

سلسلة حلول



تحقق من فهمك

1-1

رياضيات

مراجعة:

أمل عطيه المزروعي

تأليف:

معالي مصلح الحربي

ردمك

أ. معالي الحربي

نفيدكم علماً بأنه قد تم تسجيل عملكم الموسوم بـ:
مع سلسلة رفعة حلول تحقق من فهمك رياضيات 1-1

رقم الإيداع 1443/3014

تاريخ 20-03-1443

ردمك 978-603-03-9476-0

مقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين

أما بعد :

نبذة عن مجموعة رفعة

هي مجموعة تدار من قبل معلمين و معلمات الرياضيات من جميع انحاء المملكة

و هي قائمة على التطوير المهني للمعلمين والمعلمات و ابتكار الأفكار الإبداعية للتعليم العام

و بهدف التيسير و التسهيل لمادة الرياضيات و نشر العلم نقدم لكم

سلسلة رفعة حلول تحقق من فهمك رياضيات ١-١

نسأل الله ان يجعله خالصاً لوجهه و أن تجدوا فيه الفائدة



إهداء

إلى روح والدي رحمه الله الذي كان دائماً داعماً لي
ومحباً للعلم والعمل وإلى والدي حفظها الله وأمدّها
بالصحة والعافية
إلى زوجي وأبنائي وأختي سندي بعد الله
إلى كل من كان له دور في دعمي وقدم لي يد العون
والمساعدة في تأليف هذا الكتاب.

شكر وعرّفان



كل الشكر والتقدير لمجموعة رفعة الرياضيات على
دعمهم المتواصل وجهودهم في وثيق هذا العمل
وأتمنى لهم مزيداً من التقدم والنجاحات المستمرة
بارك الله بعملكم ونفع به وزادكم رفعةً وعلوًا
وارتقاءً.

الفصل الأول

- التبرير الاستقرائي والتخمين 1-1
- المنطق 1-2
- العبارات الشرطية 1-3
- التبرير الاستنتاجي 1-4
- المسلمات والبراهين الحرة 1-5
- البرهان الجبري 1-6
- إثبات علاقات بين القطع المستقيمة 1-7
- إثبات علاقات بين الزوايا 1-8

الفصل الثاني

- المستقيمان والقاطع 2-1
- الزوايا والمستقيمات المتوازية 2-2
- إثبات توازي مستقيمين 2-3
- ميل المستقيم 2-4
- صيغ معادلة المستقيم 2-5
- الأعمدة والمسافة 2-6

الفصل الأول

1

التبرير الاستقرائي والتخمين

المنطق

العبارات الشرطية

التبرير الاستنتاجي

المسلّمات والبراهين الحرة

البرهان الجبري

إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

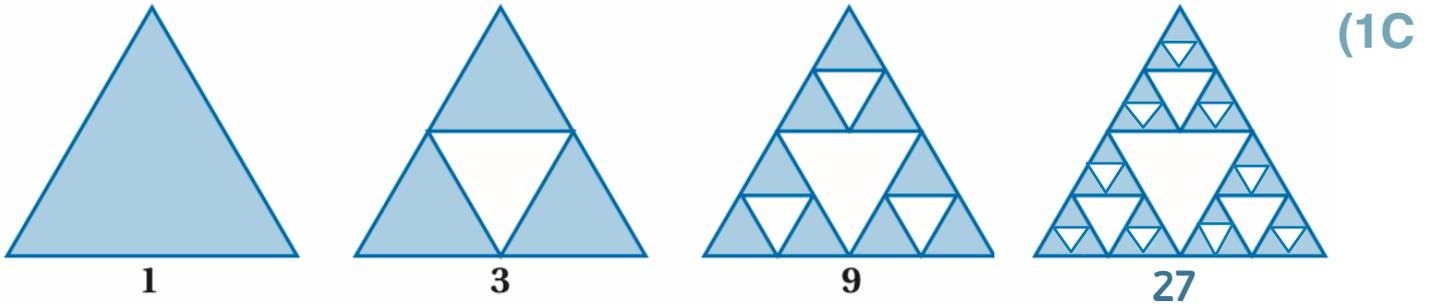
إثبات علاقات بين الزوايا

تحقق من فهمك

اكتب تخميناً يصف النمط في كل من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

(1A) متتابعة أشهر: صفر، رجب، ذو الحجة، جمادى الأولى،.....**سؤال**.....

(1B) 10، 4، -2، -8،.....**14**



تحقق من فهمك

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية لكل مما يأتي، وأعطِ أمثلة عددية أو ارسم أشكالاً تساعد على الوصول لهذا التخمين.

(2A) ناتج جمع عددين زوجيين.

$$4+2=6$$

$$8+10=18$$

$$4+6=10$$

ناتج جمع عددين زوجيين هو عدد زوجي

(2B) العلاقة بين AB و EF ، إذا كانت : AB=CD و CD=EF

$$A \bullet \text{---} // \text{---} \bullet B$$

$$C \bullet \text{---} // \text{---} \bullet D$$

$$E \bullet \text{---} // \text{---} \bullet F$$

$$AB=EF$$

(2C) مجموع مربعي عددين كليين متتاليين.

$$2^2+3^2=13$$

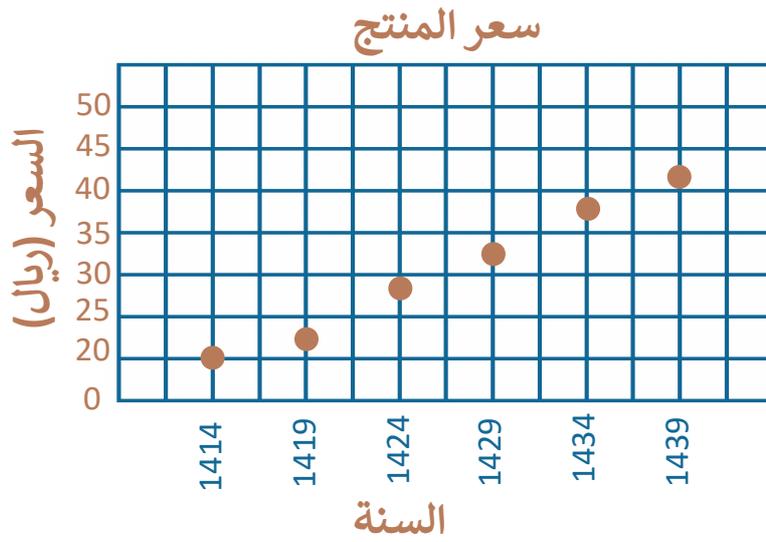
$$3^2+4^2=25$$

مجموع مربعي عددين كليين متتاليين هو عدد فردي

3) يبين الجدول المجاور سعر منتج خلال السنوات من 1414هـ إلى 1439هـ .

السنة	السعر (ريال)
1414	20
1419	22
1424	29
1429	32
1434	37
1439	41

(A) أنشئ التمثيل البياني الأنسب لعرض هذه البيانات .



(B) ضع تخميناً لسعر المنتج عام 1444هـ .
46 ريالاً تقريباً

(C) هل من المنطقي القول بأن هذا النمط سيستمر بمرور الزمن ؟ وإذا لم يكن كذلك، فكيف سيتغير ؟ فسر اجابتك

نعم، هذا الاتجاه المتزايد معقول لأنه من المحتمل أن يستمر سعر المنتج في الزيادة على مر السنين

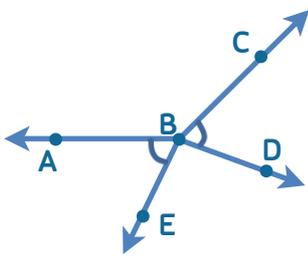
تحقق من فهمك

أعط مثلاً مضاداً يبين أن كلاً من التخمينات الآتية خاطئة.

(4A) إذا كان n عدداً حقيقياً ، فإن $-n$ يكون سالباً .

إذا كان $n = -3$ ، فإن $-n = -(-3) = 3$ ، وهذا عدد موجب

(4B) إذا كان: $\angle ABE \cong \angle DBC$ ، فإن $\angle ABE$ و $\angle DBC$ متقابلتان بالرأس.



