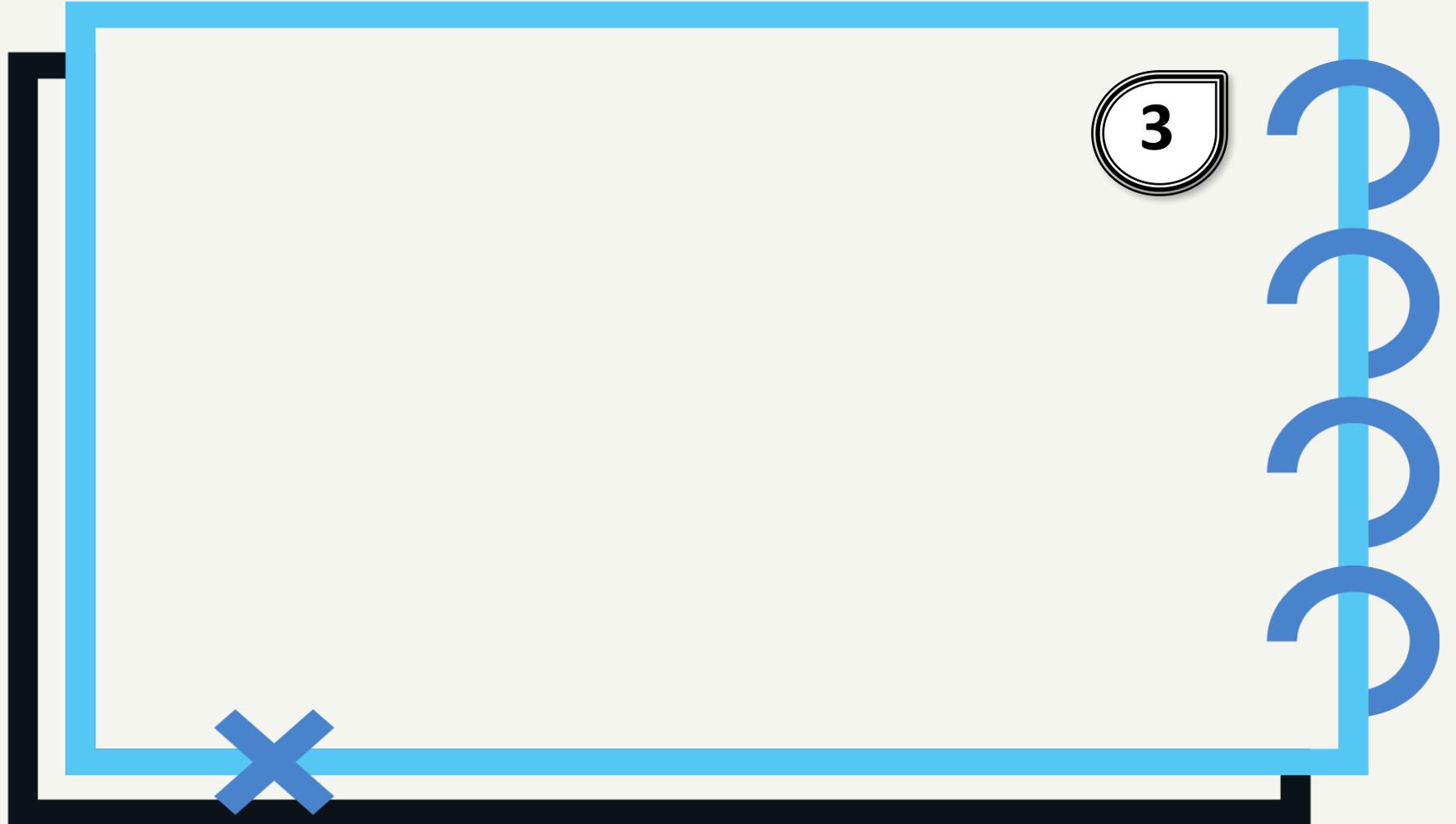
3) استثمر علي مبلغ 100000 ريال في مشروع تجاري متوقعاً ربحاً سنوياً نسبته 12% ، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهرياً. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 5 سنواتٍ مقرباً الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين؟





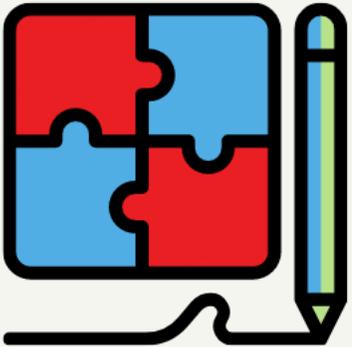
الحل

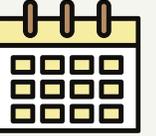
3) استثمار علي مبلغ 100000 ريال في مشروع تجاري متوقعاً ربحاً سنوياً نسبته 12%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهرياً. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 5 سنواتٍ مقرباً الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين؟





