الفصل الثاني
رياضيات ٥

العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/عبدالعزيز الشريف

مجموعة رفعة الرياضيات
@A_Shark_s
تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التاريخ:

اليوم:

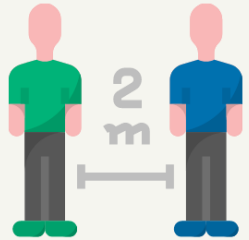
المادة:

نعود بحذر

الالتزام بارتداء الكمامة

عدم المصافحة

غسل اليدين



التباعد الاجتماعي

@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل المعادلات و المتباينات اللوغاريتمية

رابط الدرس الرقمي

فيما سبق

درست إيجاد قيمة عبارات لوغاريتمية

و الآن

- أحل معادلات لوغاريتمية
- أحل متباينات لوغاريتمية

المفردات

المعادلة اللوغاريتمية - المتباينة اللوغاريتمية

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

تُقاس شدة الأعاصير بمقياس يُدعى فوجيتا (Fujita)، ويرمز إليه بالرمز F، ويصنِّف هذا المقياس الأعاصير إلى سبع فئات من $F-0$ إلى $F-6$ بحسب: سرعة الرياح المصاحبة للإعصار (w) والتي تعطى بالمعادلة $w = 93 \log_{10} d + 65$ حيث تمثل d المسافة التي يقطعها الإعصار بالميل، وبحسب طول مساره، وعرضه، وقدرته التدميرية، والفئة $F-6$ هي فئة أشد الأعاصير تدميرًا.

إن معرفة المعادلة السابقة تمكنك من إيجاد المسافة التي يقطعها الإعصار بالميل عند أية قيمة لسرعة الرياح المصاحبة معطاة بالميل لكل ساعة.

مقياس F	سرعة الرياح المصاحبة mi/h	القدرة التدميرية
F-0 ضعيف	40-72	تكسر الأغصان
F-1 متوسط	73-112	اهتزاز
F-2 قوي	113-157	تصدع الجدران
F-3 شديد	158-206	اقتلاع الأشجار
F-4 مدمر	207-260	تطاير السيارات
F-5 هائل	261-318	تطاير البيوت
F-6 لا يُتَصوَر	319-379	لم يحدث هذا المستوى إطلاقاً

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل معادلات باستعمال تعريف اللوغاريتم

مثال ١

حل المعادلات اللوغاريتمية : تحتوي **المعادلات اللوغاريتمية** على لوغاريتم واحد أو أكثر. ويمكنك استعمال تعريف اللوغاريتم للمساعدة على حل معادلات لوغاريتمية.

حُلّ المعادلة $\log_{36} x = \frac{3}{2}$ ، ثم تحقق من صحة حلِّك.

$\log_{36} x = \frac{3}{2}$	المعادلة الأصلية
$x = 36^{\frac{3}{2}}$	تعريف اللوغاريتم
$x = (6^2)^{\frac{3}{2}}$	$36 = 6^2$
$x = 6^3 = 216$	خاصية قوة القوة

التحقق: عوّض عن x بـ 216 في المعادلة الأصلية .

$\log_{36} x \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	المعادلة الأصلية
$\log_{36} 216 \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	عوّض 216 بدلًا من x
$\log_{36} (36)(6) \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	حلّل
$\log_{36} 36 + \log_{36} (36)^{\frac{1}{2}} \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	خاصيتا ضرب اللوغاريتميات ولوغاريتم القوة
$1 + \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}$	بسّط
$\frac{3}{2} = \frac{3}{2}$ ✓	الحل صحيح

@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

$$\log_9 x = \frac{3}{2} \quad \textbf{(1A}$$

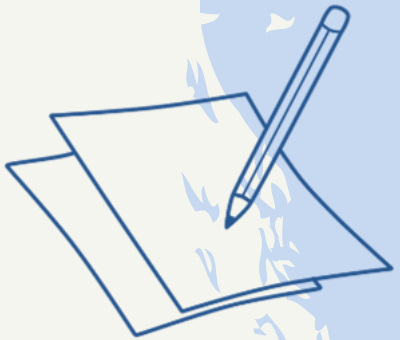
$$\log_{16} x = \frac{5}{2} \quad \textbf{(1B}$$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

$$\log_9 x = \frac{3}{2} \quad \textbf{(1A}$$

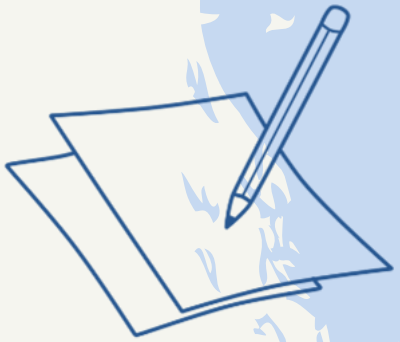


@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

$$\log_{16} x = \frac{5}{2} \quad \text{(1B}$$



@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلِّك:

1) $\log_8 x = \frac{4}{3}$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلِّك:

1) $\log_8 x = \frac{4}{3}$

@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٢

مثال ٢على اختبار

حُلّ المعادلة $\log_2 (x^2 - 4) = \log_2 3x$.

