

التبرير والبرهان

الدرس الثاني / المنطق



اعداد / بدور يحيى الغامدي



حل الواجب



قوانين التعلم



سؤال تحصيلي

إذا كان: $a + b \leq 8$ و $a = 2$ ، فإن $b \leq 5$ ، فأبى مما يأتى بعد مثلاً مضاداً؟

$$b = a \text{ (D)}$$

$$b = 6 \text{ (C)}$$

$$b = 5 \text{ (B)}$$

$$b = 3 \text{ (A)}$$



سؤال تحصيلي

إذا كان: $a + b \leq 8$ و $a = 2$ ، فإن $b \leq 5$ ، فأَيُّ ممَّا يأتي بُعدٌ مثلاً مضاداً؟

$$b = a \text{ (D)}$$

$$b = 6 \text{ (C)}$$

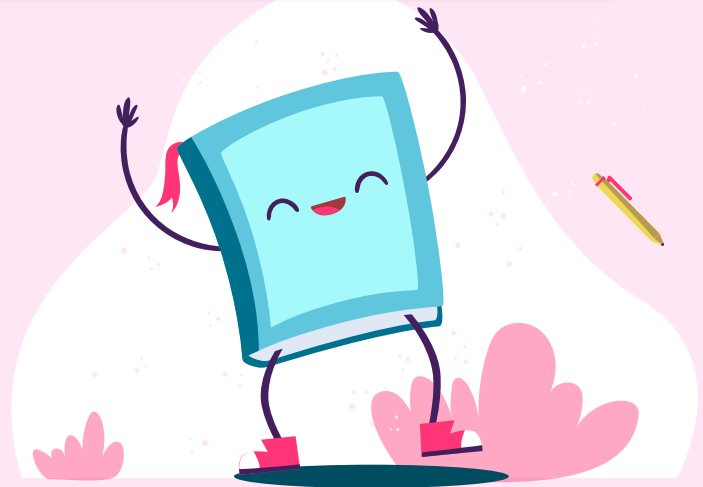
$$b = 5 \text{ (B)}$$

$$b = 3 \text{ (A)}$$



فيما سبق /

درست إيجاد امثلة مضادة لتخمينات خاطئة





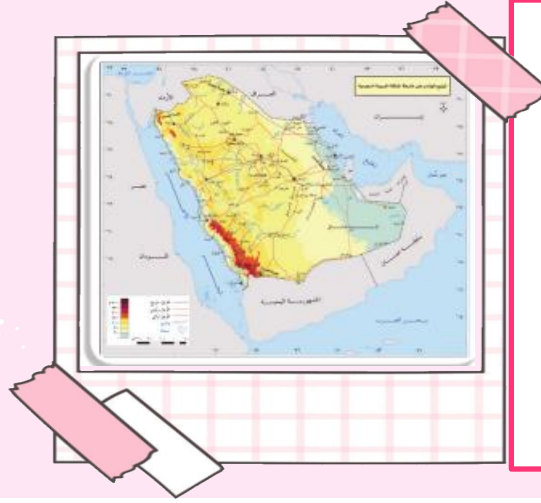
بدور يحي الغامدي
معلمة رياضيات

الأهداف

- ١- أعيين قيم الصواب لعبارة الوصل وعبارة الفصل
- ٢- أمثل عبارتي الوصل والفصل باستعمال اشكال فن







لماذا؟

عند إجابتك عن «أسئلة من النوع صح أو خطأ» في اختبار، فإنك تستعمل مبدأً أساسياً في المنطق.
فمثلاً انظر إلى خريطة المملكة العربية السعودية وأجب عن الخبر التالي بصحيح أو خاطئ: أبها مدينة سعودية.
أنت تعرف أنه يوجد إجابة وحيدة صائبة، إما صحيح أو خاطئ.