13 استثمر حسن مبلغ 70000 ريال متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 4.3% ،
بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال كل شهر. ما المبلغ الكلي
المتوقع بعد 7 سنوات إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

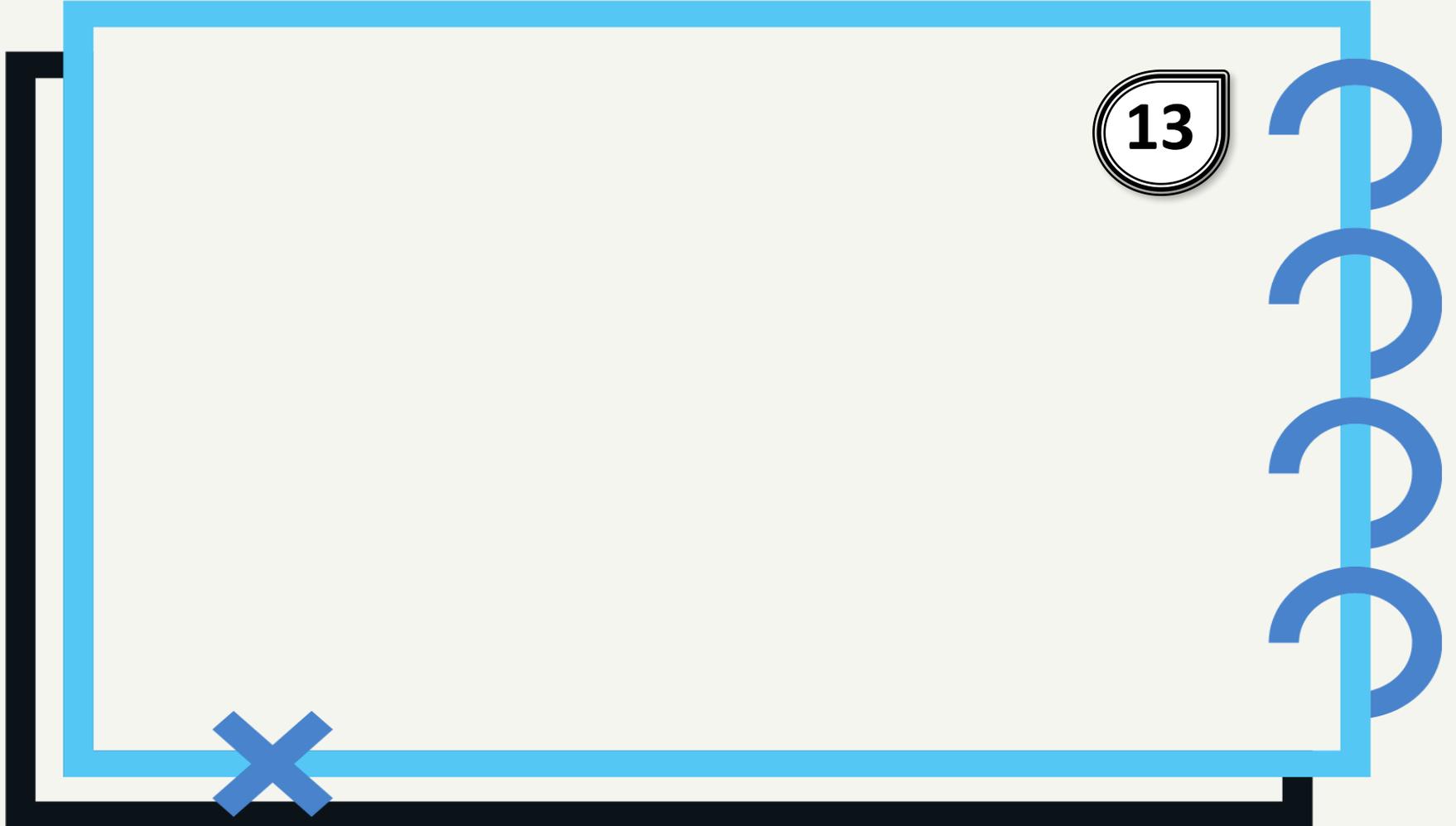




الحل

13) استثمر حسن مبلغ 70000 ريال متوقعًا ربحًا سنويًا نسبته 4.3%، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال كل شهر. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 7 سنوات إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

13





خاصية التباين لدالة النمر

مفهوم أساسي



حل المتباينات الأسية: المتباينة الأسية هي متباينة تتضمن عبارة أسية أو أكثر.

