# ١-٤ حل المتباينات بالجمع أو بالطرح

## فيما سبق

درست حل معادلات خطية باستعمال الجمع والطرح.

## والآن

- أحل متباينات خطية باستعمال الجمع.
- أحل متباينات خطية باستعمال الطرح.

## المفردات

الصفة المميزة للمجموعة

**حلّ المتباينات باستعمال الجمع** يوضح هذا المثال خاصية الجمع للمتباينات.

### مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

**خاصية الجمع للمتباينات**

**التعبير اللفظي:** إذا أضيف العدد نفسه إلى كل من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

**الرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: أ، ب، جـ :

١) إذا كانت أ > ب، فإن أ + جـ > ب + جـ.

٢) إذا كانت أ < ب، فإن أ + جـ < ب + جـ.

تبقى هذه الخاصية صحيحة في حالتي ≤ و ≥ .

## مثال ١ الحل بالجمع

حُلّ المتباينة س − ١٢ ≤ ٨ . وتحقق من صحة الحل.

### تحقق من فهمك

حُلّ كلاً من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

**١أ)** ٢٢ > م − ٨ **١ب)** د − ١٤ ≤ − ١٩

الطريقة المختصرة لكتابة مجموعة الحل هي استعمال **الصفة المميزة للمجموعة**، وتكون مجموعة الحل للمثال ١ بهذه الطريقة هي {س | س ≤ ٢٠}.

ويمكن تمثيل هذه المجموعة بيانيًّا على خط الأعداد، ويجب التحقق إن كانت نقطة طرف التمثيل البياني للمتباينة دائرة مفتوحة أو دائرة مغلقة. فإذا كانت نقطة الطرف غير متضمنة في التمثيل البياني فاستعمل الدائرة المفتوحة، أما إذا كان التمثيل يتضمنها فاستعمل الدائرة المغلقة.

**قراءة الرياضيات**

**الصفة المميزة للمجموعة**

تقرأ {س| س ≤ ٢٠} مجموعة كل الأعداد س، حيث س أكبر من أو تساوي ٢٠.

**حلّ المتباينات باستعمال الطرح** يستعمل الطرح أيضًا لحل المتباينات.

**مفهوم أساسي** — **خاصية الطرح للمتباينات**

أضف إلى مطويتك

**التعبير اللفظي:** إذا طرح العدد نفسه من طرفي متباينة صحيحة، فإن المتباينة الناتجة تبقى صحيحة.

**الرموز:** العبارتان الآتيتان صحيحتان لأية أعداد: أ ، ب ، جـ .

١) إذا كانت أ > ب ، فإن أ – جـ > ب – جـ .

٢) إذا كانت أ < ب ، فإن أ – جـ < ب – جـ .

## مثال ٢ الحل بالطرح

حُلّ المتباينة: م + ١٩ > ٥٦ .

**إرشادات للاختبار**

**فصل المتغير**

عند حل المتباينات يكون الهدف فصل المتغير في أحد طرفيها. وهو الهدف نفسه في حل المعادلات.

**تحقق من فهمك**

٢) حُلّ المتباينة ف + ٨ ≥ ١٨.

عند حل المتباينة لا تقتصر عملية الطرح على الثوابت فقط ، ولكن يمكن طرح المتغيرات من كلا طرفيها.

## مثال ٣ المتغير في طرفي المتباينة

**حُلّ المتباينة: ٣ أ + ٦ ≥ ٤ أ ، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد.**

**إرشادات للدراسة**

**كتابة المتباينات:**

تبسيط المتباينة بجعل المتغير في طرفها الأيمن كما في المتباينة أ ≤ ٦، يساعد على كتابة مجموعة الحل باستعمال الصفة المميزة للمجموعة بسهولة.

## تحقق من فهمك

حُلّ كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

**٣أ)** ٩ن − ١ < ١٠ن

**٣ب)** ٥هـ ≥ ١٢ + ٤هـ

يمكنك حل المسائل اللفظية التي تحتوي عبارات مثل " أكبر من "، أو " أقل من " باستعمال المتباينات.

**ملخص المفهوم** — **العبارات التي تدل على متباينات**

أضف إلى مطويتك

| $>$ | $<$ | $\geq$ | $\leq$ |
|---|---|---|---|
| أقل من<br>أصغر من | أكبر من<br>أكثر من | أقل من أو يساوي، على الأكثر، لا يزيد على | أكبر من أو يساوي، على الأقل، لا يقل عن |

**المثال ٣** عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة وحلها:

٧) ناتج جمع عدد وأربعة لا يقل عن ١٠ .

