

سلسلة رفعة حلول



تحقق من فهمك

3-1

رياضيات

المؤلفين

أ. زينة الشهري
حساب تويتر والتليجرام:
@zsm0500

المراجعين

أ. إيمان سعود الزهراني
حساب تويتر والتليجرام:
@math4eman

تصميم الكتاب :

أ. غادة الفضلي



رقم الإيداع : 1433/9358

تاريخه : 1443/9/9 هـ

ردمك : 978-603-04-1239-6

الإهداء

كنت أتمنى أن أهديهما إنجازاتي وهم
بجانبي وأرى فرحتهما بعيني ولكن أثق
أنهما عند الله تعالى في حالٍ أفضل .. إلي
روح أمي الغالية وروح أبي الغالي أهدي
لكما كل منفعة يأتي بها كتابي لطالبٍ أو
معلمٍ أو باحثٍ ولسندي وصديقٍ روعي
زوجي الغالي... و الحمد لله رب العالمين
على توفيقه وكرمه وفضله الدائم علينا

تطوير - إنتاج - توثيق

مقدمة

الحمد لله و الصلاة والسلام على نبينا محمد و على آله و
صحابه أجمعين

أما بعد :

نبذة عن مجموعة رفعة

هي مجموعة تدار من قبل معلمين و معلمات الرياضيات من
جميع انحاء المملكة

و هي قائمة على التطوير المهني للمعلمين والمعلمات و ابتكار
الأفكار الإبداعية للتعليم العام

و بهدف التيسير و التسهيل لمادة الرياضيات

و نشر العلم

نقدم لكم حلول لتحقق من فهمك لكتاب رياضيات

نسأل الله ان يجعله خالصاً لوجهه و أن تجدوا فيه الفائدة

تطوير - إنتاج - توثيق

6

- الفصل السادس

6-1 المضلعات المتشابهة

6-2 المثلثات المتشابهة

6-3 المستقيمت المتوازية

والأجزاء المتناسبة

6-4 عناصر المثلثات المتشابهة

7

- الفصل السابع

7-1 الانعكاس

7-2 الإزاحة (الانسحاب)

7-3 الدوران

7-4 تركيب التحويلات الهندسية

- الفصل الثامن

8

8-1 الدائرة ومحيطها

8-2 قياس الزوايا والأقواس

8-3 الأقواس والأوتار

8-4 الزوايا المحيطية

8-5 المماسات

8-6 القاطع والمماس وقياس الزوايا

8-7 قطع مستقيمة خاصة في الدائرة

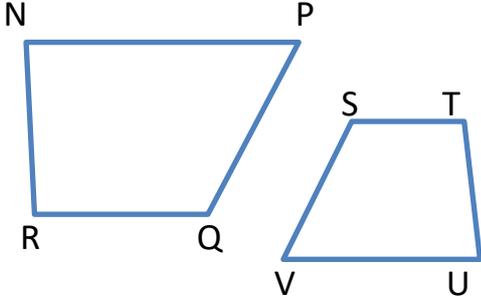
8-8 معادلة الدائرة

7-5 التماثل

7-6 التمدد

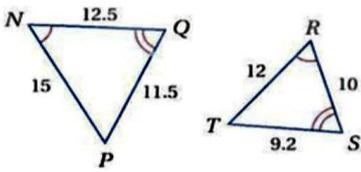
- المضلعات المتشابهة 6-1
- المثلثات المتشابهة 6-2
- المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة 6-3
- عناصر المثلثات المتشابهة 6-4

1) إذا كان $NPQR \sim UVST$ ، فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسباً يربط بين الأضلاع المتناظرة.



تطابق الزوايا / $\angle N \cong \angle U, \angle P \cong \angle V$
 $\angle Q \cong \angle S, \angle R \cong \angle T$

تناسب الأضلاع $\frac{ST}{RQ} = \frac{SV}{Qp} = \frac{VU}{PN} = \frac{TU}{RN}$



2) حدد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، ووضح إجابتك.

لتحديد أن المثلثان متشابهان نختبر تطابق الزوايا وتناسب الأضلاع من الرسم

$$\angle N \cong \angle R , \angle Q \cong \angle S$$

بحسب نظرية الزاوية الثالثة $\angle T \cong \angle P$

$$\frac{NQ}{RS} = \frac{NP}{RT} = \frac{PQ}{ST}$$

$$\frac{12.5}{10} = \frac{15}{12} = \frac{11.5}{9.2}$$

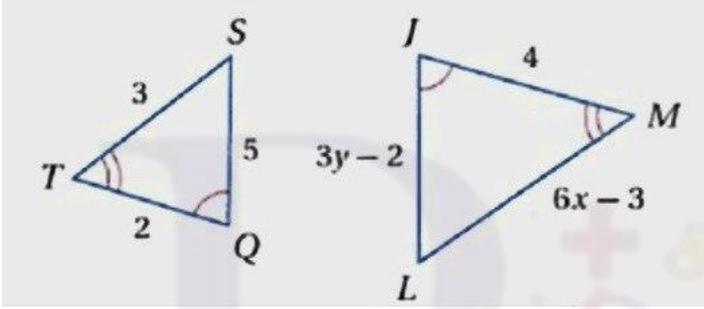
معامل التشابه = $\frac{5}{4}$

المضلعات المتشابهة

6-1

إذا كان $\Delta JLM \sim \Delta QST$ فأوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي:
X (3A)

بما أن $\Delta JLM \sim \Delta QST$ فإن الأضلاع متناسبة



$$\frac{TQ}{MJ} = \frac{TS}{ML} \rightarrow \frac{2}{4} = \frac{3}{6X-3}$$

$$2(6X - 3) = 4(3)$$

$$12X - 6 = 12$$

$$12X = 12 + 6$$

$$12X = 18 \text{ بالقسمة على } 12$$

$$X = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$X = 1.5$$

Y(3b)

$$\frac{JL}{QS} = \frac{JM}{QT}$$

$$\frac{3Y - 2}{5} = \frac{4}{2}$$

$$2(3Y - 2) = 4 \times 5$$

$$6Y - 4 = 20$$

$$6Y = 20 + 4$$

$$6Y = 24 \text{ بالقسمة على } 6$$

$$Y = \frac{24}{6} = 4$$

$$Y = 4$$

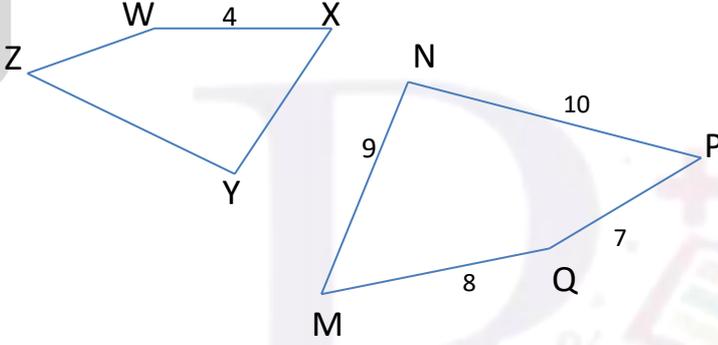
تطوير - إنتاج - توثيق

المضلعات المتشابهة

6-1

4) إذا كان $XYZW \sim MNPQ$ ، فأوجد معامل تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.

معامل التشابه هو:



$$\frac{\text{محيط المضلع الكبير}}{\text{محيط المضلع الصغير}} = \text{معامل التشابه} = \frac{8}{4} = \frac{QM}{WX} = 2$$

محيط المضلع $MNPQ$ = مجموع أطوال الأضلاع

$$34 = 9 + 8 + 7 + 10 =$$

نفترض أن محيط الأضلاع $X = ZYXW$

$$\frac{2}{1} = \frac{34}{X} \text{ بالتعويض في قانون معامل التشابه}$$

$$2X = 34$$

بالقسمة على 2

$$X = 17$$

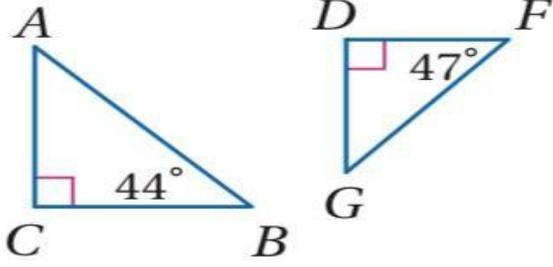
محيط المضلع الصغير = 17

المثلثات المتشابهة

6-2

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ووضّح إجابتك.

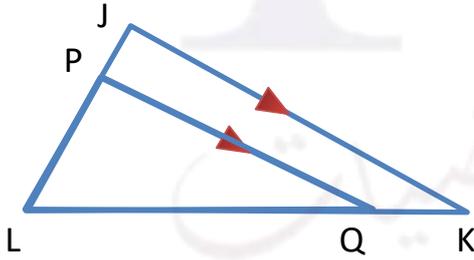
(1A)



لا يوجد زوايا في أحد المثلثين مطابقتان لزاويتين في المثلث الآخر المثلثين غير متشابهين

(1B)

من نظرية الانعكاس للزوايا $\angle L \cong \angle L$
من نظرية تطابق الزاويتين المتناظرتين $\angle J \cong \angle P$



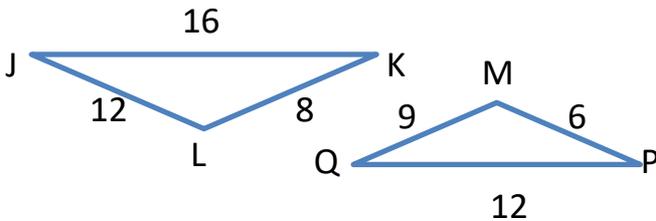
نعم $\Delta QLP \sim \Delta KJL$
وفق نظرية التشابه AA

تطوير - إنتاج - توثيق

(2A)

بما أن كل المعلوم على الرسم هي الأضلاع نختبر تناسب الأضلاع

$$\frac{JL}{QM} = \frac{LK}{MP} = \frac{JK}{QB}$$



$$\frac{12}{9} = \frac{8}{6} = \frac{16}{12}$$

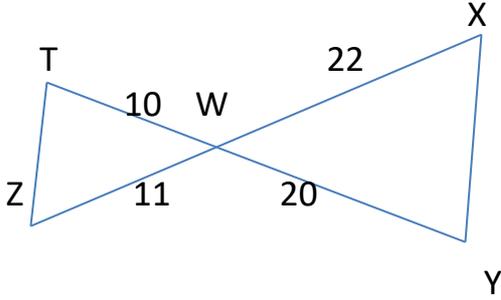
$$\frac{4}{3} = \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

نعم المثلثان متشابهان وفق نظرية SSS

المثلثات المتشابهة

6-2

حدد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، ووضح إجابتك.



(2B)

أولاً: $\angle W \cong \angle W$ نظرية التقابل بالرأس
ثانياً: الأضلاع

$$\frac{TW}{WZ} = \frac{WX}{WY}$$

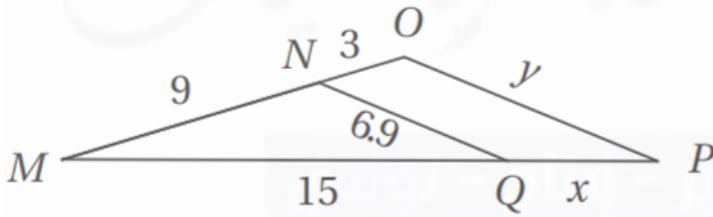
$$\frac{10}{20} = \frac{11}{22}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

من الحل 1 و 2 المثلثان متشابهان وفق نظرية SAS

المثلثان MOP, MNQ في الشكل المجاور متشابهان، ما قيمة y؟

20.7 (D) 9.2 (C) 8.4 (B) 5.2 (A)



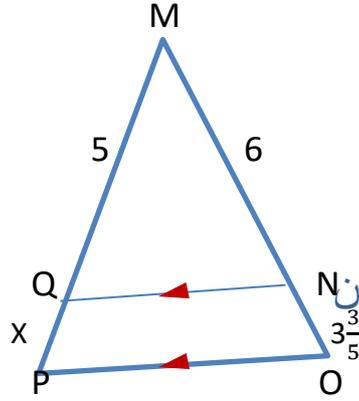
$$\frac{MN}{NO} = \frac{NQ}{NP}$$

$$\frac{9}{3} = \frac{y}{6.9}$$

$$12 = \frac{y}{6.9}$$

$$9y = 6.9 \times 12$$

$$y = 9.2$$



أوجد كل طول فيما يأتي
QP , MP(4A)

بما أن $QN \parallel PO$

من خاصية تطابق $\angle MNQ \cong \angle NOP$

الزاويتين المتناظرتين $\angle MQN \cong \angle QPO$

إذن المثلثان متشابهين وفق مسلمة AA

$$\frac{MN}{MO} = \frac{MQ}{MP}$$

$$\frac{6}{6 + 3.6} = \frac{5}{5 + X}$$

$$5(6 + 3.6) = 6(5 + X)$$

$$30 + 18 = 30 + 6X$$

$$6X = 18$$

$$X = 3$$

$$QP = 3$$

$$MP = X + 5$$

$$3 + 5$$

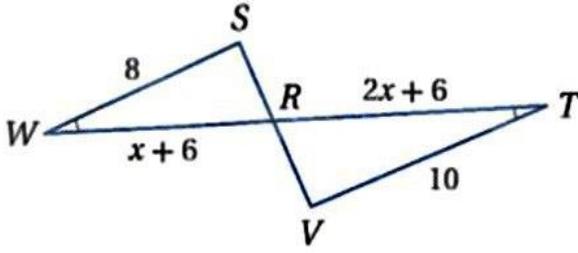
$$MP = 8$$

بالتعويض في قيمة X

تطوير - إنتاج - توثيق

المثلثات المتشابهة

6-2



أوجد كل طول فيما يأتي
WR, RT(4B)

بما أن $\angle SRW \cong \angle VRT$
 $\angle SWR \cong \angle RTV$

إذن المثلثان متشابهين وفق مسلمة AA

$$\frac{RW}{RT} = \frac{SW}{VT}$$

$$\frac{x+6}{2x+6} = \frac{8}{10}$$

$$16x+48 = 10x+60$$

-48

-48

$$16x=10x+12$$

$$6x=12$$

$$x=2$$

WR = x+6 بالتعويض في قيمة x=2

$$WR=8$$

RT = 2x+6 بالتعويض في قيمة x=2

$$RT=10$$

5) بنايات: يقف منصور بجوار بناية، وعندما كان طول ظله 9 FT ، كان طول ظل البناية 322.5 FT إذا كان طول منصور 6 FT فكم قدما ارتفاع البناية ؟

$$\frac{\text{طول منصور}}{\text{طول ظل منصور}} = \frac{\text{طول البناية (x)}}{\text{طول ظل البناية}}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{x}{322.5}$$

$$9x=322.5 \times 6$$

$$9x=1935$$

$$x=215 \text{ FT}$$

بالقسمة على 9

وهو ارتفاع البناية

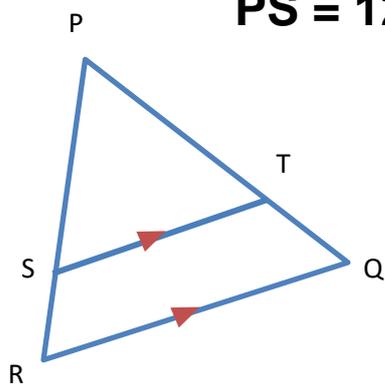
(1) في الشكل أعلاه إذا كان : $PS = 12.5$, $SR = 5$, $PT = 15$

فأوجد TQ

في نظرية تناسب المثلث

$$\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$$

$$\frac{12.5}{5} = \frac{15}{TQ}$$



$$12.5(TQ) = 5 \times 15$$

بالقسمة على 12.5

$$12.5(TQ) = 75$$

$$TQ = 6$$

(2) في الشكل أعلاه إذا كان : $DG = \frac{1}{2}GF$, $EH = 6$, $HF = 10$

فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟

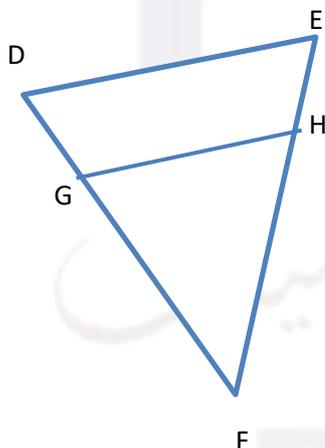
لا $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ لا يحدث توازي

$$\frac{EH}{HF} \neq \frac{DG}{GF}$$

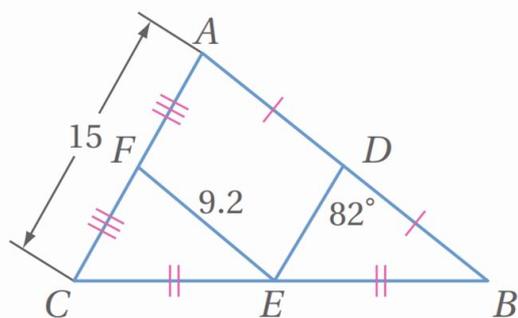
$$\frac{EH}{HF} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{DG}{GF} = \frac{1}{2}$$

النواتج غير متساوية



تطوير - إنتاج - توثيق



أوجد كل قياس مما يأتي معتمداً على الشكل المجاور:

DE (3A)

$$AF=FC$$

$$AD=DB$$

إذن النقطة D والنقطة F منصفات مثلث
وحسب نظرية القطعة

المنصفة لمثلث $DE \parallel AC$ و $DE = \frac{1}{2} AC$

$$DE = \frac{1}{2} AC$$

$$DE = \frac{15}{2}$$

$$DE = 7.5$$

DB (3B)

بما أن $AD=DB$ و $CE=EB$

إذن النقطة D والنقطة E منصفات مثلث وحسب نظرية القطعة

المنصفة لمثلث $FE \parallel AB$

$$AB = \frac{1}{2} EF$$

$$EF = 9.2$$

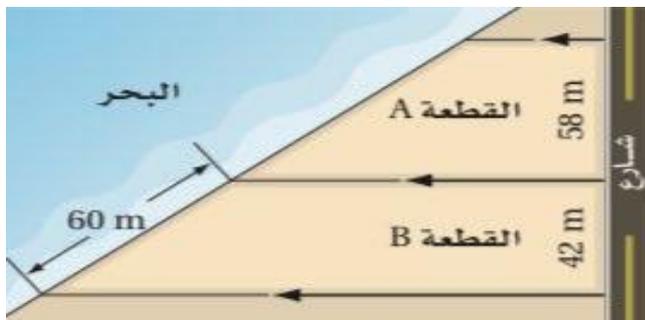
$$DB = EF = 9.2$$

m ∠FED (3C)

بما أن $FE \parallel AB$ بالتبادل داخلياً $m \angle FED = 82^\circ$

تطوير - إنتاج - توثيق

4) عقارات: واجهة قطعة الأرض هي طول حدّها المحاذي لمعلم ما مثل شارع أو بحر أو نهر، أوجد طول الواجهة البحرية للقطعة A إلى أقرب عشر المتر.