عندما تكون النقاط A,B,D لا تقع على استقامة واحدة والنقاط E,B,C لا تقع على استقامة واحدة يكون التخمين خاطئاً . كما في الشكل المجاور $\angle ABE \cong \angle DBC$ ولكن $\angle ABE$ غير متقابلتين

تحقق من فهمك

استعمل العبارات p, q, r والشكل المجاور لكتابة عبارة الوصل

في الشكل ضلعان متطابقان.

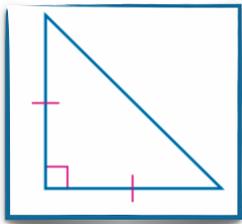
الشكل مثلث.

جميع زوايا الشكل حادة .

$p \wedge q r$

(1A) الشكل مثلث و في الشكل ضلعان متطابقان

بما أن العبارتان p و q صائبتان، فإن عبارة الوصل $p \wedge q$ صائبة.



ليس p و ليس r

(1B) الشكل ليس مثلث و ليس جميع زواياه حادة.

العبارة p خاطئة، لكن العبارة r صائبة، إذن عبارة الوصل

ليس p و ليس r خاطئة .

تحقق من فهمك

استعمل العبارات p , q , r و الصورة المجاورة لكتابة عبارة الفصل في كل مما يأتي. ثم أوجد قيمة الصواب لها مبرراً اجابتك :



- p : يناير من أشهر فصل الربيع .
 q : عدد أيام شهر يناير 30 يوماً فقط .
 r : يناير هو أول أشهر السنة الميلادية .

(2A) p أو r

يناير من أشهر فصل الربيع أو أول أشهر السنة الميلادية
 العبارة p خاطئة، و العبارة r صائبة
 لذلك العبارة r أو p صائبة

(2B) $q \vee r$

عدد أيام شهر يناير 30 يوماً فقط أو يناير ليس أول أشهر السنة الميلادية
 العبارة q خاطئة و العبارة r خاطئة
 لذلك عبارة الفصل $q \vee r$ خاطئة.

(2C) $p \vee q$

يناير من أشهر فصل الربيع أو عدد أيام شهر يناير ليس 30 يوماً.
 العبارة p خاطئة و العبارة q خاطئة
 لذلك عبارة الفصل $p \vee q$ صائبة .

تحقق من فهمك

(3) أنشئ جدول الصواب للعبارة $\sim p \wedge \sim q$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

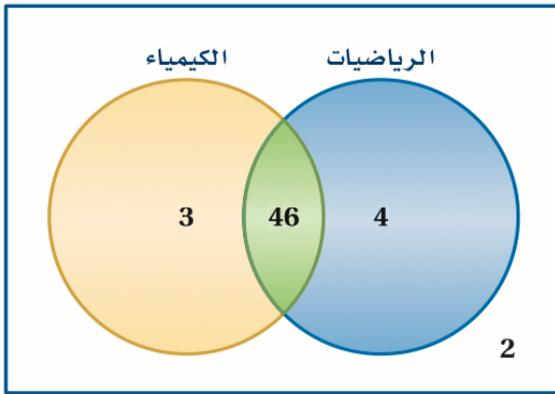
تحقق من فهمك

4: اختبارات: يبين شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات والكيمياء.

(A) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار الرياضيات، ولم ينجحوا في اختبار الكيمياء؟

4 طلاب

اختباري الرياضيات والكيمياء



(B) ما عدد الطلاب الذين نجحوا في اختبار

الرياضيات و اختبار الكيمياء؟

46 طلاب

(C) ما عدد الطلاب الذين لم ينجحوا في أي

من الاختبارين؟

2

(D) ما عدد طلاب الصف الأول ثانوي؟

55 طالب

تحقق من فهمك

حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية:

(1A) إذا كان لمضلع ستة أضلاع، فإنه سداسي.

الفرض: للمضلع ستة أضلاع

النتيجة: المضلع سداسي

(1B) سيتم إنجاز طبعة ثانية من الكتاب، إذا بيعت نسخ الطبعة الأولى كلها.

الفرض: بيع جميع نسخ الطبعة الأولى

النتيجة: إنجاز طبعة ثانية من الكتاب

تحقق من فهمك

حدد الفرض والنتيجة في كل عبارة شرطية مما يأتي ثم اكتبها على صورة (إذا ... فإن ...):

(2A) يمكن تبديل 5 أوراق نقدية من فئة الريال بورقة نقدية واحدة من فئة 5 ريالات .

الفرض: لديك 5 أوراق نقدية من فئة ريال

النتيجة: يمكن ان يبدلها بورقة نقدية واحدة من فئة 5 ريالات.

إذا كان لديك 5 أوراق نقدية من فئة ريال فإنه يمكنك تبديلها بورقة واحدة من فئة 5 ريالات

(2B) مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين يساوي 90° .

الفرض: الزاويتين متتامتين

النتيجة: مجموع قياسيهما يساوي 90° .

إذا كانت الزاويتان متتامتين فإن مجموع قياسيهما يساوي 90°

تحقق من فهمك

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي وإذا كانت صائبة ففسر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعط مثلاً مضاداً:

(3A) إذا كانت $\angle A$ حادة، فإن $m\angle A = 35^\circ$.

العبارة الشرطية خاطئة

إذا كانت $m\angle A = 55^\circ$ فإن $\angle A$ حادة أيضاً ولكن قياسها ليس 35° .

(3B) إذا كان $\sqrt{x} = -1$ فإن $(-1)^2 = -1$.

العبارة الشرطية صائبة

الفرض $\sqrt{x} = -1$ خاطيء، لأن الجذر التربيعي لا يكون سالباً لأي عدد. وعليه تكون العبارة الشرطية صائبة.

تحقق من فهمك

(4) أوجد قيم الصواب للعبارات : $\sim(p \vee q)$ ، $\sim p \wedge \sim q$ ، $\sim(p \wedge q)$ ، $\sim p \vee \sim q$ على

نفس الجدول ثم اكتب زوجين من العبارات المتكافئة منطقياً.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T	F	F	T
F	T	F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	F	F	T	T	T	T	T	T

$\sim p \vee \sim q$ تكافئ منطقياً $\sim(p \wedge q)$

$\sim p \wedge \sim q$ تكافئ منطقياً $\sim(p \vee q)$

تحقق من فهمك

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين، ثم حدد ما إذا كان أي منها صائباً أم خاطئاً، وإذا كان خاطئاً فأعط مثلاً مضاداً.

(5A) الزاويتان اللتان لهما القياس نفسه متطابقتان .

العبرة الشرطية:

إذا كان للزاويتين القياس نفسه فإنهما متطابقتان (صائبة)

العكس:

إذا كانت الزاويتين متطابقتين فإن لهما القياس نفسه (صائبة)

المعكوس:

إذا لم يكن للزاويتين القياس نفسه فإنهما غير متطابقتين (صائبة)

المعاكس الإيجابي :

إذا لم تكن الزاويتان متطابقتان فإنه لا يكون لهما القياس نفسه (صائبة)

(5B) الفأر من القوارض .

العبرة الشرطية:

إذا كان الحيوان فأراً فإنه من القوارض (صائبة)

العكس:

إذا كان الحيوان من القوارض فإنه فأر (خاطئة)

مثال مضاد: السنجاب من القوارض لكنه ليس فأر

المعكوس:

إذا لم يكن الحيوان فأراً، فإنه لا يكون من القوارض (خاطئة)

مثال مضاد: السنجاب ليس فأراً ولكنه من القوارض

المعاكس الإيجابي :

إذا لم يكن الحيوان من القوارض فإنه ليس فأراً (صائبة)

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الاستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي:

(1A) يجري طالب مرحلة ابتدائية تجربة دمج الألوان في المختبر فقام بثلاث محاولات للحصول على درجة معينة من اللون الرمادي فاكتشف أنه كلما زادت كمية اللون الأسود كانت درجة اللون الرمادي غامق.