اذكر عبارة صحيحة حول الدول المجاورة للملكة العربية السعودية ؟

ضع تخميناً حول ما إذا كان هناك بحيرات أو بحر في مدينة جدة؟





تحديد قيم الصواب: العبارة هي جملة خبرية لها حالتان فقط إما أن تكون صائبة أو تكون خاطئة، ولا تحتل أي حالة أخرى. وصواب العبارة (T) أو خطأها (F) يسمى **قيمة الصواب** لها، ويرمز للعبارة برمز مثل p أو q .

p : المستطيل شكل رباعي قيمة الصواب: T

نفي العبارة يفيد معنى مُضاداً لمعنى العبارة. وقيمة الصواب له هو عكس قيمة الصواب للعبارة الأصلية، فمثلاً: نفي العبارة p أعلاه هو $\sim p$ ، أو "ليس p " ، حيث:

$\sim p$: المستطيل ليس شكلاً رباعياً قيمة الصواب: F

يمكنك ربط عبارتين أو أكثر باستعمال الرابط (و) ، أو الرابط (أو) لتكوين **عبارة مركبة**. والعبارة المركبة التي تحتوي (و) تُسمى **عبارة وصل**. وتكون عبارة الوصل صائبة فقط عندما تكون جميع العبارات المكونة لها صائبة.

p : المستطيل شكل رباعي قيمة الصواب: T

q : المستطيل مضلع محدب قيمة الصواب: T

p و q : المستطيل شكل رباعي والمستطيل مضلع محدب.

بما أن كلتا العبارتين p و q صائبتان، فإن عبارة الوصل p و q صائبة. تكتب عبارة الوصل p و q بالرموز على الصورة $p \wedge q$.





مجموعة رفقة
عين



بدور يحي الغامدي
معلمة رياضيات



مثال 1

قيم الصواب لعبارات الوصل

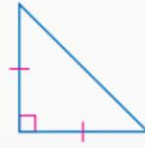
استعمل العبارات p , q , r والشكل المجاور لكتابة عبارة الوصل في كل مما يأتي. ثم أوجد قيمة الصواب لها
مبرراً إجابتك:

p : الشكل مثلث.

q : في الشكل ضلعان متطابقان.

r : جميع زوايا الشكل حادة.

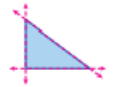
(a) p و r



إرشادات للدراسة

المضلع المحدب أو المقععر:

يكون المضلع محدباً إذا
لم يحو امتداد أي من
أضلاعه نقاطاً داخله.
وعكس ذلك يكون مقعراً.



مضلع محدب



مضلع مقعر



مجموعة رقيقة
مفمين

مثال 1

قيم الصواب لعبارات الوصل

استعمل العبارات p, q, r والشكل المجاور لكتابة عبارة الوصل في كلِّ مما يأتي. ثم أوجد قيمة الصواب لها
مبرراً إجابتك:

p : الشكل مثلث.

q : في الشكل ضلعان متطابقان.

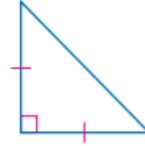
r : جميع زوايا الشكل حادة.

p و a

تحقق من فهمك

(1A) $p \wedge q$

(1B) ليس p وليس r



إرشادات للدراسة

المضلع المحدب أو المقعر:

يكون المضلع محدباً إذا لم يحوِ امتداد أي من أضلاعه نقاطاً داخله، وعكس ذلك يكون مقعراً.



مضلع محدب



مضلع مقعر





تسمى العبارة المركبة التي تحتوي (أو) عبارة فصل.

p : درس مالك الهندسة.

q : درس مالك الكيمياء.

p أو q : درس مالك الهندسة أو درس مالك الكيمياء.

تكون عبارة الفصل صائبة إذا كانت إحدى العبارات المكونة لها صائبة، وتكون خاطئة إذا كانت جميع العبارات المكونة لها خاطئة. فإذا درس مالك الهندسة أو الكيمياء أو كليهما، فإن عبارة الفصل p أو q صائبة. وإذا لم يدرس مالك أيًا من الهندسة والكيمياء، فإن عبارة الفصل p أو q خاطئة.

