حل المعادلات المتباينات الأسية

فيما سبق:

درستُ تمثيل الدوال الأسية بيانيًّا. (الدرس 1–2)

والآن:

- أحل معادلات أسية.
- أحل متباينات أسية.
- أحل مسائل تتضمن نموًا أسيًّا واضمحلالًا أسيًّا.

المفردات:

المعادلة الأسية

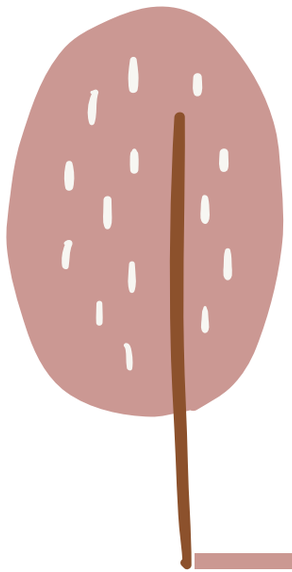
exponential equation

الربح المركب

compound interest

المتباينة الأسية

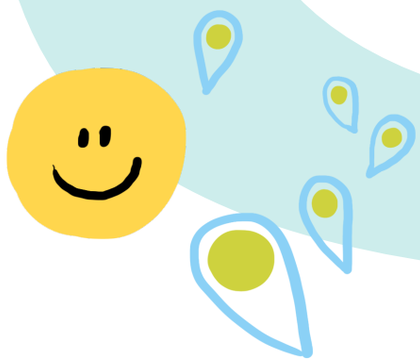
exponential inequality



قدرات

عدد إذا طرحت منه واحد ثم ربعته كان الناتج ٤٩ فما هو

٩ ٨ ٧ ٦



لماذا

تتزايد اشتراكات مواقع الإنترنت بطريقة سريعة، فتأخذ شكل دالة أسية. فإذا كان عدد الاشتراكات في أحد المواقع يُعطى بالمعادلة $y = 2.2(1.37)^x$، حيث x عدد السنوات منذ عام 1435 هـ ، و y عدد المشتركين بالملايين.

فيمكنك استعمال المعادلة $y = 2.2(1.37)^x$ لتحديد عدد المشتركين في سنة معينة، أو تحديد السنة التي يكون فيها عدد المشتركين عند مستوى معين.

حل المعادلات الأسية : تظهر المتغيرات في **المعادلة الأسية** في موقع الأسس.

مفهوم أساسي **خاصية المساواة للدوال الأسية**

التعبير اللفظي: إذا كان $b \neq 1 , b > 0$، فإن $b^x = b^y$ إذا وفقط إذا كان $x = y$.

مثال: إذا كان $3^x = 3^5$، فإن $x = 5$. وإذا كان $x = 5$، فإن $3^x = 3^5$.

حل المعادلات الأسية

مثال

حُلّ كل معادلة مما يأتي:

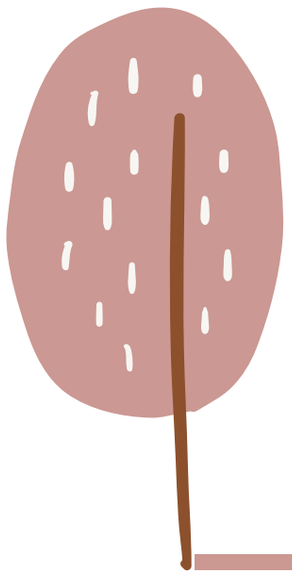
a $2^x = 8^3$

b $9^{2x-1} = 3^{6x}$

تحقق من فهمك

(1A $4^{2n-1} = 64$

(1B $5^{5x} = 125^{x+2}$



مثال

كتابة دالة أسّية

علوم: بدأ سلطان تجربة مخبرية بـ 7500 خلية بكتيرية. وبعد أربع ساعات أصبح عدد الخلايا البكتيرية 23000 خلية.

a) اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد الخلايا البكتيرية y بعد x ساعة إذا استمر تغير عدد الخلايا البكتيرية بالمعدل نفسه مقربًا الناتج إلى أقرب ثلاث منازل عشرية.

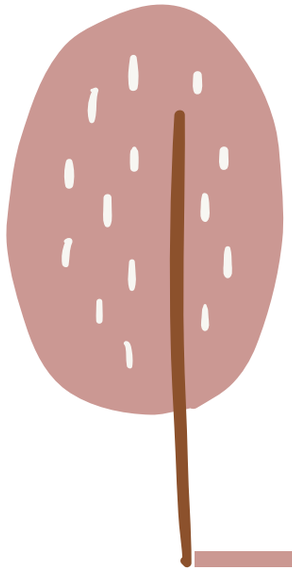
b) ما العدد المتوقع للخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة؟

تحقق من فهمك

2) إعادة تصنيع: أنتج مصنع 3.2 ملايين عبوة بلاستيكية عام 1436 هـ ، وفي عام 1440 هـ أنتج 420000 عبوة بإعادة تصنيع العبوات التي أنتجها عام 1436 هـ.

2A) مفترضًا أن إعادة التصنيع استمرت بالمعدل نفسه، اكتب دالة أسية على الصورة $y = ab^x$ تمثل عدد العبوات المعاد تصنيعها y بعد x سنة مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين.