التبرير الاستقرائي

(1B) دعي خالد إلى حفل عشاء وقد حضر جميع المدعوين الحفل إذن فقد حضر خالد الحفل.
التبرير الاستنتاجي

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كان الاستنتاج صائباً في كل مما يأتي أم لا اعتماداً على المعطيات، فسر تبريرك.

(2A) المعطيات: * إذا كانت ثلاث لا تقع على استقامة واحدة، فإنها تحدد مستوى.
* النقاط A, B, C تقع في المستوى G.
الاستنتاج: : النقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة.

p: النقاط A, B, C لا تقع على استقامة واحدة

q: النقاط الثلاثة تحدد مستوى

الاستنتاج غير صائب

قد تقع النقاط A, B, C في المستوى G تكون على استقامة واحدة.

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كان الاستنتاج صائباً في كل مما يأتي أم لا اعتماداً على المعطيات، فسر تبريرك.

(2B) **المعطيات:** * إذا أحضر الطالب موافقة من ولي أمره فإنه يمكنه الذهاب في الرحلة المدرسية.

* أحضر سلمان موافقة من ولي أمره.
الاستنتاج: يمكن أن يذهب سلمان في الرحلة المدرسية.

p: أحضر الطالب موافقة ولي أمره

q: يمكنه الذهاب في رحلة مدرسية

الاستنتاج صائب بحسب قانون الفصل المنطقي

تحقق من فهمك

(3) **المعطيات:** * إذا كان الشكل مربعاً، فإنه مضع.

* الشكل A مربع.

الاستنتاج: الشكل A مضع.

الاستنتاج صائب بحسب قانون الفصل المنطقي

المضلعات

المربعات



تحقق من فهمك

4) أي العبارات الآتية تنتج منطقياً عن العبارتين الآتيتين؟

(١) إذا لم تأخذ قسطاً كافياً من النوم، فسوف تكون مرهقاً.

(٢) إذا كنت مرهقاً، فلن يكون أداءك في الاختبار جيداً.

A إذا كنت مرهقاً إذن أنت لم تأخذ قسطاً كافياً من النوم

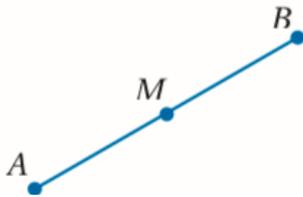
B إذا لم تأخذ قسطاً كافياً من النوم فلن يكون أداءك في الاختبار جيداً

C إذا لم يكن أداءك في الاختبار جيداً فإنك لم تأخذ قسطاً كافياً من النوم

D لا توجد نتيجة صائبة

تحقق من فهمك

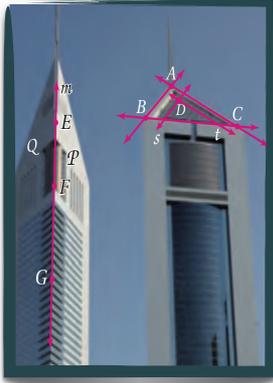
استخدم قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صائبة إن أمكن من العبارات الآتية واذكر القانون الذي استعملته. إذا تعذر الحصول على نتيجة صائبة فاكتب "لا نتيجة صائبة"



المعطيات: * إذا كانت القطعتان المستقيمتان متطابقتين فإن طولهما متساويان.
* M نقطة منتصف \overline{AB} .

$AM = MB$ قانون الفصل المنطقي

تطوير - إنتاج - توثيق



تحقق من فهمك

اذكر المسلمة التي تبرر صحة كل عبارة مما يأتي:

1A) النقاط A, B, C تحدد مستوى.

مسلمة 1.2 أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط

1B) يتقاطع المستويان P و Q في المستقيم m.

مسلمة 1.7 إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما يكون مستقيم

تحقق من فهمك

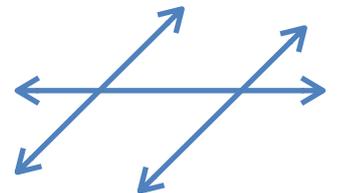
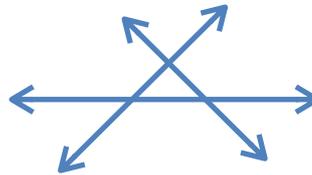
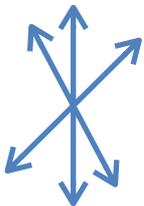
حدد ما إذا كانت كل جملة مما يلي صائبة دائماً أو صائبة أحياناً أو غير صائبة أبداً. فسر تبريرك.

2A) المستقيمان المتقاطعون يحددان مستوى.

صائبة دائماً. على المستقيمين المتقاطعين هناك على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة تحدد مستوى.

2B) تتقاطع ثلاث مستقيمتين في نقطتين .

صائبة أحياناً. يمكن أن يكون لثلاث مستقيمتين تقع في المستوى نفسه عدد من نقاط التقاطع 3 أو 2 أو 1 أو 0



تحقق من فهمك

(3) إذا علمت أن C تقع على \overline{AB} ، حيث $\overline{AC} \cong \overline{CB}$ ، فاكتب برهاناً حراً لإثبات أن C هي نقطة منتصف \overline{AB} .

المعطيات: C تقع بين \overline{AB} ، $\overline{AC} \cong \overline{CB}$

المطلوب: C منتصف \overline{AB}



معطيات

$$\overline{AC} \cong \overline{CB}$$

تعريف القطع المستقيمة

$$\overline{AC} = \overline{CB}$$

C هي منتصف \overline{AB} . تعريف نقطة المنتصف

تحقق من فهمك

اذكر الخاصية التي تبرر كلامن العبارتين الآتيتين:

(1A) إذا كان $4+(-5)=-1$ ، فإن $x+4+(-5)=x-1$

خاصية الجمع للمساواة

(1B) إذا كانت $5=y$ ، فإن $y=5$

خاصية التماثل للمساواة

(1C) أثبت أنه إذا كان $2x - 13 = -5$ فإن $x = 4$. اكتب تبريرا لكل خطوة.

معطيات

$$2x - 13 = -5$$

خاصية الجمع للمساواة

$$2x - 13 + 13 = -5 + 13$$

تبسيط

$$2x = 8$$

خاصية القسمة للمساواة

$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$

تبسيط

$$x = 4$$

تحقق من فهمك

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:

(2A) إذا كان $\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$ ، فإن $x = 3$.

المبررات	العبارات
معطيات	$\frac{5x+1}{2} - 8 = 0$
خاصية الجمع للمساواة	$\frac{5x+1}{2} - 8 + 8 = 0 + 8$
تبسيط	$\frac{5x+1}{2} = 8$
خاصية الضرب للمساواة	$2 \cdot \frac{5x+1}{2} = 8 \cdot 2$
تبسيط	$5x + 1 = 16$
خاصية الطرح للمساواة	$5x + 1 - 1 = 16 - 1$
تبسيط	$5x = 15$
خاصية القسمة للمساواة	$\frac{5x}{5} = \frac{15}{5}$
تبسيط	$x = 3$

تحقق من فهمك

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمين الآتين:

(2B) **فيزياء:** إذا كانت المسافة d التي يقطعها جسم متحرك بسرعة ابتدائية u

وسرعة نهائية v في زمن t تعطى بالعلاقة $d = t \cdot \frac{u + v}{2}$ ، فإن

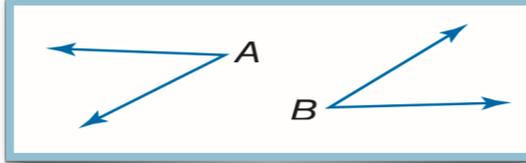
$$u = \frac{2d}{t} - v$$

المبررات	العبارات
معطيات	$d = t \cdot \frac{u + v}{2}$
خاصية الضرب للمساواة	$2d = t \cdot (u + v)$
خاصية القسمة للمساواة	$\frac{2d}{t} = (u + v)$
خاصية الطرح للمساواة	$\frac{2d}{t} - v = u$
خاصية التماثل للمساواة	$u = \frac{2d}{t} - v$

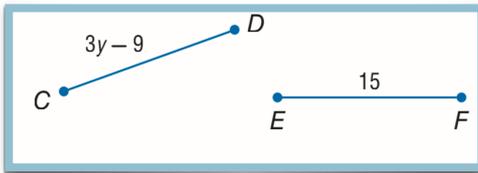
تحقق من فهمك

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:

(3A) إذا كان $m\angle A = 37^\circ$ ، $\angle A \cong \angle B$ ، فإن $m\angle B = 37^\circ$.



