الفصل الثاني
رياضيات ٥

العام الدراسي ١٤٤٣هـ

إعداد: أ/عبدالعزيز الشريف

مجموعة رفعة الرياضيات
@A_Shark_s
تطوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

التاريخ:

اليوم:

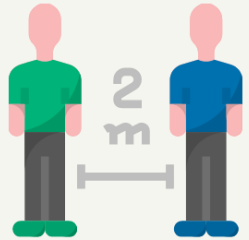
المادة:

نعود بحذر

الالتزام بارتداء الكمامة

عدم المصافحة

غسل اليدين



التباعد الاجتماعي

@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اللوغاريتمات العشرية

رابط الدرس الرقمي

فيما سبق

درست تبسيط عبارات لوغاريتمية وحل معادلات لوغاريتمية باستعمال خصائص اللوغاريتمات

و الآن

- أحل معادلات ومتباينات أسية باستعمال اللوغاريتمات العشرية.
- أحل قيمة عبارات لوغاريتمية باستعمال صيغة تغيير الأساس.

المفردات

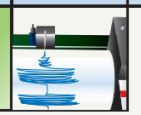
اللوغاريتم العشري - صيغة تغيير الأساس

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

يستعمل علماء الهزات الأرضية مقياس ريختر لقياس قوة الهزات الأرضية أو شدتها، ويتم تحديد قوة الهزة الأرضية بحساب لوغاريتم شدة الهزة المسجلة بجهاز السيزموجراف (seismographs).

درجة مقياس ريختر	1	2	3	4	5	6	7	8
الشدة	10^1 مايكرو	10^2 ضعيفة	10^3 ضعيفة	10^4 خفيفة	10^5 متوسطة	10^6 قوية	10^7 قوية جدًا	10^8 عظمى
التأثير في المناطق السكنية.	لا يشعر بها، ولكن يتم تسجيلها.	عادة لا يشعر بها، ولكن تتأرجح بعض المعلقات.	يشعر بها، ولكن لا تحدث أضرارًا أو قليلة الأضرار.	يشعر بها، وتحدث أضرارًا بسيطة.	تدمير بسيط للمباني في منطقة محدودة.	تدمير في منطقة قد تصل مساحتها إلى $100\ mi^2$.	قوة تدمير كبيرة في مناطق شاسعة.	تدمير كبير جدًا في مناطق شاسعة جدًا تصل إلى مئات الأميال.
								

يستعمل مقياس ريختر لوغاريتمات الأساس 10 لحساب قوة الهزة الأرضية، فمثلًا تُعطى قوة هزة أرضية سجلت 6.4 درجات على مقياس ريختر بالمعادلة $6.4 = 1 + \log_{10} x$ ، حيث x شدة الهزة الأرضية.

اللوغاريتمات العشرية : لعلك لاحظت أن دالة لوغاريتم الأساس 10 على الصورة "$y = \log_{10} x$" تستعمل في كثير من التطبيقات. وتُسمى لوغاريتمات الأساس 10 **اللوغاريتمات العشرية** ، وتُكتب دون كتابة الأساس 10.

$$\log_{10} x = \log x, x > 0$$

تحتوي معظم الحاسبات العلمية $\log x$ كونه أمرًا أساسيًّا، ويستعمل المفتاح LOG لإيجاد قيمته.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إيجاد قيمة اللوغاريتم العشري

مثال ١

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

a) $\log 5$

اضغط على المفاتيح: LOG 5 ENTER تجد أن:

$$\log 5 \approx 0.6990$$

b) $\log 0.3$

اضغط على المفاتيح: LOG 0.3 ENTER تجد أن:

$$\log 0.3 \approx -0.5229$$

قراءة الرياضيات

اللوغارتيم العشري

عند كتابة اللوغاريتم دون أساس، فإن ذلك يعني أن الأساس هو 10 أي أن $\log x$ تعني $\log_{10} x$.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