A -2 **B** -1 **C** 2 **D** 4

اقرأ فقرة الاختبار: المطلوب هو إيجاد قيمة x في المعادلة اللوغاريتمية.

حل فقرة الاختبار:

$\log_2 (x^2 - 4) = \log_2 3x$	المعادلة الأصلية
$x^2 - 4 = 3x$	خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية
$x^2 - 3x - 4 = 0$	اطرح $3x$ من كلا الطرفين
$(x - 4)(x + 1) = 0$	حلّل إلى العوامل
$x + 1 = 0$ أو $x - 4 = 0$	خاصية الضرب الصفري
$x = -1$ أو $x = 4$	حُل كل معادلة

التحقق: عوِّض بكل من القيمتين في المعادلة الأصلية.

$x = -1$

$\log_2 [(-1)^2 - 4] \stackrel{?}{=} \log_2 3(-1)$

$\log_2 (-3) = \log_2 (-3)$ ✗

$x = 4$

$\log_2 (4^2 - 4) \stackrel{?}{=} \log_2 3(4)$

$\log_2 12 = \log_2 12$ ✓

بما أن $\log_2 (-3)$ غير معرف، فالإجابة -1 مرفوضة، والإجابة الصحيحة هي D

إرشادات للدراسة

التعويض

اختصارًا للوقت، يمكنك تعويض كل متغير بقيمته في المعادلة الأصلية للتحقق من صحة الحل.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

2) حُلّ المعادلة $\log_3 (x^2 - 15) = \log_3 2x$.

A -3 **B** -1 **C** 5 **D** 15

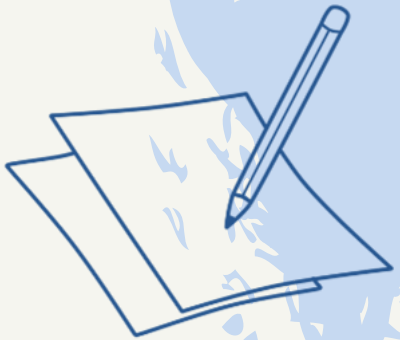
@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

2) حُلّ المعادلة $\log_3 (x^2 - 15) = \log_3 2x$.

A -3 **B** -1 **C** 5 **D** 15



@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٣

حل معادلات باستعمال خاصية الضرب في اللوغاريتمات

حُلّ المعادلة $\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$ ، ثم تحقق من صحة حلك.

$\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$	المعادلة الأصلية
$\log_6 x(x - 9) = 2$	خاصية الضرب في اللوغاريتمات
$x(x - 9) = 6^2$	تعريف اللوغاريتم
$x^2 - 9x - 36 = 0$	بسّط ثم اطرح 36 من كلا الطرفين
$(x - 12)(x + 3) = 0$	حلّل
$x - 12 = 0$ أو $x + 3 = 0$	خاصية الضرب الصفري
$x = 12$ $\quad$ $x = -3$	حُل كل معادلة

التحقق:

$\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$

$\log_6 (-3) + \log_6 (-3 - 9) \stackrel{?}{=} 2$

$\log_6 (-3) + \log_6 (-12) \stackrel{?}{=} 2$

بما أن $\log_6 (-3)$ و $\log_6 (-12)$ غير معرفين فإن -3 حل مرفوض.

$\log_6 x + \log_6 (x - 9) = 2$

$\log_6 12 + \log_6 (12 - 9) \stackrel{?}{=} 2$

$\log_6 12 + \log_6 3 \stackrel{?}{=} 2$

$\log_6 (12 \cdot 3) \stackrel{?}{=} 2$

$\log_6 36 \stackrel{?}{=} 2$

$2 = 2$ ✓

إرشادات للدراسة

تحديد الحلول الدخيلة

يمكن تحديد الحلول الدخيلة من خلال إيجاد مجال المعادلة، ففي مثال3 مجال $\log_6 x$ هو $x>0$، بينما مجال $\log_6 (x-9)$ هو $x>9$؛ لذا يكون مجال المعادلة هو $x>9$ ، وبما أن $-3 \not> 9$ فإن $x=-3$ ليس حلًا للمعادلة.

