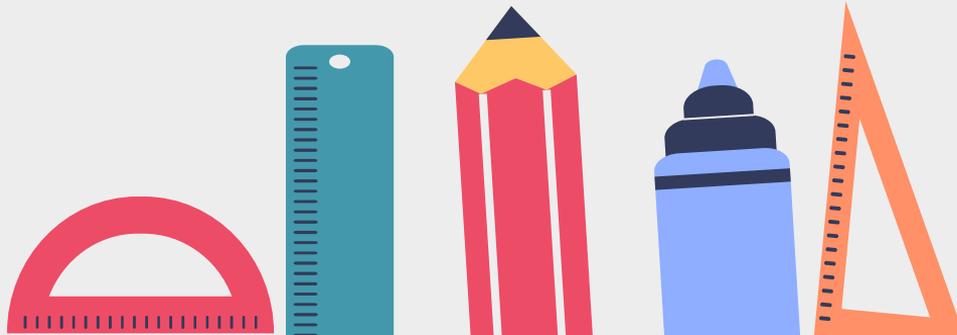


البرهان الجبري

Algebraic Proof

1-6

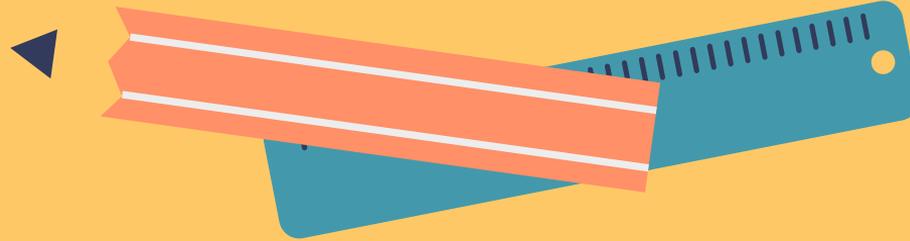
أ / حميدة المعني



فيما سبق:

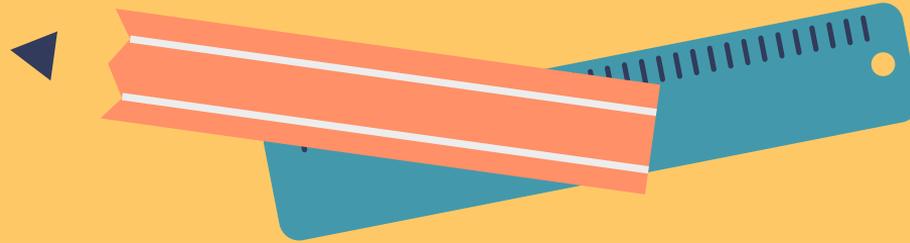
درستُ المسلمات الأساسية
حول النقاط والمستقيمت
والمستويات.

(الدرس 1-5)



والآن:

- أستعمل الجبر لكتابة برهان ذي عمودين.
- أستعمل خصائص المساواة لكتابة برهان هندسي.

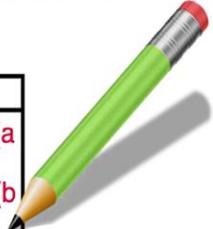


المفردات

البُرْهَانُ ذُو الْعَمُودَيْنِ

Tow-Column Proof

المبررات	العبارات
(a)	(a)
(b)	(b)
(c)	(c)
(d)	(d)



البُرْهَانُ الْجَبْرِيّ

Algebraic Proof

$$6(x - 4) = 42$$

معطى

$$6x - 24 = 42$$

$\times 6$

$$6x = 66$$

+

$$x = 11$$

-

لماذا؟



تحتوي بعض السيارات على شاشة لعرض درجة الحرارة الخارجية بالمقياس الفهرنهايتي أو المقياس السيليزي. والمقياس الفهرنهايتي يحدد درجة تجمد الماء عند 32° ، ودرجة غليانه عند 212° ، أما المقياس السيليزي فيحدد درجة تجمد الماء عند 0° ، وغليانه عند 100° .