المبررات	العبارات
معطيات	$m\angle A = 37^\circ$ ، $\angle A \cong \angle B$
تعريف تطابق الزوايا	$m\angle A = m\angle B$
خاصية التعويض للمساواة	$37^\circ = m\angle B$
خاصية التماثل للمساواة	$m\angle B = 37^\circ$



(3B) إذا كان $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ ، فإن $y = 8$.

المبررات	العبارات
معطيات	$\overline{CD} \cong \overline{EF}$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$\overline{CD} = \overline{EF}$
خاصية التعويض للمساواة	$3y - 9 = 15$
خاصية الجمع للمساواة	$3y = 24$
خاصية القسمة للمساواة	$\frac{3y}{3} = \frac{24}{3}$
تبسيط	$y = 8$

تحقق من فهمك



1) أكمل البرهان الآتي :

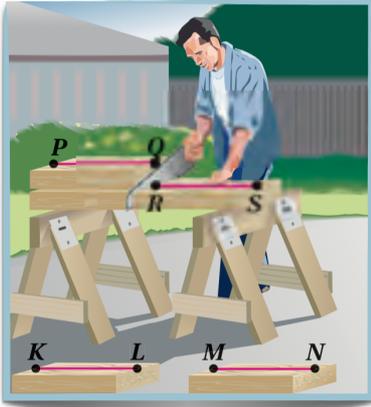
المعطيات: $\overline{JL} \cong \overline{KM}$

المطلوب: $\overline{JK} \cong \overline{LM}$

المبررات	العبارات
(a) معطيات	$\overline{JL} \cong \overline{KM}$ (a)
(b) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$JL = KM$ (b)
(c) مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة	$JK + KL = \underline{JL}$, (c) $KL + LM = \underline{KM}$
(d) بالتعويض	$JK + KL = KL + LM$ (d)
(e) بالطرح	$JK + KL - \mathbf{KL} = KL + LM - \mathbf{KL}$ (e)
(f) بالتبسيط	$\underline{JK = LM}$ (f)
(g) تعريف تطابق القطع المستقيمة	$\overline{JK} \cong \overline{LM}$ (g)

تحقق من فهمك

(2) نجارة: قص نجار قطعة خشبية \overline{RS} طولها 22 in . ثم استعملها نموذجاً ليقص قطعة أخرى \overline{PQ} مطابقة لها. وهكذا استعمل \overline{PQ} ليقص قطعة ثالثة \overline{MN} . ثم استعمل القطعة الثالثة \overline{MN} ليقص قطعة رابعة \overline{KL} . أثبت أن $RS = KL$.



المعطيات: $\overline{KL} \cong \overline{MN}$, $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$, $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $RS = KL$

إذا كان $\overline{KL} = \overline{MN}$, $\overline{MN} = \overline{PQ}$ ، فإن $\overline{KL} = \overline{PQ}$

إذا كان $PQ = RS$ ، فإن $\overline{KL} = RS$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق

باستعمال خاصية التماثل للتطابق $\overline{RS} = KL$

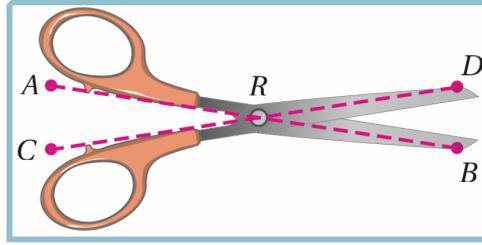
باستعمال تعريف تطابق القطع المستقيمة $RS = KL$

ومن ذلك يكون طول القطعة الخشبية الأولى مساوياً طول القطعة الخشبية

الرابعة

تحقق من فهمك

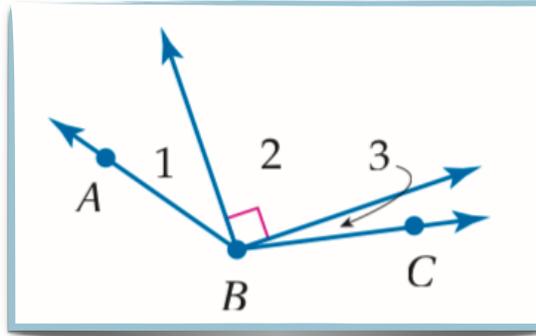
2) مقص: في الشكل المجاور، $\overline{AR} \cong \overline{CR}$ ، $\overline{DR} \cong \overline{BR}$ أثبت أن:
 $AR + DR = CR + BR$



المبررات	العبارات
المعطيات	$\overline{AR} \cong \overline{CR}$ ، $\overline{DR} \cong \overline{BR}$
تعريف تطابق القطع المستقيمة	$AR = CR$ ، $DR = BR$
خاصية الجمع للمساواة	$AR + DR = CR + DR$
خاصية التعويض للمساواة	$AR + DR = CR + BR$

تحقق من فهمك

1) إذا كان $m\angle ABC = 131^\circ$ ، $m\angle 1 = 23^\circ$ ، فأوجد $m\angle 3$. برر خطوات حلك.



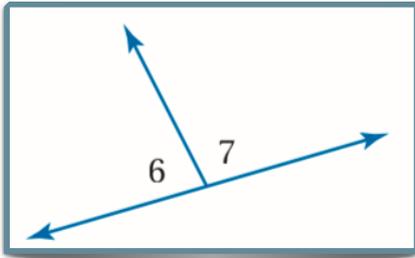
المبررات	المعطيات
مسلمة جمع قياسات الزوايا	$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC$
خاصية التعويض للمساواة	$23^\circ + 90^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$
التبسيط	$113^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$
خاصية الطرح للمساواة	$113^\circ + m\angle 3 - 113^\circ = 131^\circ - 113^\circ$
التبسيط	$m\angle 3 = 18^\circ$

تحقق من فهمك

2) في الشكل المجاور، $\angle 6$ و $\angle 7$ متجاورتان على مستقيم، إذا كان:

$$m\angle 6 = (3x + 32)^\circ \text{ و } m\angle 7 = (5x + 12)^\circ$$

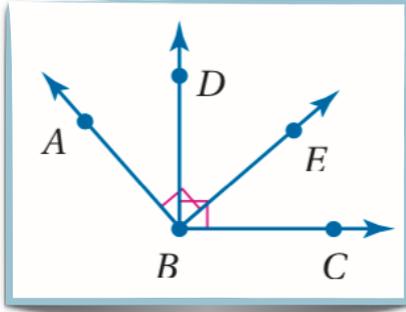
فأوجد قيمة $m\angle 6$ ، $m\angle 7$ ، x . برر خطوات حلك.



المبررات	المعطيات
نظرية الزاويتان المتكاملتين	$m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$
بالتعويض	$3x + 32 + 5x + 12 = 180^\circ$
التبسيط	$8x + 44 = 180^\circ$
خاصية الطرح للمساواة	$8x + 44 - 44 = 180 - 44$
التبسيط	$8x = 136$
خاصية القسمة للمساواة	$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8}$
التبسيط	$x = 17$
معطيات	$m\angle 6 = 3x + 32$
التعويض	$m\angle 6 = 3(17) + 32 = 83^\circ$
التبسيط	$m\angle 7 = 5x + 12$
التعويض	$m\angle 7 = 5(17) + 12$
التبسيط	$m\angle 7 = 97^\circ$

تحقق من فهمك

3) في الشكل المجاور $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان.
أثبت أن $\angle ABD \cong \angle EBC$.



المعطيات: $\angle ABE$ و $\angle DBC$ قائمتان

المطلوب: $\angle ABD \cong \angle EBC$

المبررات	المعطيات
معطيات	$\angle ABE$ $\angle DBC$
نظرية الزاويتين المتتامتين	$\angle DBE$ و $\angle ABD$ متتامتان $\angle EBC$ و $\angle DBE$ متتامتان
نظرية تطابق المتتامات	$\angle ABD \cong \angle EBC$

المستقيمان والقاطع

الزوايا والمستقيمات المتوازية

إثبات توازي مستقيمين

ميل المستقيم

صيغ معادلة المستقيم

الأعمدة والمسافة

تحقق من فهمك

حدد كلا مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور :

1A جميع القطع المستقيمة التي تخالف \overrightarrow{BC} .

