# اثبات توازي مستقيمين

@hamedhmathأ/حميدة المعني

## فيما سبق:

درستُ استعمال خصائص المستقيمات المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة.

مجموعة رفعة الرياضيات
@hamedhmath أ/حميدة المعني

## والآن:

- أميّز المستقيمات المتوازية بناءً على علاقات بين أزواج من الزوايا الناتجة عن مستقيم قاطع.
- أبرهن توازي مستقيمين باستعمال العلاقات بين أزواج الزوايا.

مجموعة رفعة الرياضيات
@hamedhmathأ/حميدة المعني

## لماذا؟

عندما تنظر إلى سكة القطار، تجد أن البعد بين خطَّيها ثابت دائمًا حتى عند المنحنيات والمنعطفات. فقد صُممت السكك بدقة، بحيث يكون خطَّاها متوازيين عند جميع النقاط ليسير عليها القطار بأمان.

ما العلاقه بين الزاويتين المتحالفتين المتكونه في خطي السكة وخط عرضي السكه؟

ما العلاقه بين الزاويتين المتبادلتين داخليا المتكونتين من خطي السكه وخط عرضي للسكة ؟

01

# تحديد المستقيمين المتوازيين

أ/ حميدة المعني @hamedhmath

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

**تحديد المستقيمين المتوازيين:** خطَّا سكة القطار متوازيان، وكذلك جميع الخطوط العرضية

في السكة متوازية أيضًا، والزوايا المتكوّنة بين خطَّي السكة والخطوط العرضية للسكة المتوازيةِ متناظرة. درست سابقًا أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما يكون المستقيمان متوازيين. وعكس هذه العلاقة صحيح أيضًا.

مجموعة رفعة الرياضيات
@hamedhmath أ/حميدة المعني

صفحه ١٠٢

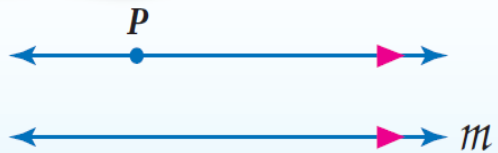
# مسلمة التوازي

## مسلّمة 2.3

أضف إلى مطويتك

### مسلّمة التوازي

إذا عُلمَ مستقيم ونقطة لا تقع عليه، فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيم المعلوم.



صفحه ١٠٣

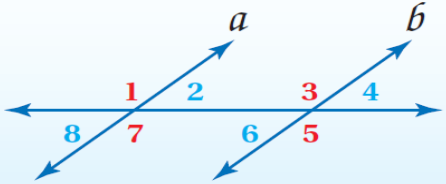
# عكس نظرية الزاويتين المتناظرتين

## مسلمة 2.2

أضف إلى مطويتك

### عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.



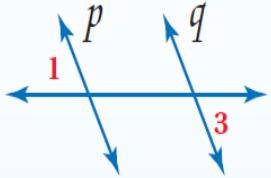

**أمثلة:** إذا كانت: $\angle 8 \cong \angle 6$ أو $\angle 7 \cong \angle 5$ أو $\angle 4 \cong \angle 2$ أو $\angle 3 \cong \angle 1$، فإن $a \parallel b$.

مجموعة رفعة الرياضيات
أ/ حميدة المعني @hamedhmath

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا

**2.5 عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًّا :** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجيًّا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.

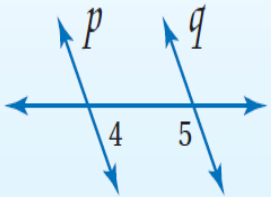



إذا كانت $\angle 3 \cong \angle 1$، فإن $p \parallel q$

صفحه ١٠٣

## عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين

**2.6 عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ونتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان، فإن المستقيمين متوازيان.

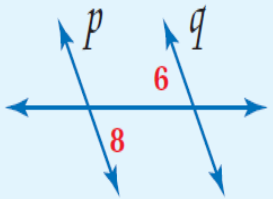



إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ ، فإن $p \parallel q$

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## عكس نظرية الزاويتين المتبادليتى داخليا

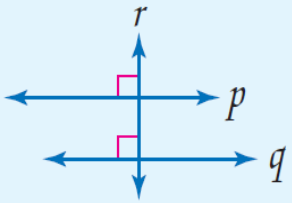
**2.7 عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا :** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخليًا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.




إذا كانت $\angle 8 \cong \angle 6$ ، فإن $p \parallel q$

## عكس نظرية القاطع العمودي

**2.8 عكس نظرية القاطع العمودي:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، وكان عموديًا على كل منهما، فإن المستقيمين متوازيان.