٨) ناتج جمع عدد وثلاثة يقل عن مثليهِ.

## تأكد

**المثالان ١ ، ٢** حُلَّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثِّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

١) س − ٣ > ٧

٢) ٥ ≤ ٧ + ص

٣) ق + ٦ < ٢

٤) ١١ ≥ ك + ٤

## تدرب وحل المسائل

**المثالان ١ ، ٢** حُلَّ كلًّا من المتباينات الآتية، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا على خط الأعداد:

١٠) ف - ٦ ≤ ٣

١١) ر - ٨ ≥ ٧

١٢) ت - ٣ > -٨

**مثال ٣** عرِّف كل متغير فيما يأتي، ثم اكتب المتباينة، وحلها:

١٩) ناتج طرح ٨ من عدد ما أقل من ٢١.

٢٠) مِثْلا عدد ما أكبر من مجموع ذلك العدد وَ ٩.

# ٤ - ٢ حل المتباينات بالضرب أو بالقسمة

**فيما سبق**

درست حل معادلات باستعمال الضرب والقسمة.

**والآن**

- أحل متباينات خطية باستعمال الضرب.
- أحل متباينات خطية باستعمال القسمة.

يوضح المثالان السابقان خاصية الضرب للمتباينات.

**مفهوم أساسي** — خاصية الضرب للمتباينات

أضف إلى مطويتك

| التعبير اللفظي | بالرموز | أمثلة |
|---|---|---|
| إذا ضُرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد موجب تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا. | لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد موجب جـ إذا كان أ > ب فإن أ جـ > ب جـ ، وإذا كان أ < ب فإن أ جـ < ب جـ . | ٦ > ٣,٥<br>٦(٢) > ٣,٥ (٢)<br>١٢ > ٧<br><br>و ٢,١ > ٥<br>(٢,١) (٠,٥) > (٥)× (٠,٥)<br>١,٠٥ > ٢,٥ |
| إذا ضُرب كل من طرفي متباينة صحيحة في عدد سالب يتعين تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا. | لأي عددين حقيقيين أ، ب ولأي عدد سالب جـ، إذا كان أ >ب فإن أ جـ < ب جـ ، وإذا كان أ < ب فإن أ جـ > ب جـ. | ٧ > ٤,٥<br>٧ (−٣) > ٤,٥ (−٣)<br>−٢١ > −١٣,٥<br><br>و٣,١ > ٥,٢<br>(٣,١) (−٤) > (٥,٢) (−٤)<br>−١٢,٤ > −٢٠,٨ |

وتبقى هذه الخاصية صحيحة للمتباينات في حالتي ≤ و ≥.

## مثال ٢ الحل بالضرب

حل المتباينة $-\frac{٣}{٧}$ ر $< ٢١$ وتحقق من صحة الحل.

**تحقق من فهمك** حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

**٢أ)** $-\frac{ن}{٦} \geq ٨$ **٢ب)** $-\frac{٤}{٣}ف > -١٠$ **٢جـ)** $\frac{١}{٥}م \leq -٣$ **٢د)** $\frac{٣}{٨}ت < ٥$

## مفهوم أساسي

### خاصية القسمة للمتباينات

أضف إلى مطويتك

| التعبير اللفظي | بالرموز | أمثلة |
|---|---|---|
| إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد موجب، تكون المتباينة الناتجة صحيحة أيضًا. | لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي موجب جـ إذا كان أ < ب فإن $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$ .<br>وإذا كان أ > ب فإن $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$ . | ٤,٥ > ٢,١ ، ١,٥ > ٥<br>$\frac{٤,٥}{٣} > \frac{٢,١}{٣}$ و $\frac{١,٥}{٠,٥} > \frac{٥}{٠,٥}$<br>١,٥ > ٠,٧ ، ٣ > ١٠ |
| إذا قُسم كل من طرفي متباينة صحيحة على عدد سالب، يجب تغيير اتجاه إشارة المتباينة لجعل المتباينة الناتجة صحيحة. | لأي عددين حقيقيين أ، ب وأي عدد حقيقي سالب جـ<br>إذا كان أ < ب، فإن $\frac{أ}{جـ} > \frac{ب}{جـ}$ .<br>وإذا كان أ > ب، فإن $\frac{أ}{جـ} < \frac{ب}{جـ}$ . | ٦ > ٢,٤ ، -١,٨ > ٣,٦<br>$\frac{٦}{-٦} < \frac{٢,٤}{-٦}$ و $\frac{-١,٨}{-٩} < \frac{٣,٦}{-٩}$<br>-١ > -٠,٤ ، ٠,٢ > -٠,٤ |

