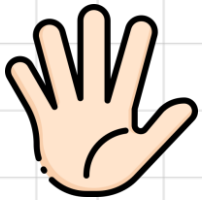
إثبات توازي مستقيمين

Proving Lines Parallel

معلمة المادة / تغريد مسعود باجنيد

القوانين الصفية

عدم الكتابة في الدردشة
إلا بإذن المعلمة



رفع اليد عند المشاركة

إغلاق المايك وعدم فتحة
إلا بإذن المعلمة

حل الواجبات وإرسالها
في الوقت المحدد

الالتزام بالوقت

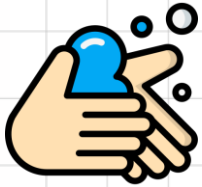
الاستعداد الجيد

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها اليوم تفيدك غداً

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تجنب المصافحة



غسل اليدين وتعقيمها

المحافظة على المسافة الأمنة

الالتزام بارتداء الكمامة

الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

فيما سبق:

درستُ استعمال خصائص المستقيمات المتوازية لتحديد الزوايا المتطابقة.

(الدرس 2-2)

والآن:

- أميّز المستقيمات المتوازية بناءً على علاقات بين أزواج من الزوايا الناتجة عن مستقيم قاطع.
- أبرهن توازي مستقيمين باستعمال العلاقات بين أزواج الزوايا.

أهداف الدرس:

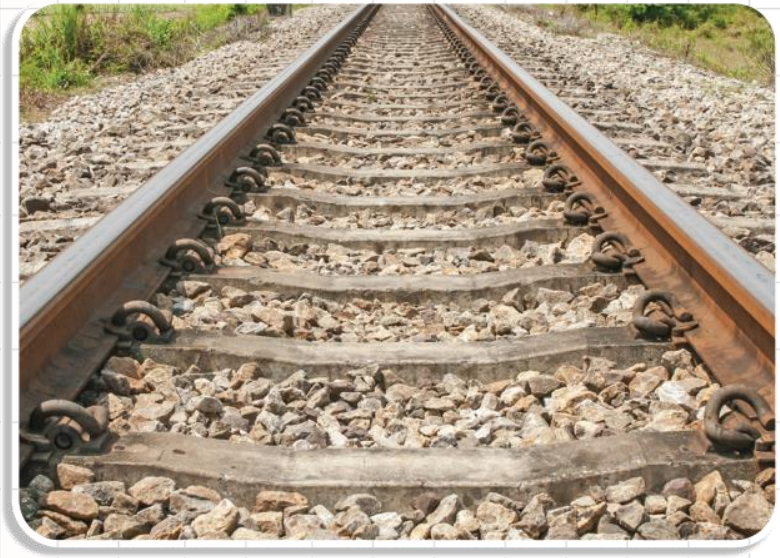
- تمييز المستقيمات المتوازية بناء على علاقات بين أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيم قاطع.
- اثبات توازي مستقيمين باستعمال العلاقات بين أزواج الزوايا.

الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

التاريخ:

لماذا؟



عندما تنظر إلى سكة القطار، تجد أن البعد بين خطَّيها ثابت دائمًا حتى عند المنحنيات والمنعطفات. فقد صُممت السكك بدقة، بحيث يكون خطَّاها متوازيين عند جميع النقاط ليسير عليها القطار بأمان.

تحديد المستقيمين المتوازيين: خطَّا سكة القطار متوازيان، وكذلك جميع الخطوط العرضية في السكة متوازية أيضًا، والزوايا المتكوّنة بين خطَّي السكة والخطوط العرضية للسكة المتوازيةِ متناظرة. درست سابقًا أن الزوايا المتناظرة تكون متطابقة عندما يكون المستقيمان متوازيين. وعكس هذه العلاقة صحيح أيضًا.

الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

التاريخ:

ما لعلاقة بين الزاويتين المتحالفتين المكونة في خطي السكة وخط عرضي السكة؟

ما لعلاقه بين الزاويتين المتبادلتين داخليا المتكونتين من خطي السكة وخط عرضي للسكة؟

العصف الذهني

الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

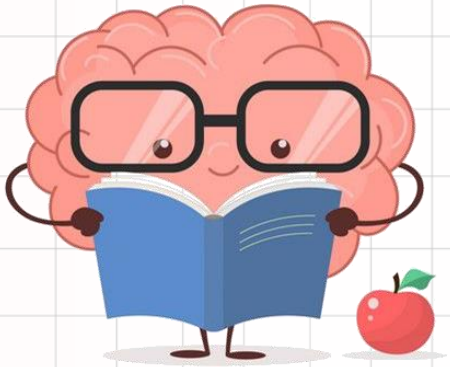
التاريخ:

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

أنت مشعلاً من نور في ظلمات الدروب

(حماك اللّه)

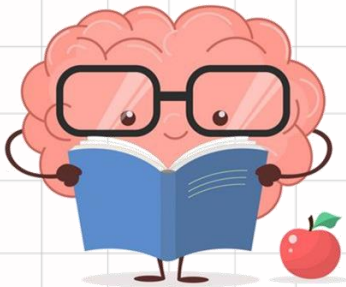


الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم



ماذا اعرف؟!	ما أريد أن أعرف؟!	ماذا تعلمت اليوم؟!

المفردات الجديدة:

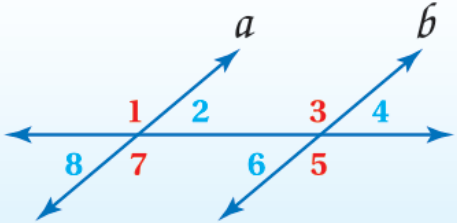
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسلمة 2.2

عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين

أضف إلى مطويتك

إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متناظرتان متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.

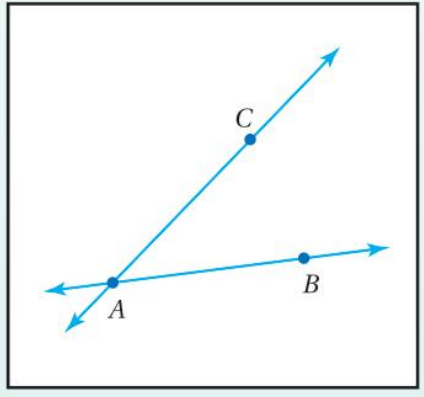


أمثلة: إذا كانت: $\angle 8 \cong \angle 6$ أو $\angle 7 \cong \angle 5$ أو $\angle 4 \cong \angle 2$ أو $\angle 3 \cong \angle 1$، فإن $b \parallel a$.

يمكنك استعمال عكس مسلّمة الزاويتين المتناظرتين لرسم مستقيمين متوازيين.

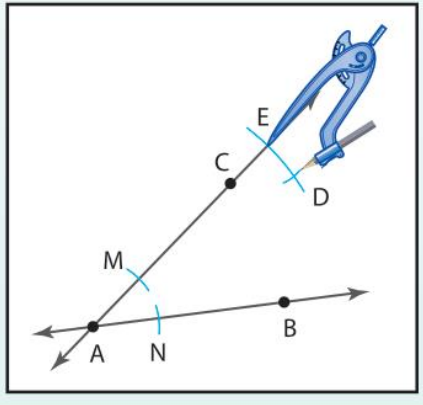
رسم مستقيم موازٍ لمستقيم معلوم ويمر بنقطة لا تقع عليه

الخطوة 1 : استعمل مسطرة لرسم $\overleftrightarrow{AB}$، وعيّن نقطة C لا تقع على $\overleftrightarrow{AB}$، وارسم $\overleftrightarrow{CA}$.