تكتب عبارة الفصل p أو q بالرموز على الصورة $p \vee q$.

تنبيه !

نفي العبارة
كما أن معكوس العدد الصحيح لا يكون سالبًا دائمًا، فإن نفي العبارة ليس بالضرورة أن يكون خاطئًا، وإنما له عكس قيمة صواب العبارة الأصلية.





قيم الصواب لعبارات الفصل

مثال 2

استعمل العبارات p, q, r والصورة المجاورة؛ لكتابة عبارة الفصل في كل مما يأتي، ثم أوجد قيمة الصواب لها مبررًا إجابتك.

p : يناير من أشهر فصل الربيع.

q : عدد أيام شهر يناير 30 يومًا فقط.

r : يناير هو أول أشهر السنة الميلادية.

$$(a) \quad q \text{ أو } r$$

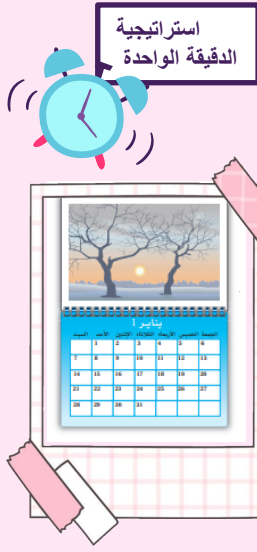
$$(b) \quad p \vee q$$

$$(c) \quad \sim p \vee r$$





بدور يحي الغامدي
معلمة رياضيات



استراتيجية
الدقيقة الواحدة

مثال 2 قيم الصواب لعبارات الفصل

استعمل العبارات p, q, r والصورة المجاورة؛ لكتابة عبارة الفصل في كل مما يأتي، ثم أوجد قيمة الصواب لها مبررًا إجابتك.

p : يناير من أشهر فصل الربيع.

q : عدد أيام شهر يناير 30 يومًا فقط.

r : يناير هو أول أشهر السنة الميلادية.

تحقق من فهمك

$$p \vee \sim q \quad (2C)$$

$$q \vee \sim r \quad (2B)$$

$$p \text{ أو } r \quad (2A)$$



مجموعة رتبة
للمعلمين



ملخص المفهوم

نفي العبارة، عبارة الوصل، عبارة الفصل

أضف إلى
مطوبتك

الرموز	التعبير اللفظي	العبارة
$\sim p$ ، وتقرأ ليس p	عبارة تفيد معنى مضاداً لمعنى العبارة الأصلية، وقيمة الصواب لها عكس قيمة صواب العبارة الأصلية.	نفي العبارة
$p \wedge q$ ، وتقرأ p و q	عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (و).	عبارة الوصل
$p \vee q$ ، وتقرأ p أو q	عبارة مركبة ناتجة عن ربط عبارتين أو أكثر باستعمال (أو).	عبارة الفصل



يمكن تنظيم قيم الصواب للعبارات في جداول تسمى **جداول الصواب**. ويمكن استعمال جداول الصواب لتحديد قيم الصواب لنفي العبارة ولعبارتي الوصل والفصل.

عبارة الفصل		
p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

عبارة الوصل		
p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

نفي العبارة	
p	$\sim p$
T	F
F	T

وكذلك يمكنك استعمال جداول الصواب أعلاه لإنشاء جداول الصواب للعبارات المركبة الأكثر تعقيداً.

إرشادات للدراسة

جداول الصواب:
كي يسهل عليك تذكر جداول الصواب لعبارتي الوصل والفصل، تذكر ما يأتي:

- عبارة الوصل تكون صائبة فقط إذا كانت جميع العبارات المكونة لها صائبة.
- عبارة الفصل تكون خاطئة فقط إذا كانت جميع العبارات المكونة لها خاطئة.