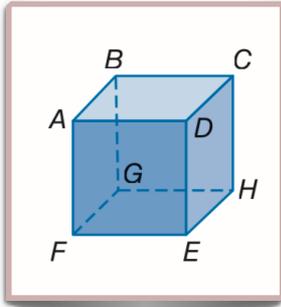
\overline{EH} , \overline{GF} , \overline{ED} , \overline{FA}

1B قطع مستقيمة توازي \overline{EH} .

\overline{AB}

1C جميع المستويات التي توازي المستوى DCH .

المستوى ABG



تحقق من فهمك

مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين:

2A $\angle 7$ و $\angle 3$

متبادلتين داخلياً

2B $\angle 7$ و $\angle 5$

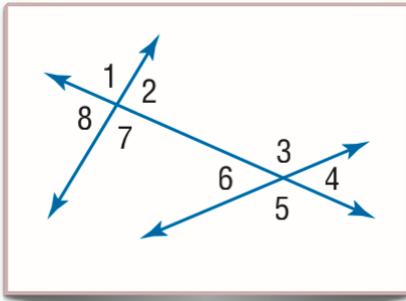
متناظرتان

2C $\angle 8$ و $\angle 4$

متبادلتين خارجياً

2D $\angle 3$ و $\angle 2$

متحالفتان



تحقق من فهمك

استعمل صورة تقاطع سكة القطار المجاورة، لتحدد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثمّ صنّف الأزواج إلى زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً، أو متناظرتين، أو متحالفتين.

(3A) $\angle 3$ و $\angle 5$

المستقيم j ، متبادلتان خارجياً

(3B) $\angle 2$ و $\angle 8$

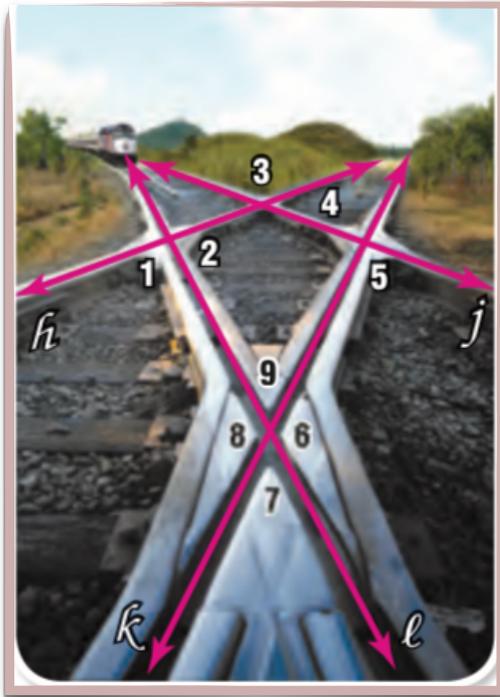
المستقيم l ، متبادلتان داخلياً

(3C) $\angle 5$ و $\angle 7$

المستقيم k ، متناظرتان

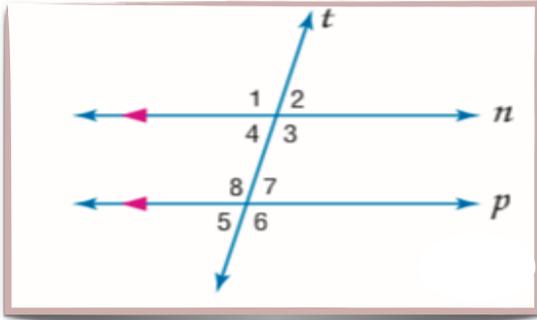
(3D) $\angle 2$ و $\angle 9$

المستقيم l ، متحالفتان



تحقق من فهمك

في الشكل المجاور: $m\angle 8 = 105^\circ$. أوجد قياس كل من الزوايا الآتية،
واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها.



$\angle 1$ (1A)

105°

مسلمة الزاويتين المتناظرتين

$\angle 2$ (1B)

75°

$\angle 2$ تكمل $\angle 1$ ، نظرية الزاويتين المتكاملتين

$\angle 3$ (1C)

105°

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس

تحقق من فهمك

تخطيط المدن: استعمل الشكل المجاور للإجابة عن السؤالين الآتيين،
واذكر المسلمات أو النظريات التي استعملتها:



(2A) إذا كان $m\angle 1 = 100^\circ$ ، فأوجد $m\angle 4$.

متبادلتان داخلياً $\angle 1 \cong \angle 2$

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً $m\angle 1 = m\angle 2$

$$m\angle 2 = 100^\circ$$

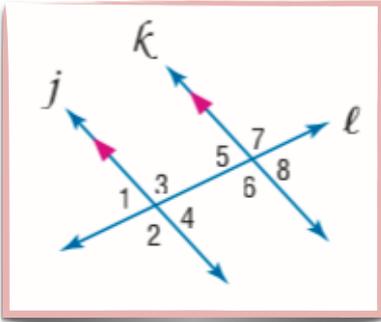
متكاملتان ، مسلمة الزاويتين المتناظرين $\angle 2$ و $\angle 4$

$$m\angle 4 = 80^\circ$$

(2B) إذا كان $m\angle 3 = 70^\circ$ ، فأوجد $m\angle 4$.

نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً $m\angle 4 = 70^\circ$

3A) إذا كان $m\angle 2 = (4x + 7)^\circ$ ، $m\angle 7 = (5x - 13)^\circ$ ، فأوجد قيمة x .



بما أن المستقيمين j و k متوازيان، إذا $\angle 2$ و $\angle 7$ متطابقتان بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

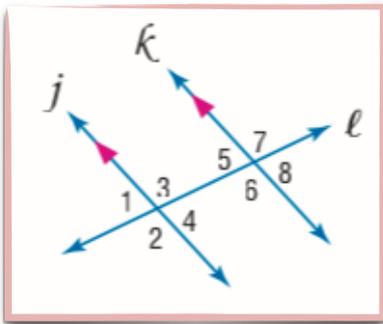
تعريف تطابق الزوايا $m\angle 2 = m\angle 7$

بالتعويض $4x + 7 = 5x - 13$

بإضافة 13 للطرفين $4x + 20 = 5x$

ب طرح $4x$ من كلا الطرفين $20 = x$

3B) إذا كان $m\angle 3 = (3y - 2)^\circ$ ، $m\angle 5 = 68^\circ$ ، فأوجد قيمة y .



بما أن المستقيمين j و k متوازيان، إذا $\angle 3$ و $\angle 5$ متكاملتان بحسب نظرية الزاويتين المتحالفتين

تعريف الزاويتين المتكاملتين $m\angle 3 + m\angle 5 = 180^\circ$

بالتعويض $3y - 2 + 68 = 180^\circ$

بالتبسيط $3y + 66 = 180^\circ$

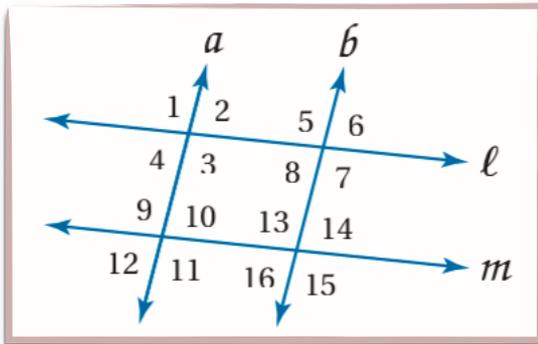
ب طرح 66 من الطرفين $3y + 66 - 66 = 180^\circ - 66$

بقسمة الطرفين على 3 $3y = 114^\circ$

$y = 38^\circ$

تحقق من فهمك

هل يمكن إثبات أن أيّاً من مستقيمتي الشكل متوازية، اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أي منها متوازيّاً، فاذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك.