الأجزاء متناسبة نتيجة توازي حدود القطعتين.

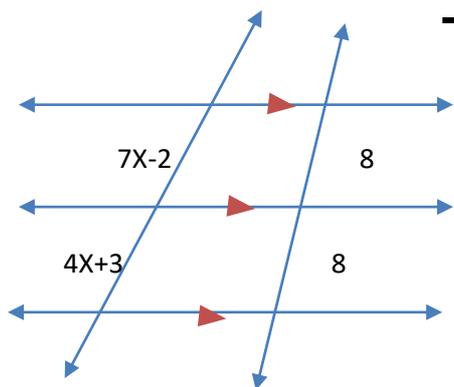
نفرض X هو الواجهة البحرية للقطعة A

$$\frac{X}{60} = \frac{58}{42}$$

$$X = \frac{60 \times 58}{42}$$

$$X = 82.9$$

الواجهة البحرية للقطعة $82.9 = A$



أوجد قيمة كل من x, y
(5A)

لإيجاد قيمة X

من قانون تناسب الأجزاء للقاطع نتيجة توازي مستقيمين

$$\frac{7X-2}{4X+3} = \frac{8}{8} = 1$$

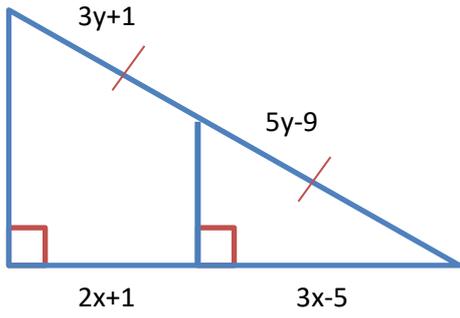
$$7X-2=4X+3$$

$$3X-2=3$$

$$3X=5$$

$$X = \frac{5}{3} = 1.7$$

$$\boxed{X = 1.7}$$



أوجد قيمة كل من x , y .
(5B)

أولا : لإيجاد x من تطابق الجزئين:

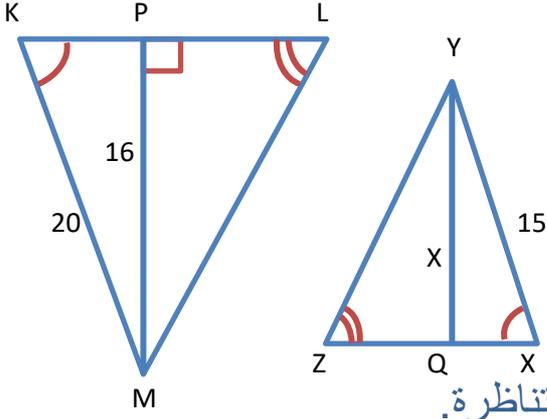
$$\begin{aligned} 3X-5 &= 2X+1 \\ -2X & \quad -2X \\ X-5 &= 1 \\ \boxed{X} &= 6 \end{aligned}$$

ثانياً: من تطابق الجزئين

$$\begin{aligned} 3Y+1 &= 5Y-9 \\ -3Y & \quad -3Y \\ 1 &= 2Y-9 \\ 2Y &= 10 \\ \boxed{Y} &= 5 \end{aligned}$$



تطوير - إنتاج - توثيق



أوجد قيمة x في كل من المثلثين المتشابهين في كل من السؤالين الآتيين:

$$\Delta ZYX \sim \Delta KLM \text{ (1A)}$$

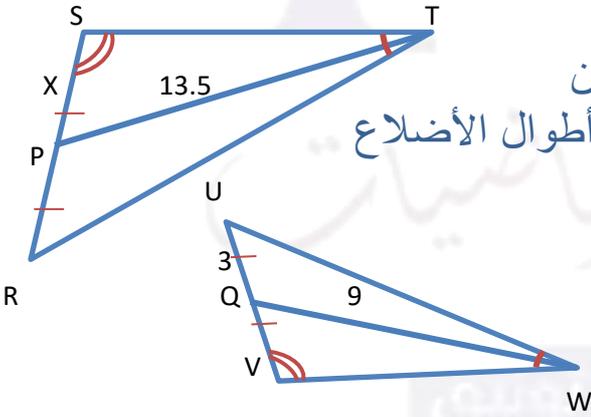
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{YQ}{PM} = \frac{YX}{KM}$$

$$\frac{X}{16} = \frac{15}{20}$$

$$X = \frac{15 \times 16}{20}$$

$$\boxed{X = 12}$$



(1B)

بما أن المثلثان متشابهان فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين

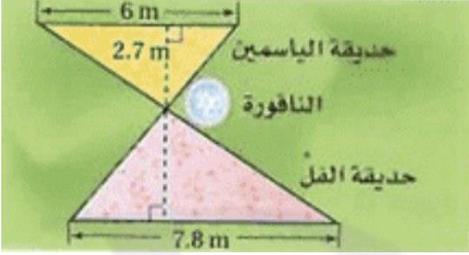
$$\frac{WQ}{TP} = \frac{VU}{RS}$$

$$\frac{9}{13.5} = \frac{6}{2X}$$

$$X = \frac{3 \times 13.5}{9}$$

$$\boxed{X = 4.5}$$

حدايق: في الشكل المجاور حديقتان بجوارهما نافورة
إذا كانت الحديقتان تشكلان مثلثين متشابهين
فأوجد المسافة من مركز النافورة إلى الضلع
الأطول في حديقة الفل .

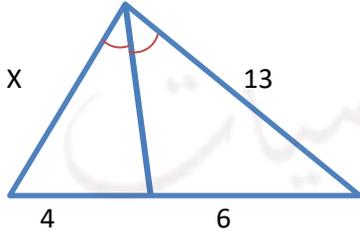


$$\frac{X}{7.8} = \frac{2.7}{6}$$

$$X = \frac{7.8 \times 2.7}{6}$$

$$X = 3.51 \text{ m}$$

أوجد قيمة X في كل من الشكلين الآتيين:
(3A)



نعمل التناسب = $\frac{6}{4} = \frac{13}{X}$

$$X = \frac{4 \times 13}{6}$$

$$X = 8.7$$

تطوير - إنتاج - توثيق

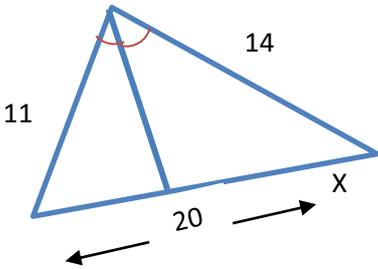
(3B)

نعمل التناسب = $\frac{X}{20-X} = \frac{14}{11}$

$$11X = 280 - 14X$$

$$11X + 14X = 280$$

$$X = 11.2$$



التحويلات الهندسية والتماثل

الانعكاس

الإزاحة (الانسحاب)

الدوران

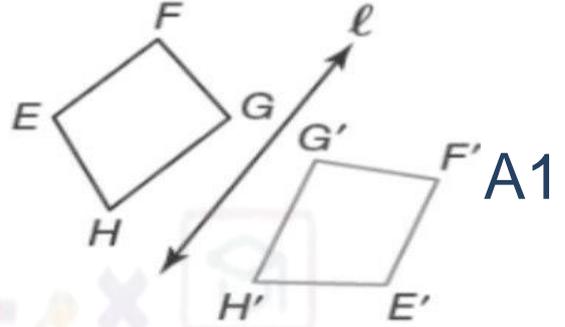
تركيب التحويلات الهندسية

التماثل

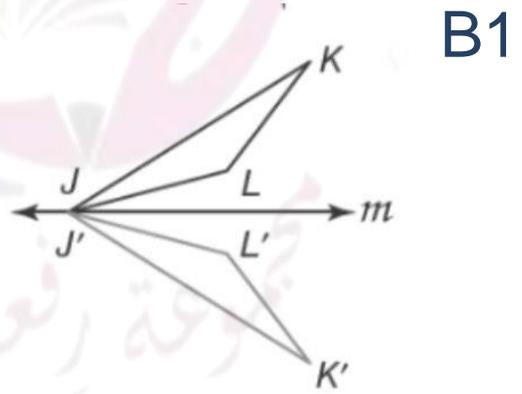
التمدد

ليس هناك تحدٍ أكبر من تحسين ذاتك
وتطويرها.

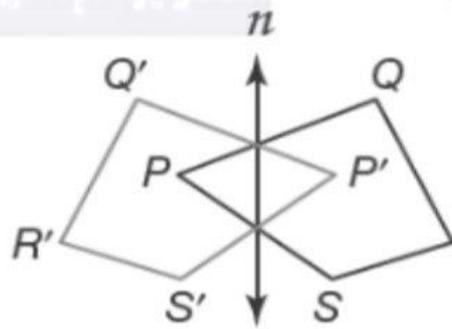
ارسم صورة الشكل بالانعكاس حول المستقيم المعطى في كل شكل مما يأتي:



A1



B1



C1

تطوير - إنتاج - توثيق

مبيعات تذاكر: يريد فهد أن يختار موقعاً مناسباً لبيع تذاكر مباراة كرة القدم

عين النقطة **P** على الحائط بحيث تكون المسافة التي يسيرها شخص ما من النقطة **A** إلى النقطة **B** أقل ما يمكن.

أفهم:

معطياتي: يريد فهد أن يختار موقعاً مناسباً لبيع التذاكر.
المطلوب: أعين النقطة **P** بحيث تكون المسافة التي يسيرها شخص ما من النقطة **A** إلى النقطة **P** ثم إلى النقطة **B** أقل ما يمكن.

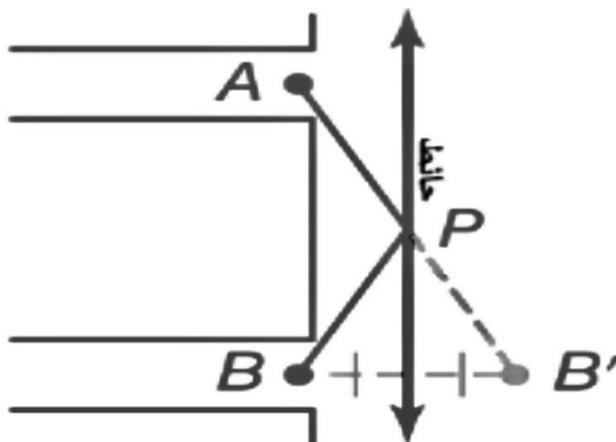
أخطئ: تكون المسافة أقل ما يمكن عندما تكون هذه النقاط على استقامه واحد.

الحل: أرسم BB' بحيث B' صورة النقطة B بالانعكاس حول الحائط ثم أصل

AB'

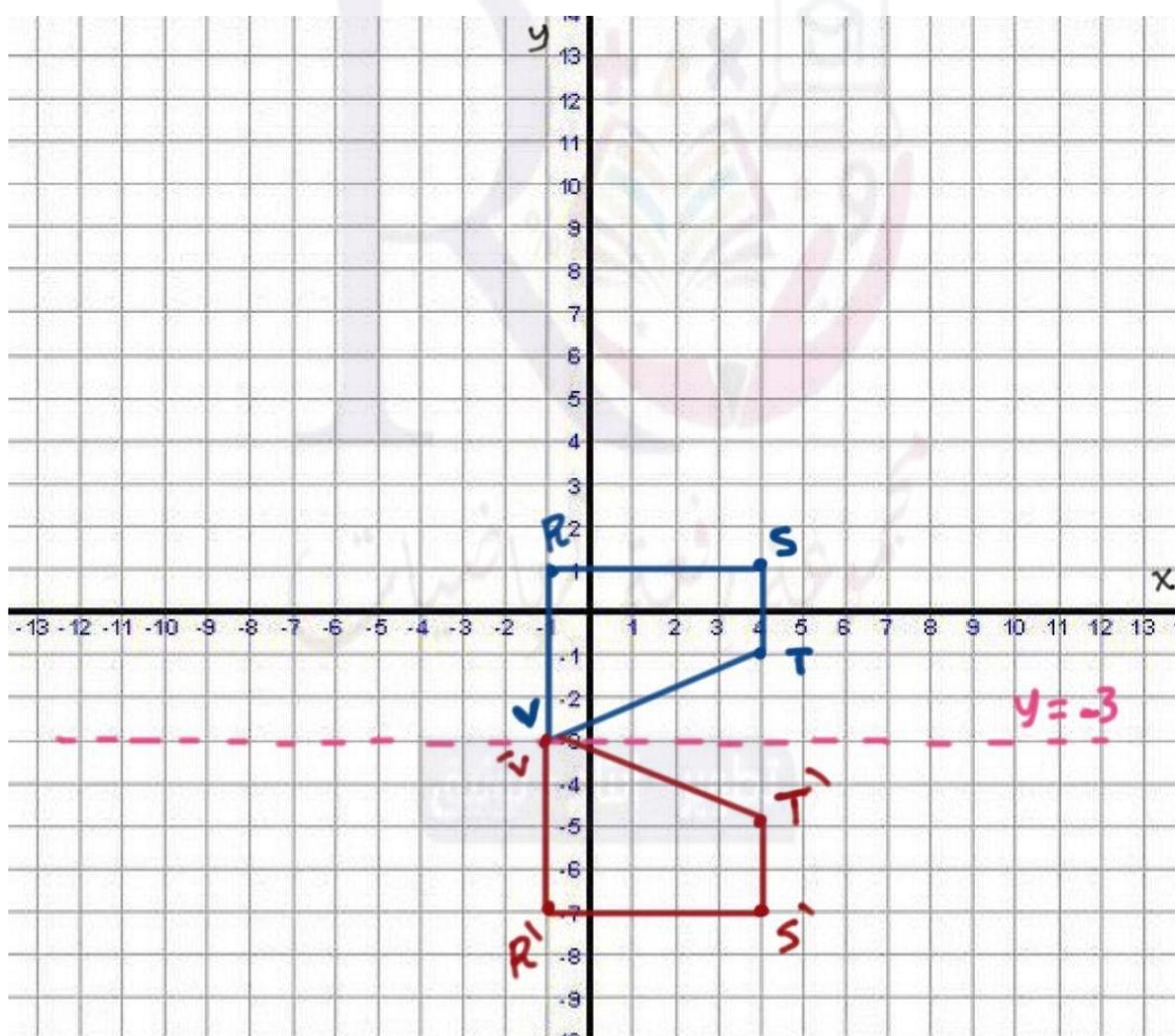
فيكون مجموع $AP+PB'$ أقل ما يمكن.

