قدرات

القيمة الأولى	القيمة الثانية
$\sqrt{٦٤} + \sqrt{٣}$	$\sqrt{٤٩} + \sqrt{٤}$

أ) القيمة الأولى أكبر من الثانية

ب) القيمة الثانية أكبر من الأولى

ج) القيمتان متساويتان

د) المعلومات غير كافية

البرمجة الخطية والحل الأمثل

اهداف الدرس

عددي خطوات حل نظام متباينات خطية بيانيا.

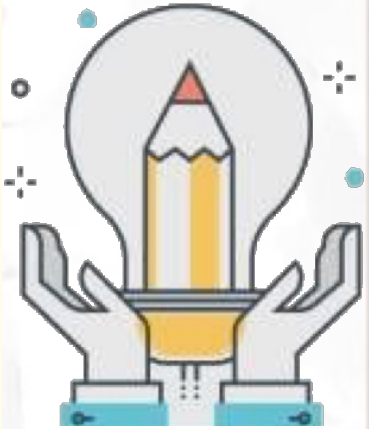
كيف يتم تحديد رؤوس منطقة حل نظام متباينات خطية

فيما سبق:

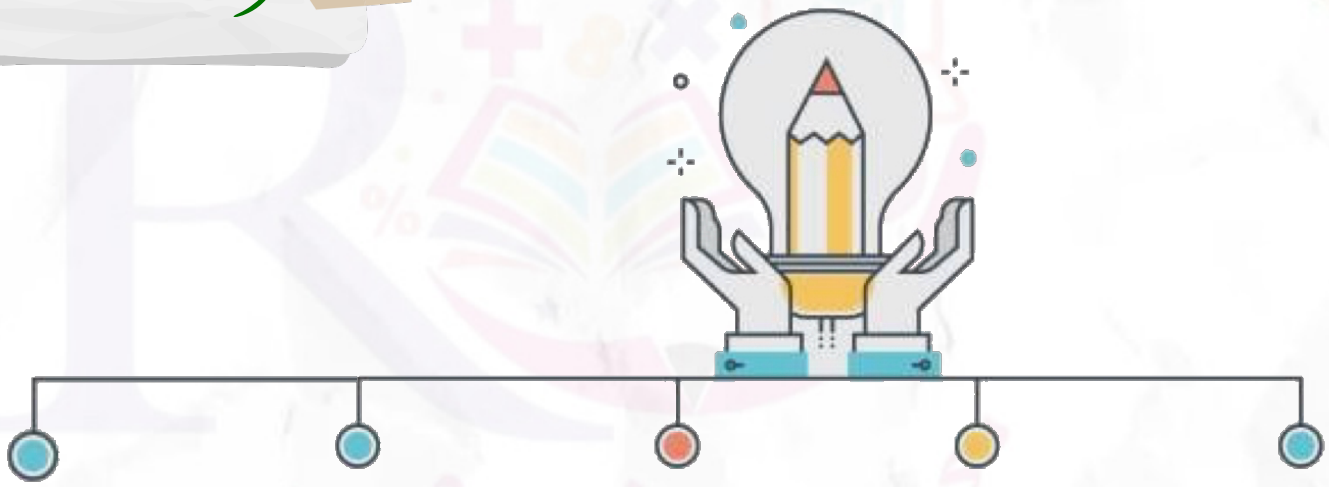
درست حل أنظمة متباينات خطية بيانيًا.

والآن:

- أجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى لدالة ضمن منطقة الحل.
- أستعمل البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل لمسائل حياتية.



مفردات الدرس



القيود

البرمجة الخطية

محدود

غير محدود

الحل الأمثل

لماذا؟

يبين الجدول أدناه أكبر وأقل عدد للأثواب المنتجة في اليوم الواحد من المقاسين الكبير والصغير، وتكلفة إنتاج كل ثوب منها في أحد المصانع الوطنية.

عدد الأثواب المنتجة في اليوم الواحد			
المقاس	أقل عدد	أكبر عدد	تكلفة إنتاج الثوب
صغير	600	1500	55 ريالًا
كبير	800	1700	70 ريالًا

إذا كان عدد الأثواب المطلوب إنتاجها من المقاسين في اليوم الواحد لا يقل عن 2000 ثوب، فكم ثوبًا من كل مقاس يجب إنتاجه لتكون التكلفة أقل ما يمكن ؟

هل تستطيع الشركة إنتاج 2000ثوب من المقاس الصغير في اليوم الواحد؟

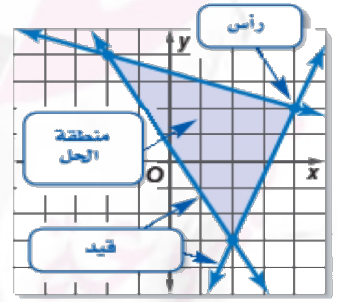
ما تكلفة إنتاج 1000ثوب من المقاس الصغير؟

القيمة العظمى والقيمة الصغرى: تواجه المصانع في كثير من الأحيان أوضاعًا ضمن قيود مختلفة وتسعى للوصول إلى أقل تكلفة أو إلى أعلى ربح. مثل هذه الأوضاع يمكن التعامل معها عادة باستعمال البرمجة الخطية.