لماذا تحتوي بعض السيارات على مؤشر لدرجة الحرارة بالمقياس الفهرنهايتي والسيليزي معا؟؟

يمكنك استعمال البرهان الجبري؛ لإثبات أنه إذا كانت العلاقة التي تربط هذين المقياسين معطاة بالصيغة.

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \text{ ، فإنها تعطى أيضًا بالصيغة } C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

الجبر :

نظام مكون من مجموعات الاعداد وعمليات عليها وخصائص

تتمكن من اجراء هذه العمليات



خصائص الأعداد الحقيقية

أضف إلى
مطويتك

خصائص الأعداد الحقيقية

مفهوم أساسي



الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاثة أعداد حقيقية a, b, c

إذا كان $a = b$ ، فإن $a + c = b + c$.	خاصية الجمع للمساواة
إذا كان $a = b$ ، فإن $a - c = b - c$.	خاصية الطرح للمساواة
إذا كان $a = b$ ، فإن $a \cdot c = b \cdot c$.	خاصية الضرب للمساواة
إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ ، فإن $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.	خاصية القسمة للمساواة
$a = a$	خاصية الانعكاس للمساواة
إذا كان $a = b$ ، فإن $b = a$.	خاصية التماثل للمساواة
إذا كان $a = b$ و $b = c$ ، فإن $a = c$.	خاصية التعدي للمساواة
إذا كان $a = b$ ، فإنه يمكننا أن نضع b مكان a في أي معادلة أو عبارة جبرية تحتوي على a	خاصية التعويض للمساواة
$a(b + c) = ab + ac$	خاصية التوزيع



تحقق من فهمك

اذكر الخاصية التي تبرر كلاً من العبارتين الآتيتين:

(1A) إذا كان $4 + (-5) = -1$ ، فإن $x + 4 + (-5) = x - 1$

خاصية الجمع للمساواة

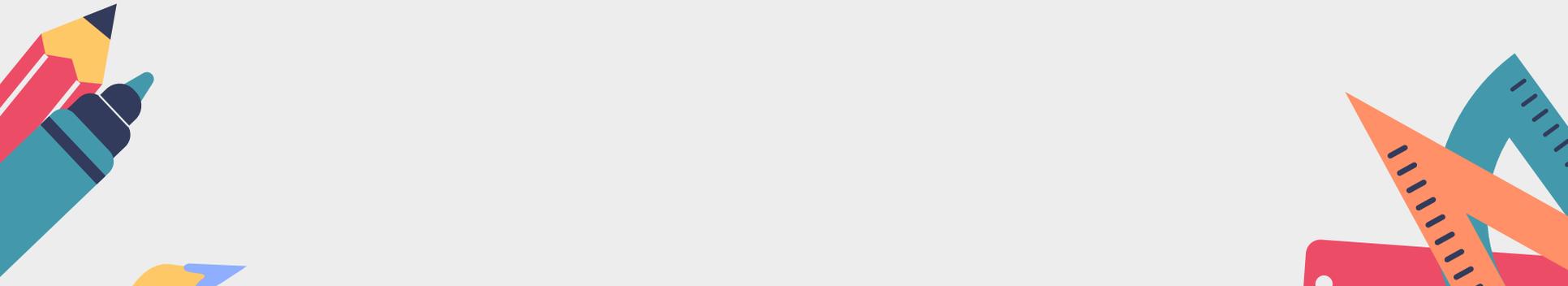
(1B) إذا كانت $5 = y$ ، فإن $y = 5$

خاصية التماثل للمساواة

تأكد

اذكر الخاصية التي تبرر العبارة:
(1) إذا كان $x = 5$ ، فإن $x = 5$

خاصية التماثل للمساواة



تدرب

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

الخاصية

(7) إذا كان $a + 10 = 20$ ، فإن $a = 10$.

(8) إذا كان $\frac{x}{3} = -15$ ، فإن $x = -45$.

(9) إذا كان $5(x + 7) = -3$ ، فإن $5x + 35 = -3$.