الرسم:

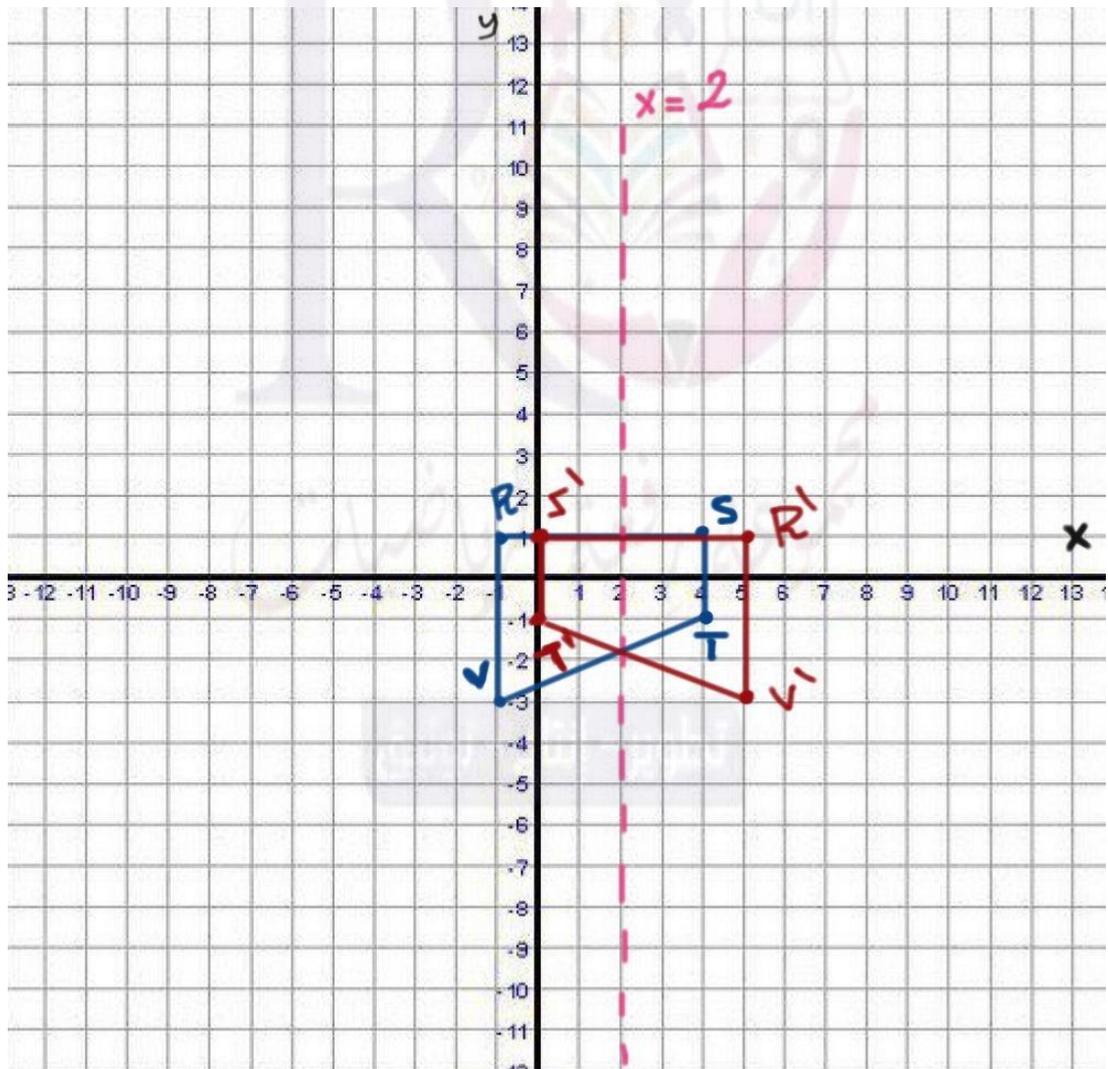


- مثل بيانياً شبه المنحرف RSTV الذي إحداثيات رؤوسه هي $V(-1,-3)$, $T(4,-1)$, $S(4,1)$, $R(-1,1)$ بالانعكاس حول المستقيم المعطى فيما يلي :

$$Y = -3 \quad (3A)$$



$X = 2$ (3B)

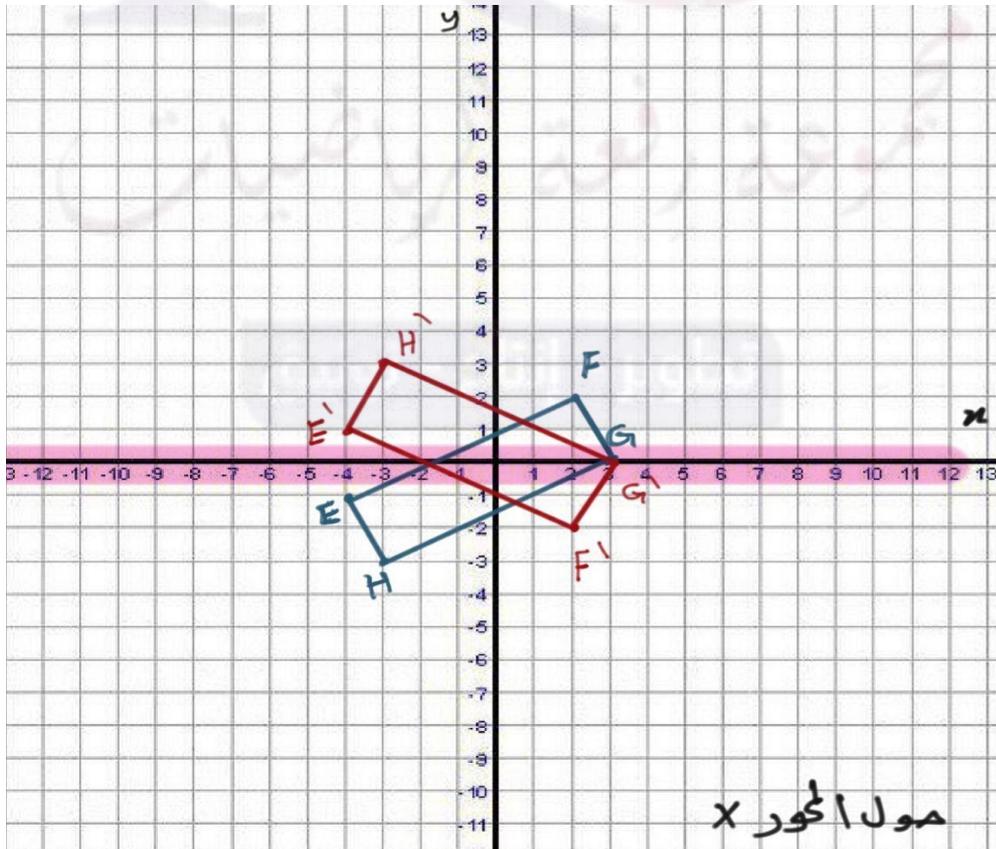


(A4) مثل بيانياً المستطيل الذي احداثيات رؤوسه $H(-3,-3)$
 $E(-4,-1)$ $G(3,0)$ $F(2,2)$
 بالانعكاس حول المحور X

الحل: لتحويل النقاط انعكاساً حول المحور X نثبت الإحداثي X
 للنقطة ونضرب الإحداثي Y في -1

$H^{\wedge}(-3,3)$	←	$H(-3,-3)$
$F^{\wedge}(2,-2)$	←	$F(2,2)$
$G^{\wedge}(3,0)$	←	$G(3,0)$
$E^{\wedge}(-4,1)$	←	$E(-4,-1)$

الرسم:



(B4) المثلث JKL الذي احداثيات رؤوسه بالانعكاس حول المحور Y
 الحل:

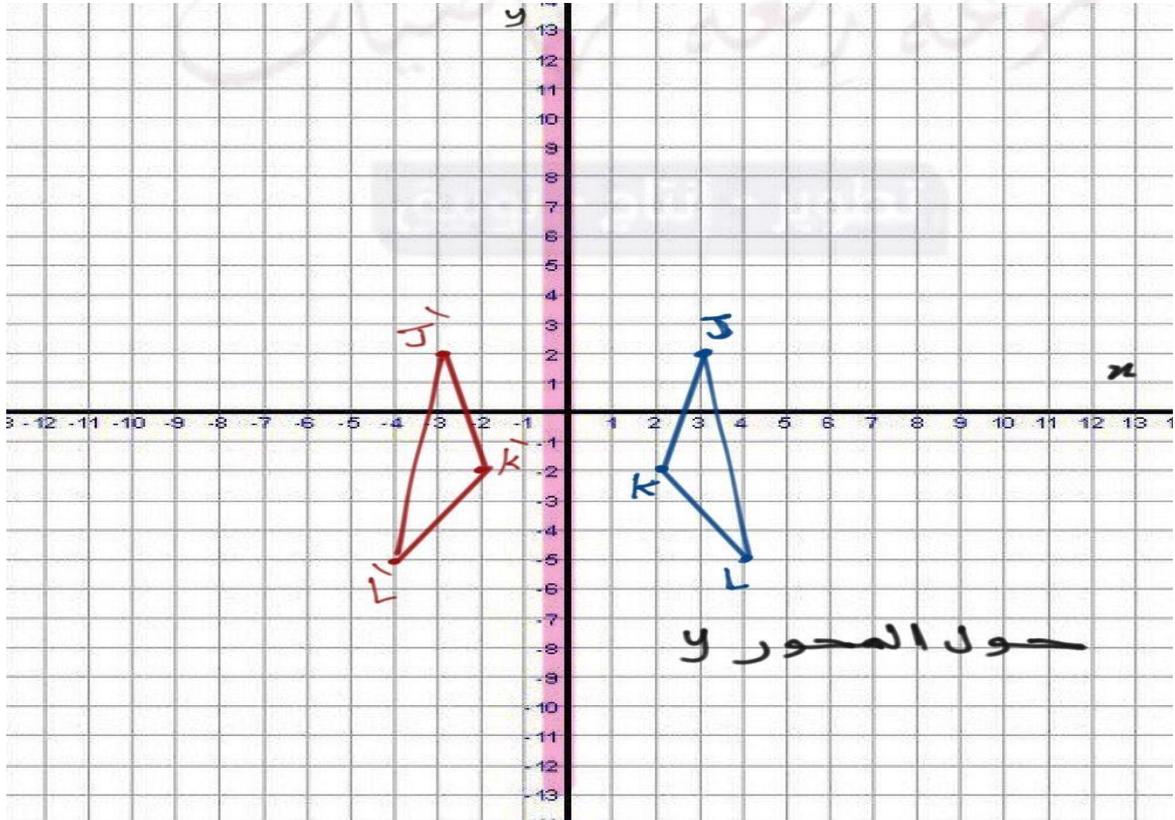
الانعكاس حول المحور Y يكون بتثبيت الاحداثي Y للنقطة وضرب الاحداثي X في -1

$$\hat{J}(-3,2) \longleftarrow J(3,2)$$

$$\hat{K}(-2,2) \longleftarrow K(2,-2)$$

$$\hat{L}(-4,-5) \longleftarrow L(4,-5)$$

الرسم:



5) مثل بيانياً المثلث BCD الذي إحداثيات رؤوسه

$B(-3,3)$, $C(1,4)$, $D(-2,-4)$

ثم ارسم صورته حول المحور $Y=X$

الحل: الانعكاس حول المحور $Y=X$ يكون بتبديل بين إحداثيات

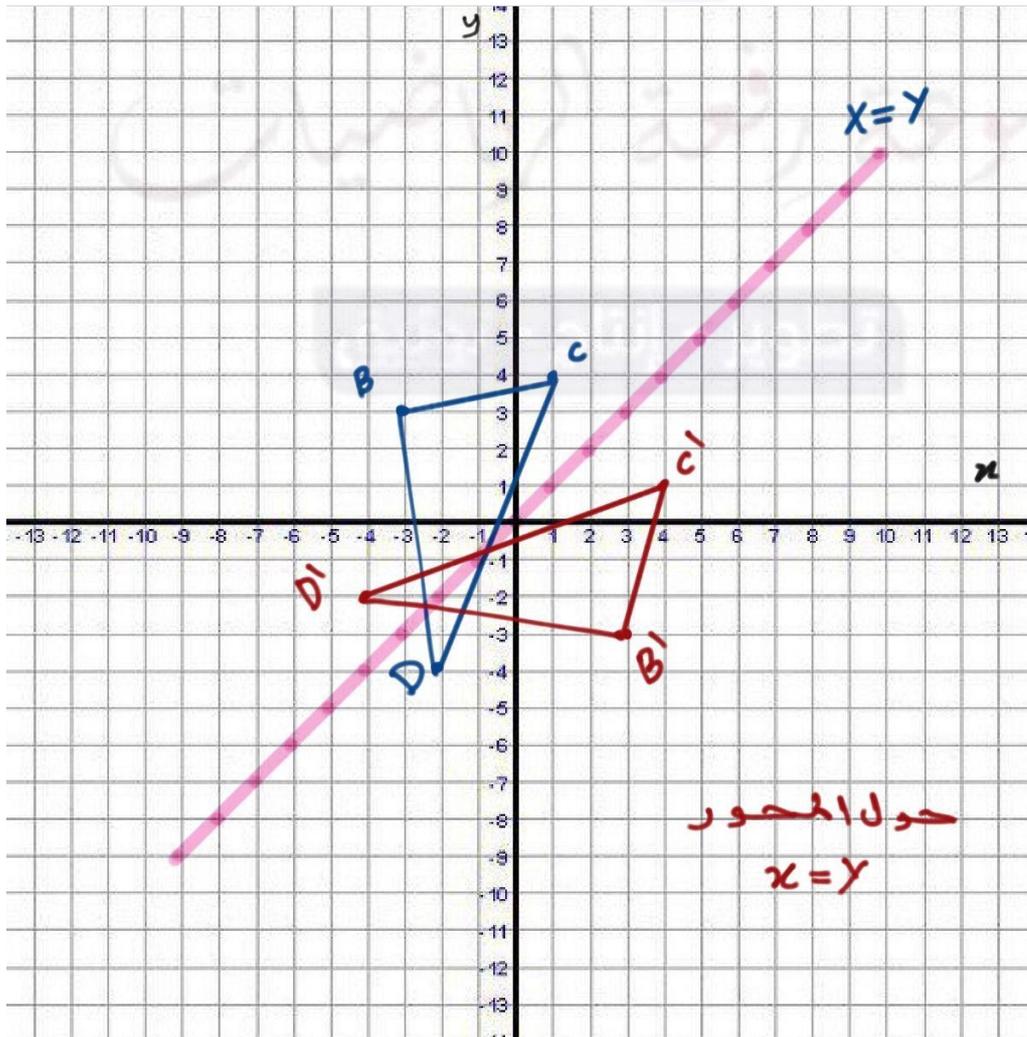
النقطة X , Y

$B^{\wedge}(3,-3) \longleftarrow B(-3,3)$

$C^{\wedge}(4,1) \longleftarrow C(1,4)$

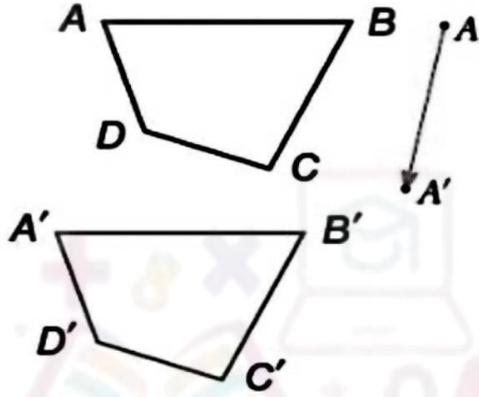
$D^{\wedge}(-4,-2) \longleftarrow D(-2,-4)$

الرسم:

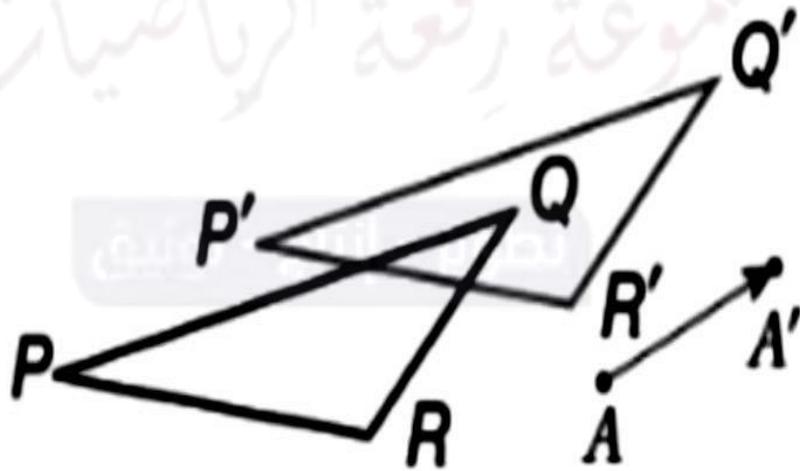


ارسم صورة الشكل الناتج عن الإزاحة التي تنقل النقطة A
الي A'

(A1)



(A2)

