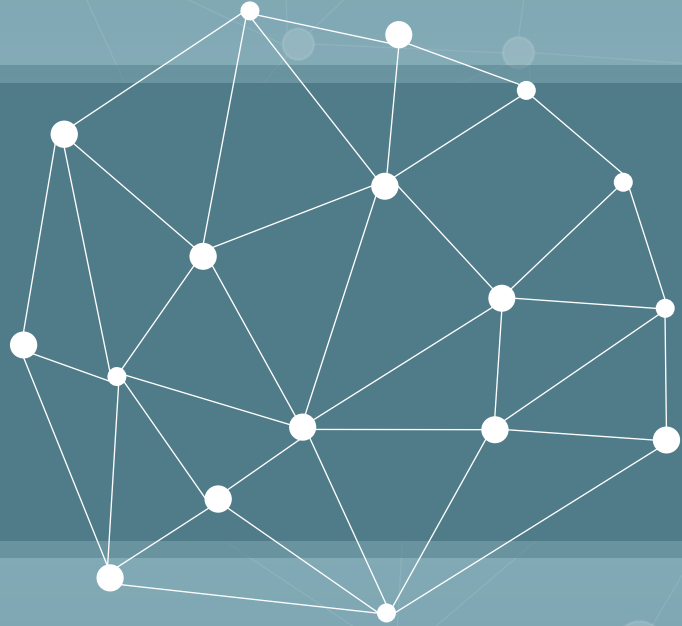


اللوغاريتيمات العشرية

أستاذة: شوق السحيمي



اجيب من الدرس السابق



$$\text{حُلّ المعادلة } \log_4 x = \frac{5}{2}$$

فيما سبق:

درست تبسيط عبارات
لوغاريتمية وحل معادلات
لوغاريتمية باستعمال
خصائص اللوغاريتمات.
(الدروس من 2-3 إلى 2-5)

والآن:

- أحل معادلات ومتباينات
أسية باستعمال
اللوغاريتمات العشرية.
- أجد قيمة عبارات
لوغاريتمية باستعمال
صيغة تغيير الأساس.

المفردات:

اللوغاريتم العشري
common logarithm

صيغة تغيير الأساس
Change of Base Formula



يستعمل علماء الهزات الأرضية مقياس ريختر لقياس قوة الهزات الأرضية أو شدتها، ويتم تحديد قوة الهزة الأرضية بحساب لوغاريتم شدة الهزة المسجلة بجهاز السيزموجراف (seismographs).

درجة مقياس ريختر	1	2	3	4	5	6	7	8
الشدة	10^1 مايكرو	10^2 ضعيفة	10^3 ضعيفة	10^4 خفيفة	10^5 متوسطة	10^6 قوية	10^7 قوية جدًا	10^8 عظمى
التأثير في المناطق السكنية	لا يشعر بها، ولكن يتم تسجيلها.	عادة لا يشعر بها، ولكن تتأرجح بعض المعلقة.	يشعر بها، ولكن لا تحدث أضرارًا أو قليلة الأضرار.	يشعر بها، وتحدث أضرارًا بسيطة.	تدمير بسيط للمباني في منطقة محدودة.	تدمير في منطقة قد تصل مساحتها إلى 100 mi^2 .	قوة تدمير كبيرة في مناطق شاسعة.	تدمير كبير جدًا في مناطق شاسعة جدًا تصل إلى مئات الأميال.
								