بدور يحي الغامدي
معلمة رياضيات

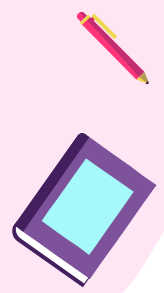


مجموعة رفقة
للمصممين

مثال 3 إنشاء جداول الصواب

أنشئ جدول الصواب للعبارة $\sim p \vee q$

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$





تحقق من فهمك

3 أنشئ جدول الصواب للعبارة $\sim p \wedge \sim q$.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \wedge \sim p$





بدور يحي الغامدي
معلمة رياضيات

تأكد

المثالان 1, 2

استعمل العبارات p, q, r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها مفسراً تبريرك:

p : في الأسبوع الواحد سبعة أيام.
 q : في اليوم الواحد 20 ساعة.
 r : في الساعة الواحدة 60 دقيقة.

$$q \vee r \quad (3)$$

$$p \wedge q \quad (2)$$

$$r \text{ و } p \quad (1)$$

$$\sim p \wedge \sim r \quad (6)$$

$$p \vee r \quad (5)$$

$$q \text{ أو } \sim p \quad (4)$$

(7) أكمل جدول الصواب المجاور. **المثال 3**

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T	F	
T	F		
F	T		
F	F		

أنشئ جدول صواب لكل من العبارتين المركبتين الآتيتين:

$$\sim p \vee \sim q \quad (9)$$

$$p \wedge q \quad (8)$$





مسائل مهارات التفكير العليا

تحد: لنفي العبارة التي تحوي كلمة "جميع" أو "كل"، يمكنك استعمال جملة "يوجد واحد على الأقل" أو "هناك واحد على الأقل". ولنفي العبارة التي تحوي كلمة "يوجد"، يمكنك استعمال كلمة "جميع" أو "كل".

p : جميع المضلعات محدبة. $\sim p$: يوجد مضلع واحد على الأقل ليس محدبًا.

q : توجد مسألة ليس لها حل. $\sim q$: جميع المسائل لها حل.

انفِ كلاً من العبارات الآتية:

(29) جميع المربعات مستطيلات. (30) على الأقل يوجد طالب واحد يدرس اللغة الفرنسية.