التعبير اللفظي: إذا كان $b > 1$ ، فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$.
مثال: إذا كان $2^x > 2^6$ ، فإن $x > 6$ ، وإذا كان $x > 6$ ، فإن $2^x > 2^6$.

تتحقق هذه الخاصية أيضاً مع رمز التباين \geq





خاصية التباين لدالة الأضمحلال

مفهوم أساسي



التعبير اللفظي: إذا كان $0 < b < 1$ ، فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$
مثال: إذا كان $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^5$ ، فإن $x < 5$ ، وإذا كان $x < 5$ ، فإن $\left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{2}\right)^5$.

تتحقق هذه الخاصية أيضاً مع رمز التباين \geq





حل المتباينات الأسية

$$\text{حُلّ المتباينة } 16^{2x-3} < 8$$

إرشادات للدراسة

دالتا النمو والاضحلال

الأسّي:

لاحظ أن خاصية التباين

لدالة النمو تبين أن هذه

الدالة متزايدة على مجالها،

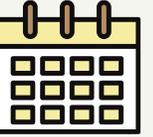
وأن خاصية التباين لدالة

الاضمحلال تبين أن هذه

الدالة متناقصة على

مجالها.

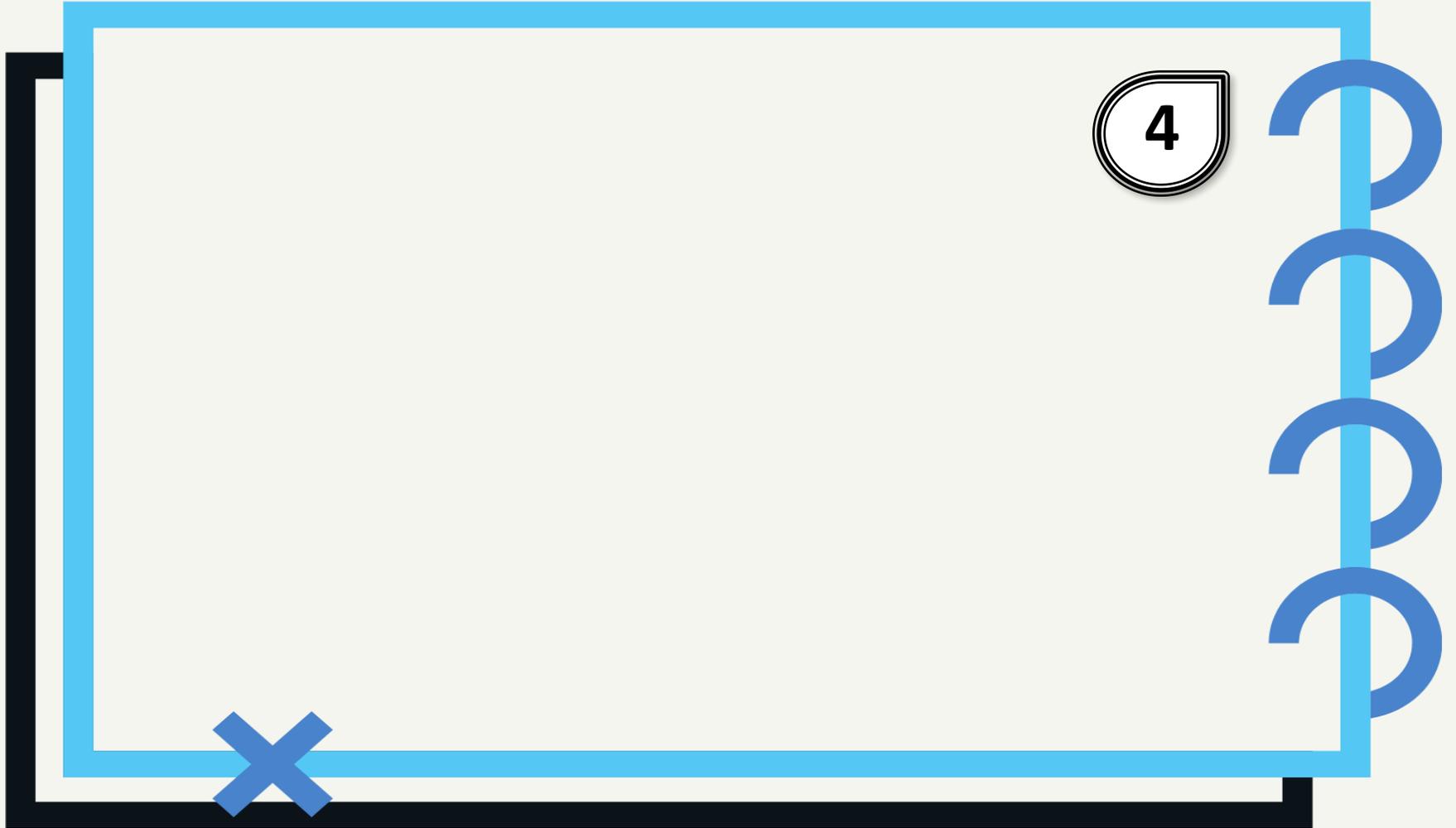


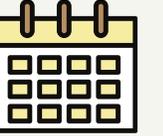


الحل

حلّ المتباينة $16^{2x-3} < 8$

4





تحقق من فهمك

حل المتباينات التالية:

$$3^{2x-1} \geq \frac{1}{243} \quad (4A)$$

$$2^{x+2} > \frac{1}{32} \quad (4B)$$

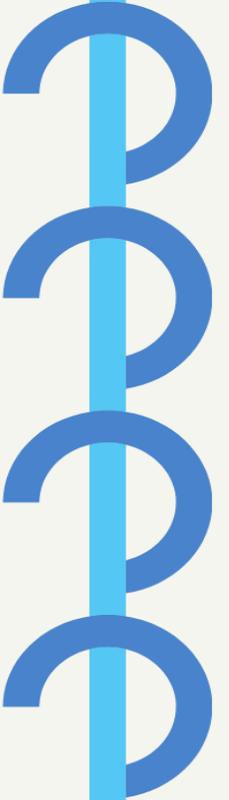




الحل

$$3^{2x-1} \geq \frac{1}{243} \quad (4A)$$

4A

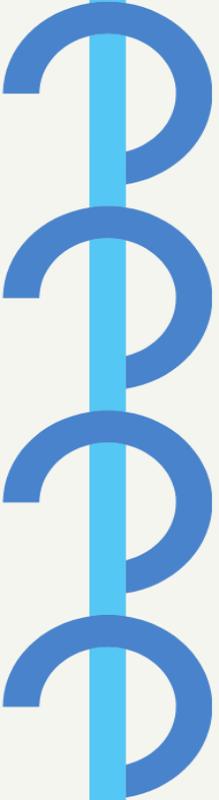




الحل

$$2^{x+2} > \frac{1}{32} \quad (4B)$$

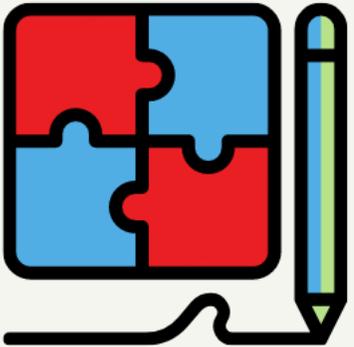
4B





حل المتباينة التالية:

$$4^{2x+6} \leq 64^{2x-4} \quad (15)$$

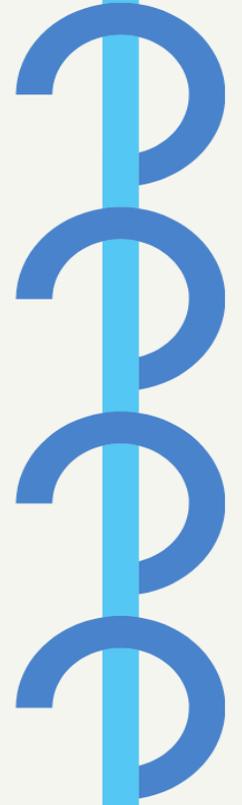




الحل

$$4^{2x+6} \leq 64^{2x-4} \quad (15)$$

15

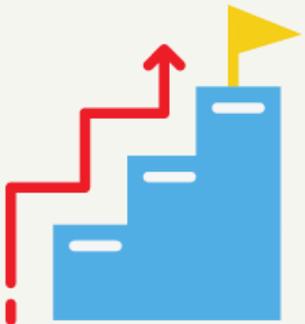




مسائل
التفكير العليا

(36) تحدّ: حُلّ المعادلة الأسية

$$16^{18} + 16^{18} + 16^{18} + 16^{18} + 16^{18} = 4^x$$



تم بحمد الله



مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

حساباتي على السوشيال ميديا