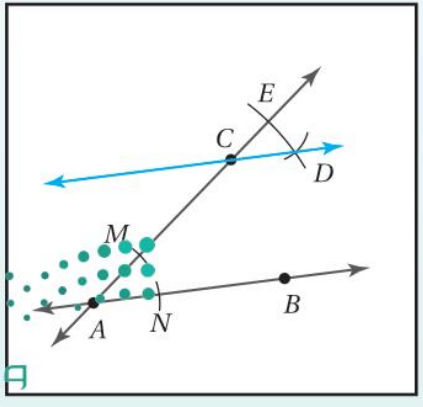
الخطوة 2 : استعمل فرجارًا لنقل $\angle CAB$، بحيث تكون النقطة C رأس الزاوية الجديدة، وذلك من خلال الخطوات الآتية:

- ضع رأس الفرجار عند النقطة A، وارسم قوسين يقطعان $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AB}$ في النقطتين M, N.
- بفتحة الفرجار نفسها، ارسم قوسًا مركزه C يقطع $\overleftrightarrow{AC}$ في النقطة E
- ارجع للنقطة M وافتح الفرجار بنفس طول $\overline{MN}$.
- بفتحة الفرجار نفسها، ارسم قوسًا مركزه E، ويقطع القوس السابق في D كما في الشكل.



الخطوة 3 : ارسم $\overleftrightarrow{CD}$.

بما أن $\angle ECD \cong \angle CAB$ من الإنشاء، وهما متناظرتان فإن $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$.



مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
وزارة التربية
Education

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

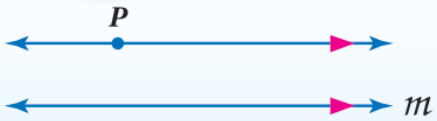
يبيّن الإنشاء السابق أنه يوجد على الأقل مستقيم واحد يمر بالنقطة C ويوازي $\overleftrightarrow{AB}$. والمسلمة الآتية تؤكد أن هذا المستقيم وحيد.

مسلّمة 2.3

مسلّمة التوازي

إذا عُلِمَ مستقيم ونقطة لا تقع عليه، فإنه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بتلك النقطة ويوازي المستقيم المعلوم.

أضف إلى مطويتك



ينتج عن المستقيمين المتوازيين وقاطع لهما أزواج من الزوايا المتطابقة. ويمكن أن تحدد أزواج الزوايا هذه ما إذا كان المستقيمان متوازيين أم لا.

إرشادات للدراسة

مسلّمات إقليدس

أدرك مؤسس الهندسة الحديثة إقليدس أن عددًا قليلًا من المسلّمات ضروري لبرهنة النظريات في زمانه. المسلّمة 2.3 هي واحدة من مسلّمات إقليدس الخمس الأساسية. وكذلك المسلّمة 1.1 والنظرية 1.10 التي عدها مسلمة.

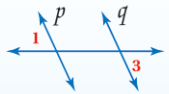
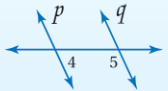
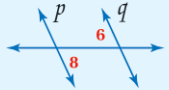
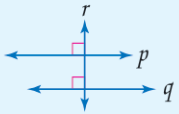
الموضوع: # إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

التاريخ:

نظريات

أضف إلى مطويتك

2.5 **عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًا:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان خارجيًا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.	 إذا كانت $\angle 3 \cong \angle 1$، فإن $p \parallel q$
2.6 **عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى ونتج عن التقاطع زاويتان متحالفتان متكاملتان، فإن المستقيمين متوازيان.	 إذا كان $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$، فإن $p \parallel q$
2.7 **عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًا:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، ونتج عن التقاطع زاويتان متبادلتان داخليًا متطابقتان، فإن المستقيمين متوازيان.	 إذا كانت $\angle 8 \cong \angle 6$، فإن $p \parallel q$
2.8 **عكس نظرية القاطع العمودي:** إذا قطع قاطع مستقيمين في مستوى، وكان عموديًا على كل منهما، فإن المستقيمين متوازيان.	 إذا كان $r \perp p$ و $r \perp q$، فإن $p \parallel q$