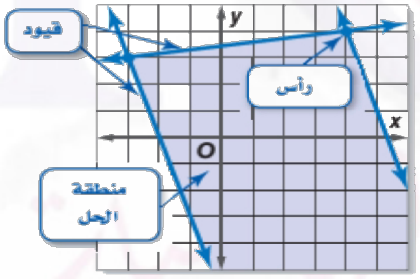
البرمجة الخطية: هي طريقة لإيجاد القيمة العظمى أو الصغرى لدالة ما تحت قيود معينة كل منها عبارة عن متباينة خطية، وذلك بعد تمثيل نظام المتباينات بيانيًّا، وتقع القيمة العظمى أو الصغرى – إن وجدت – للدالة ذات الصلة دائمًا عند أحد رؤوس منطقة الحل.

مفهوم أساسي

منطقة الحل



إذا كانت منطقة الحل **محدودة** (مغلقة) أو محصورة بقيود كما في الشكل أعلاه، فإن القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة تظهر دائمًا عند رؤوس منطقة الحل.



إذا كانت منطقة الحل مفتوحة وممتدة، فهي بذلك **غير محدودة**، ويمكن أن تحتوي على قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

أضف إلى مطويتك

مثال

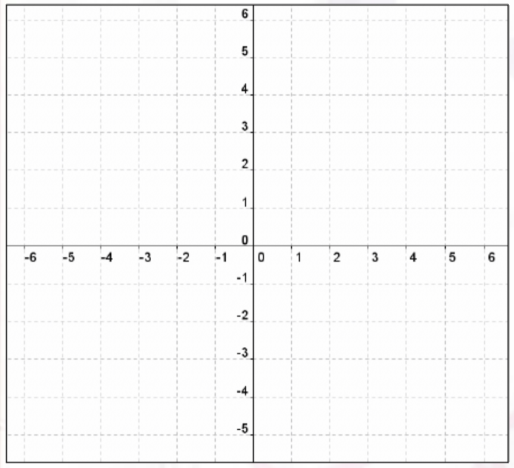
مثّل نظام المتباينات الآتي بيانيًّا، ثم حدِّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

$$3 \le y \le 6$$

$$y \le 3x + 12$$

$$y \le -2x + 6$$

$$f(x, y) = 4x - 2y$$



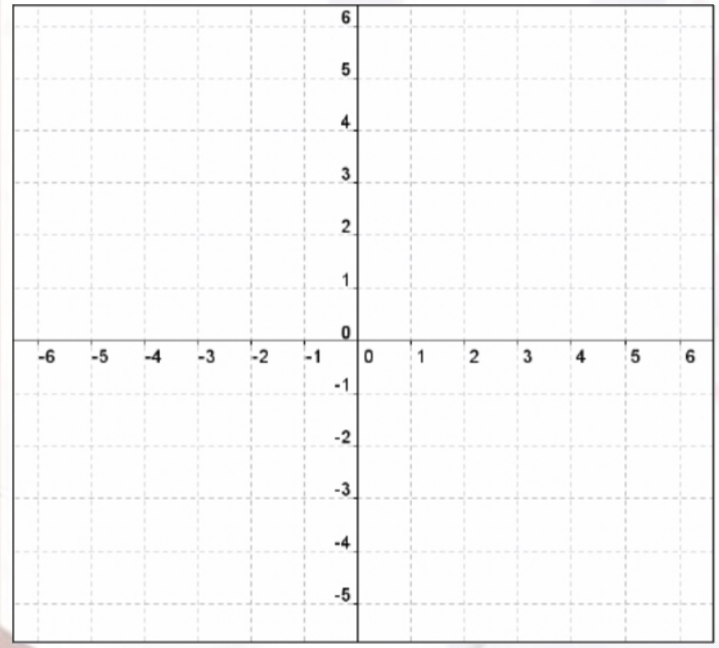
قراءة الرياضيات

رمز الدالة

يستعمل الرمز $f(x, y)$ للتعبير عن الدالة في المتغيرين x, y.
وتُقرأ f لـ x وَ y.

العقل ينمو بالاستعمال
ويتوقف عن النمو من
قلة الاستعمال ...