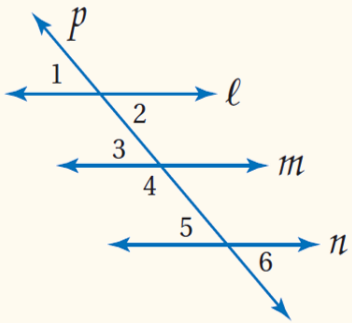

إذا كان $p \perp r$ و $q \perp r$، فإن $p \parallel q$

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## مثال ١ تعيين المستقيمات المتوازية

هل يمكن إثبات أن أيًّا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ مما يأتي؟ وإذا كان أيٌّ منها متوازيًا ، فاذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.

a) $\angle 1 \cong \angle 6$



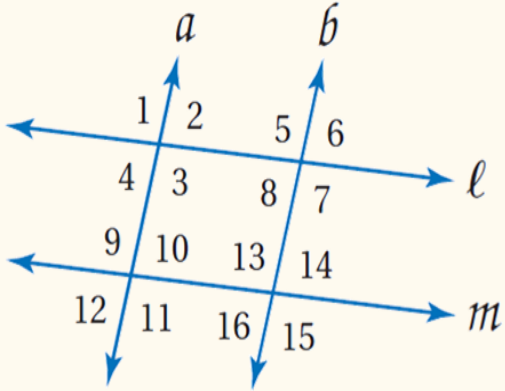

b. $\angle 2 \cong \angle 3$

مجموعة رفعة الرياضيات
أ/ حميدة المعني @hamedhmath

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## تحقق من فهمك

### تعيين المستقيمات المتوازية




**(1A** $\angle 2 \cong \angle 8$

**(1B** $\angle 3 \cong \angle 11$

**(1C** $\angle 12 \cong \angle 14$

**(1D** $\angle 1 \cong \angle 15$

**(1E** $m\angle 8 + m\angle 13 = 180^\circ$

**(1F** $\angle 8 \cong \angle 6$

@hamedhmathأ/حميدة المعني

02

# اثبات توازي المستقيمين

أ/ حميدة المعني @hamedhmath

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## يمكن استعمال العلاقة بين ازواج الزوايا
## الناتجة عن مستقيمين وقاطع لهما لإثبات أن المستقيمين متوازيان

### إرشادات الدراسة

عندما يقطع قاطع مستقيمين متوازيين إما أن تكون أزواج الزوايا
متطابقة او متكاملة و إذا نتج عن مستقيمين وقاطع لهما زوايا لا تحقق هذا الشرط.
فلا يمكن أن يكون المستقيمان متوازيين

مجموعة رقمة الرياضيات
أ/ حميدة المعني @hamedhmath

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## مثال ٢ اثبات توازي المستقيمين

**سلالم:** كل درجة من درجات السلّم في الشكل المجاور عموديّة على دعامتيه الرئيستين، هل يمكن إثبات أن الدعامتين الرئيستين متوازيتان، وأن جميع الدرجات متوازية؟ وضِّح ذلك إن كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## تحقق من فهمك

### اثبات توازي المستقيمين

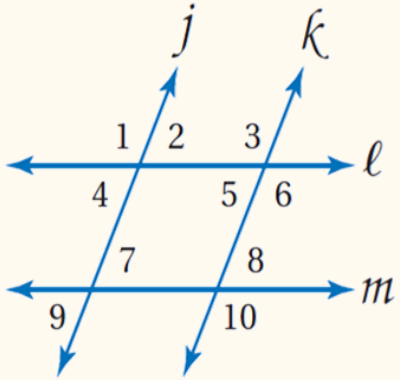
2) **تجديف :** حتى يتحرك قارب التجديف في مسار مستقيم، يجب أن تكون مجاديف كل جانب متوازية. هل يمكن أن تبرهن أن مجاديف الجانب الأيسر في الصورة المجاورة متوازية؟ وضِّح ذلك إن كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## تأكد

### تعيين المستقيمات المتوازية

هل يمكن إثبات أن أيًّا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا ، فاذكر المسلمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.