$$\angle 2 \cong \angle 8 \quad (1A)$$

$a \parallel b$: عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخليّاً.

$$\angle 3 \cong \angle 11 \quad (1B)$$

$l \parallel m$: عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

$$\angle 12 \cong \angle 14 \quad (1C)$$

$a \parallel b$: عكس مسلمة الزاويتين المتبادلتين خارجيّاً.

$$\angle 1 \cong \angle 15 \quad (1D)$$

لا يمكن إثبات التوازي اعتماداً على هذا المعطى.

$$m\angle 8 + m\angle 13 = 180^\circ \quad (1E)$$

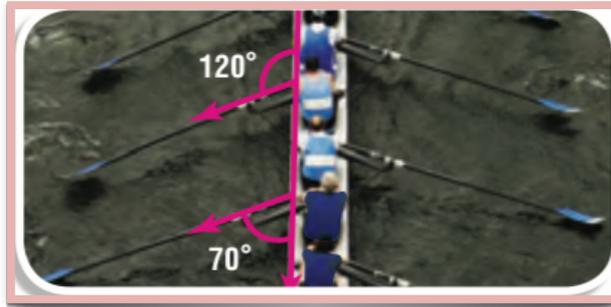
$l \parallel m$: عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

$$\angle 8 \cong \angle 6 \quad (1F)$$

لا يمكن

تحقق من فهمك

2) **تجديف**: حتى يتحرك قارب التجديف في مسار مستقيم، يجب أن تكون مجاديف كل جانب متوازية. هل يمكن أن تبرهن أن مجاديف الجانب الأيسر في الصورة المجاورة متوازية، وضح ذلك إن كان صحيحاً، وإلا فاذكر السبب.



غير ممكن؛ الزاويتان المتبادلتان خارجياً، أو الزاويتان المتبادلتان داخلياً أو المتناظرين ليستا متطابقتان.
وكذلك الزاويتان المتحالفتان غير متكاملتان؛ لذا فالمستقيمان غير متوازيين.

2) أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي:

1A) المستقيم الذي يحتوي على $(-3, -5)$ ، $(6, -2)$.

$$(x_1, y_1) = (6, -2), (x_2, y_2) = (-3, -5)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ = \frac{(-5) - (-2)}{(-3) - 6} = \frac{1}{3}$$

1B) المستقيم الذي يحتوي على $(-6, -2)$ ، $(8, -3)$.

$$(x_1, y_1) = (8, -3), (x_2, y_2) = (-6, -2)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ = \frac{(-2) - (-3)}{(-6) - 8} = -\frac{1}{14}$$

1C) المستقيم الذي يحتوي على $(4, -3)$ ، $(4, 2)$.

$$(x_1, y_1) = (4, 2), (x_2, y_2) = (4, -3)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ = \frac{(-3) - 2}{4 - 4} = \frac{-5}{0}$$

ميل هذا المستقيم غير معرف

1D) المستقيم الذي يحتوي على $(4, 3)$ ، $(-3, 3)$.

$$(x_1, y_1) = (-3, 3), (x_2, y_2) = (4, 3)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \\ = \frac{3 - 3}{4 - (-3)} = \frac{0}{7} = 0$$

2) مبيعات: كانت مبيعات مصنع معلبات غذائية 20 مليون عام 2011م، و 200 مليون علبة عام 2016م، إذا حافظ المصنع على المعدل نفسه من الزيادة، فكم تكون مبيعاته من العلب عام 2020م؟

$$(2011, 20) , (2016, 200)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{200 - 20}{2016 - 2011} = \frac{180}{5} = 36$$

$$(2016, 200) , (2020, ?)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$36 = \frac{y_2 - 200}{2020 - 2016}$$

$$36 = \frac{y_2 - 200}{4}$$

$$144 = y_2 - 200$$

$$y_2 = 344$$

مبيعات العلب لعام 2020م يساوي 344 مليون علبة تقريباً

تحقق من فهمك

حدد ما إذا كان \overleftrightarrow{AB} ، \overleftrightarrow{CD} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي، ومثل كل مستقيم بيانياً للتحقق من إجابتك.

(3A) $A(14, 13)$, $B(-11, 0)$, $C(-3, 7)$, $D(-4, -5)$

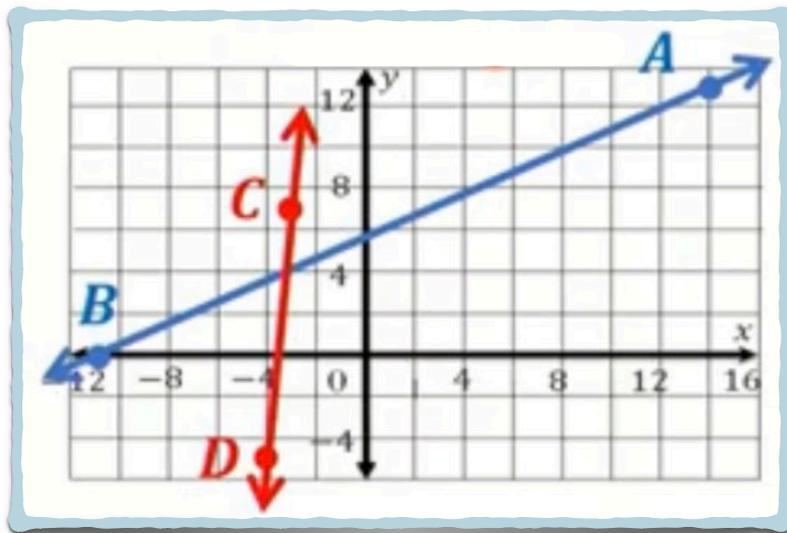
$$\frac{0 - 13}{(-11) - 14} = \frac{-13}{-25} = \frac{13}{25} \quad \text{ميل } \overleftrightarrow{AB} :$$

$$\frac{(-5) - 7}{(-4) - (-3)} = \frac{-12}{-1} = 12 \quad \text{ميل } \overleftrightarrow{CD} :$$

غير ذلك

بما أن ميلي المستقيمين غير متساويين فهما غير متوازيين

بما أن حاصل ضرب ميلي المستقيمين لا يساوي -1 فهما غير متعامدين



تحقق من فهمك

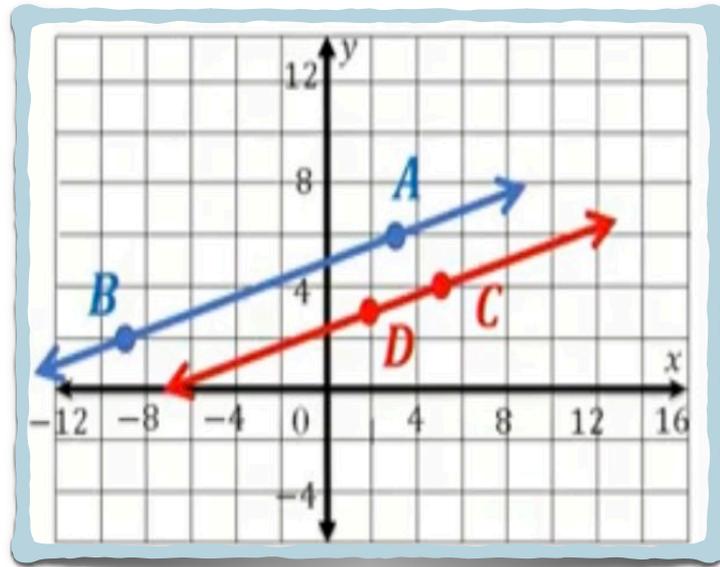
حدد ما إذا كان \overleftrightarrow{AB} ، \overleftrightarrow{CD} متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي، ومثل كل مستقيم بيانياً للتحقق من إجابتك.

(3B) $A(3, 6)$, $B(-9, 2)$, $C(5, 4)$, $D(2, 3)$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{AB} : = \frac{2 - 6}{(-9) - 3} = \frac{-4}{-12} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ميل } \overleftrightarrow{CD} : = \frac{3 - 4}{2 - 5} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}$$

بما أن ميلي المستقيمين متساويين إذن هما متوازيان



تحقق من فهمك

4) مثل بيانياً المستقيم الذي يمر بالنقطة $P(0, 1)$ ويعامد \overleftrightarrow{QR} حيث $Q(-6, -2)$ ، $R(0, -6)$.