(10) إذا كان $3\left(x - \frac{2}{3}\right) = 4$ ، فإن $3x - 2 = 4$.

البرهان الجبري :

هو برهان يتكون من سلسلة عبارات جبرية ، وتبر خصائص المساواة كثيراً من العبارات المستعملة في البراهين الجبرية

$$6(x - 4) = 42$$

معطى

$$6x - 24 = 42$$

$\times 0$

$$6x = 66$$

+

$$x = 11$$

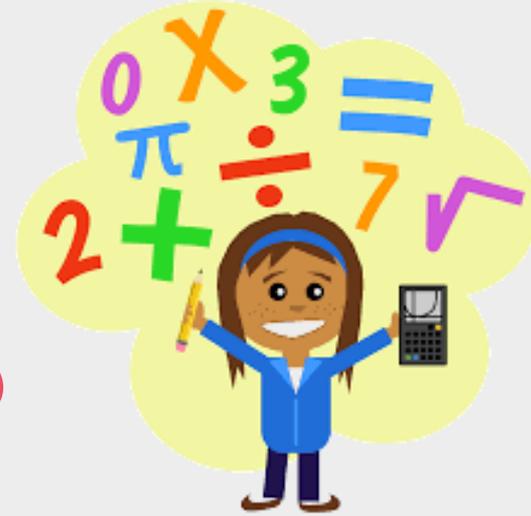
-



إرشادات للدراسة

الخوارزميات

الخوارزمية هي سلسلة من الخطوات المتبَّعة لإجراء عملية أو حل مسألة ما. ويمكن اعتبار البرهان من أنواع الخوارزميات؛ لأنه يتم خطوة بخطوة.



مثال 1

تبرير كل خطوة عند حل المعادلة

أثبت أنه إذا كان $-5(x + 4) = 70$ ، فإن $x = -18$. اكتب تبريراً لكل خطوة.



تحقق من فهمك

(1C) أثبت أنه إذا كان $2x - 13 = -5$ ، فإن $x = 4$. اكتب تبريرًا لكل خطوة.



تأكد

(2) أثبت أنه إذا كان $2(x + 5) = 11$ ، فإن $x = \frac{1}{2}$ اكتب تبريرًا لكل خطوة.



يوضح المثال 1 برهان العبارة الشرطية "إذا كان $-5(x + 4) = 70$ ، فإن $x = -18$ ". لاحظ في هذا البرهان أن العمود الأيمن يحتوي على تفصيل الطريقة التي تقود إلى الحل خطوة بخطوة، أما العمود الأيسر فيحتوي على مبرر كل خطوة.

البرهان:

المبررات	العبارات
المعادلة الأصلية، أو المعطيات	$-5(x + 4) = 70$
استعمل خاصية التوزيع	$-5 \cdot x + (-5) \cdot 4 = 70$
بسّط	$-5x - 20 = 70$
استعمل خاصية الجمع للمساواة	$-5x - 20 + 20 = 70 + 20$
بسّط	$-5x = 90$
استعمل خاصية القسمة للمساواة	$\frac{-5x}{-5} = \frac{90}{-5}$
بسّط	$x = -18$

وتكتب براهين النظريات والتخمينات الهندسية عادةً على هذا النحو فيما يسمى **البرهان ذا العمودين**، حيث العبارات مرتبة في عمود، والتبريرات في عمود موازٍ.

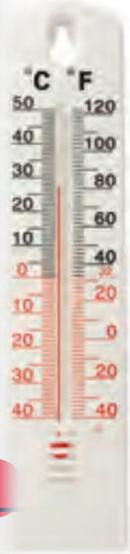
البرهان ذو العمودين

هو طريقة لكتابة البراهين بحيث تكون العبارات مرتبة في

المبررات	العبارات
معطيات	$8x + 2 = 18$

عمود والتبريرات في عمود مواز





علوم: إذا كانت الصيغة التي تحول درجات الحرارة من فهرنهايتية إلى سيليزية هي $C = \frac{5}{9} (F - 32)$ ، فإن الصيغة التي تحول درجات الحرارة من سيليزية إلى فهرنهايتية هي $F = \frac{9}{5} C + 32$. اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة هذا التخمين.