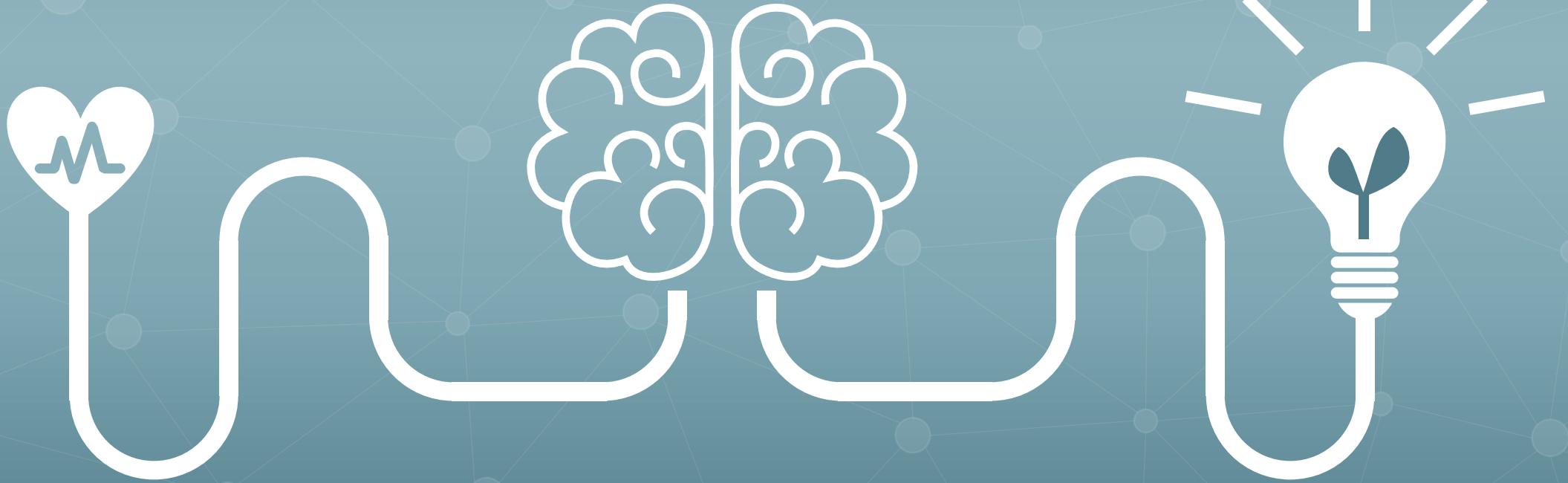
يستعمل مقياس ريختر لوغاريتمات الأساس 10 لحساب قوة الهزة الأرضية، فمثلاً تُعطى قوة هزة أرضية سجلت 6.4 درجات على مقياس ريختر بالمعادلة $6.4 = 1 + \log_{10} x$ ، حيث x شدة الهزة الأرضية.

اللوغاريتمات العشرية: لعلك لاحظت أن دالة لوغاريتم الأساس 10 على الصورة " $y = \log_{10} x$ " تستعمل في كثير من التطبيقات. وتُسمى لوغاريتمات الأساس 10 **اللوغاريتمات العشرية**، وتُكتب دون كتابة الأساس 10.

$$\log_{10} x = \log x, x > 0$$

تحتوي معظم الحاسبات العلمية $\log x$ كونه أمرًا أساسيًا، ويستعمل المفتاح **LOG** لإيجاد قيمته.

تَحَقُّقٌ مِنْ فَهْمِكُ



The background of the slide features a network of white dots connected by thin white lines, forming a complex web-like structure. The dots vary in size, and the lines are thin and white, set against a dark teal background. The network is more dense on the left side and becomes sparser towards the right.

$\log 7$ (**1A**)

ترتبط اللوغاريتمات العشرية ارتباطاً وثيقاً بقوة العدد 10. تذكر أن اللوغاريتم هو أس، فمثلاً في المعادلة $y = \log x$ ،
! هو الأس الذي يرفع إليه العدد 10 للحصول على قيمة x .

$\log x = y$	\longleftrightarrow	$10^y = x$
$\log 1 = 0$	\longleftrightarrow	$10^0 = 1$
$\log 10 = 1$	\longleftrightarrow	$10^1 = 10$
$\log 10^m = m$	\longleftrightarrow	$10^m = 10^m$

تستعمل اللوغاريتمات العشرية لقياس ارتفاع الصوت.