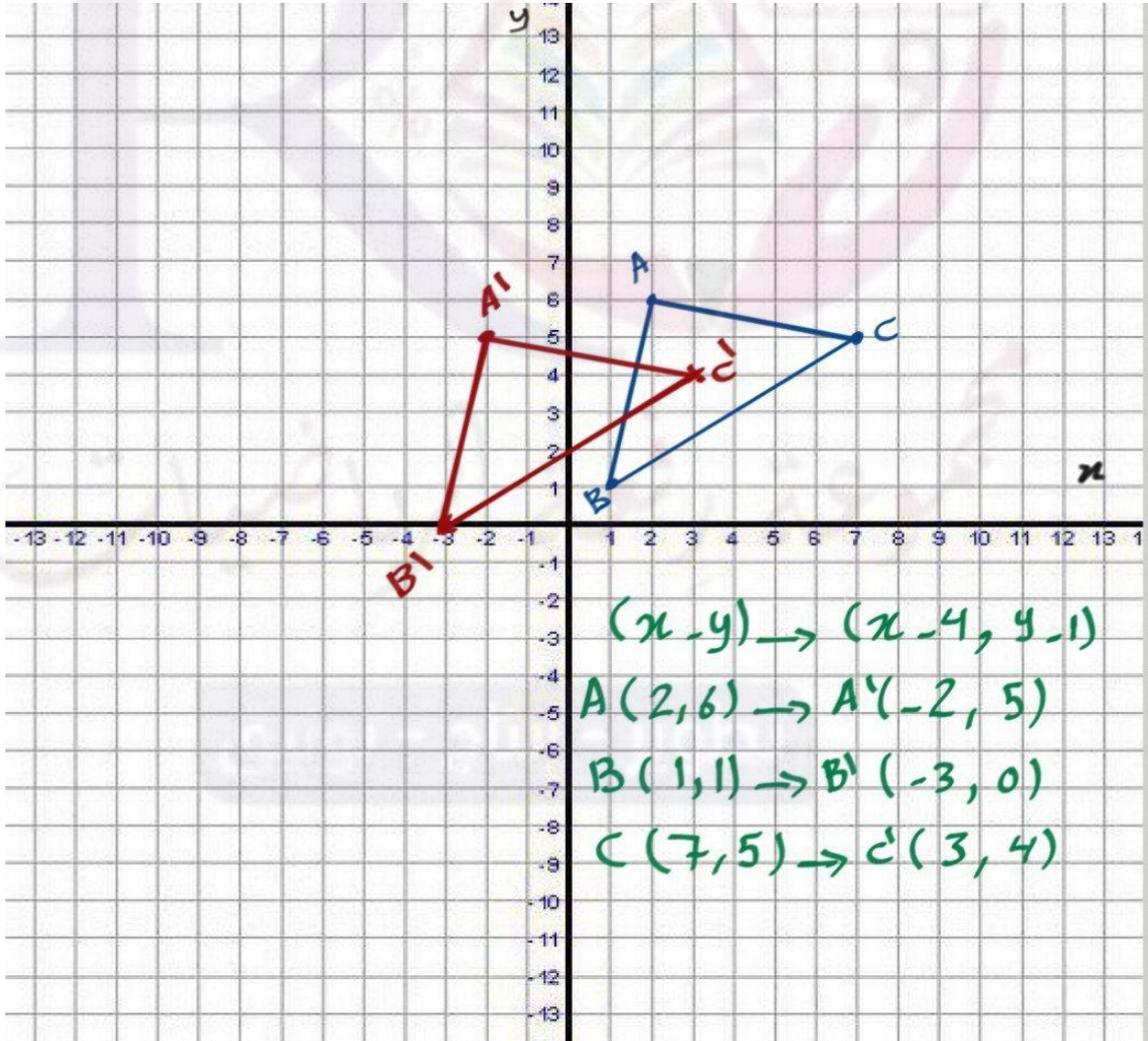


2A مثل بيانياً المثلث الذي رؤوسه $C(7,5)$ $B(1,1)$ $A(2,6)$

أزيح وفق القاعدة

$$(X, Y) \longrightarrow (X-4, Y-1)$$

الحل:



2B) مثلي الشكل الرباعي QRST الذي احدائيات

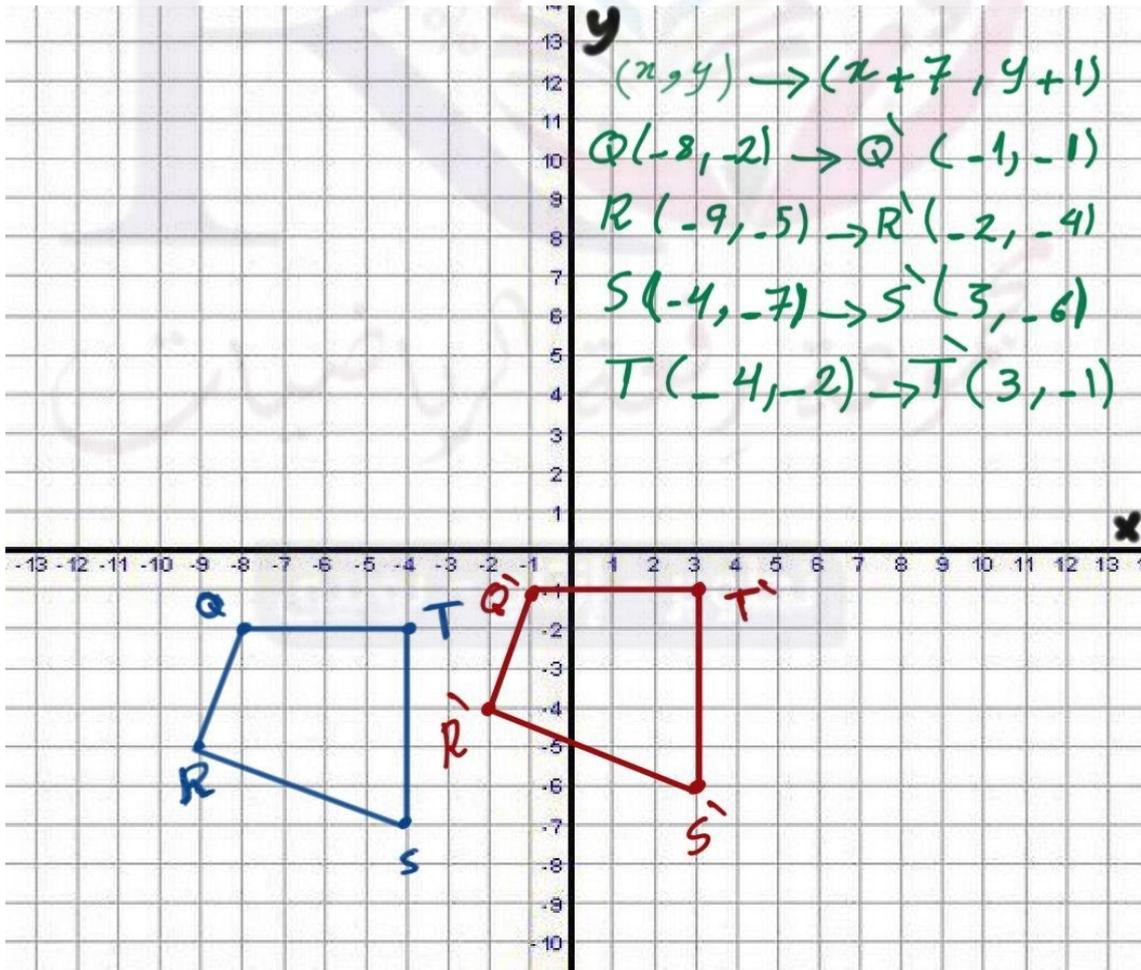
رؤوسه

Q(-8,-2) R(-9,-5) S(-4,-7) T(-4,-2)

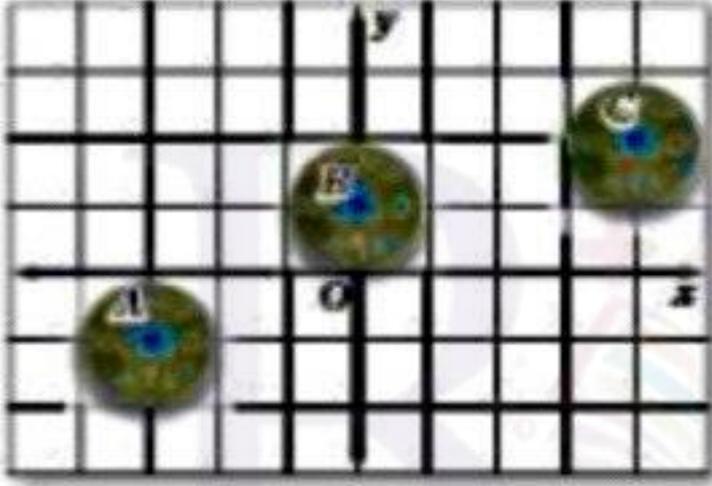
أزيح وفق القاعدة

$$(X, Y) \rightarrow (X+7, Y+1)$$

الحل:



3 (نقود: تم تصوير حركة قطعة نقود في مواقع مختلفة على المستوى الإحداثي



A صف حركة قطعة النقود عند انتقالها من الموقع A الي الموقع B لفظياً.

الحل:

تحركت قطعة النقود ثلاث وحدات يمين وواحدتين إلي أعلى.

B صف حركة القطعة عند انتقالها من الموقع A إلي

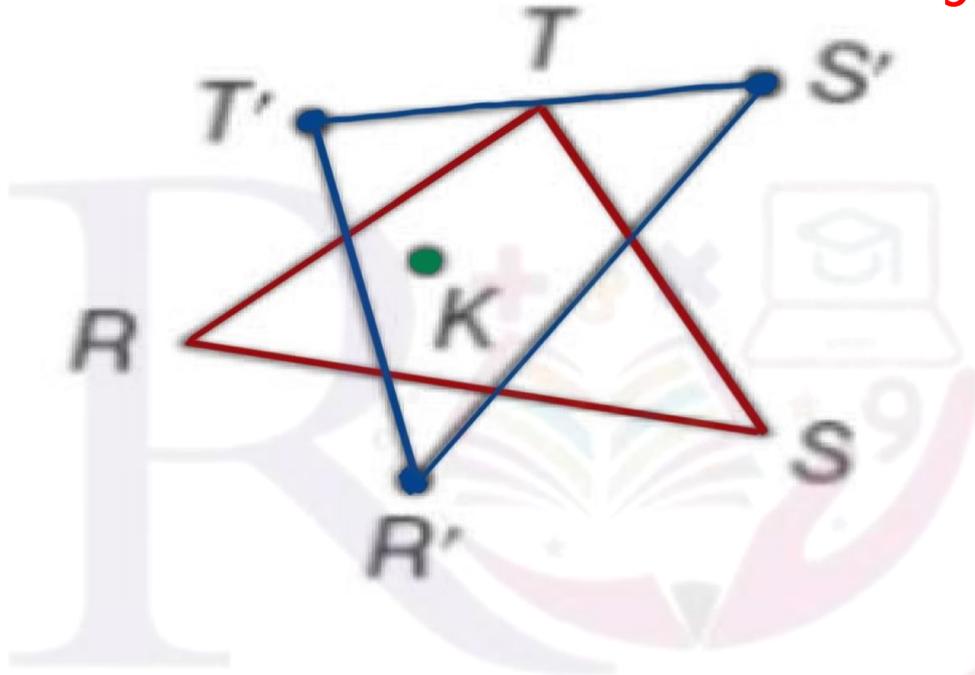
الموقع C باستعمال قاعدة الإزاحة.

الحل: $(x,y) \rightarrow (x+7,y+3)$

استعمل منقله ومسطرة لرسم صورة الشكل الناتجة عن الدوران حول النقطة k بالزاوية المحددة بكل من السؤالين الآتيين:

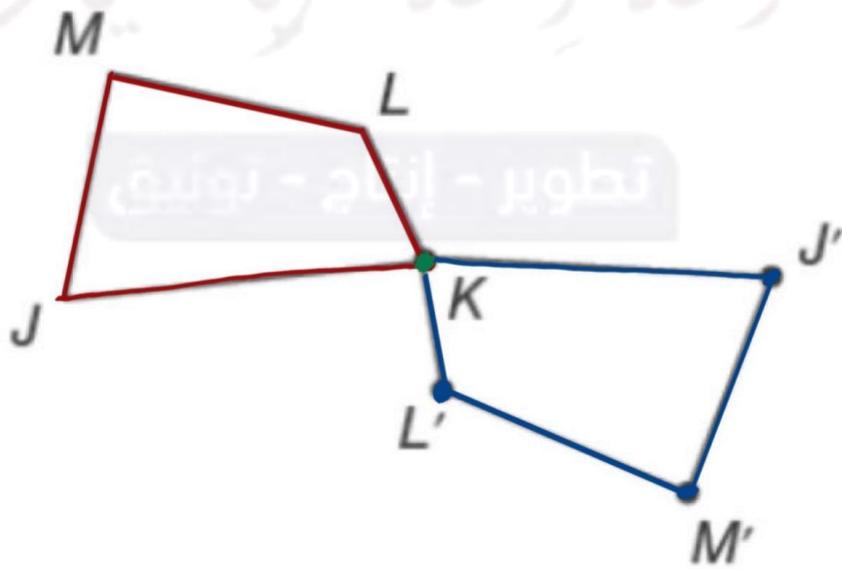
35° (A1)

الحل:

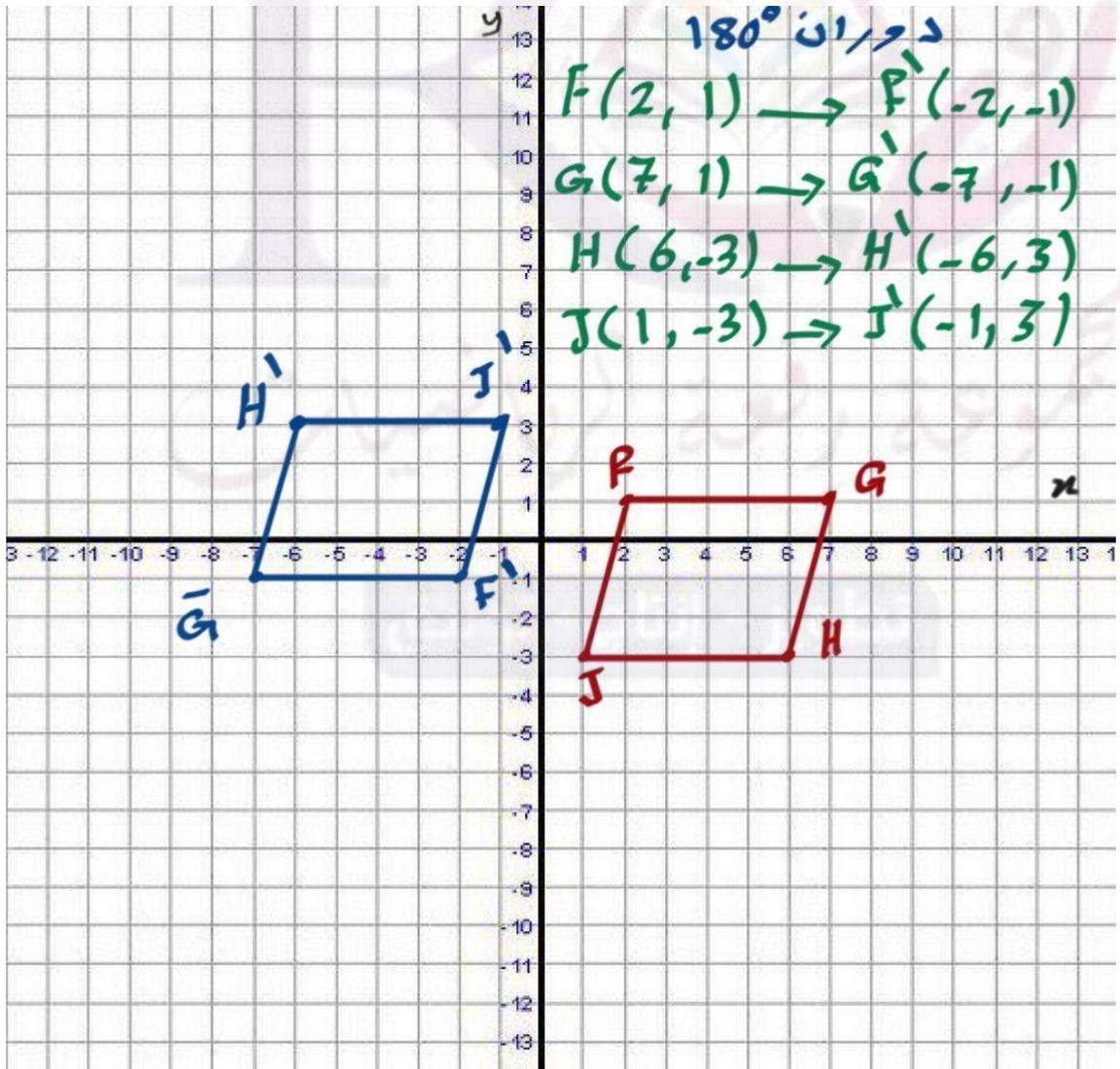


170° (A2)

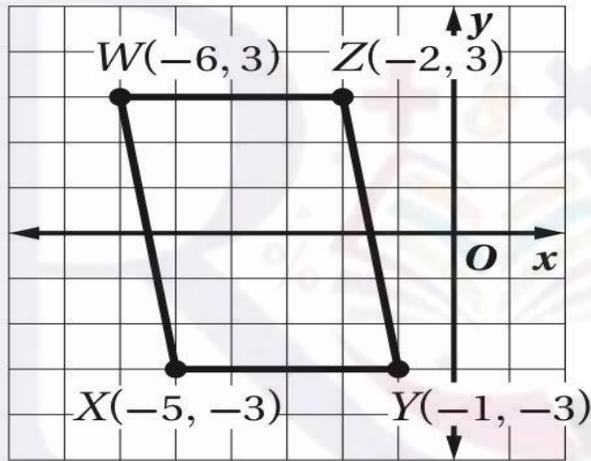
الحل:



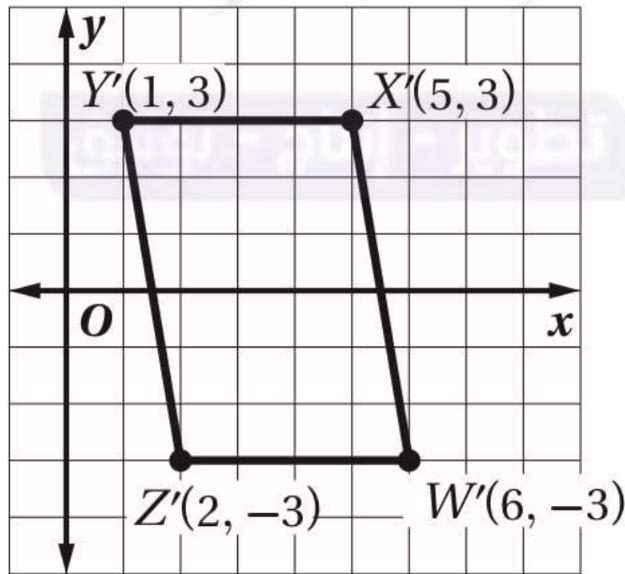
(2) إحداثيات رؤوس متوازي الأضلاع $FGHJ$ هي $J(1,-3)$ $F(2,1)$ $G(7,1)$ $H(6,-3)$ مثل بيانياً $FGHJ$ وصورته الناتجة عن دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل
 الحل: الدوران بزاوية 180° نضرب كل من الإحداثيين $(X.Y)$ في -1



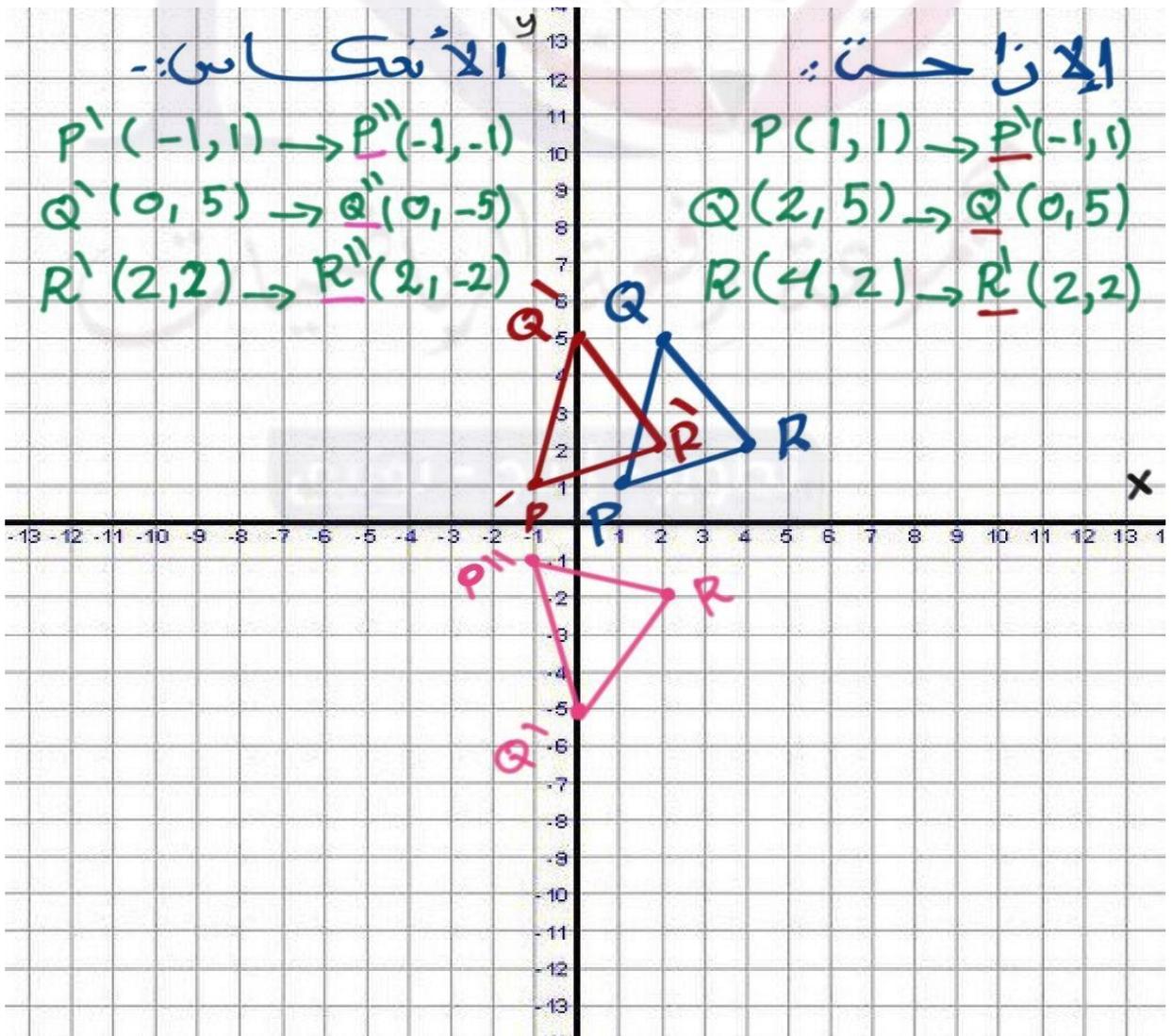
(3) تم تدوير متوازي الأضلاع $WXYZ$ في الشكل المجاور بزاوية 180° عكس اتجاه عقارب الساعة حول نقطة الأصل أي الأشكال التالية يمثل صورة متوازي الأضلاع الناتج عن الدوران ؟



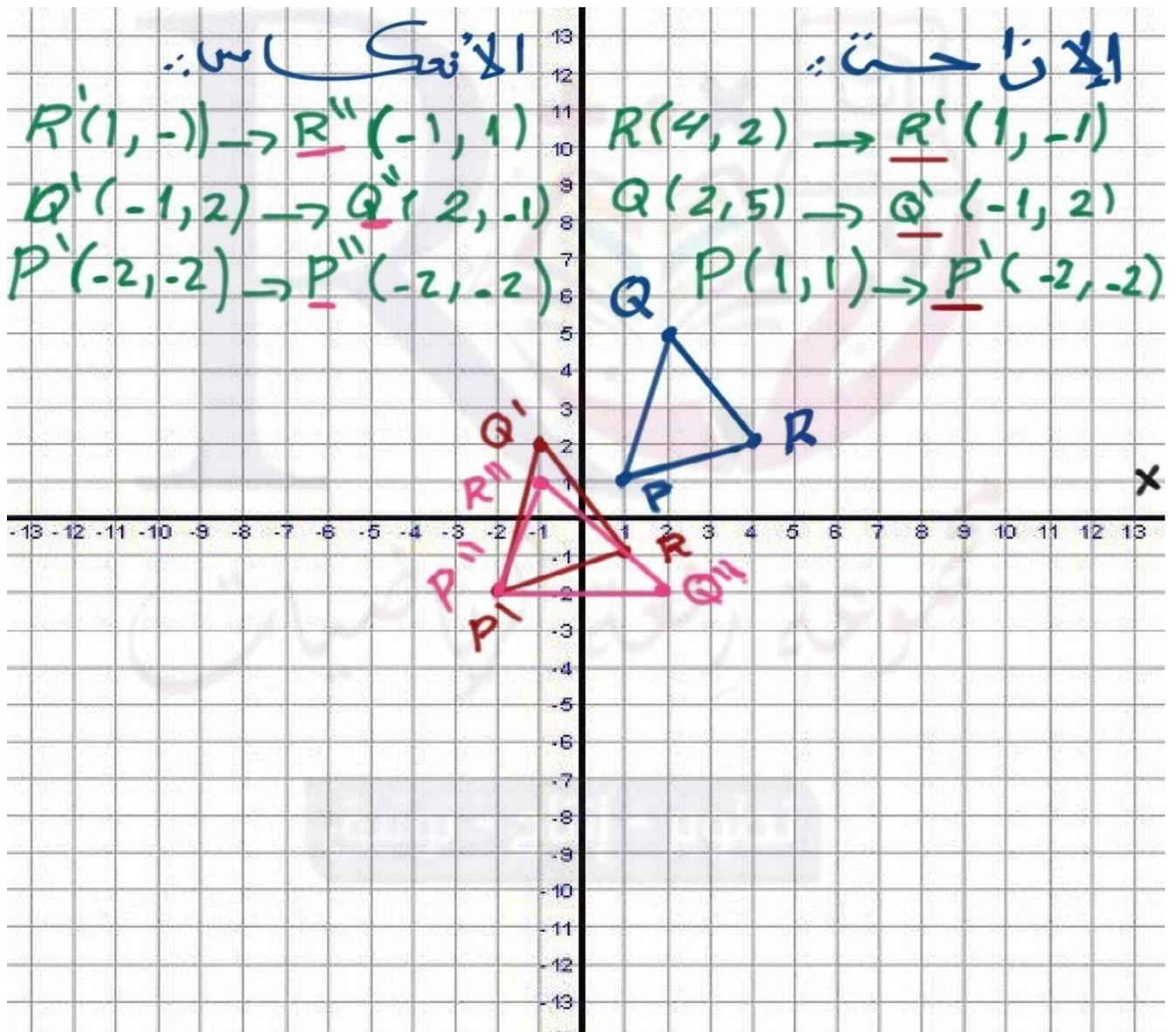
الحل: الشكل C



احداثيات رؤوس المثلث PQR هي: $P(1,1)$ $Q(2,5)$ $R(4,2)$
 مثلث بيانياً المثلث PQR وصورته الناتجة عن
 التحويل الهندسي المركب المحدد في كل من السؤالين الآتيين :
(A1) إزاحة مقدارها وحدتين الي اليسار ثم انعكاس حول
 المحور X
 الحل:

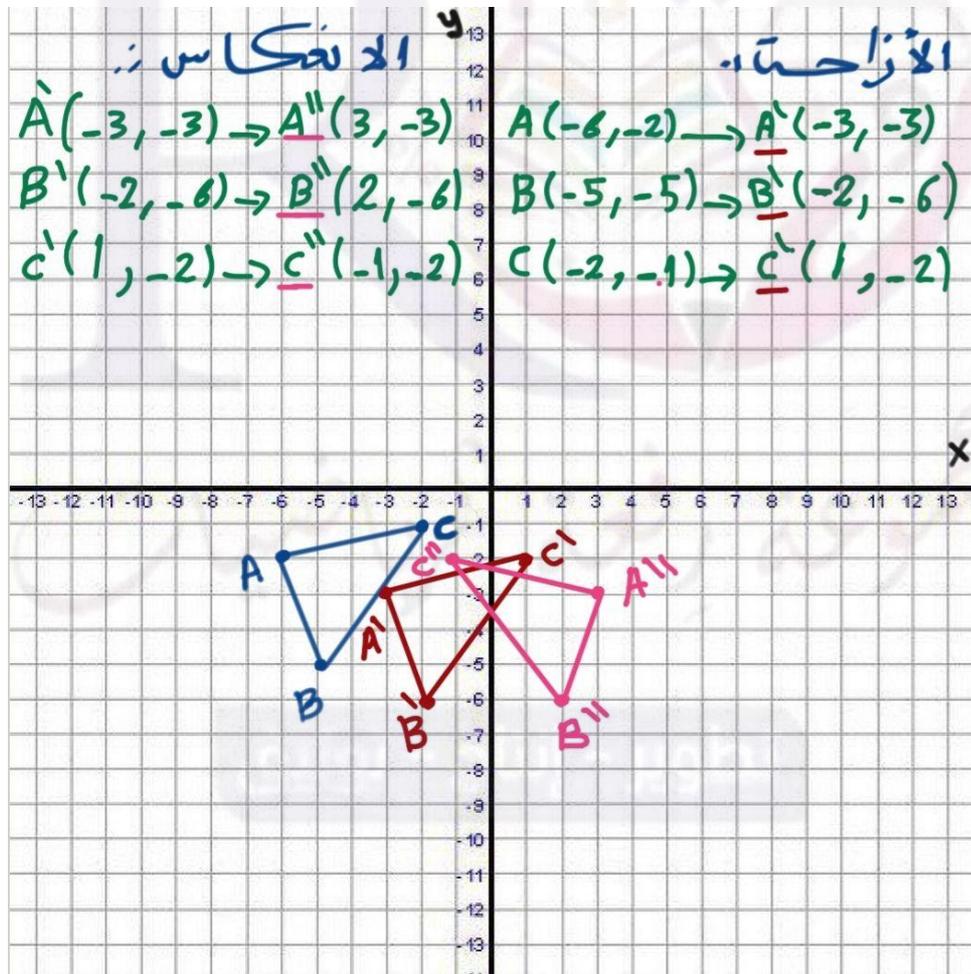


(B1) إزاحة مقدارها ثلاث وحدات إلى أسفل وثلاث وحدات إلى اليسار ثم انعكاس حول المستقيم $y=x$
الحل:

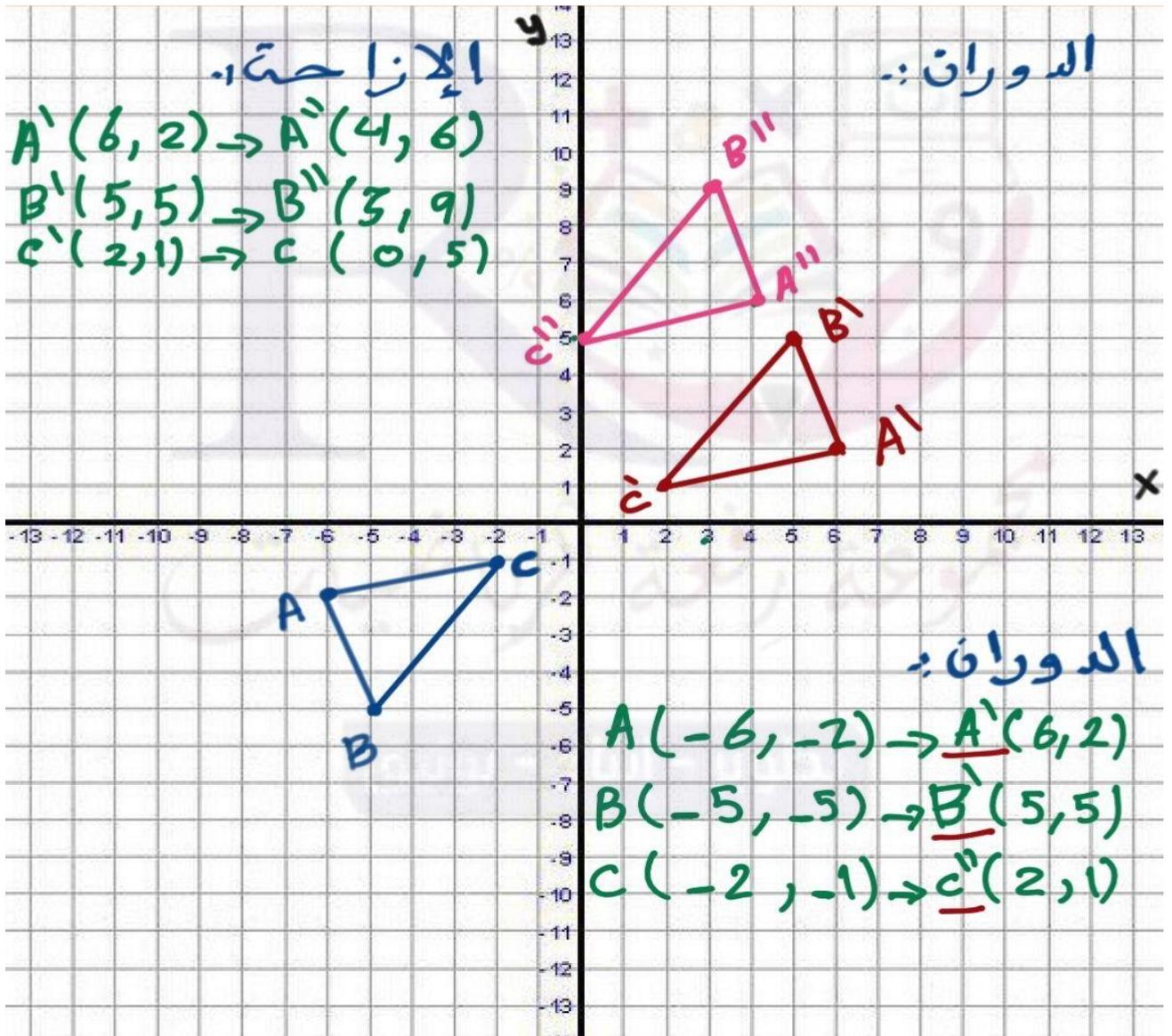


إحداثيات رؤوس المثلث ABC $A(-6,-2)$ $B(-5,-5)$ $C(-2,-1)$ مثل بيانياً المثلث ABC وصورته الناتجة عن تركيب التحويلين الهندسيين بالترتيب المحدد في كل من السؤالين الآتيين:
(A2) إزاحة مقدارها 3 وحدات الي اليمين ووحدة واحدة الي أسفل ثم انعكاس حول المحور Y