### تنبيه!

**الإشارة السالبة:**

لا تتغير إشارة المتباينة إلا إذا كان معامل المتغير سالبًا فقط، أما الإشارة السالبة مع الثوابت فإن وجودها لا يؤثر على إشارة المتباينة، فعند حل المتباينة $\frac{س}{٣} > -٥$ لا يتغير اتجاه إشارة المتباينة.

## مثال٣ [الحل بالقسمة

حل كلاً من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

أ) ٦٠ت > ٨

ب) −٧د ≥ ١٤٧

## تحقق من فهمك

**٣أ)** ٨ف ≥ ٥٨ **٣ب)** -٤٢ ≤ ٦ر **٣جـ)** -١٢هـ > ١٥ **٣د)** $-\frac{١}{٢}$ن > ٦

## تأكد

**المثالان ٢، ٣** حل كلّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٢) $\frac{١}{٢}$ن < ٣٠

٣) ٩ل > ١٠٨

٤) $-\frac{جـ}{٦} \leq ٧$

٥) $-٨٤ < ٧م$

**المثالان ٢، ٣** حل كلًّا من المتباينات الآتية، وتحقق من صحة الحل:

٨) $\frac{١}{٤}$ م $\geq -١٧$

٩) $-١١ < -\frac{\text{جـ}}{١١}$

١٠) $-١٠ \geq \frac{\text{س}}{-٢}$

# ٤-٣ حل المتباينات المتعددة الخطوات

**فيما سبق**

درست حل معادلات متعددة الخطوات.

**والآن**

- أحل مُتباينات خطية تتضمن أكثر من عملية واحدة.
- أحل متباينات خطية تتضمن خاصية التوزيع.

عند ضرب المتباينة في عدد سالب أو قسمتها عليه يتغير اتجاه إشارة المتباينة، وتنطبق هذه الخاصية على المتباينات المتعددة الخطوات.

**مثال ٢** **متباينة تتضمن معاملاً سالبًا**

حل المتباينة: $-11ص - 13 > 42$.

**تحقق من فهمك** حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين:

**٢أ)** ٢٣ ≤ ١٠ − ٢ك

**٢ب)** ٤٣ > −٤ص + ١١

يمكن تحويل الجمل الرياضية إلى متباينات متعددة الخطوات، ثم حلها باستعمال خصائص المتباينات.

## مثال ٣ كتابة المتباينة وحلها

**عرِّف المتغير، واكتب المتباينة، ثم حلها.**

**خمسة ناقص ستة أمثال عدد أكبر من أربعة أمثال ذلك العدد زائد ٤٥ .**

## تحقق من فهمك

٣) نصف عدد زائد اثنين أكبر من سبعة وعشرين.

**حل المتباينات التي تتضمن خاصية التوزيع** عند حل متباينات تحتوي على أقواس استعمل أولًا خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس، ثم استعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة الناتجة.

## مثال ٤ خاصية التوزيع

حل المتباينة: $٤(٣ت - ٥) + ٧ \leq ٨ت + ٣$.

**مراجعة المفردات**

**ترتيب العمليات**

١) احسب قيمة العبارات داخل الأقواس.

٢) احسب قيمة كل القوى.

٣) اضرب و/ أو اقسم من اليمين إلى اليسار.

٤) اجمع و/ أو اطرح من اليمين إلى اليسار.

## تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

**٤أ)** $٦(٥ع - ٣) \geq ٤٢$

**٤ب)** $٢(هـ + ٦) > -٣(٨ - هـ)$

## مثال ٥ المجموعة الخالية ومجموعة جميع الأعداد الحقيقية

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

أ) ٩ت − ٥ (ت − ٥) ≥ ٤ (ت − ٣)

**إرشادات للدراسة**

**المجموعة الخالية**

لا تستعمل الصيغة المميزة للمجموعة عندما تكون مجموعة حل المتباينة هي المجموعة الخالية. وبدلًا من ذلك يعبّر عن مجموعة الحل بالرمز ∅ .