الربط مع الحياة

الديسبل (dB) هو وحدة قياس
ارتفاع الصوت، على سبيل
المثال: 90-100dB تعادل
ارتفاع صوت الرعد، 140dB
تعادل ارتفاع صوت إطلاق
صاروخ إلى الفضاء.

مثال 2 من واقع الحياة

حل معادلات لوغاريتمية

شدة الصوت: يقاس ارتفاع الصوت I بالديسبل، ويُعطى بالقانون $L = 10 \log \frac{I}{m}$ ، حيث I شدة الصوت، m أدنى حدًا من شدة الصوت تسمعها أذن الإنسان. إذا سُمع صوت ما ارتفاعه 66.6 dB تقريبًا. فكم مرة تساوي شدة هذا الصوت شدة أدنى صوت تسمعه أذن الإنسان إذا كانت $m = 1$ ؟

المعادلة الأصلية $L = 10 \log \frac{I}{m}$

$L = 66.6, m = 1$ $66.6 = 10 \log \frac{I}{1}$

اقسم كل طرف على 10 ثم التبسيط $6.66 = \log I$

الصورة الأسية $I = 10^{6.66}$

استعمل الحاسبة $I \approx 4570882$

شدة هذا الصوت تساوي 4570000 مرة تقريبًا من شدة أدنى صوت تسمعه أذن الإنسان.

تَحَقُّقٌ مِنْ فَهْمِكُ



(2) **هزات أرضية:** ترتبط كمية الطاقة E مقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة الأرضية على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لتجد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 9 درجات على مقياس ريختر. 2×10^{25} إيرج تقريباً

إذا كان من الصعب كتابة طرفي المعادلة الأسية بدلالة الأساس نفسه، فإنه يمكنك حلها بأخذ اللوغاريتم العشري لكلا الطرفين.

حل معادلات أسية باستعمال اللوغاريتم العشري

مثال 3

حلّ المعادلة $4^x = 19$ وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$$4^x = 19 \quad \text{المعادلة الأصلية}$$

$$\log 4^x = \log 19 \quad \text{خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية}$$

$$x \log 4 = \log 19 \quad \text{خاصية لوغاريتم القوة}$$

$$x = \frac{\log 19}{\log 4} \quad \text{اقسم كلا الطرفين على } \log 4$$

$$x \approx 2.1240 \quad \text{استعمل الحاسبة}$$

الحل هو 2.1240 تقريبًا.

تَحَقُّقٌ مِنْ فَهْمِكُ



The background of the slide features a network of white dots connected by thin white lines, creating a web-like pattern. The dots are of varying sizes and are distributed across the entire slide, with a higher density on the left side. The overall color scheme is a dark teal or blue.

تقریباً 2.4650 $3^x = 15$ (3A

يمكنك استعمال استراتيجيات حل المعادلات الأسية لحل متباينات أسية.

مثال 4

حل متباينات أسية باستعمال اللوغاريتم العشري

حلّ المتباينة $3^{5y} < 7^y - 2$ ، وقرب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