@A_Sharks_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

$2 \log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3$ (**3A**

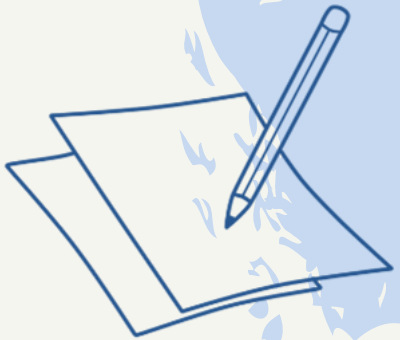
$\log_6 x + \log_6 (x + 5) = 2$ (**3B**

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

$$2 \log_7 x = \log_7 27 + \log_7 3 \quad \textbf{(3A}$$

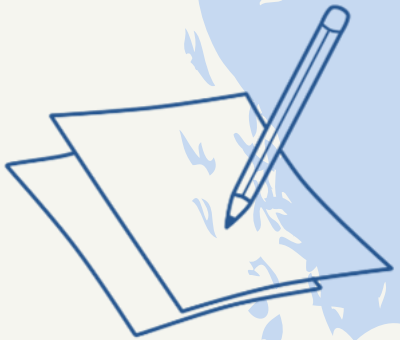


@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

$\log_6 x + \log_6 (x + 5) = 2$ (3B



@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

9) $5 \log_2 x = \log_2 32$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

حُلّ كل معادلة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

9) $5 \log_2 x = \log_2 32$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية

مفهوم أساسي

حل المتباينات اللوغاريتمية : **المتباينة اللوغاريتمية** هي متباينة تتضمن عبارة لوغاريتمية أو أكثر، ويمكن استعمال الخاصية الآتية لحل متباينات لوغاريتمية تتضمن عبارة لوغاريتمية واحدة.

إذا كان $b > 1$, $x > 0$ و $\log_b x > y$ ، فإن $x > b^y$

تتحقق هذه الخاصية أيضًا إذا احتوت المتباينة رمزي التباين $\leq$ ، $\geq$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

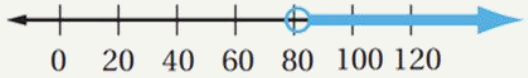
مثال ٤

حل متباينات تتضمن عبارة لوغاريتمية واحدة

أوجد مجموعة حلّ المتباينة $\log_3 x > 4$ ، ثم تحقق من صحة حلك.

$\log_3 x > 4$	المتباينة الأساسية
$x > 3^4$	خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية
$x > 81$	بسّط

إذن مجموعة الحل هي $\{x \mid x > 81 \ , \ x \in R\}$



التحقق: عوّض بعدد أقل من 81، وعدد أكبر من 81 في المتباينة الأصلية.

$x = 9$	$x = 243$
$\log_3 9 \stackrel{?}{>} 4$	$\log_3 243 \stackrel{?}{>} 4$
$2 > 4$ ✗	$5 > 4$ ✓

إذن الحل صحيح.

إرشادات للدراسة

حل المعادلة اللوغاريتمية :
عند حل متباينة لوغاريتمية يستثنى قيم المتغير التي لا يكون اللوغاريتم عندها معرّفًا.

@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة حل كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك.

(4A $\log_4 x \geq 3$

(4B $\log_2 x < 4$

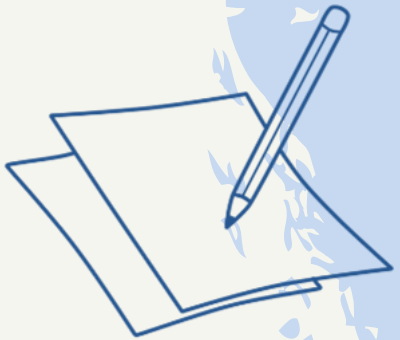
@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

أوجد مجموعة حل كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك.

4A $\log_4 x \geq 3$

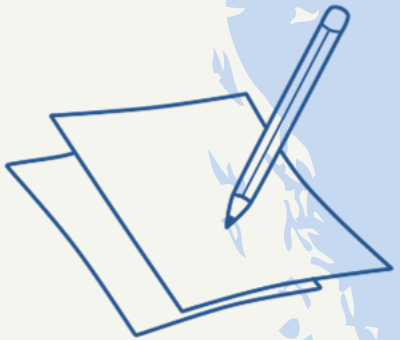


@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

أوجد مجموعة حل كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك.