ستبرهن النظريات 2.5, 2.6, 2.7, 2.8 في المسائل 5, 14, 17, 18

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

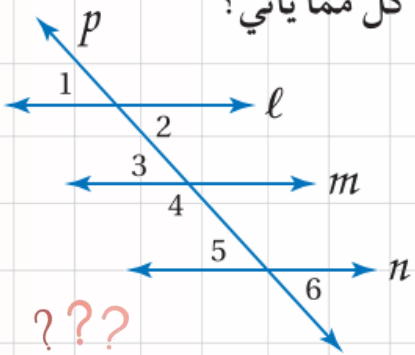
الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

التاريخ:

مثال 1 تعيين المستقيمات المتوازية

هل يمكن إثبات أن أيًّا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ مما يأتي؟ وإذا كان أيٌّ منها متوازيًا ، فاذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.



a) $\angle 1 \cong \angle 6$

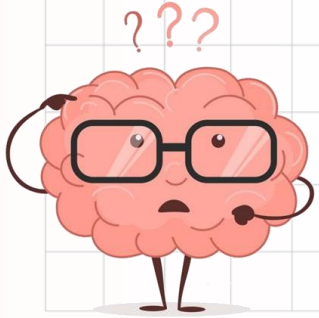
$\angle 1, \angle 6$ متبادلتان خارجيًّا بالنسبة للمستقيمين ℓ, n .

وبما أن $\angle 1 \cong \angle 6$، فإن $\ell \parallel n$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجيًّا.

b. $\angle 2 \cong \angle 3$

$\angle 2$ ، $\angle 3$ متبادلتان داخليًّا بالنسبة للمستقيمين ℓ, m.

وبما أن $\angle 2 \cong \angle 3$، فإن $\ell \parallel m$ بحسب عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليًّا.



مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(1A $\angle 2 \cong \angle 8$

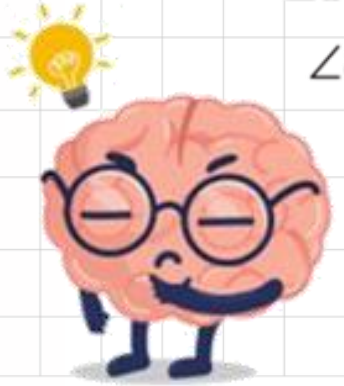
(1B $\angle 3 \cong \angle 11$

(1C $\angle 12 \cong \angle 14$

(1D $\angle 1 \cong \angle 15$

(1E $m\angle 8 + m\angle 13 = 180^\circ$

(1F $\angle 8 \cong \angle 6$



الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

التاريخ:

إثبات توازي مستقيمين: يمكن استعمال العلاقة بين أزواج الزوايا الناتجة عن مستقيمين وقاطع لهما لإثبات أن المستقيمين متوازيان.

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 2 من واقع الحياة

إثبات توازي مستقيمين

سلالم: كل درجة من درجات السلّم في الشكل المجاور عموديّة على دعامتيه الرئيستين، هل يمكن إثبات أن الدعامتين الرئيستين متوازيتان، وأن جميع الدرجات متوازية؟ وضِّح ذلك إن كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.

بما أن الدعامتين الرئيستين عموديتان على كل درجة فهما متوازيتان بحسب عكس **نظرية** القاطع العمودي. وبما أن أي درجتين في السلم عموديتان على كلٍّ من الدعامتين الرئيستين فهما متوازيتان أيضًا.

اليوم:

التاريخ:

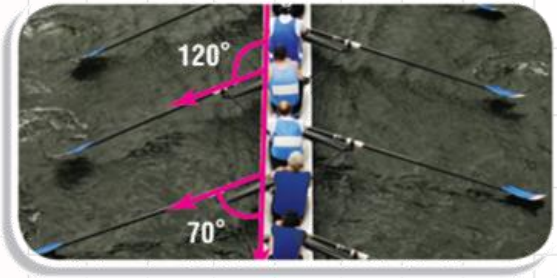
الموضوع: **إثبات توازي مستقيمين**

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

2) **تجديف:** حتى يتحرك قارب التجديف في مسار مستقيم، يجب أن تكون مجاديف كل جانب متوازية. هل يمكن أن تبرهن أن مجاديف الجانب الأيسر في الصورة المجاورة متوازية؟ وضِّح ذلك إن كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.