1A) $\log 7$

1B) $\log 0.5$

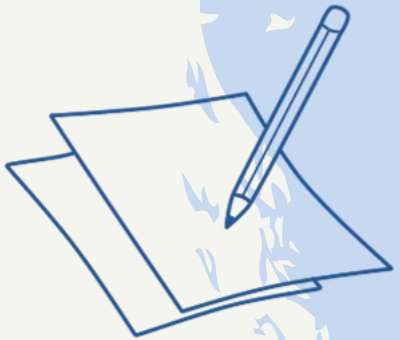
@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

log 7 (1A

log 0.5 (1B



@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

1) $\log 5$

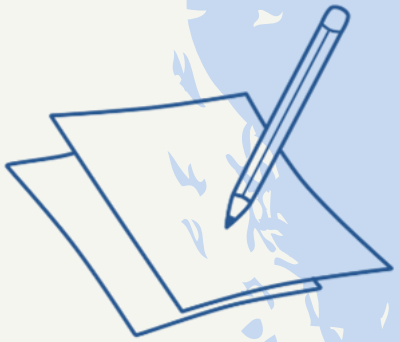
@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل مما يأتي مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

1) $\log 5$



@A_Sharks

ترتبط اللوغاريتمات العشرية ارتباطًا وثيقًا بقوى العدد 10. تذكّر أن اللوغاريتم هو أس، فمثلًا في المعادلة $y = \log x$، y هو الأس الذي يرفع إليه العدد 10 للحصول على قيمة x .

$$\log x = y \quad \longleftrightarrow \quad 10^y = x$$
$$\log 1 = 0 \quad \longleftrightarrow \quad 10^0 = 1$$
$$\log 10 = 1 \quad \longleftrightarrow \quad 10^1 = 10$$
$$\log 10^m = m \quad \longleftrightarrow \quad 10^m = 10^m$$

تستعمل اللوغاريتمات العشرية لقياس ارتفاع الصوت.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل معادلات لوغاريتمية

مثال ٢

شدة الصوت: يقاس ارتفاع الصوت L بالديسبل، ويُعطى بالقانون $L = 10 \log \frac{I}{m}$، حيث I شدة الصوت، m أدنى حدًّا من شدة الصوت تسمعها أذن الإنسان. إذا سُمع صوت ما ارتفاعه 66.6 dB تقريبًا. فكم مرة تساوي شدة هذا الصوت شدة أدنى صوت تسمعه أذن الإنسان إذا كانت $m = 1$؟

$L = 10 \log \frac{I}{m}$ المعادلة الأصلية

$66.6 = 10 \log \frac{I}{1}$ $L = 66.6, m = 1$

$6.66 = \log I$ اقسم كل طرف على 10 ثم التبسيط

$I = 10^{6.66}$ الصورة الأسية

$I \approx 4570882$ استعمل الحاسبة

شدة هذا الصوت تساوي 4570000 مرة تقريبًا من شدة أدنى صوت تسمعه أذن الإنسان.

الربط مع الحياة

الديسبل (dB) هو وحدة قياس ارتفاع الصوت، على سبيل المثال: 90–100dB تعادل ارتفاع صوت الرعد، 140dB تعادل ارتفاع صوت إطلاق صاروخ إلى الفضاء.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

2) هزات أرضية: ترتبط كمية الطاقة E مقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة الأرضية على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لتجد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 9 درجات على مقياس ريختر.

إرشادات للدراسة

وحدة الجول:

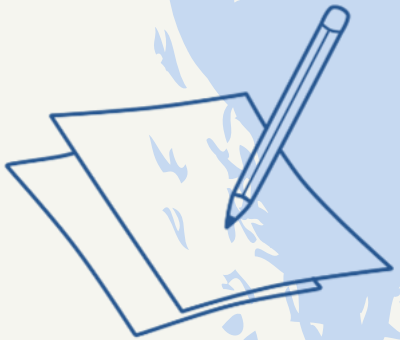
تذكر أن الجول هو وحدة قياس الطاقة، وكذلك الإيرج، حيث 1 إيرج $= 4^{-7}$ جول

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

2) هزات أرضية : ترتبط كمية الطاقة E مقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة الأرضية على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لتجد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 9 درجات على مقياس ريختر.