2B) كم تتوقع أن يكون عدد العبوات المُعادة التصنيع عام 1481 هـ؟



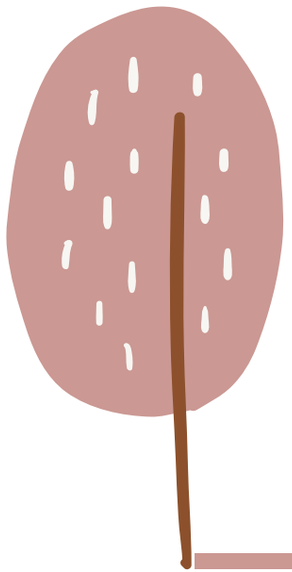
تستعمل الدوال الأسية في مسائل تتضمن **الربح المركب**؛ وهو الربح الذي يحسب المبلغ المستثمر (رأس المال) مضافًا إليه أي أرباح سابقة، وليس فقط عن رأس المال كما هو في الربح البسيط.

مفهوم أساسي **الربح المركب**

يمكنك حساب الربح المركب باستعمال الصيغة

$$A = P\left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt}$$

حيث A المبلغ الكلي بعد t سنة، P المبلغ الأصلي الذي تم استثماره أو رأس المال ، r معدل الربح السنوي المتوقع، n عدد مرات إضافة الأرباح إلى رأس المال في السنة.



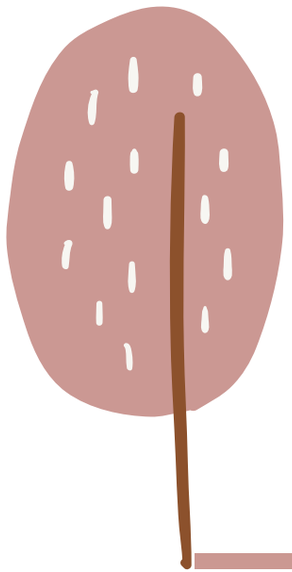
الربح المركب

مثال

مال: استثمر حمد مبلغ 25000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًّا نسبته 4.2% ، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال كل شهر. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 15 سنة مقربًا إلى أقرب منزلتين عشريتين؟

تحقق من فهمك

3) استثمر علي مبلغ 100000 ريال في مشروع تجاري متوقعًا ربحًا سنويًّا نسبته 12% ، بحيث تُضاف الأرباح إلى رأس المال مرتين شهريًّا. ما المبلغ الكلي المتوقع بعد 5 سنواتٍ مقربًا الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين؟



حل المتباينات الأسية : **المتباينة الأسية** هي متباينة تتضمن عبارة أسية أو أكثر.

مفهوم أساسي **خاصية التباين لدالة النمو**

التعبير اللفظي: إذا كان $b > 1$ ، فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$

مثال: إذا كان $2^6 > 2^x$ ، فإن $x > 6$ ، و إذا كان ؛ $x > 6$ ، فإن $2^x > 2^6$.

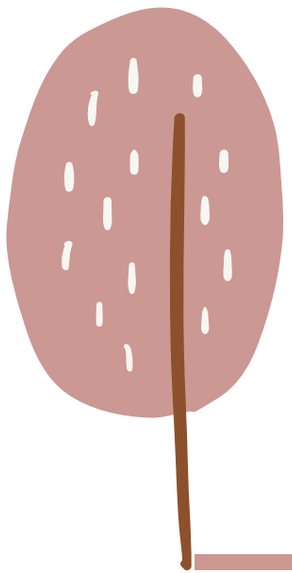
تتحقق هذه الخاصية أيضًا مع رمز التباين $\geq$

مفهوم أساسي **خاصية التباين لدالة الاضمحلال**

التعبير اللفظي: إذا كان $0 < b < 1$ ، فإن $b^x > b^y$ إذا وفقط إذا كان $x < y$

مثال: إذا كان $\left(\frac{1}{2}\right)^5 < \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ، فإن $x < 5$ ، و إذا كان ؛ $x < 5$ ، فإن $\left(\frac{1}{2}\right)^5 < \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

تتحقق هذه الخاصية أيضًا مع رمز التباين $\geq$



حل المتباينات الأسية

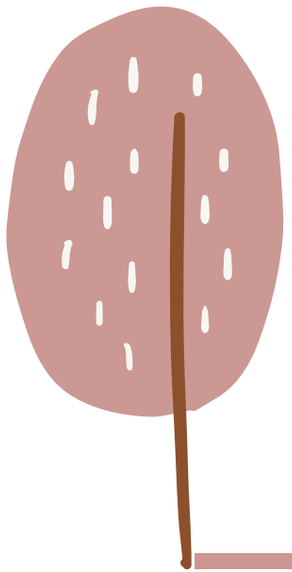
مثال

حُلّ المتباينة $16^{2x-3} < 8$

تحقق من فهمك

(4A $3^{2x-1} \geq \frac{1}{243}$

(4B $2^{x+2} > \frac{1}{32}$



تدرب

حُلّ كل معادلة مما يأتي:

1) $8^{4x+2} = 64$

2) $5^{x-6} = 125$

تدرب

(15 $4^{2x+6} \leq 64^{2x-4}$

(16 $25^{y-3} \leq \left(\frac{1}{125}\right)^{y+3}$

تدرب

52) ما قيمة x التي تحقق المعادلة $7^{x-1} + 7 = 8$ ؟

A -1

B 0

C 1

D 2

53) إذا كانت $f(x) = 5x$، فما قيمة $f[f(-1)]$ ؟

A -25

B -5

C 5

D 25

تحصيلي

إذا كانت $3^{x+7} = 9^{x+2}$ فما قيمة x ؟

A 2

B 3

C 4

D 5