إرشادات للدراسة

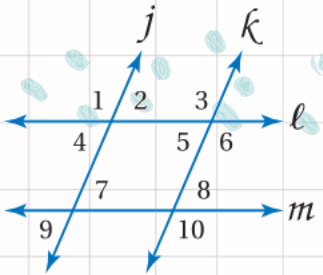
إثبات توازي مستقيمين

عندما يقطع قاطع مستقيمين متوازيين، إما أن تكون أزواج الزوايا الناتجة متطابقة أو متكاملة. وإذا نتج عن مستقيمين وقاطع لهما زوايا لا تحقق هذا الشرط، فلا يمكن أن يكون المستقيمان متوازيين.

تأكـد

المثال 1

هل يمكن إثبات أن أيًّا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازيًا ، فاذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.

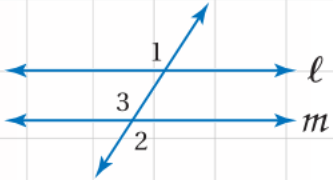


1) $\angle 1 \cong \angle 3$ **2)** $\angle 2 \cong \angle 5$

3) $\angle 3 \cong \angle 10$ **4)** $m\angle 6 + m\angle 8 = 180^\circ$

المثال 2

5) برهان: أكمل برهان النظرية 2.5 .

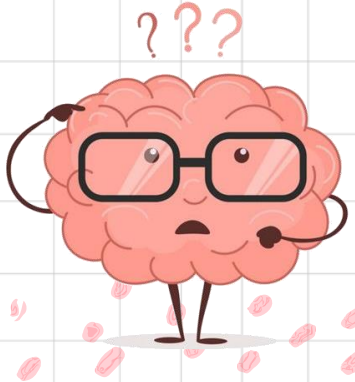


المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

المطلوب: $\ell \parallel m$

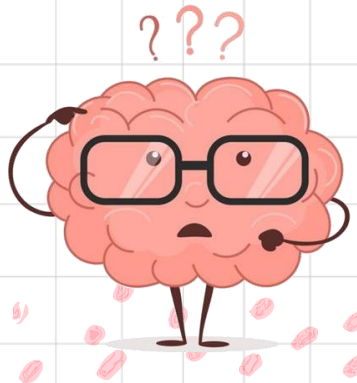
البرهان:

العبارات	المبررات
a) $\angle 1 \cong \angle 2$	a) مُعطى
b) $\angle 2 \cong \angle 3$	b) ؟
c) $\angle 1 \cong \angle 3$	c) خاصية التعدي للتطابق
d) $\ell \parallel m$	d) ؟



تأكـد

6) **كراسي:** هل يمكن إثبات أن مسند الظهر ومسند القدمين لكرسي الاسترخاء في الشكل المجاور متوازيان؟
وضح ذلك إذا كان صحيحًا، وإلا فاذكر السبب.



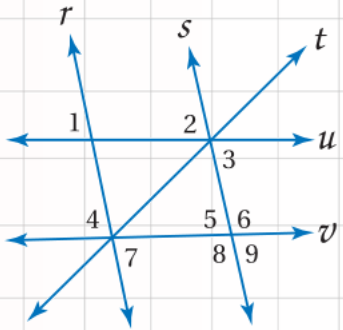
مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

اليوم:

التاريخ:

تدرب وحل المسائل



المثال 1 هل يمكن إثبات أن أيًّا من مستقيمات الشكل متوازية، اعتمادًا على المعطيات في كلٍّ مما يأتي؟ وإذا كان أيّها متوازيًا ، فاذكر المسلّمة أو النظرية التي تبرّر إجابتك.