@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

10) علوم: ترتبط كمية الطاقة E المقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لإيجاد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 8.5 درجات على مقياس ريختر.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

10) علوم: ترتبط كمية الطاقة E المقيسة بوحدة الإيرج التي تطلقها الأرض مع قوة الهزة على مقياس ريختر M بالمعادلة $\log E = 11.8 + 1.5M$. استعمل المعادلة لإيجاد كمية الطاقة التي تطلقها الأرض عند هزة أرضية بقوة 8.5 درجات على مقياس ريختر.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل معادلات أسّية باستعمال اللوغاريتم العشري

مثال ٣

إذا كان من الصعب كتابة طرفي المعادلة الأسّية بدلالة الأساس نفسه، فإنه يمكنك حلها بأخذ اللوغاريتم العشري لكلا الطرفين.

حُلّ المعادلة $4^x = 19$ وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$4^x = 19$	المعادلة الأصلية
$\log 4^x = \log 19$	خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية
$x \log 4 = \log 19$	خاصية لوغاريتم القوة
$x = \frac{\log 19}{\log 4}$	اقسم كلا الطرفين على $\log 4$
$x \approx 2.1240$	استعمل الحاسبة

الحل هو 2.1240 تقريبًا .

تحقق: يمكنك التحقق من الإجابة بيانيًّا باستعمال ميزة **نقاط التقاطع** في الحاسبة البيانية TI–nspire.

مثّل المعادلة $f1(x) = 4^x$ والمستقيم $f2(x) = 19$ بيانيًّا على الشاشة نفسها. ثم أوجد نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين بالضغط على مفتاح menu ، ثم اختر 6:تحليل الرسم البياني واختر منها 4:نقاط التقاطع ، ثم اضغط في أي نقطة على الشاشة، وحرّك المؤشر مرورًا بنقطة التقاطع، سيظهر الزوج المرتب (2.12, 19). الإحداثي x لنقطة التقاطع قريب من الإجابة التي تم إيجادها جبريًّا.

@A_Shark_s

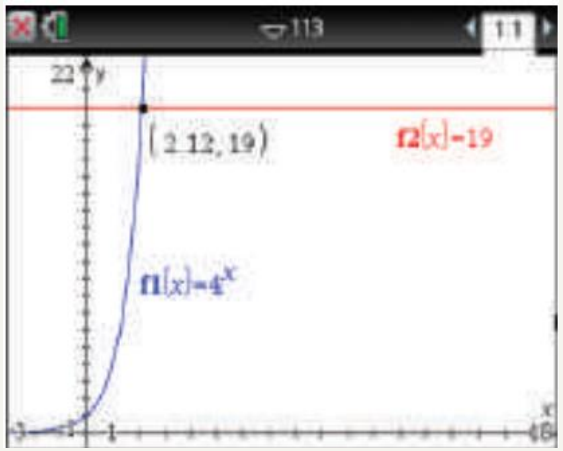
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٣

حل معادلات أسّية باستعمال اللوغاريتم العشري

تحقق: يمكنك التحقق من الإجابة بيانيًّا باستعمال ميزة **نقاط التقاطع** في الحاسبة البيانية TI–nspire.

مثّل المعادلة $f1(x) = 4^x$ والمستقيم $f2(x) = 19$ بيانيًّا على الشاشة نفسها. ثم أوجد نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين بالضغط على مفتاح menu، ثم اختر 6: تحليل الرسم البياني واختر منها 4: نقاط التقاطع، ثم اضغط في أي نقطة على الشاشة، وحرّك المؤشر مرورًا بنقطة التقاطع، سيظهر الزوج المرتب (2.12, 19). الإحداثي x لنقطة التقاطع قريب من الإجابة التي تم إيجادها جبريًّا.