سُبْحَانَ اللَّهِ وَبِحَمْدِهِ ، سُبْحَانَ اللَّهِ الْعَظِيمِ

@teacherislamia

التبرير والبرهان

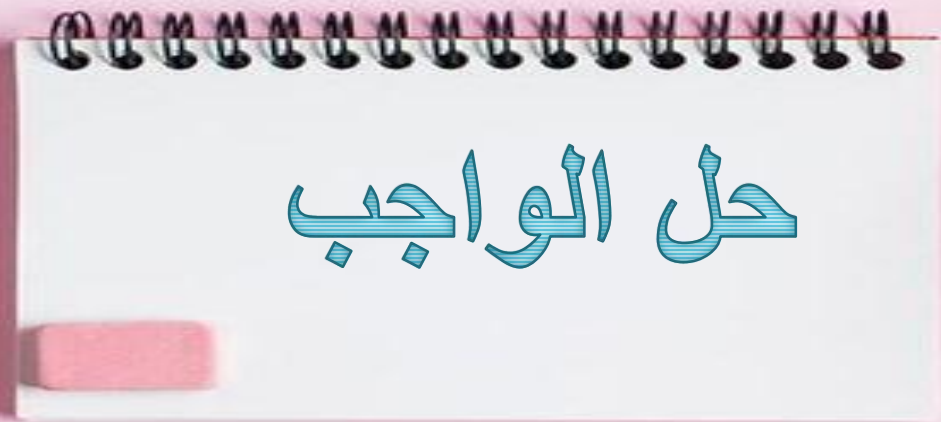
الدرس الثاني / المنطق



اعداد / بدور يحي الغامدي



حل الواجب

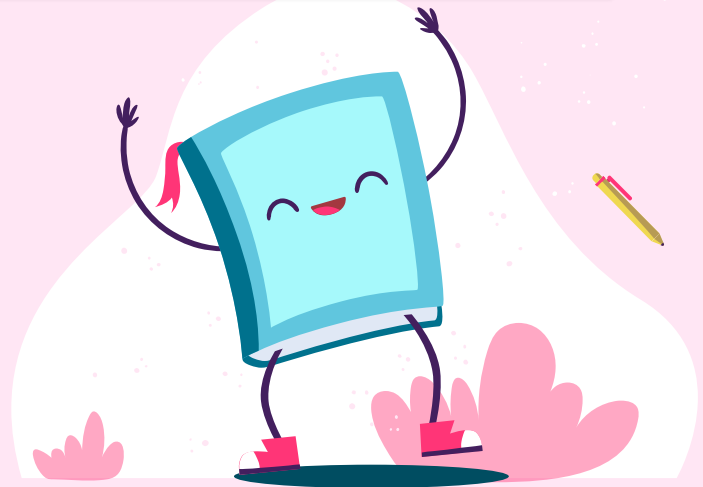


قوانين التعلم



فيما سبق /

درست إيجاد امثلة مضادة لتخمينات خاطئة





بدور يحي الغامدي
معلمة رياضيات

الأهداف

- ١- أعيين قيم الصواب لعبارة الوصل وعبارة الفصل
- ٢- أمثل عبارتي الوصل والفصل باستعمال اشكال فن



سؤال تحصيلي

إذا كانت كل من p و r صائبة، q خاطئة، فما قيمة الصواب للعبارة $(\sim p \vee q) \wedge r$ ؟

(D) المعطيات غير كافية

(C) T

(B) خاطئة

(A) صائبة

سؤال تحصيلي

إذا كانت كل من p و r صائبة، q خاطئة، فما قيمة الصواب للعبارة $(\sim p \vee q) \wedge r$ ؟

(D) المعطيات غير كافية

(C) T

(B) خاطئة

(A) صائبة

إرشادات للدراسة

تقاطع المجموعات

تقاطع مجموعتين
هو مجموعة العناصر
المشتركة بينهما.

إرشادات للدراسة

أشكال فن

المستطيل الذي
يُحيط أشكال فن يمثل
المجموعة الكلية. شكل
فن الذي يحوي دائرتين
يُقسّم المجموعة الكلية
إلى أربع مناطق على
الأكثر. أما الشكل الذي
يحوي ثلاث دوائر فيقسّم
المجموعة الكلية إلى
8 مناطق على الأكثر.
ويمكن إثبات أن شكل
فن الذي يحوي " من
الدوائر يقسم المجموعة
الكلية إلى "2 من
المناطق على الأكثر.





بدور يحي الغامدي
معلمة رياضيات



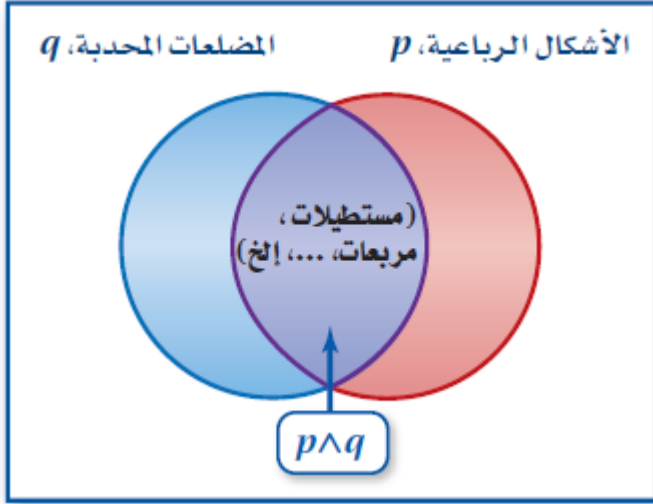
استراتيجية الحوار والمناقشة

أشكال فن :