نوجد ميل \overleftrightarrow{QR}

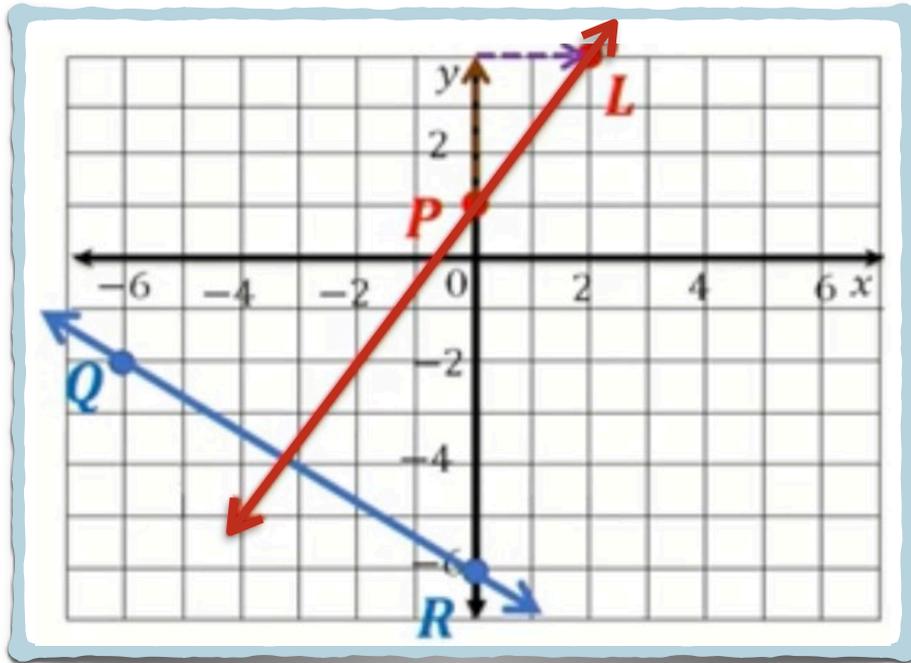
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(-6) - (-2)}{0 - (-6)} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$$

إذن ميل المستقيم على \overleftrightarrow{QR} والمار بالنقطة P هو $\frac{3}{2}$

لتمثيل المستقيم بيانياً أبدأ من النقطة P

وتحرك 3 وحدات للأعلى ثم وحدتين إلى اليمين.

سمّ النقطة L ، ثم ارسم \overleftrightarrow{PL} .

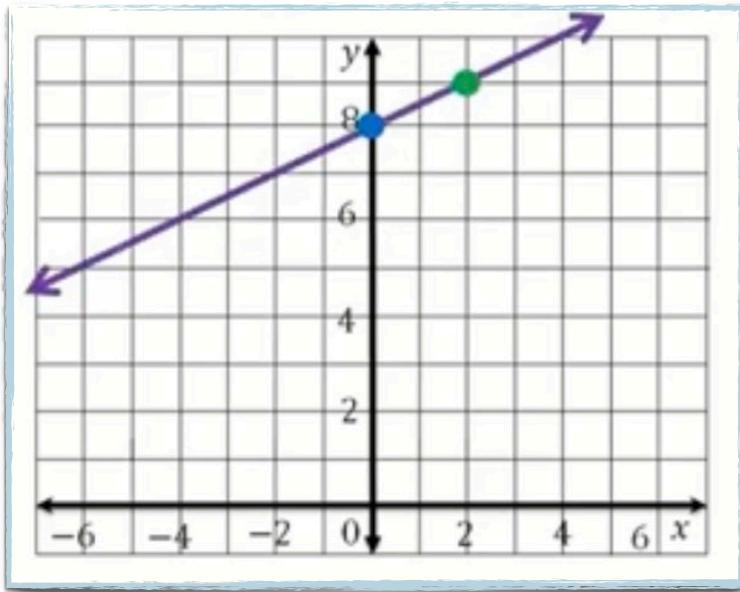


تحقق من فهمك

1) اكتب بصيغة الميل و المقطع معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{1}{2}$ ، ومقطع المحور y له 8. ثم مثله بيانياً.

صيغة الميل والمقطع $y = mx + b$

$$m = \frac{1}{2}, b = 8 \quad = \frac{1}{2}x + 8$$



2) اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم الذي ميله 4 ، ويمر بالنقطة (-3,-6)، ثم مثله بيانياً.

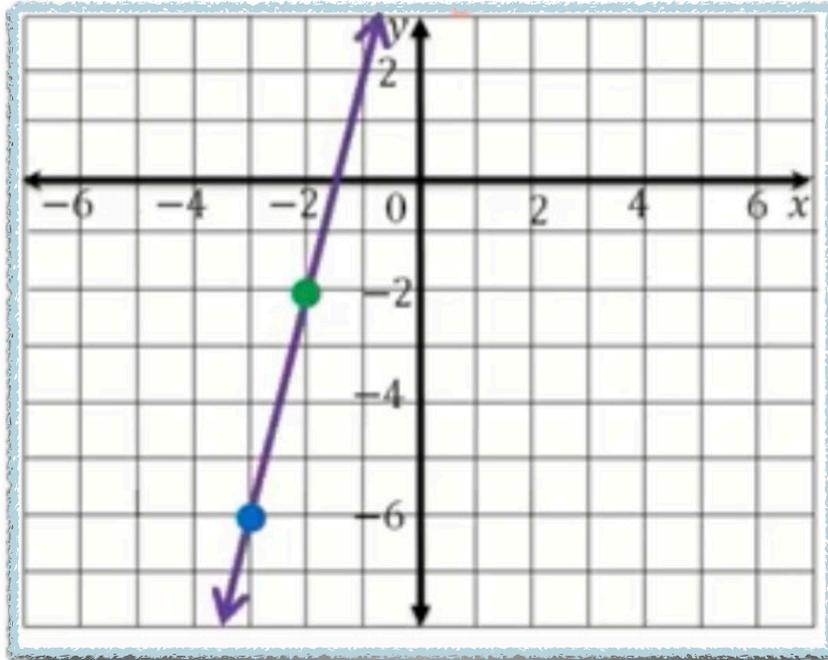
صيغة الميل و نقطة

$$y_2 - y_1 = m (x_2 - x_1)$$

$$m = 4, (x_1, y_1) = (-3, -6)$$

$$y_2 - (-6) = 4 (x_2 - (-3))$$

$$y + 6 = 4 (x + 3)$$



تحقق من فهمك

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بكل زوج نقاط فيما يأتي:

(3A) $(8,10)$ ، $(-2,4)$

الخطوة 1 :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10 - 4}{8 - (-2)} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

الخطوة 2 :

$$y = mx + b$$

$$4 = \frac{3}{5}(-2) + b$$

$$b = 4 + \frac{6}{5} = \frac{26}{5}$$

الخطوة 3 :

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{3}{5}x + \frac{26}{5}$$

تحقق من فهمك

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بكل زوج نقاط فيما يأتي:

(3B) (0,0),(2,6)

الخطوة 1 :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{2 - 0} = \frac{6}{2} = 3$$

الخطوة 2 :

$$y = mx + b$$

$$0 = 3(0) + b$$

$$b = 0$$

الخطوة 3 :

$$y = mx + b$$

$$y = 3x$$

4) اكتب بصيغة الميل و المقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(3,0)$ ، $(5,0)$.