(4B $\log_2 x < 4$



@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

أوجد مجموعة حلّ كل متباينة مما يأتي ، ثم تحقق من صحة حلِّك:

17) $\log_5 x > 3$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

أوجد مجموعة حلّ كل متباينة مما يأتي ، ثم تحقق من صحة حلِّك:

17) $\log_5 x > 3$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية

مفهوم أساسي

يمكنك استعمال الخاصية الآتية لحل متباينات تتضمن عبارتين لوغاريتميتين لهما الأساس نفسه في كلا الطرفين.

استثن من حلِّك القيم التي ينتج عن تعويضها في المتباينة الأصلية أخذ اللوغاريتم لأعداد أقل من أو تساوي الصفر.

الرموز: إذا كان $b > 1$ ، فإن $\log_b x > \log_b y$ إذا وفقط إذا كان $x > y$

$x > 0, y > 0$

مثال: إذا كان $\log_6 x > \log_6 35$ ، فإن $x > 35$.

تتحقق هذه الخاصية أيضًا إذا احتوت المتباينة رمزي التباين $\leq$ ، $\geq$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٥

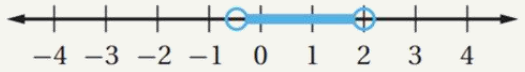
حل متباينات تتضمن عبارتين لوغاريتميتين لهما الأساس نفسه

أوجد مجموعة حل المتباينة $\log_4 (2x + 1) > \log_4 (x + 3)$، ثم تحقق من صحة حلك.

$\log_4 (x + 3) > \log_4 (2x + 1)$	المتباينة الأساسية
$x + 3 > 2x + 1$	خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية
$2 > x$	اطرح $1 + x$ من كلا الطرفين

ثم استثن قيم x التي تجعل $x + 3 \leq 0$ أو $2x + 1 \leq 0$ $(x \leq -3$ أو $x \leq -\frac{1}{2})$

إذن مجموعة الحل هي $\left\{x \mid -\frac{1}{2} < x < 2 , x \in \mathbb{R}\right\}$.



@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٥

حل متباينات تتضمن عبارتين لوغاريتميتين لهما الأساس نفسه

التحقق: عوّض بعدد يقع في الفترة $(2 , \frac{1}{2}-)$، وآخر يقع خارج الفترة $(2 ، \frac{1}{2}-)$.

$x = 1$

$\log_4 (1+3) \stackrel{?}{>} \log_4 (2+1)$

$\log_4 4 \stackrel{?}{>} \log_4 3$

$\log_4 4 > \log_4 3$ ✓

الدالة اللوغاريتمية متزايدة عندما تكون قيمة الأساس أكبر من 1

$x = 3$

$\log_4 (3+3) \stackrel{?}{>} \log_4 (2\times 3+1)$

$\log_4 6 \stackrel{?}{>} \log_4 7$

$\log_4 6 > \log_4 7$ ✗

الدالة اللوغاريتمية متزايدة عندما تكون قيمة الأساس أكبر من 1

إذن الحل صحيح.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

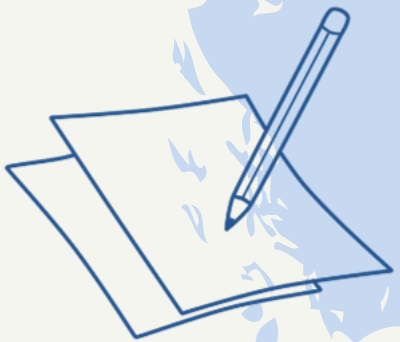
5) أوجد مجموعة حل المتباينة $\log_5 (2x + 1) \leq \log_5 (x + 4)$ ، ثم تحقق من صحة حلك.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

5) أوجد مجموعة حل المتباينة $\log_5 (x + 4) \leq \log_5 (2x + 1)$ ، ثم تحقق من صحة حلك.



@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

أوجد مجموعة حلّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

23 $\log_4 (2x + 5) \leq \log_4 (4x - 3)$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

أوجد مجموعة حلّ كل متباينة مما يأتي، ثم تحقق من صحة حلك:

23 $\log_4 (2x + 5) \leq \log_4 (4x - 3)$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل التفكير العليا

تحدٍّ : أوجد قيمة

$$\log_3 27 + \log_9 27 + \log_{27} 27 + \log_{81} 27 + \log_{243} 27$$

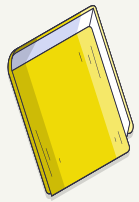
@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تم بحمد الله

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

حساباتي على السوشيال ميديا



@A_Shark_s