7) $\angle 1 \cong \angle 2$

8) $\angle 2 \cong \angle 9$

9) $m\angle 7 + m\angle 8 = 180^\circ$

10) $m\angle 3 + m\angle 6 = 180^\circ$

11) $\angle 3 \cong \angle 7$

12) $\angle 4 \cong \angle 5$

الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

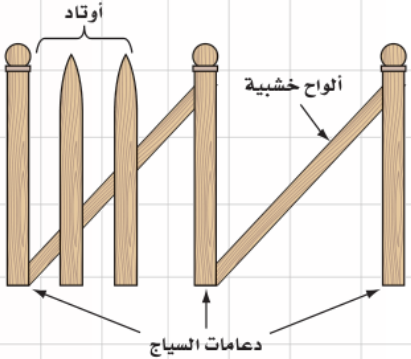
اليوم:

التاريخ:

تدرب وحل المسائل

المثال 2

13) **حدائق:** لبناء سياج حول حديقة المنزل، ثبَّت سعود دعامات السياج، ووضع ألواحًا خشبية تميل بزاوية مع كلٍّ من دعامَتَي السياج. وعند تثبيته أوتاد السياج، حرص على أن تكون الزوايا بين الألواح الخشبية والأوتاد متساوية القياس. لماذا يجعل هذا الأوتاد متوازية؟



14) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 2.6 .

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

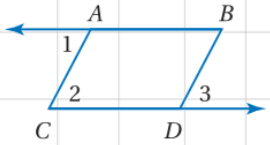
برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين لكلٍّ مما يأتي:

المثال 2

15) **المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 3$

$\overline{AC} \parallel \overline{BD}$

المطلوب: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$



16) **المعطيات:** $\angle 1 \cong \angle 2$

$\overline{LJ} \perp \overline{ML}$

المطلوب: $\overline{KM} \perp \overline{ML}$

برهان: اكتب برهانًا حرًّا لكلٍّ من النظريتين الآتيتين:

17) النظرية 2.7

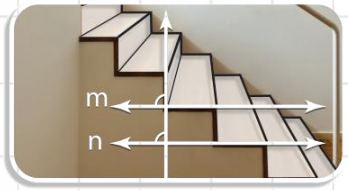
18) النظرية 2.8

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

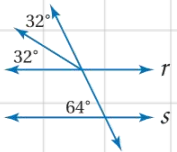
المثال 2

19) **درج:** ما العلاقة بين حوافّ أسطح الدرجات في الشكل المجاور؟ برر إجابتك.

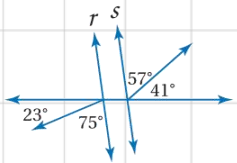


حدّد ما إذا كان المستقيمان r, s متوازيين أم لا في كلٍّ مما يأتي. برّر إجابتك.

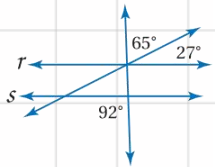
20)



21)

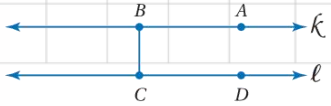


22)



23) **تمثيلات متعددة:** سوف تستكشف في هذه المسألة أقصر مسافة بين مستقيمين متوازيين.

a) هندسيًّا: ارسم ثلاثة أزواج من المستقيمات المتوازية x و y، و s و t، و k و ℓ، وارسم أقصر قطعة مستقيمة $\overline{BC}$ بين كل مستقيمين متوازيين، وعيِّن النقطتين A, D كما في الشكل أدناه.



مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

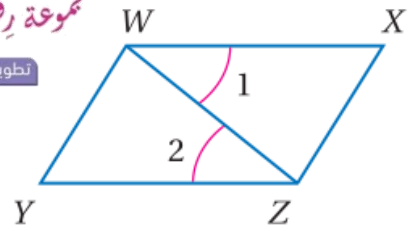
المثال 2

b) جدوليًا: قِس $m\angle ABC$ و $m\angle BCD$ في كل زوج، ثم أكمل الجدول.

زوج المستقيمات المتوازية	$m\angle ABC$	$m\angle BCD$
k و ℓ		
s و t		
x و y		

c) لفظيًا: ضع تخمينًا حول الزاوية بين أقصر قطعة مستقيمة وكلٍّ من المستقيمين المتوازيين.