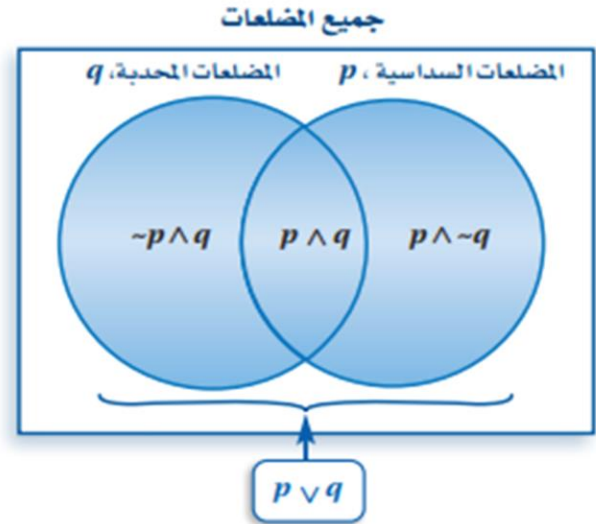
مجموعة رفعة
للمصممين

يمكن تمثيل عبارة الوصل باستعمال أشكال فن. عُد إلى عبارة الوصل في بداية الدرس.



p و q : المستطيل شكل رباعي والمستطيل مضلع محدب.

تعلم أن المستطيلات أشكال رباعية، وهي أيضًا مضلعات محدبة، ويبيّن شكل فن أن المستطيلات تقع في منطقة تقاطع مجموعة الأشكال الرباعية ومجموعة المضلعات المحدبة.



يمكن أيضًا تمثيل عبارة الفَصْل باستعمال أشكال فَن. إليك
العبارات الآتية:

p : الشكل سداسي.

q : الشكل مضلع محدّب.

p أو q : الشكل سداسي أو مضلع محدّب.

في شكل فَن المجاور تمثل عبارة الفَصْل باتحاد
المجموعتين، ويحوي الاتحاد جميع المضلعات التي هي
إما سداسية أو محدّبة أو كلاهما.

تتضمن عبارة الفَصْل المناطق الثلاث الآتية:

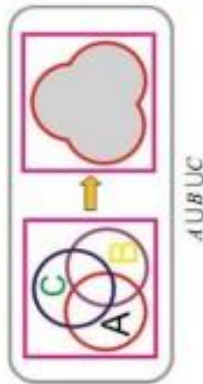
$p \wedge \sim q$ المضلعات السداسية غير المحدّبة.

$\sim p \wedge q$ المضلعات المحدّبة غير السداسية.

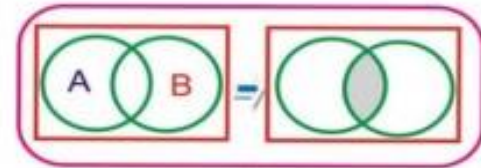
$p \wedge q$ المضلعات السداسية المحدّبة.



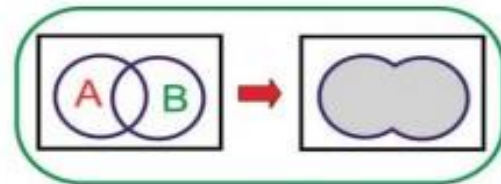
Vinn Diagrams أشكال فن



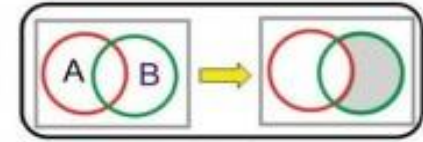
$A \cup B$



$A \cap B$



$A \cup B$



$B - A$

المجموعة الخالية



$A \cap B = \phi$



بدور يحي الغامدي
معلمة رياضيات

استراتيجية مخطط فن

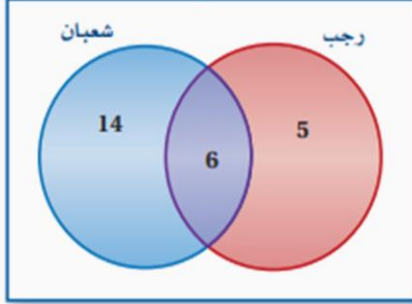


استعمال أشكال فن

مثال 4 من واقع الحياة



حملة الاقتصاد في استعمال الورق



بيئة: يُظهر شكل فن المجاور عدد الأشخاص الذين شاركوا في حملة بيئية للتوعية بأهمية الاقتصاد في استعمال الورق أقيمت خلال شهري رجب وشعبان.