الحل:



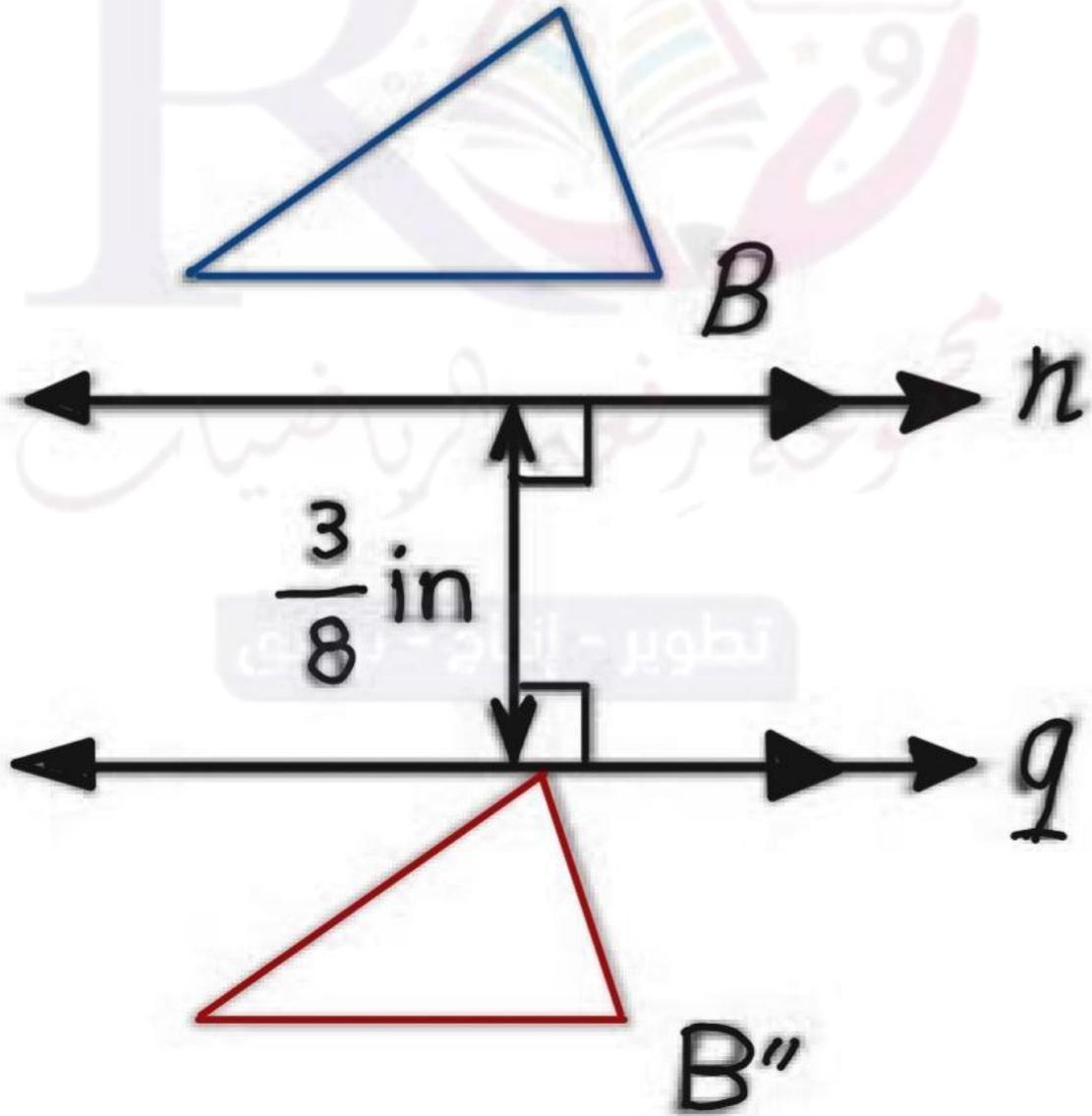
(2B) دوران بزاوية 180° حول نقطة الأصل ثم إزاحة مقدارها وحدتين الي اليسار و 4 وحدات إلي أعلى
الحل :



ارسم صورة الشكل B الناتجة من انعكاس حول المستقيم n ثم حول المستقيم q ثم صف تحويلًا هندسيًا ينقل الشكل B الي \tilde{B}

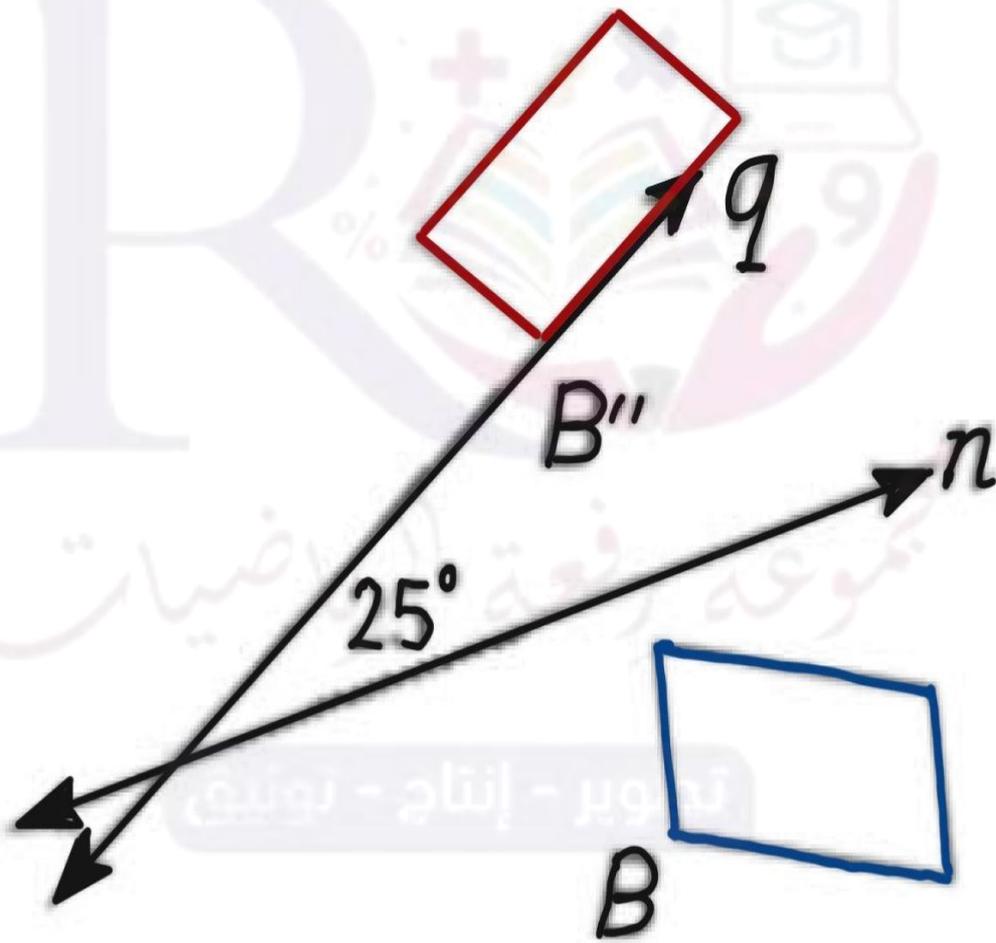
(3A)

الحل: الوصف عبارة عن تركيب انعكاس حول مستقيمين متوازيين نتج عنه إزاحة



(3B)

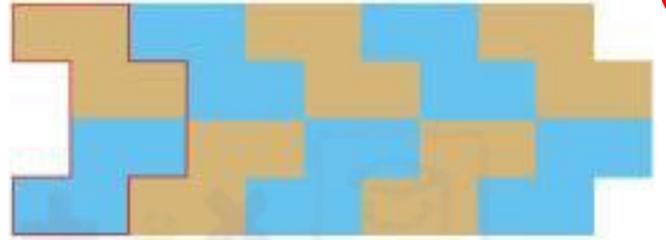
الحل: تركيب انعكاس حول مستقيمين متقاطعين نتج عنه دوران



تركيب التحويلات الهندسية

سجاد: صف تحويلاً هندسياً مركباً يمكن استعماله لتكوين النمط في كل مما يأتي:

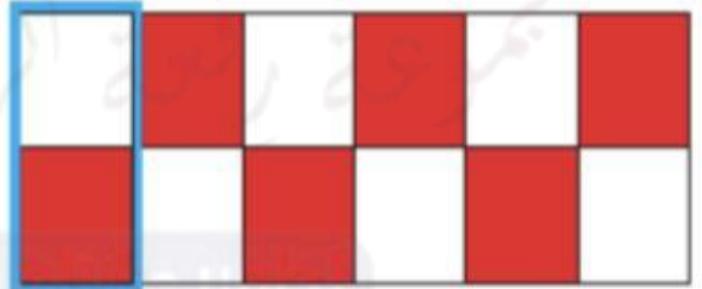
(A)



الحل:

تركيب انعكاس وإزاحة

(B)



الحل:

تركيب انعكاس وإزاحة

بين اذا ما كان للشكل محور تماثل واذا كان كذلك فارسم محاور التماثل جميعها وحدد عددها في كل مما يأتي:

(1A)

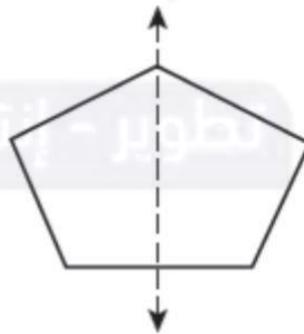


الحل: لا يوجد للشكل محاور تماثل.

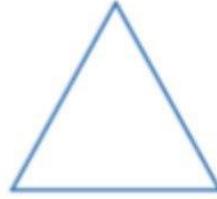
(1B)



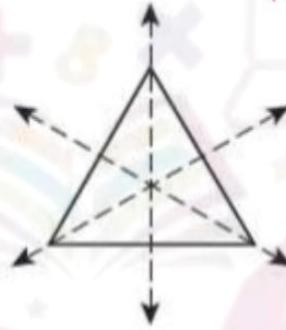
الحل: يوجد محور تماثل واحد فقط.



(1C)

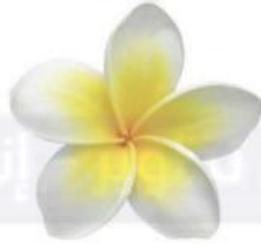


الحل: يوجد ثلاثة محاور تماثل.

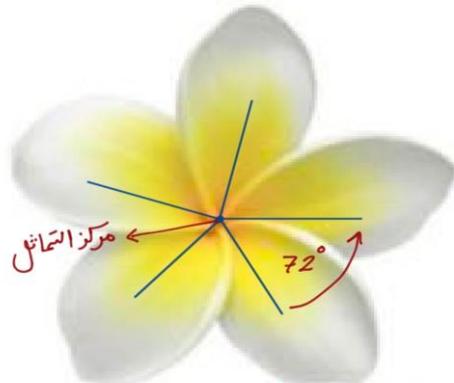


ازهار: بين اذا كان يبدو لصورة الزهرة تماثل دوراني ام لا واذا كان كذلك فعين مركز التماثل ورتبته ومقداره في كل مما يلي:

(2A)

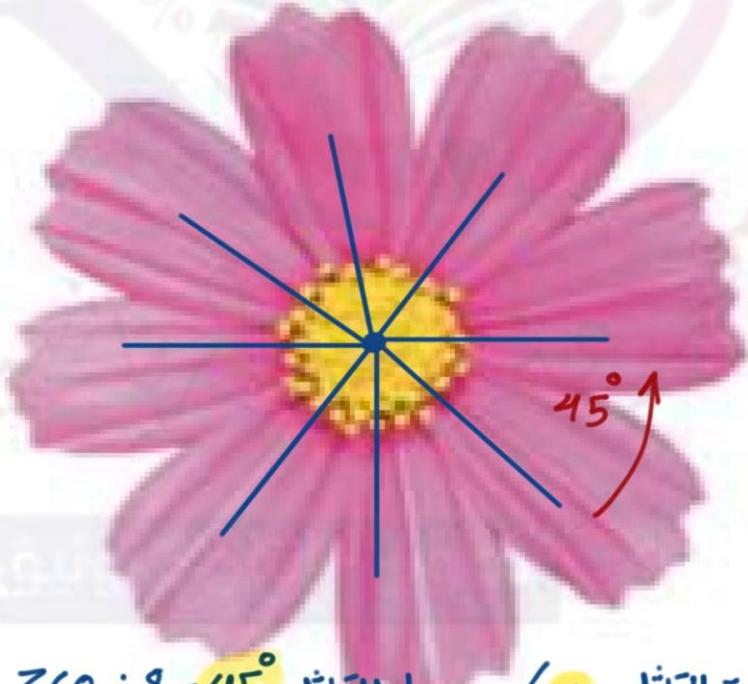


الحل:



رتبة التماثل = 5 / مقداره = $360 \div 5 = 72$

(2B)



الحل:

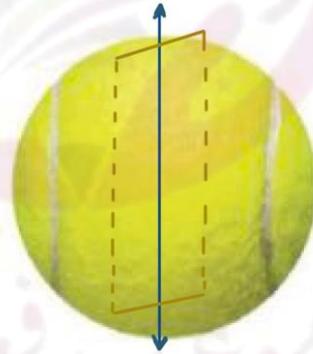
رتبة التماثل = 8 / مقدار التماثل $45^\circ = 360 \div 8$

بين اذا ما كان الشكل متمائل حول مستوي او متمائلاً حول محور او كلاهما او غير ذلك في كل مما يأتي:

(3A)



الحل: الشكل متمائل حول مستوي و حول محور.



(3B)

تطوير - إنتاج - توثيق



الحل: غير ذلك.

(3C)



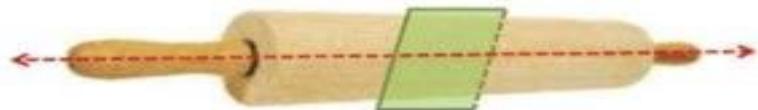
الحل: الشكل متماثل حول مستوي و حول محور.



(3D)

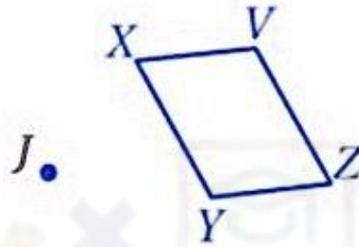


الحل: الشكل متماثل حول مستوي و حول محور.

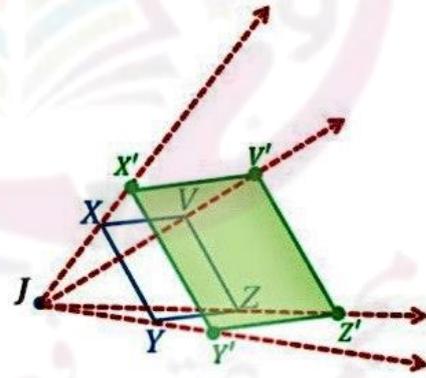


استعمل مسطرةً لرسم صورة الشكل الناتجة عن التمدد الذي مركزه النقطة J ومعامله العدد K المحدد في كل مما يأتي:

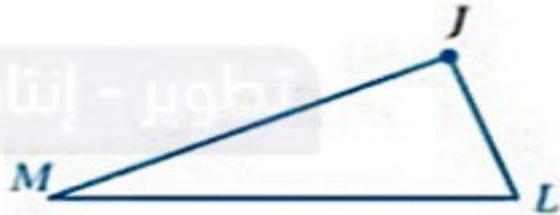
$K = \frac{3}{2}$ (1A)



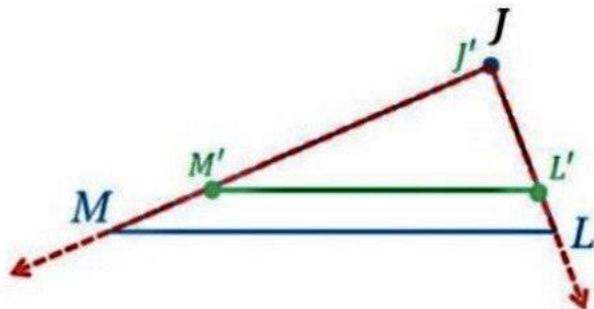
الحل:



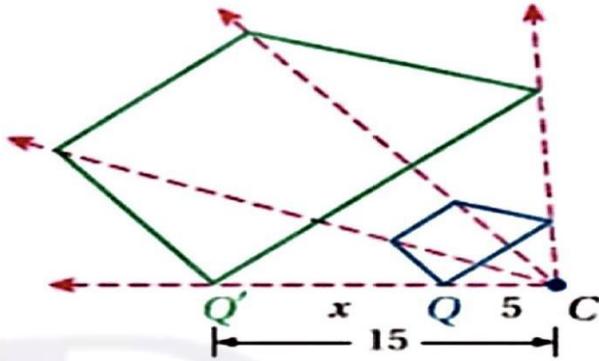
$K = 0.75$ (1B)



الحل:



(2) حدد ما إذا كان التمدد من الشكل Q الى Q' تكبيراً أم تصغيراً ثم أوجد معامل مقياس التمدد وقيمة X .