المتباينة الأصلية

$$3^{5y} < 7^y - 2$$

خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية

$$\log 3^{5y} < \log 7^y - 2$$

خاصية لوغاريتم القوة

$$5y \log 3 < (y - 2) \log 7$$

خاصية التوزيع

$$5y \log 3 < y \log 7 - 2 \log 7$$

اطرح $y \log 7$ من كلا الطرفين

$$5y \log 3 - y \log 7 < -2 \log 7$$

خاصية التوزيع

$$y(5 \log 3 - \log 7) < -2 \log 7$$

$$5 \log 3 - \log 7 = 1.5405$$

$$1.5405y < -2 \log 7$$

اقسم كلا الطرفين على 1.5405

$$y < \frac{-2 \log 7}{5 \log 3 - \log 7}$$

استعمل الحاسبة

$$\{y \mid y < -1.0972, y \in R\}$$

التحقق: اختبر $y = -2$

المتباينة الأصلية

$$3^{5y} < 7^y - 2$$

$$y = -2$$

$$3^{5(-2)} \geq 7^{(-2)} - 2$$

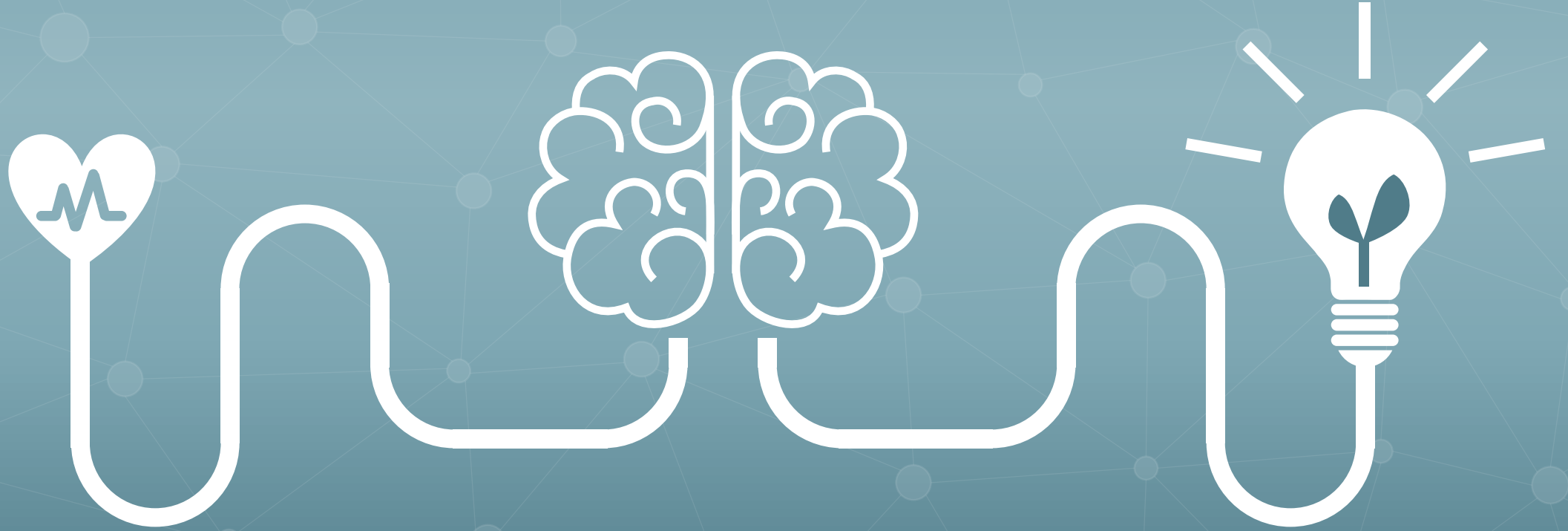
بسّط

$$3^{-10} \geq 7^{-4}$$

خاصية الأس السائب

$$\frac{1}{59049} < \frac{1}{2401} \quad \checkmark$$

تَحَقُّقٌ مِنْ فَهْمِكُ




$$\{x \mid x \geq 4.4190\} \quad 3^{2x} \geq 6^{x+1} \quad (4A)$$

صيغة تغيير الأساس: يمكنك استعمال **صيغة تغيير الأساس** لكتابة عبارات لوغاريتمية مكافئة لأخرى بأساس مختلف.

مفهوم أساسي

صيغة تغيير الأساس

الرموز: لأي أعداد موجبة a, b, n ، حيث $a \neq 1$ و $b \neq 1$

$$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$$

لوغاريتم العدد الأصلي للأساس b ←
لوغاريتم الأساس القديم للأساس b ←

مثال:

$$\log_3 11 = \frac{\log_5 11}{\log_5 3}$$

لإثبات صيغة تغيير الأساس، افرض أن $\log_a n = x$.