ب) $٣(٤م + ٦) \geq ٤٢ + ٦(٢م - ٤)$

## تأكد

**مثال ٢** حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، وتحقق من صحة الحل:

٢) $-٣س + ٧ > ٤٣$

٣) $٤م - ١٧ < ٦م + ٢٥$

## تأكد

**مثال ٣** عرف المتغير، واكتب المتباينة وحلها، ثم تحقق من صحة الحل:

٤) أربعة أمثال عدد ناقص ٦ أكبر من ٨ مضافًا إليها مِثْلا ذلك العدد.

# ٤-٤ حل المتباينات المركبة

## المتباينات التي تحتوي أداة الربط (و):

### مثال ١ حل المتباينة المركبة وتمثيل التقاطع

حل المتباينة: $-٢ \geq س - ٣ > ٤$، ثم مثِّل مجموعة الحل بيانيًّا.

**فيما سبق**

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

**والآن**

- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (و)، وأمثّل مجموعة حلها بيانيًّا.
- أحل متباينات مركبة تحتوي أداة الربط (أو)، وأمثّل مجموعة حلها بيانيًّا.

**المفردات**

المتباينة المركبة

التقاطع

الاتحاد

## تحقق من فهمك

١) حل المتباينة ٦ ≤ ر+٧ < ١٠، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.

## تدريب على اختبار

**٣٠)** ما مجموعة حل المتباينة: −٧ < س + ٢ < ٤؟

**أ)** {س| −٥ < س<٦}　　**جـ)** {س| −٩<س<٢}　　**ب)** {س| −٥ <س<٢}　　**د)** {س| −٩ <س<٦}

عند حل مسائل لفظية على المتباينات استعمل إحدى الإشارتين ≤ أو ≥، عند وجود كلمات تدل على تضمين طرف المتباينة في الحل مثل على الأكثر، على الأقل. واستعمل إحدى الإشارتين > أو< عند وجود كلمات مثل بين، أقل من، أكثر من.

## مثال ٣ حل المتباينة وتمثيل الاتحاد

**حل المتباينة −٢م + ٧ ≥ ١٣ أو ٥م+١٢ > ٣٧، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا.**

### قراءة الرياضيات

**على الأكثر**

عبارة على الأكثر تعني ≥، وتقرأ:
أصغر من أو يساوي
ويمكن أن تقرأ:
ليس أكثر من.

### إرشادات للدراسة

**التقاطع والاتحاد**

في المتباينات المركبة
حرف (أو) يعني الاتحاد
وحرف (و) يعني التقاطع.

## تحقق من فهمك

حل كلًّا من المتباينتين المركّبتين الآتيتين، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

**٣أ)** أ + ١ > ٤ أو أ − ١ ≤ ٣ **٣ب)** س ≥ ٩ أو ٢ + ٤س < ١٠

## تأكد

**المثالان ١ ،٣** حل كلاً من المتباينات المركبة الآتية، ومثّل مجموعة الحل بيانيًّا:

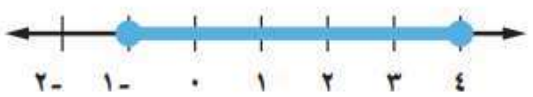
١) ٤ ≥ ف − ٨ وَ ف − ١٤ ≥ ٢

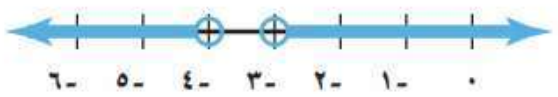
٢) ر + ٦ > −٨ أو ر − ٣ > −١٠

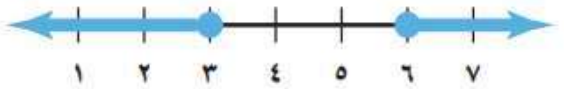
٣) ٤أ + ٧ ≤ ٣١ أو أ > ٥

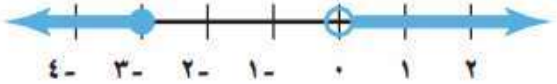
٤) ٢ ≥ ق + ٤ < ٧

اكتب متباينة مركّبة تعبر عن كل تمثيل بياني فيما يأتي:

١٢) 


١٣) 


١٤) 


١٥) 


## تدريب على اختبار

٣٠) ما مجموعة حل المتباينة: -٧ < س + ٢ < ٤؟

أ) { س| -٥ < س<٦}

ب) {س|-٥ <س<٢}

جـ) {س|- ٩<س<٢}

د) {س|-٩ <س<٦}

## مسائل مهارات التفكير العليا

٢٦) **اكتشف الخطأ:** حلَّ كل من سعد ومسفر المتباينة ٣ < ٢ س − ٥ < ٧. فأيهما إجابته صحيحة؟ وضح تبريرك.