الحل:

$$K = \frac{15}{5} = 3$$

بما ان $K = 3 > 1$ فإن التمدد تكبيراً

معامل مقياس التمدد = 3

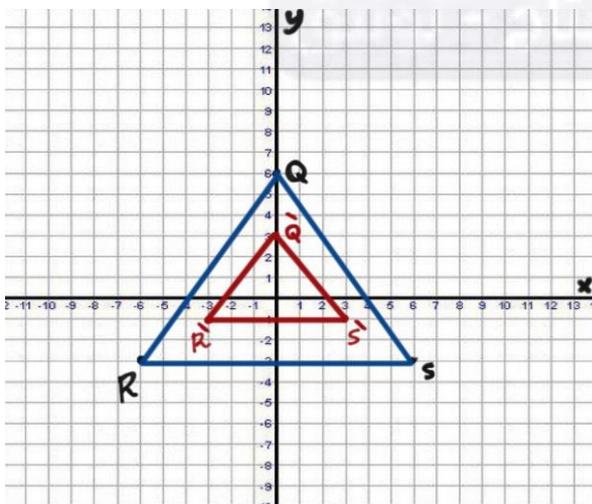
إيجاد X

$$x + 5 = 15$$

$$x = 15 - 5 = 10$$

مثل المضلع المعطاة إحداثيات رؤوسه بيانياً، ثم مثل صورته الناتجة عن تمدد مركزه نقطة الأصل، ومعامله العدد K المحدد في كل من السؤالين الآتيين:

$$(3A) \quad K = \frac{1}{3}, \quad Q(0, 6), \quad R(-6, -3), \quad S(6, -3)$$



الحل:

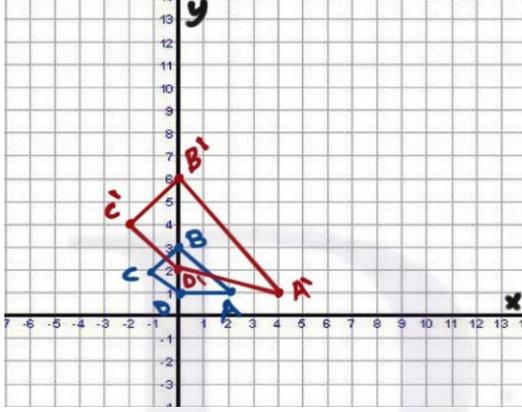
$$(x, y) \rightarrow \left(\frac{1}{3}x, \frac{1}{3}y\right)$$

$$Q(0, 6) \rightarrow Q'(0, 3)$$

$$R(-6, -3) \rightarrow R'(-2, -1)$$

$$S(6, -3) \rightarrow S'(2, -1)$$

$K = 2$, $A (2 , 1)$, $B (0 , 3)$, $C (-1 , 2)$, $D (0 , 1)$ (3B)



الحل: $(x, y) \rightarrow (2x, 2y)$

$A(2,1) \rightarrow A'(4,2)$

$B(0,3) \rightarrow B'(0,6)$

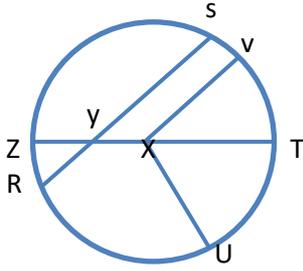
$C(-1,2) \rightarrow C'(-2,4)$

$D(0,1) \rightarrow D'(0,2)$

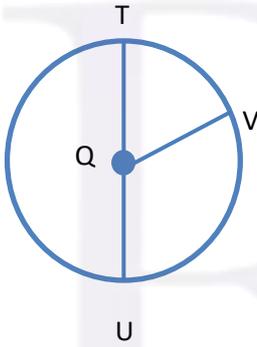
مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

- | | | |
|------------------------------|-----|---|
| الدائرة ومحيطها | 8-1 | ← |
| قياس الزوايا والأقواس | 8-2 | ← |
| الأقواس والأوتار | 8-3 | ← |
| الزوايا المحيطية | 8-4 | ← |
| المماسات | 8-5 | ← |
| القاطع والمماس وقياس الزوايا | 8-6 | ← |
| قطع مستقيمة خاصة في الدائرة | 8-7 | ← |
| معادلة الدائرة | 8-8 | ← |



- (1) سم الدائرة، ونصف قطر، ووتراً، وقطراً فيها.
 بما أن مركز الدائرة هو X تسمى الدائرة X
 نصف القطر بها هو XZ, XU, XT, XV
 الوتر: TZ, RS
 القطر: ZT



- (2A) إذا كان $TU = 14ft$ ، فأوجد نصف قطر Q؟

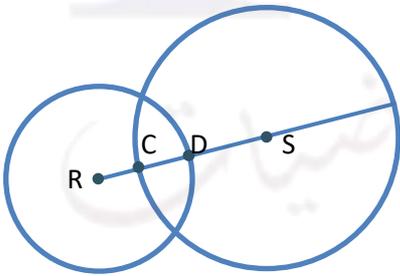
$$r = \frac{1}{2}d$$

$$r = \frac{1}{2} \times 14 = 7ft$$

- (2B) إذا كان $QT = 11 m$ ، فأوجد QU.

$$QU = QT$$

$$QU = 11M$$



- (3) استعمل الشكل أعلاه لإيجاد RC.

قطر الدائرة R يساوي 20

$$RD = 10$$

$$RC + CD = RD$$

$$RC + 6 = 10$$

$$RC = 4$$

أوجد محيط كل من الدائرتين الآتيتين مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

- (4A) نصف القطر يساوي 2.5cm

$$C = 2\pi r$$

$$C = 2\pi(2.5)$$

$$C = 15.71FT$$

- (4B) القطر يساوي 16 FT

$$C = \pi d$$

$$C = \pi(16)$$

$$C = 50.27FT$$

5 (إذا كان محيط دائرة يساوي 77.8cm، فأوجد قطر الدائرة ونصف قطرها مقربين إلى أقرب جزء من مئة.

$$C = \pi d$$

$$77.8 = \pi d$$

$$d = 24.76 \text{ CM}$$

$$C = 2 \pi r$$

$$77.8 = 2 \pi (r)$$

$$r = 12.38 \text{ CM}$$

أوجد القيمة الدقيقة لمحيط الدائرة في كل مما يأتي:

6A (إذا كانت تحيط بمثلث قائم الزاوية طوال ساقيه 3m, 7m

ارسم شكل توضيحي أولاً نجد أن وتر المثلث هو القطر

$$A^2 + B^2 = D^2$$

$$3^2 + 7^2 = d^2$$

$$d = 7.6 \text{ M}$$

$$C = \pi d$$

$$C = 7.6\pi$$

6B (إذا كانت مُحاطة بمربع طول ضلعه 10 ft

ارسم شكل توضيحي أولاً نجد أن القطر هو قطر المربع

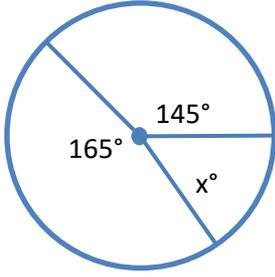
$$A^2 + B^2 = D^2$$

$$10^2 + 10^2 = D^2$$

$$D = 10\sqrt{2}$$

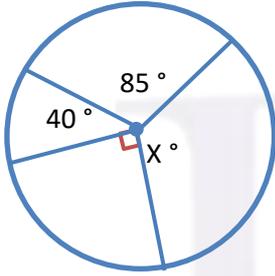
$$C = D \pi$$

$$D = 10\sqrt{2}\pi$$



أوجد قيمة x في الشكل المجاور.
(1A)

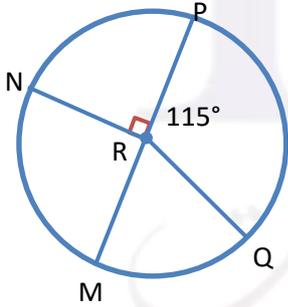
$$\begin{aligned} \text{مجموع الزوايا المركزية} &= 360^\circ \\ 360 &= x + 165 + 145 \\ x &= 50^\circ \end{aligned}$$



(1B)

$$\begin{aligned} \text{مجموع الزوايا المركزية} &= 360^\circ \\ 360^\circ &= x + 86 + 40 + 90 \\ x &= 145^\circ \end{aligned}$$

حدد ما إذا كان كل من الأقواس الآتية قوساً أكبر أو أصغر أو نصف دائرة، ثم أوجد قياسه.



(2A) القوس MQ

$$\angle MRQ = MQ$$

$$MQ \text{ قوس اصغر وقياسه} = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

(2B) القوس MNP

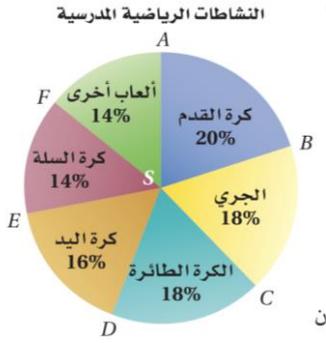
MNP نصف دائرة، إذا قياسه 180°

(2C) القوس MNQ

MNQ قوس أكبر مشترك مع القوس MQ في نقطتين

$$\text{قياسه} = 360^\circ - 65^\circ = 295^\circ$$

استعمل التمثيل بالقطاعات الدائرية المجاور، لإيجاد كل القياسات الآتية:



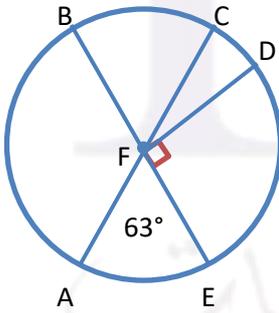
(3A) القوس $m \text{ EF}$

$m \text{ EF}$ هو قوس أصغر في الدائرة ويمثل 14% من الدائرة
 $\angle \text{ESF} = 0.14 \times 360^\circ = 50.4^\circ$

(3B) القوس $m \text{ FA}$

$m \text{ FA}$ هو قوس أصغر في الدائرة ويمثل 14% من الدائرة
 $\angle \text{FSA} = 0.14 \times 360^\circ = 50.4^\circ$

أوجد كل من القياسات الآتية في $\odot F$



(4A) القوس $m \text{ CE}$

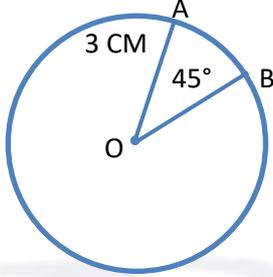
$m \text{ CE}$ يساوي مجموع القوسين المتجاورين
 $\angle \text{CDE} = m \angle \text{AFC} - m \angle \text{AFE}$
 $\angle \text{CDE} = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$

(4B) القوس $m \text{ ABD}$

$m \text{ ABD}$ يساوي مجموع ثلاث أقواس متجاورة
 $\angle \text{ABD} = m \angle \text{AFB} + m \angle \text{BFC} + m \angle \text{CFD}$
 $\angle \text{ABD} = 27 + 180 = 207^\circ$

تطوير - إنتاج - توثيق

أوجد طول القوس AB في كل مما يأتي مقرباً إلى أقرب جزءٍ من مئة



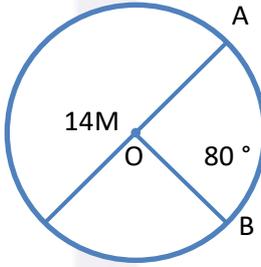
صيغة طول القوس

$$L = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi R$$

$$L = \frac{45^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 3$$

$$L = 2.36 \text{ CM}$$

(5A)



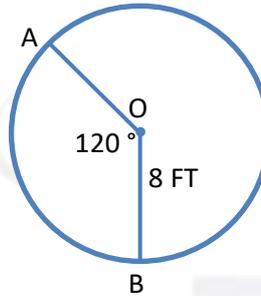
صيغة طول القوس

$$L = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi R$$

$$L = \frac{80^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 7$$

$$L = 9.77 \text{ CM}$$

(5B)



صيغة طول القوس

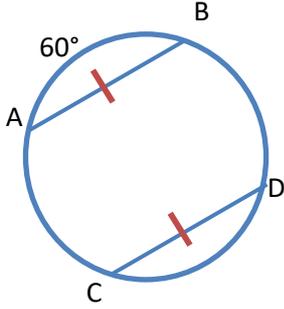
$$L = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi R$$

$$L = \frac{120^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 8$$

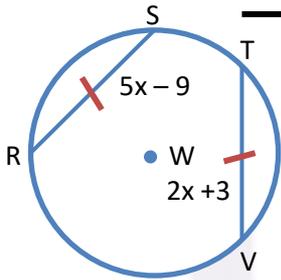
$$L = 16.7 \text{ FT}$$

(5C)

تطوير - إنتاج - توثيق



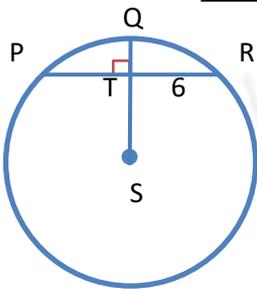
1) إذا كان $m\widehat{AB} = 78^\circ$ في الشكل أعلاه، فأوجد $m\widehat{CD}$
وتران متطابقان إذن القوسان المقابلان لهما
(القوس AB) (القوس CD) متطابقان
أي أن $m\widehat{CD} = m\widehat{AB} = 78^\circ$



2) في $\odot W$ ، إذا كان $\widehat{RS} \cong \widehat{TV}$ ، فأوجد \widehat{RS} .

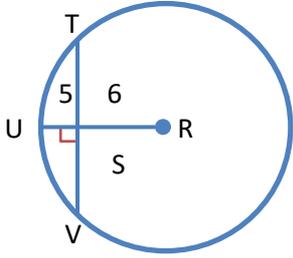
بما أن القوسين متطابقين، إذن الوترين متطابقين
تعريف القطع المتطابقة

$$\begin{aligned} RS &= TV \\ 2X+3 &= 5X-9 \\ 5X-2X &= 3+9 \\ 3X &= 12 \\ X &= 4 \\ RS &= 5X-9 \\ RS &= 5(4)-9 = 11 \end{aligned}$$



3) أوجد PR في $\odot S$
بما أن SQ عمودي وينصف الوتر
PR بحسب النظرية $PT \cong TR$
إذا $PR = 6+6 = 12$

تطوير - إنتاج - توثيق



4 (أوجد TV في $\odot R$ مقربا إجابتك إلى أقرب جزء من مئة.