تحقق من فهمك



(1A $-2 \le x \le 6$

$1 \le y \le 5$

$y \le x + 3$

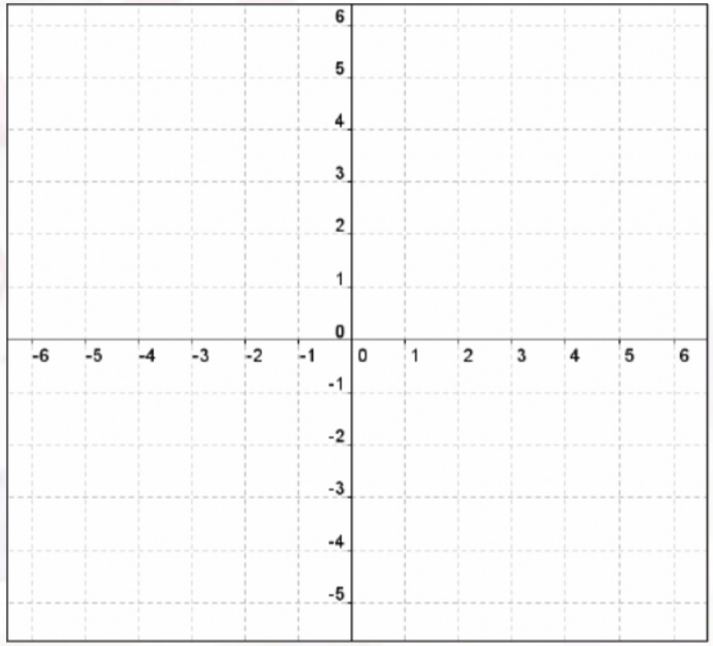
$f(x, y) = -5x + 2y$

إذا نتج عن التمثيل البياني لنظام متباينات منطقةٌ مفتوحة وممتدة، فإنها تكون غير محدودة.

مثال

منطقة الحل غير المحدودة

مثّل نظام المتباينات الآتي بيانيًّا ، ثم حدّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:



تنبيه

القيمة العظمى

لا تفترض عدم وجود قيم عظمى إذا كانت منطقة الحل غير محدودة، بل اختبر قيمة الدالة عند كل رأس؛ لتحدّد إذا كان هناك قيمة عظمى أو صغرى.