تعريف اللوغاريتم

$$a^x = n$$

خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية

$$\log_h a^x = \log_h n$$

خاصية لوغاريتم القوة

$$x \log_b a = \log_b n$$

اقسم كلا الطرفين على $\log_b a$

$$x = \frac{\log_b n}{\log_b a}$$

$$x = \log_a n$$

$$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$$

يمكنك استعمال صيغة تغيير الأساس لإيجاد قيمة عبارة لوغاريتمية تحتوي لوغاريتمات مختلفة الأساس، وذلك بتحويل جميع اللوغاريتمات إلى لوغاريتمات عشرية.

استعمال صيغة تغيير الأساس

مثال 5

اكتب $\log_3 20$ بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\log_3 20 = \frac{\log_{10} 20}{\log_{10} 3}$$

صيغة تغيير الأساس

$$\approx 2.7268$$

استعمل الحاسبة

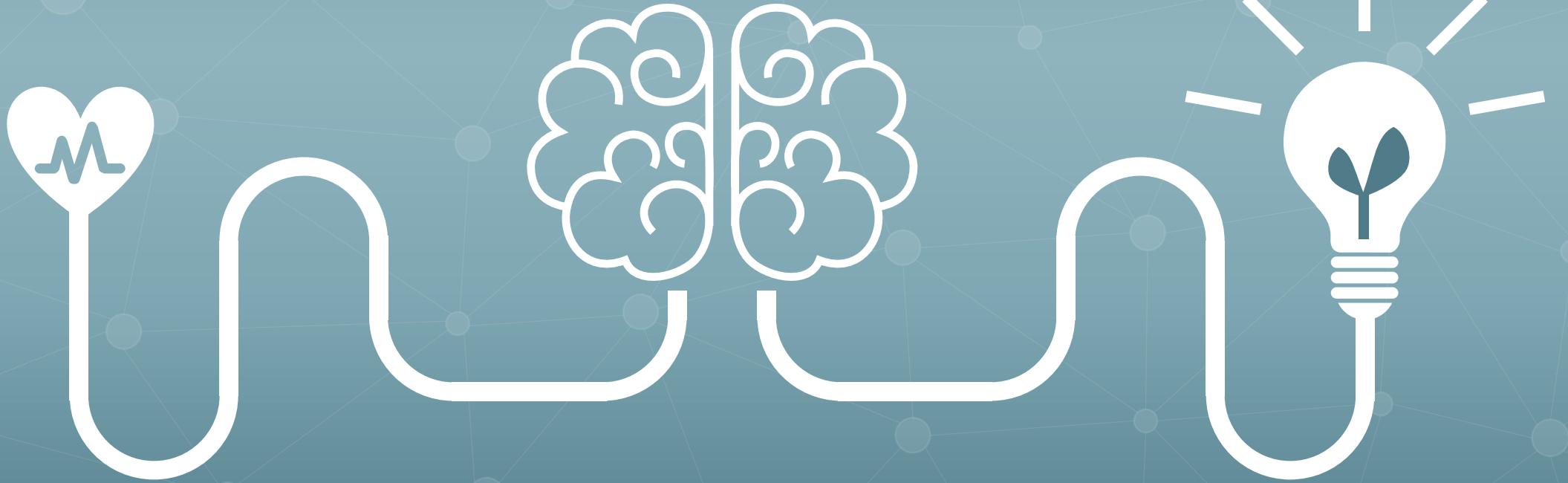


تاريخ الرياضيات

الخوارزمي

هو أبو عبدالله محمد بن موسى الخوارزمي (780م-848م) لقب بأبي الجبر، وهو عالم عربي، أسس علم الجبر ووضع أسسه وابتكر حساب اللوغاريتمات.