**سعد**

٣ < ٢س − ٥ < ٧

٨ < ٢س < ١٢

٤ < س < ٦

**مسفر**

٣ < ٢س − ٥ < ٧

٣ < ٢س < ١٢

$\frac{٣}{٢}$ < س < ٦

# ٤ ـ ٥ حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

## فيما سبق

درست حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة.

## والآن

- أحل متباينات القيمة المطلقة (<) وأمثلها بيانيًا.
- أحل متباينات القيمة المطلقة (>) وأمثلها بيانيًا.

### مثال ١ حل متباينات القيمة المطلقة (<)

حل كلًّا من المتباينتين الآتيتين، ثم مثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

أ) $|م + ٢| < ١١$

ب) |ص - ١| < -٢

**تحقق من فهمك**

أ١) ان - |٨| ≥ ٢

ب١) |٢جـ - ٥| < -٣

| | | | |
|---|---|---|---|
| ٣٠ | مجموعة حل المتباينة \| ر+٥\| ≥ -٨ هي | | |
| (أ) ∅ | (ب) -١٢ ≤ ر ≤ ٧ | (ج) مجموعة الأعداد الحقيقية | (د) -١٢ ≤ ر ≤ ٥ |

## مثال ٣

### حل متباينات القيمة المطلقة (<)

حل المتباينة |٣ن + ٦| ≤ ١٢، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا.

**إرشادات للدراسة**

**القيمة المطلقة**

إن مجموعة حل المتباينة |أ| ≤ ب حيث أ عبارة خطية بمتغير واحد، ب عدد سالب، هي دائمًا مجموعة الأعداد الحقيقية؛ لأن |أ| أكبر أو يساوي صفرًا دائمًا، وبذلك يكون |أ| دائمًا أكبر من ب.

## تحقق من فهمك

٣) حل كلًّا من المتباينات الآتية، ومثِّل مجموعة الحل بيانيًّا.

٣أ) $|ر - ٦| \leq -٥$

٣ب) $|٢ك + ١| \leq ٧$

## تأكد

١) $|أي + ٣| < ٧$

٢) $|ت + ٤| \geq -٢$

٣) $|جـ + ٢| > -٢$

## تدرب وحل المسائل

**المثالان ١ ، ٣** حُلَّ كلاًّ من المتباينات الآتية، ومثّل مجموعة حلها بيانيًّا:

٨) $|٢جـ - ١| \geq ٧$

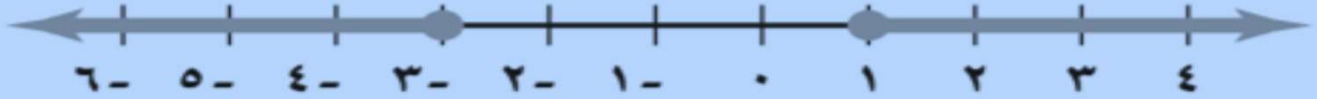
٩) $|و + ٥| < -٨$

١٠) $|ر + ٢| > ٦$

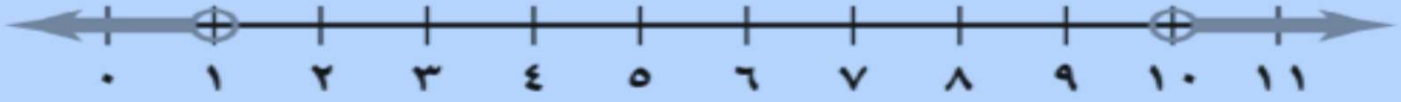
اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:

(٢٨

(٢٩




(٣٠



## مسائل مهارات التفكير العليا

٣٦) **اكتشف الخطأ:** مثّل أحمد حل المتباينة $|٢أ - ٣| > ١$.
كما في الشكل المجاور. فهل كان على صواب؟ فسّر إجابتك.