@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

$3^x = 15$ (3A

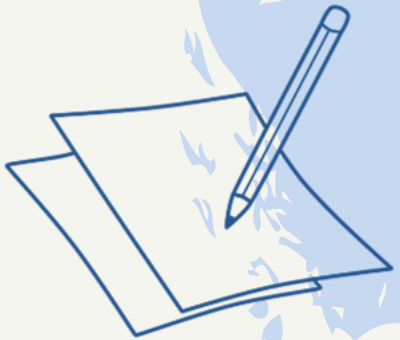
$6^x = 42$ (3B

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

$3^x = 15$ (3A



@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

$6^x = 42$ (3B

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

حُلّ كل معادلة مما يأتي، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

12) $6^x = 40$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

حُلّ كل معادلة مما يأتي، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

12) $6^x = 40$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حل متباينات أسّية باستعمال اللوغاريتم العشري

مثال ٤

أوجد مجموعة حل المتباينة $3^{5y} < 7^{y-2}$، وقرّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$3^{5y} < 7^{y-2}$	المتباينة الأصلية
$\log 3^{5y} < \log 7^{y-2}$	خاصية التباين للدوال اللوغاريتمية
$5y \log 3 < (y-2) \log 7$	خاصية لوغاريتم القوة
$5y \log 3 < y \log 7 - 2 \log 7$	خاصية التوزيع
$5y \log 3 - y \log 7 < -2 \log 7$	اطرح $y \log 7$ من كلا الطرفين
$y(5 \log 3 - \log 7) < -2 \log 7$	خاصية التوزيع
$y < \frac{-2 \log 7}{5 \log 3 - \log 7}$	اقسم كلا الطرفين على $5 \log 3 - \log 7$
$\{y \mid y < -1.0972, y \in R\}$	استعمل الحاسبة

التحقق: اختبر $y = -2$

$3^{5y} < 7^{y-2}$	المتباينة الأصلية
$3^{5(-2)} \stackrel{?}{<} 7^{(-2)-2}$	$y = -2$
$3^{-10} \stackrel{?}{<} 7^{-4}$	بسّط
$\frac{1}{59049} < \frac{1}{2401}$ ✓	خاصية الأس السالب

إرشادات للدراسة

حل المتباينات

تذكّر أن تعكس اتجاه رمز التباين عند ضرب كلا طرفي المتباينة في عدد سالب أو قسمتهما عليه. وبما أن $5 \log 3 - \log 7 > 0$ فلا يعكس اتجاه رمز التباين.

@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

(4A $3^{2x} \geq 6^{x+1}$

(4B $4^{y} < 5^{2y+1}$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

$3^{2x} \geq 6^{x+1}$ (4A

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

(4B $4^y < 5^{2y+1}$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

حل كلًّا مما يأتي، وقرِّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

20) $5^{4n} > 33$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

حل كلًّا مما يأتي، وقرِّب الناتج إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(20 $5^{4n} > 33$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

صيغة تغيير الأساس

مفهوم أساسي

صيغة تغيير الأساس: يمكنك استعمال **صيغة تغيير الأساس** لكتابة عبارات لوغاريتمية مكافئة لأخرى بأساس مختلف.

الرموز: لأي أعداد موجبة n, b, a، حيث $a \neq 1$ و $b \neq 1$،

$$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$$

$\log_b n$ ← لوغارتيم العدد الأصلي للأساس b

$\log_b a$ ← لوغارتيم الأساس القديم للأساس b

مثال:

$$\log_3 11 = \frac{\log_5 11}{\log_5 3}$$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اثبات صيغة تغير الأساس

لإثبات صيغة تغيير الأساس، افرض أن $\log_a n = x$.