تَحَقُّقٌ مِنْ فَهْمِكُ



(5) اكتب $\log_6 8$ بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقرباً إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\frac{\log_{10} 8}{\log_{10} 6} \approx 1.1606 \text{ (5)}$$

مثال 6

استعمال صيغة تغيير الأساس

حواسيب: البرامج الحاسوبية عبارة عن مجموعة من التعليمات تسمى خوارزميات، ولتنفيذ مهمة في برنامج حاسوبي يجب تحليل ترميز الخوارزمية، ويعطى الزمن اللازم بالثواني R لتحليل خوارزمية مكونة من n خطوة بالصيغة $R = \log_2 n$. حدد الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 240 خطوة.

المعادلة الأصلية

$$R = \log_2 n$$

$$n = 240$$

$$= \log_2 240$$

صيغة تغيير الأساس

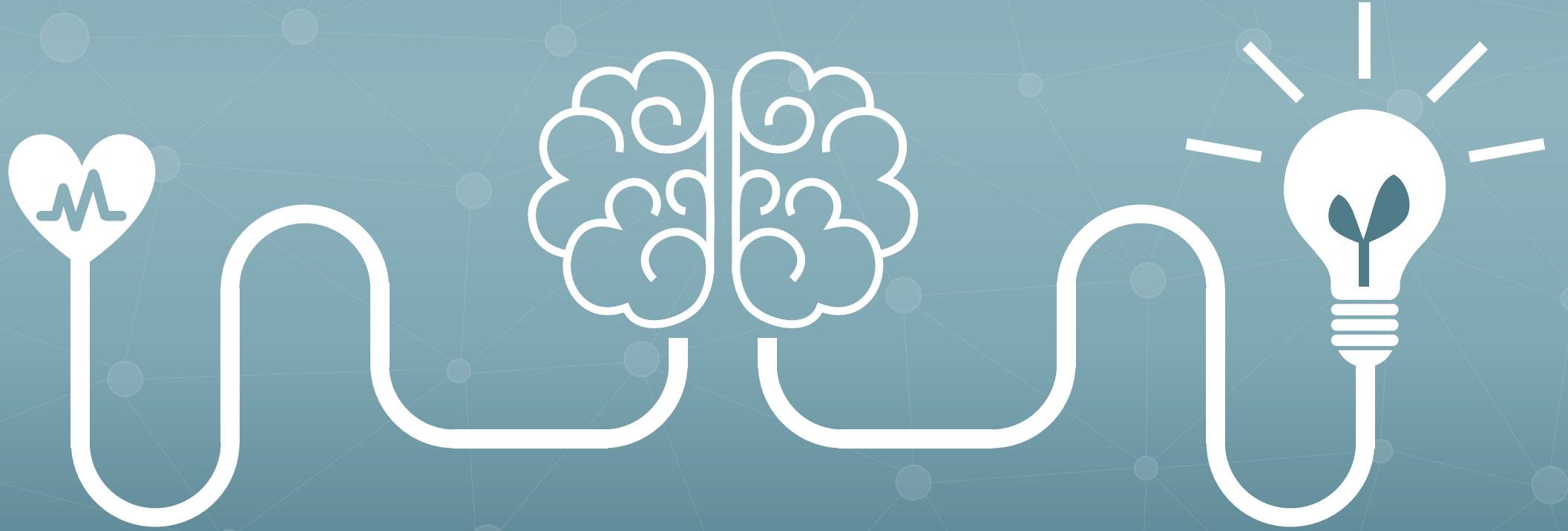
$$= \frac{\log 240}{\log 2}$$

بسّط

$$\approx 7.9$$

الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 240 خطوة يساوي 7.9 ثوانٍ تقريبًا.

تَحَقُّقٌ مِنْ فَهْمِكُ



(6) حدد الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 160 خطوة. 7.32

انتهى الدرس