المبررات	العبارات



تحقق من فهمك



اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كلِّ من التخمينين الآتيين:

(2A) إذا كان $\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$ ، فإن $x = 3$.

المعطيات:

المطلوب:

المطبرات	العبارات





اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

(2B) **فيزياء:** إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم متحرك بسرعة ابتدائية u وسرعة نهائية v في زمن t

تعطى بالعلاقة $d = t \cdot \frac{u+v}{2}$ ، فإن $u = \frac{2d}{t} - v$.

المطلوب:

المعطيات:

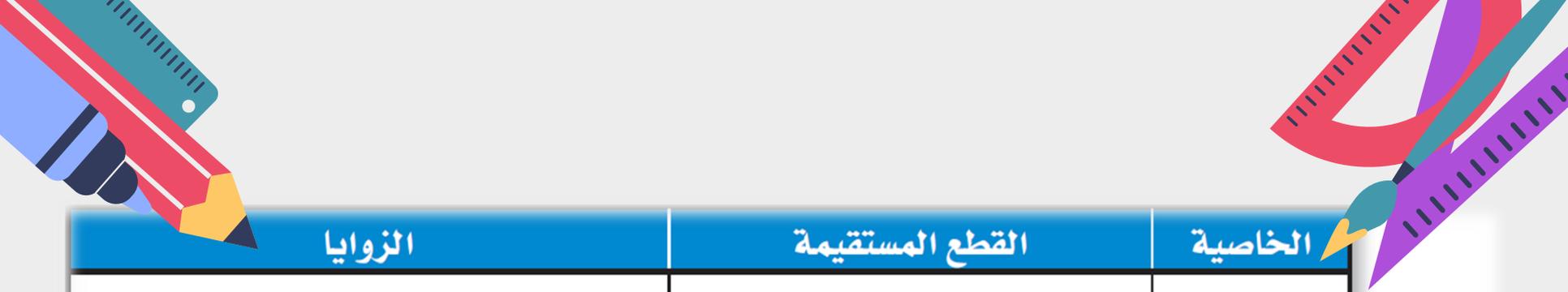
المبررات	العبارات



البرهان الهندسي

بما أن في الهندسة أيضا متغيرات و أعداد و عمليات فإن معظم خصائص المساواة المستعملة في الجبر صحيحة أيضا في الهندسة. فأطوال القطع المستقيمة وقياس الزوايا هي أعداد حقيقية ؛ لذا يمكن استعمال خصائص الجبر في اثبات العلاقات بين القطع المستقيمة





الزوايا	القطع المستقيمة	الخاصية
$m\angle 1 = m\angle 1$	$AB = AB$	الانعكاس
إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، فإن $m\angle 2 = m\angle 1$.	إذا كان $AB = CD$ ، فإن $CD = AB$.	التماثل
إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$ ، و $m\angle 2 = m\angle 3$ ، فإن $m\angle 1 = m\angle 3$.	إذا كانت $AB = CD$ ، و $CD = EF$ ، فإن $AB = EF$.	التعدي

يمكن استعمال هذه الخصائص لكتابة براهين هندسية .



الخاصية

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

(12) إذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$, $m\angle 2 = m\angle 3$ فإن $m\angle 1 = m\angle 3$

(13) $XY = XY$

(14) إذا كان $BC = DE$ فإن $\frac{1}{5} BC = \frac{1}{5} DE$.

(15) إذا كان $m\angle 1 = 25^\circ$, $m\angle 2 = 25^\circ$ فإن $m\angle 1 = m\angle 2$.

(16) إذا كان $AB = BC$, $BC = CD$ فإن $AB = CD$.