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



24) اكتشف الخطأ: يحاول كلٌّ من سامي ومنصور تحديد المستقيمات المتوازية في الشكل المجاور. فقال سامي: بما أن $\angle 2 \cong \angle 1$ ، إذن $\overline{WY} \parallel \overline{XZ}$. أما منصور فلم يوافقه وقال: بما أن $\angle 2 \cong \angle 1$ ، إذن $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$. أيٌّ منهما على صواب؟ وضّح إجابتك.

25) تبرير: هل تبقى النظرية 2.8 صحيحة إذا كان المستقيمان لا يقعان في المستوى نفسه؟ ارسم شكلًا يبرر إجابتك.

26) مسألة مفتوحة: ارسم المثلث ABC.

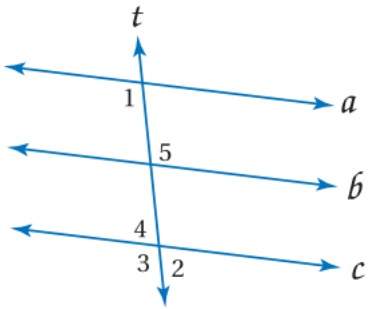
a) أنشئ مستقيمًا يوازي $\overline{BC}$ ويمر بالنقطة A.

b) استعمل القياس؛ لتتحقق من أن المستقيم الذي رسمته يوازي $\overline{BC}$.

c) أثبت صحة الإنشاء رياضيًّا.

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

27) تحدٍّ: استعمل الشكل المجاور.



a) إذا كان: $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$، فبرهن أن $a \parallel c$.

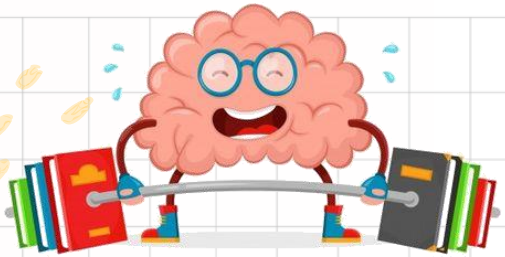
b) إذا كان: $a \parallel c$ و $m\angle 1 + m\angle 3 = 180^\circ$،
فبرهن أن $t \perp c$.

28) اكتب: لخّص الطرائق الخمس التي استُعملت في هذا الدرس لإثبات توازي مستقيمين.

الموضوع: إثبات توازي مستقيمين

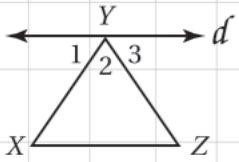
اليوم:

التاريخ:



تدريب على اختبار

29) أي الحقائق الآتية كافية لإثبات أن المستقيم d يوازي $\overline{XZ}$ ؟



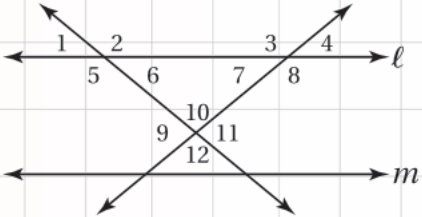
A $\angle 1 \cong \angle 3$

B $\angle 3 \cong \angle Z$

C $\angle 1 \cong \angle Z$

D $\angle 2 \cong \angle X$

30) استعمل الشكل المجاور لتحديد أن صحة أي مما يأتي ليست مؤكدةً:



A $\angle 4 \cong \angle 7$

B $\angle 4$ و $\angle 8$ متكاملتان

C $\ell \parallel m$

D $\angle 5$ و $\angle 6$ متكاملتان

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: المستقيمان والقاطع

اليوم:

التاريخ:

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة

لدي سؤال

اليوم تعلمت

لم أفهم

الجزء الذي أعجبني من الدرس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اليوم:

التاريخ:

الموضوع: المستقيمان والقاطع

الواجب

الموضوع: المستقيمان والقاطع

اليوم:

التاريخ:

تم بحمدالله