**1)** $\angle 1 \cong \angle 3$

**2)** $\angle 2 \cong \angle 5$

**3)** $\angle 3 \cong \angle 10$

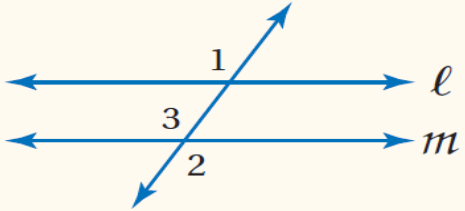
**4)** $m\angle 6 + m\angle 8 = 180^\circ$

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## تأكد

## اثبات توازي المستقيمين

**5) برهان :** أكمل برهان النظرية 2.5 .




**المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 2$

**المطلوب:** $\ell \parallel m$

**البرهان :**

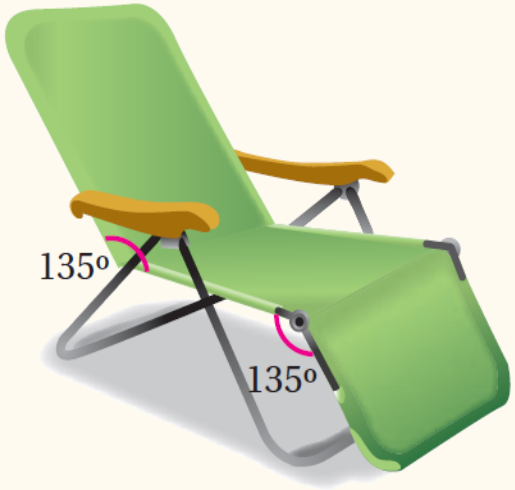
| العبارات | المبررات |
|---|---|
| a) $\angle 1 \cong \angle 2$ | a) مُعطى |
| b) $\angle 2 \cong \angle 3$ | b) ؟ |
| c) $\angle 1 \cong \angle 3$ | c) خاصية التعدي للتطابق |
| d) $\ell \parallel m$ | d) ؟ |

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## تأكد

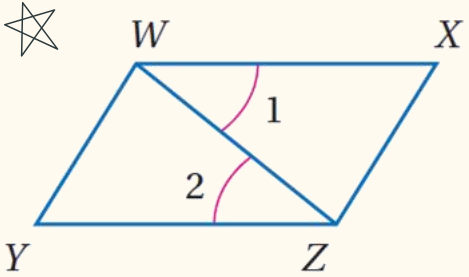
### اثبات توازي المستقيمين

6) **كراسي:** هل يمكن إثبات أن مسند الظهر ومسند القدمين لكرسي الاسترخاء في الشكل المجاور متوازيان؟ وضح ذلك إذا كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.



# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## مهارات التفكير العليا

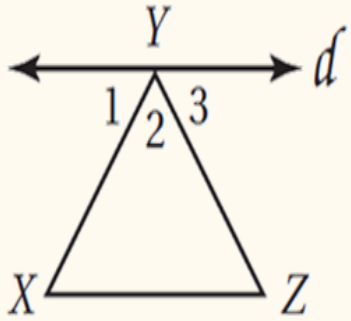



**24) اكتشف الخطأ :** يحاول كلٌّ من سامي ومنصور تحديد المستقيمات المتوازية في الشكل المجاور. فقال سامي: بما أن $\angle 2 \cong \angle 1$ ، إذن $\overline{XZ} \parallel \overline{WY}$. أما منصور فلم يوافقه وقال: بما أن $\angle 2 \cong \angle 1$ ، إذن $\overline{YZ} \parallel \overline{WX}$. أيٌّ منهما على صواب؟ وضّح إجابتك.

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

تدريب على اختبار

**29)** أي الحقائق الآتية كافية لإثبات أن المستقيم $d$ يوازي $\overline{XZ}$ ؟




**A** $\angle 1 \cong \angle 3$

**B** $\angle 3 \cong \angle Z$

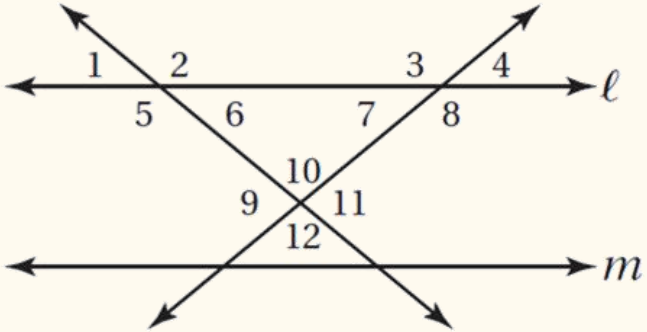
**C** $\angle 1 \cong \angle Z$

**D** $\angle 2 \cong \angle X$

# 2-3 : اثبات توازي مستقيمين

## تدريب على اختبار

**30)** استعمل الشكل المجاور لتحديد أن صحة أي مما يأتي ليست مؤكدةً:




**A** $\angle 4 \cong \angle 7$

**B** $\angle 4$ و $\angle 8$ متكاملتان

**C** $\ell \parallel m$

**D** $\angle 5$ و $\angle 6$ متكاملتان

مجموعة رقعة الرياضيات
@hamedhmath أ/ حميدة المعني