الخطوة 1 :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 0}{3 - 5} = \frac{0}{-2} = 0$$

الخطوة 2 :

$$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$$

$$y - 0 = 0(x - 5)$$

$$y = 0$$

5) اكتب بصيغة الميل و المقطع معادلة المستقيم الذي يوازي $y = -\frac{3}{4}x + 2$ ويمر بالنقطة $(-3,6)$.

$$y = mx + b$$

$$6 = -\frac{3}{4}(-3) + b$$

$$6 = \frac{9}{4} + b$$

$$b = 6 - \frac{9}{4} = \frac{15}{4}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$$

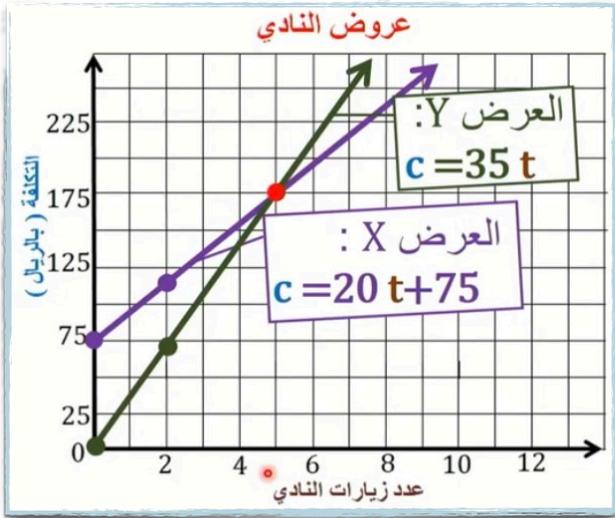
لذا معادلة المستقيم العمودي هي

6) وضع نادي عرضين مختلفين لرواده.
العرض X : رسوم اشتراك شهرية مقدارها 75 ريالاً زائد 20 ريالاً عن كل زيارة للنادي.
العرض Y : 35 ريالاً عن كل زيارة للنادي من دون رسوم اشتراك.
فأي العرضين أفضل؟

المعطيات:

العرض X : رسوم اشتراك شهرية مقدارها 75 ريالاً زائد 20 ريالاً عن كل زيارة للنادي.

العرض Y : 35 ريالاً عن كل زيارة للنادي من دون رسوم اشتراك.
المطلوب: أي العرضين أفضل؟



نكتب معادلات التكلفة:

نرمز للتكلفة الشهرية بالرمز C ،

ولعدد زيارات النادي بالرمز t .

العرض X : $c = 20t + 75$

العرض Y : $c = 35t$

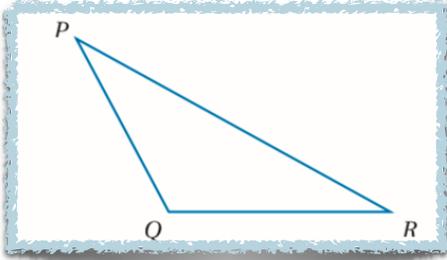
نلاحظ من خلال التمثيل البياني :

يكون للعرضين التكلفة نفسها إذا كان عدد الزيارات 5 مرات

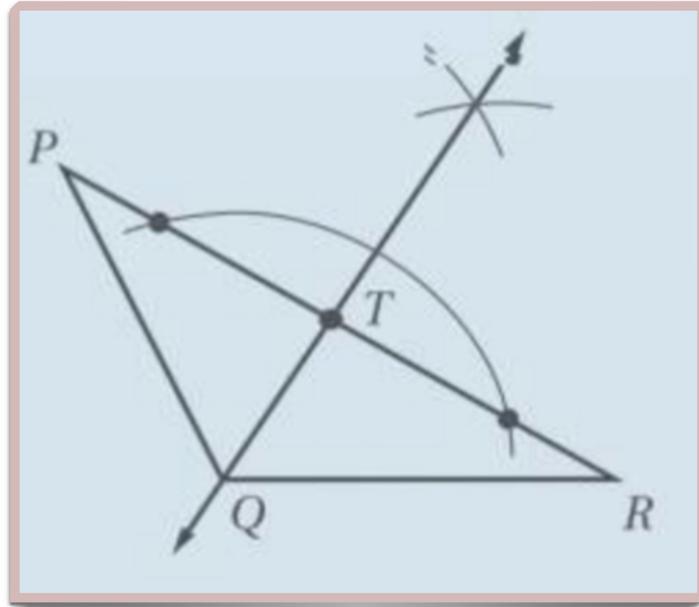
يكون العرض X إذا كان عدد الزيارات أكثر من 5 مرات.

يكون العرض Y إذا كان عدد الزيارات أقل من 5 مرات.

تحقق من فهمك



1) أنشئ القطعة المستقيمة التي يمثل طولها المسافة بين Q و \overleftrightarrow{PR} وسمها.



2) المستقيم l يمر بالنقطتين $(1,2)$ ، $(5,4)$ ، أنشئ مستقيماً عمودياً على l من النقطة $P(1,7)$ ، ثم أوجد البعد بين l و P .

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 2}{5 - 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

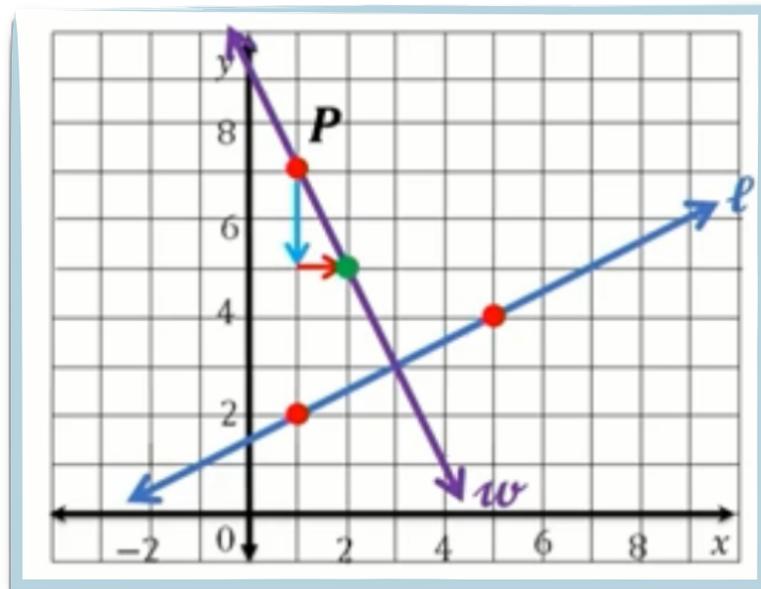
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 1)$$

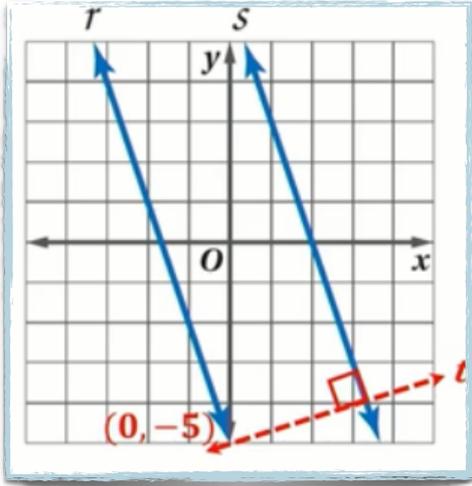
$$y - \frac{1}{2}x - \frac{3}{2} = 0$$

$$d = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$= \frac{|7 - \frac{1}{2} - \frac{3}{2}|}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}}} = \frac{5}{\sqrt{\frac{5}{4}}} = \sqrt{20}$$



3A أوجد البعد بين بين المستقيمين المتوازيين r, s اللذين معادلتاهما $y = -3x - 5$, $y = -3x + 6$ على الترتيب.



$$d = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$= \frac{6 - (-5)}{\sqrt{(-3)^2 + 1}} = \frac{11}{\sqrt{10}} = \sqrt{12.1}$$

3B أوجد البعد بين بين المستقيمين المتوازيين a, b اللذين معادلتاهما $x + 3y = 6$, $x + 3y = -14$ على الترتيب.

$$d = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$= \frac{|\frac{-14}{3} - 6|}{\sqrt{(\frac{-1}{3})^2 + 1}}$$

$$= \frac{|\frac{-20}{3}|}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{\frac{20}{3}}{\sqrt{10}} \cdot \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \sqrt{40}$$

المراجع

كتاب رياضيات ١-١ نظام المسارات
دليل المعلم للصف الأول ثانوي
سلسلة دروس قناة عين

مجموعة رفعة الرياضيات