(a) كم شخصًا شارك في الحملة لشهر رجب أو شعبان؟

(b) كم شخصًا شارك في الحملة خلال شهري رجب وشعبان؟

(c) ماذا يمثل العدد 14 في الشكل؟

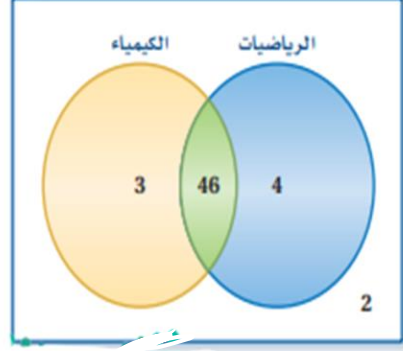


الربط مع الحياة

الورق الذي تستعمله الولايات المتحدة في يوم واحد يمكن أن يحوط الكرة الأرضية 20 مرة، ولك أن تتخيل عدد الأشجار التي تقطع لصنع هذه الكمية من الورق.



اختباري الرياضيات والكيمياء



تحقق من فهمك

- (4) اختبارات :** يبين شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء.
- (A)** ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات، ولم ينجحوا في اختبار الكيمياء؟
- (B)** ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات واختبار الكيمياء؟
- (C)** ما عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في أي من الاختبارين؟
- (D)** ما عدد طلاب الصف الأول الثانوي؟



المثال 4

(10) **لغات:** استعمل شكل فن المجاور، والذي يمثل عدد الطلاب الذين يدرسون اللغتين الفرنسية والإيطالية في معهد اللغات.



(a) ما عدد الطلاب الذين يدرسون الإيطالية فقط؟

(b) ما عدد الطلاب الذين يدرسون الإيطالية والفرنسية معاً؟

(c) ماذا يمثل العدد 11 في الشكل؟



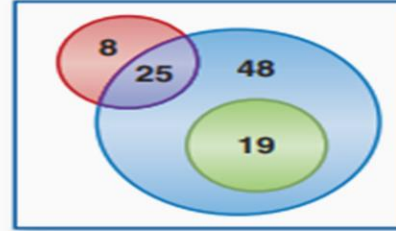


مسائل مهارات التفكير العليا



(33) تبرير: الأعداد غير النسبية (I)، والأعداد الصحيحة (Z) تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية (R). معتمدًا على شكل فن المجاور، هل صحيح أحيانًا أم دائمًا، أم غير صحيح أبدًا، أن الأعداد الصحيحة هي أعداد غير نسبية؟ فسر تبريرك.

(34) اكتب: صف موقفًا يمكن تمثيله بشكل فن الآتي.



(35) مسألة مفتوحة: اكتب عبارة مركبة صائبة تحوي « و » فقط.



استراتيجية
الدقيقة الواحدة



بدور يحي الغامدي
معلمة رياضيات

تدريب على اختبار

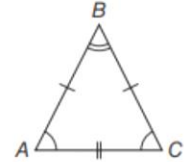
(37) خَمِّن الحد التالي في النمط ... $\frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \frac{7}{3}, 3$

$\frac{11}{3}$ C

$\frac{8}{3}$ A

$\frac{9}{3}$ D

4 B



(36) أيُّ العبارات الآتية لها نفس قيمة
صواب العبارة $AB = BC$ ؟

$AC = BC$ C

$m\angle A = m\angle C$ A

$AB = AC$ D

$m\angle A = m\angle B$ B





استعد للدرس اللاحق

جبراً أوجد قيمة كل من العبارات الجبرية الآتية للقيم المعطاة.

(48) $2y + 3x$ إذا كانت $x = -1, y = 3$

سُبْحَانَ اللَّهِ وَبِحَمْدِهِ ، سُبْحَانَ اللَّهِ الْعَظِيمِ

@teacherislamia