$a^x = n$	تعريف اللوغاريتم
$\log_b a^x = \log_b n$	خاصية المساواة للدوال اللوغاريتمية
$x \log_b a = \log_b n$	خاصية لوغاريتم القوة
$x = \frac{\log_b n}{\log_b a}$	اقسم كلا الطرفين على $\log_b a$
$\log_a n = \frac{\log_b n}{\log_b a}$	$x = \log_a n$

يمكنك استعمال صيغة تغيير الأساس لإيجاد قيمة عبارة لوغاريتمية تحتوي لوغاريتمات مختلفة الأساس، وذلك بتحويل جميع اللوغاريتمات إلى لوغاريتمات عشرية.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

استعمال صيغة تغيير الأساس

مثال ٥

اكتب $\log_3 20$ بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

$$\log_3 20 = \frac{\log_{10} 20}{\log_{10} 3}$$ صيغة تغيير الاساس

$$\approx 2.7268$$ استعمل الحاسبة

تاريخ الرياضيات

الخوارزمي

هو أبو عبدالله محمد بن موسى الخوارزمي (848م–780م) لُقّب بأبي الجبر، وهو عالم عربي، أسس علم الجبر ووضع أسسه وابتكر حساب اللوغاريتمات.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

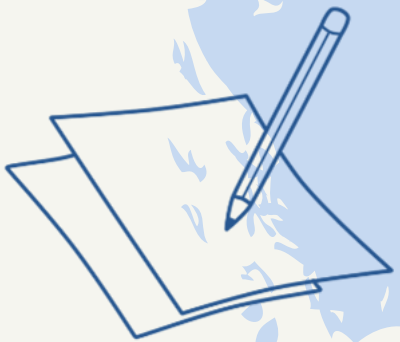
5) اكتب $\log_6 8$ بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

5) اكتب $\log_6 8$ بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.



@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

اكتب كلًّا مما يأتي بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

26) $\log_3 7$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

اكتب كلًّا مما يأتي بدلالة اللوغاريتم العشري، ثم أوجد قيمته مقربًا إلى أقرب جزء من عشرة آلاف:

(26 $\log_3 7$

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ٦

استعمال صيغة تغيير الأساس

حواسيب: البرامج الحاسوبية عبارة عن مجموعة من التعليمات تسمى خوارزميات، ولتنفيذ مهمة في برنامج حاسوبي يجب تحليل ترميز الخوارزمية، ويعطى الزمن اللازم بالثواني R لتحليل خوارزمية مكونة من n خطوة بالصيغة $R = \log_2 n$. مستعملًا صيغة تغيير الأساس حدد الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 240 خطوة.

$R = \log_2 n$	المعادلة الأصلية
$= \log_2 240$	$n = 240$
$= \frac{\log 240}{\log 2}$	صيغة تغيير الأساس
≈ 7.9	بسّط

الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 240 خطوةيساوي 7.9 ثوانٍ تقريبًا.

@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

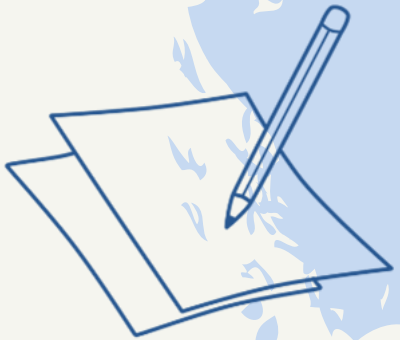
6) حدد الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 160خطوة.

@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحل

6) حدد الزمن اللازم لتحليل خوارزمية مكونة من 160خطوة.



@A_Shark_s

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل التفكير العليا

37) تحدٍّ: حل المعادلة $\log_a x = \log_{\sqrt{a}} 3$ لتجد قيمة x . وفسّر كل خطوة.

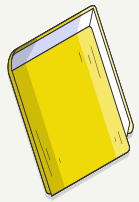
@A_Sharks

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تم بحمد الله

مع تمنياتي لكم بالتوفيق والنجاح

حساباتي على السوشيال ميديا



@A_Shark_s