ارسم RV أولاً، بما أن $RV=RU$ كأصاف أقطار

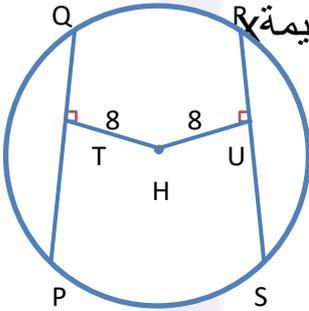
$$RV = 6 + 5 = 11$$

$$(VS^2) + (SR^2) = (VR^2)$$

$$VS = 9.22$$

بما أن UR عمودي وينصف الوتر TV بحسب النظرية 8.3

$$\text{إذا } TV = 9.22 + 9.22 = 18.44$$



5 (في $\odot H$ إذا كان: $PQ = 3x - 4$, $RS = 14$ فأوجد قيمة x

بما أن $HU=HT$

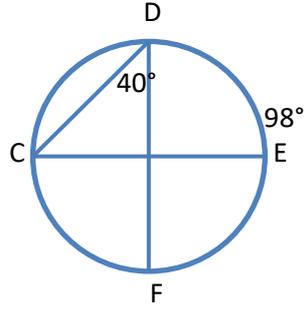
إذا $RS=PQ$

$$3X = 14 + 4$$

$$3X = 18$$

$$X = 6$$

تطوير - إنتاج - توثيق



أوجد القياسات الآتية مستعمل الشكل المجاور:

$$m\widehat{CF} \quad (1A)$$

$\angle CDF$ زاوية محيطية لأن رأسها تقع على الدائرة

$$\angle CDF = \frac{1}{2} m\widehat{CF}$$

$$\angle CDF = 2 \times 40 = 80^\circ$$

$$m\angle C \quad (1B)$$

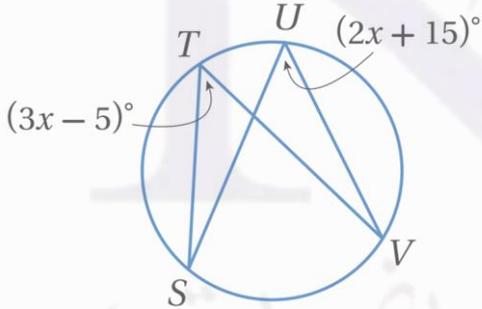
$\angle DCE$ زاوية محيطية وبحسب النظرية 8.6

$$\angle DCE = \frac{1}{2} m\widehat{DE}$$

$$\angle DCE = \frac{1}{2} \times 98$$

$$\angle DCE = 49^\circ$$

(2) إذا كان: $m\angle S = (3X)^\circ$, $m\angle V = (X+16)^\circ$ فأوجد $m\angle S$ مستعملا الشكل أعلاه



$\angle S, \angle V$ كلاهما تقابلان TU

$$m\angle V = m\angle S$$

$$X+16=3X$$

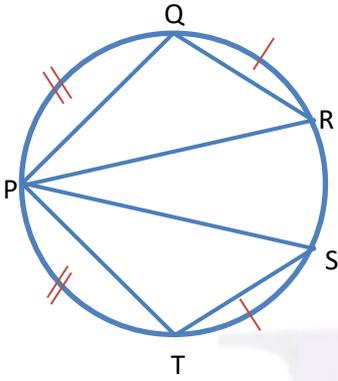
$$3X-X=16$$

$$X=8$$

$$\angle S=3X$$

$$\angle S=24^\circ$$

تطوير - إنتاج - توثيق



(3) اكتب برهاناً ذا عمودين:
المعطيات: $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$, $\widehat{PQ} \cong \widehat{PT}$

المطلوب: $\triangle PQR \cong \triangle PTS$

(معطيات) $\widehat{QR} \cong \widehat{ST}$, $\widehat{PQ} \cong \widehat{PT}$

(تعريف تطابق الأقواس) $m\widehat{QR} = m\widehat{ST}$, $m\widehat{PQ} = m\widehat{PT}$

(خاصية الضرب) $\frac{1}{2} m\widehat{QR} = \frac{1}{2} m\widehat{ST}$, $\frac{1}{2} m\widehat{PQ} = \frac{1}{2} m\widehat{PT}$

$m\angle QPR = \frac{1}{2} m\widehat{QR}$, $m\angle TPS = \frac{1}{2} m\widehat{ST}$

(نظرية الزاوية المحيطية) $m\angle QRP = \frac{1}{2} m\widehat{PQ}$, $m\angle TSP = \frac{1}{2} m\widehat{PT}$

(بالتعويض) $m\angle QPR = m\angle TPS$, $m\angle QRP = m\angle TSP$

(تعريف تطابق القطع الزوايا) $m\angle QPR \cong m\angle TPS$,

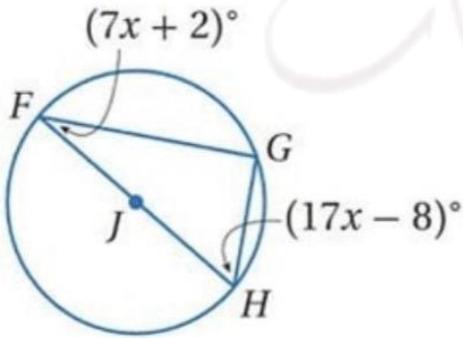
$m\angle QRP \cong m\angle TSP$

(الأقواس المتطابقة تحدها أوتار متطابقة) $QR \cong ST$

$(AAS) \triangle PQR \cong \triangle PTS$

(4) إذا كان $m\angle F = (7x + 2)^\circ$, $m\angle H = (17x - 8)^\circ$ فأوجد قيمة x

مستعملاً الشكل أعلاه



$$\angle H + \angle F = 90$$

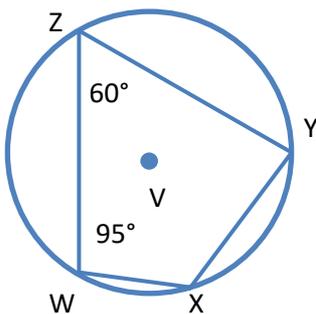
$$17x - 8 + 7x + 2 = 90$$

$$24x - 6 = 90$$

$$24x = 90 + 6$$

$$24x = 96$$

$$x = 4$$



(5) المضلع شكل رباعي $WXYZ$ محاط بـ $\odot V$

أوجد $m\angle X$, $m\angle Y$.

المضلع الرباعي المحاط بالدائرة كل زاويتين فيه متقابلتين متكاملتين

$$\angle X + \angle Z = 180$$

$$\angle X + 60 = 180$$

$$\angle X = 180 - 60$$

$$\angle X = 120^\circ$$

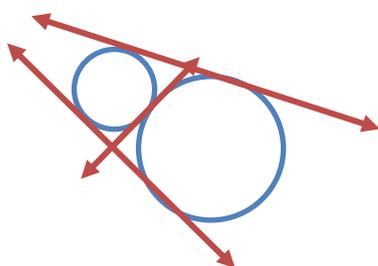
$$\angle Y + \angle W = 180$$

$$\angle Y + 95 = 180$$

$$\angle Y = 180 - 95$$

$$\angle Y = 85^\circ$$

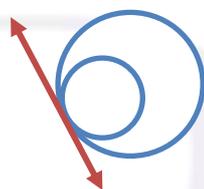
ارسم المماسات المشتركة للدائرتين في كل مما يأتي، وإذا لم يوجد مماس مشترك، فاكتب "لا يوجد مماس مشترك".



(1A)

يوجد ثلاث مماسات مشتركة

(1B)



يوجد مماس واحد مشترك



(2) حدد ما إذا كان GH مماساً لـ F أم لا وبرر إجابتك.

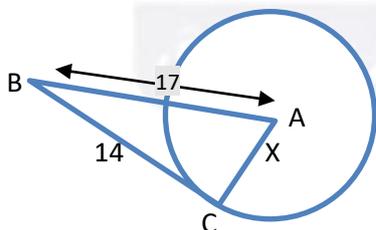
$$8^2 + 6^2 = (12 + 6)^2$$

$$100 \neq 324$$

إذا ليس مماساً

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين مفترضا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماساً للدائرة هي مماساً فعلاً.

(3A)

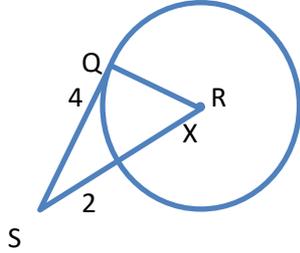


$$x^2 + 14^2 = 17^2$$

$$x^2 = 93$$

$$x = 9.64$$

أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين مفترضا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسا للدائرة هي مماساً فعلاً.



(3B)

$$x^2 + 4^2 = (2 + x)^2$$

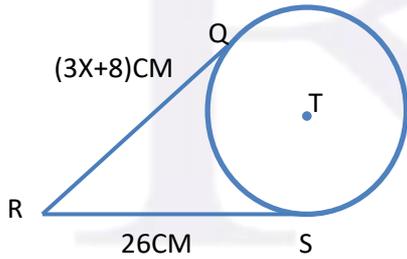
$$x = 3$$

جبر: أوجد قيمة x في كل من الشكلين الآتيين، مفترضا أن القطعة المستقيمة التي تبدو مماسا للدائرة هي مماساً فعلاً

(4A)

$$3x + 8 = 26$$

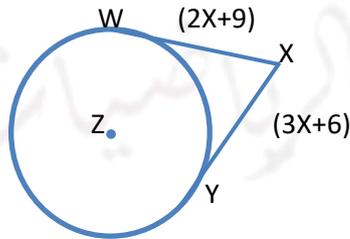
$$x = 6$$



(4B)

$$2x + 9 = 3x + 6$$

$$x = 3$$

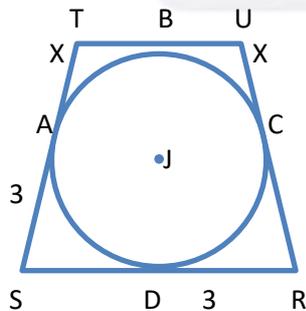


5) الشكل الرباعي RSTU محيط بالدائرة J، إذا كان محيطه 18 وحدة،

فأوجد قيمة x .

$$4x + 12 = 18$$

$$x = 1.5$$



أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية :

(1A)

$$X = \frac{1}{2}(LK + HL)$$

$$X = \frac{1}{2}(116 + 47)$$

$$X = 81.5^\circ$$

(1B)

$$m\angle NXQ = \frac{1}{2}(NQ + MP)$$

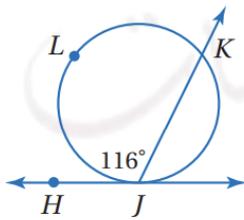
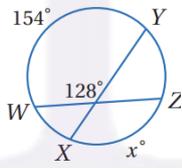
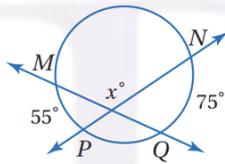
$$m\angle NXQ = 65$$

$$X = 115^\circ$$

(1C)

$$110 = \frac{1}{2}(154 + X)$$

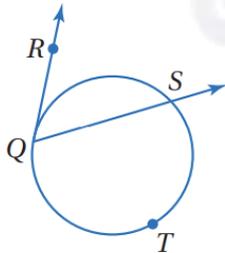
$$X = 102^\circ$$



(2A) أوجد $m\widehat{JLK}$.

$$m\widehat{JLK} = 2m\angle KJH$$

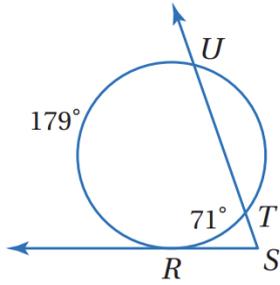
$$m\widehat{JLK} = 232^\circ$$



(2B) إذا كان $m\widehat{QTS} = 238^\circ$ فأوجد $m\angle RQS$.

$$m\angle RQS = 180 - 119 = 61^\circ$$

تطوير - إنتاج - توثيق

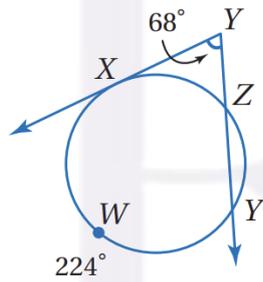


$$m\angle S \text{ (3A)}$$

$$m\angle S = \frac{1}{2}(mRU - mRT)$$

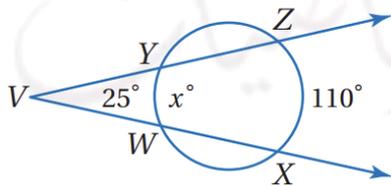
$$m\angle S = \frac{1}{2}(179 - 71)$$

$$m\angle S = 54^\circ$$



$$m\widehat{XZ} \text{ (3B)}$$

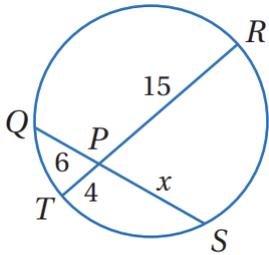
$$m\widehat{XZ} = 88^\circ$$



4) أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

$$25 = \frac{1}{2}(m\widehat{XZ} - x)$$

$$x = 60^\circ$$

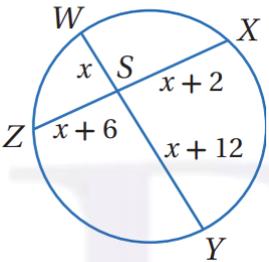


أوجد قيمة x في كلٍ من الشكلين الآتيين :
(1A)

$$QP \cdot PS = RP \cdot PT$$

$$6x = 4 \cdot 15$$

$$x = 10$$



(1B)

$$x(x+12) = (x+2)(x+6)$$

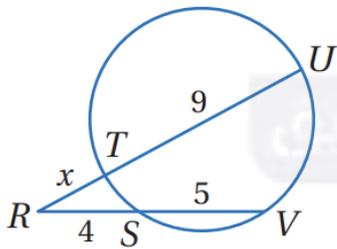
$$x = 3$$

2) مصلى قبة الصخرة: هو أحد أهم معالم المسجد الأقصى المبارك في مدينة القدس، وتعتبر قبته من أهم وأبرز المعالم المعمارية الإسلامية، فهي عبارة عن قبة كروية قطر الدائرة التي تحتوي على القوس المار بالقمة هي 20m، ويبلغ ارتفاع أعلى نقطة فيها عن الجزء الأسطواني الذي يحملها 15m، أوجد المسافة بين طرفي القبة؟

$$646FT = \text{المسافة بين طرفي القوس}$$

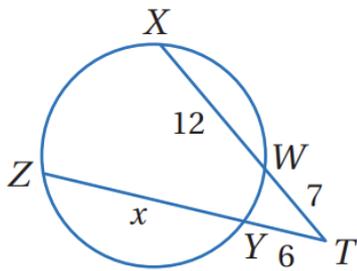
أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(3A)



$$4(4+5) = x(x+9)$$

$$x = 3$$



أوجد قيمة x في الشكل المجاور.

(3B)

$$6(6 + x) = 7(7 + 12)$$

$$x = 16.16$$

4 \overline{AB} مماس للدائرة في الشكل المجاور، أوجد قيمة x مقرباً إجابتك إلى أقرب عُشر

$$10^2 = x(x + x + 4)$$

$$2x^2 + 4x - 100 = 0$$

غير قابل للتحليل، استعمل القانون

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = 6.1$$

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

1A مركزها نقطة الأصل، ونصف قطرها $\sqrt{10}$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \text{ معادلة الدائرة}$$

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = r^2$$

$$(x)^2 + (y)^2 = 10 \text{ بالتبسيط}$$

1B مركزها النقطة $(-1, 4)$ ، وقطرها 8

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 \text{ معادلة الدائرة}$$

$$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = r^2$$

$$(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 16$$

2A مركزها $(4, 5)$ ، وتمر بالنقطة $(4, -3)$.

$$r\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

$$r=8$$

$$(X - 5)^2 + (Y - 4)^2 = 64$$

2B مركزها $(-3, -5)$ وتمر بالنقطة $(0, 0)$

$$r\sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

$$r=5.83$$

$$(X + 3)^2 + (Y + 5)^2 = 34$$

أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المعطاة معادلتها في كل مما يأتي، ثم مثلها
بيانيا

$$X^2 + Y^2 = 4 \text{ (3A)}$$

$$r=2$$

مركز الدائرة عند النقطة $(0,0)$

$$(X + 4)^2 + (Y - 7)^2 = 25 \text{ (3B)}$$

$$r=5$$

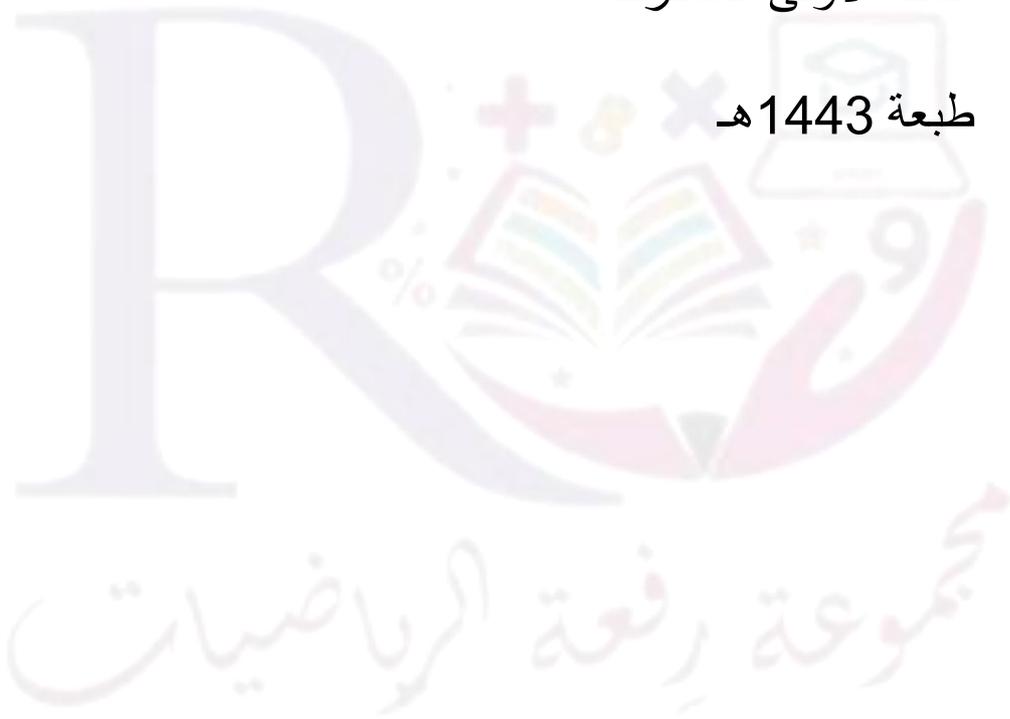
مركز الدائرة عند النقطة $(-4,7)$

4 اكتب معادلة الدائرة التي تمر بالنقاط $R(1, 2)$, $S(-3, 4)$, $T(-5, 0)$

$$(X + 2)^2 + (Y - 1)^2 = 10$$

المراجع

- كتاب رياضيات 1 – 3
- نظام المسارات
- السنة الأولى المشتركة
- طبعة 1443هـ



تطوير - إنتاج - توثيق