مثال 3

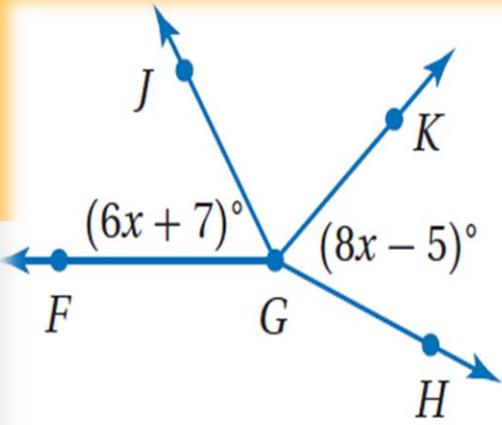
كتابة البرهان الهندسي

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات أنه إذا كانت:

$\angle FGJ \cong \angle JGK$, $\angle JGK \cong \angle KGH$, فإن $x = 6$.

المطلوب:

المعطيات:



المبررات

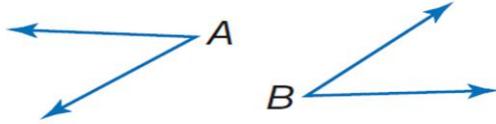
العبارات

المبررات	العبارات



(3A) إذا كان $\angle A \cong \angle B$, $m\angle A = 37^\circ$

فإن $m\angle B = 37^\circ$.



تحقق من فهمك



اكتب برهاناً ذا عمودين؛ لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

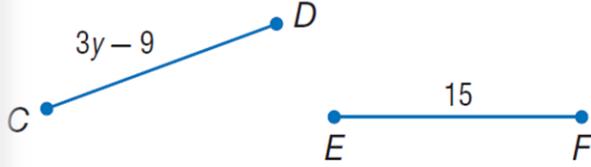
المطلوب:

المعطيات:

المبررات	العبارات



(3B) إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $y = 8$.



تحقق من فهمك



اكتب برهاناً ذا عمودين؛ لإثبات صحة كلٍّ من التخمينين الآتيين:

المطلوب:

المعطيات:

المبررات	العبارات



3 أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\frac{y + 2}{3} = 3$

المطلوب: $y = 7$

البرهان:

المبررات	العبارات
(a) معطيات	(a) <u> </u> ؟
(b) <u> </u> ؟	(b) $3\left(\frac{y + 2}{3}\right) = 3(3)$
(c) <u> </u> ؟	(c) <u> </u> ؟
(d) خاصية الطرح للمساواة	(d) $y = 7$

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:

(4) إذا كان $-4(x - 3) + 5x = 24$ ، فإن $x = 12$.

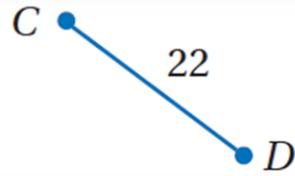
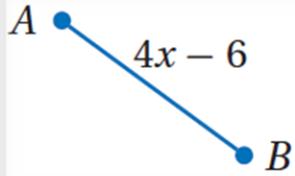
المطلوب:

المعطيات:

المبررات	العبارات



برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمين الآتين:



(5) إذا كان $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ ، فإن $x = 7$.

المطلوب:

المعطيات:

المبررات	العبارات



أكمل البرهانين الآتيين:

(17) المعطيات: $\frac{8 - 3x}{4} = 32$

المطلوب: $x = -40$

البرهان:

المبررات	العبارات
(a) معطيات	(a) $\frac{8 - 3x}{4} = 32$
(b) _____ ؟	(b) $4 \left(\frac{8 - 3x}{4} \right) = 4(32)$
(c) _____ ؟	(c) $8 - 3x = 128$
(d) خاصية الطرح للمساواة	(d) _____ ؟
(e) _____ ؟	(e) $x = -40$

تبرير: صنّف الجمل الآتية إلى صحيحة أحياناً أو صحيحة دائماً أو غير صحيحة أبداً. فسر تبريرك.

(29) إذا كان a و b عددين حقيقيين، وكان $a + b = 0$ ، فإن $a = -b$.

(30) إذا كان a و b عددين حقيقيين، وكان $a^2 = b$ ، فإن $a = \sqrt{b}$.