تحقق من فهمك

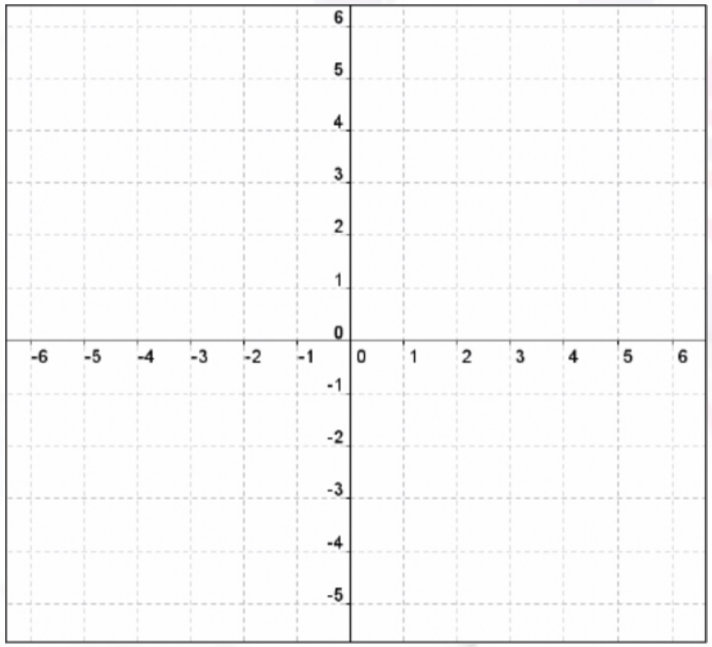
(2A

$y \leq 8$

$y \geq -x + 4$

$y \leq -x + 10$

$f(x, y) = -6x + 8y$



تأكد

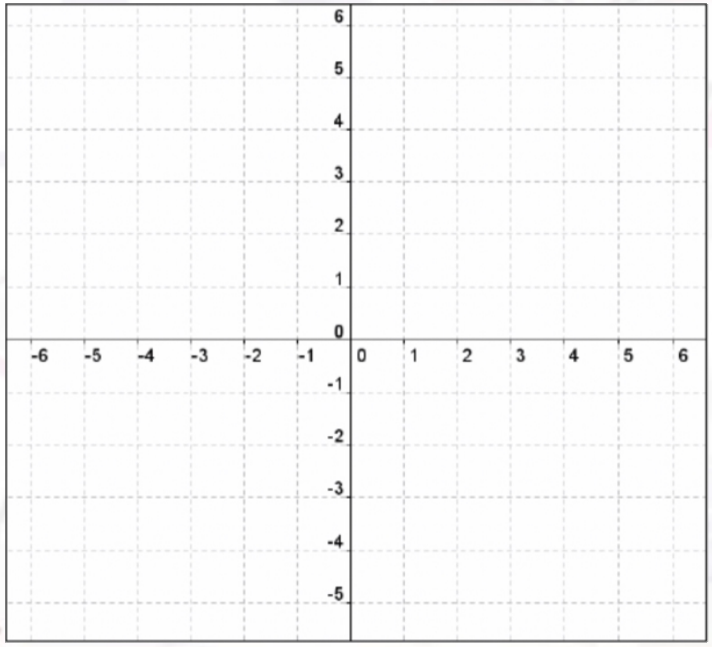
مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، ثم حدّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

1) $y \leq 5$

$x \leq 4$

$y \geq -x$

$f(x, y) = 5x - 2y$



إيجاد الحل الأمثل: يُسمّى البحث عن السعر أو الكمية الأفضل أو الأنسب لتقليل التكلفة أو زيادة الربح **الحل الأمثل**، ويمكنك الحصول على ذلك الحل باستعمال البرمجة الخطية.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

استعمال البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل

الخطوة 1 حدّد المتغيرات.

الخطوة 2 اكتب نظام متباينات خطية يمثّل المسألة.

الخطوة 3 مثل نظام المتباينات بيانيًّا.

الخطوة 4 جد إحداثيات رؤوس منطقة الحل.

الخطوة 5 اكتب الدالة الخطية التي تريد إيجاد قيمتها العظمى أو الصغرى.

الخطوة 6 عوض إحداثيات الرؤوس في الدالة.

الخطوة 7 اختر القيمة العظمى أو الصغرى وفقًا لما هو مطلوب في المسألة.

استعمال البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل

مثال

أعمال: عد إلى الموقف الوارد في بداية هذا الدرس، واستعمل البرمجة الخطية لإيجاد عدد القطع التي يتطلب إنتاجها من المقاسين، لتكون التكلفة أقل ما يمكن.

عدد الأثواب المنتجة في اليوم الواحد			
المقاس	أقل عدد	أكبر عدد	تكلفة إنتاج الثوب
صغير	600	1500	55 ريالًا
كبير	800	1700	70 ريالًا

الخطوة 1: افرض أن x هي عدد الأثواب المنتجة من المقاس الصغير. y هو عدد الأثواب المنتجة من المقاس الكبير.

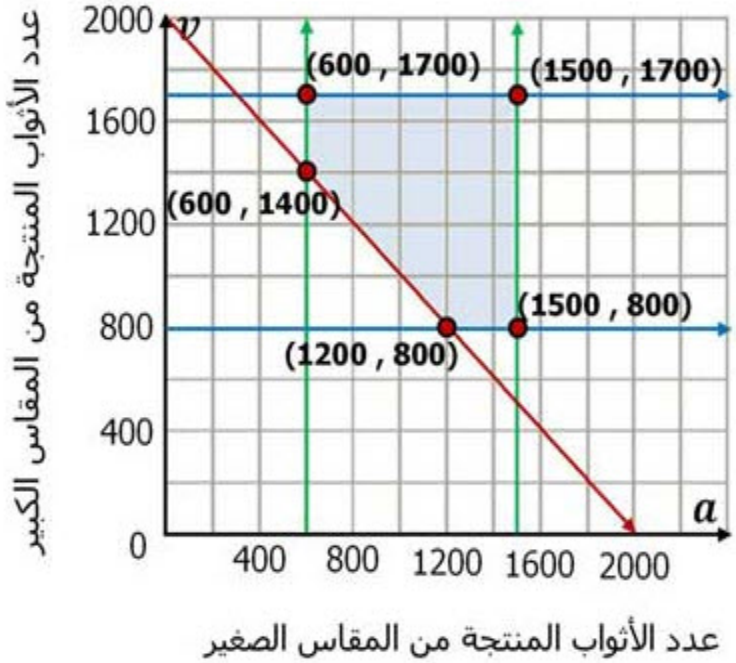
الخطوة 2:

$$600 \le x \le 1500$$

$$800 \le y \le 1700$$

$$x + y \ge 20$$

الخطوتان 3 و 4: مثّل نظام المتباينات بيانيًّا كما في الشكل المجاور، ثم حدّد رؤوس منطقة الحل.



الخطوة 5: الدالة التي تريد إيجاد قيمتها الصغرى هي:

$$f(x, y) = 55x + 70y$$

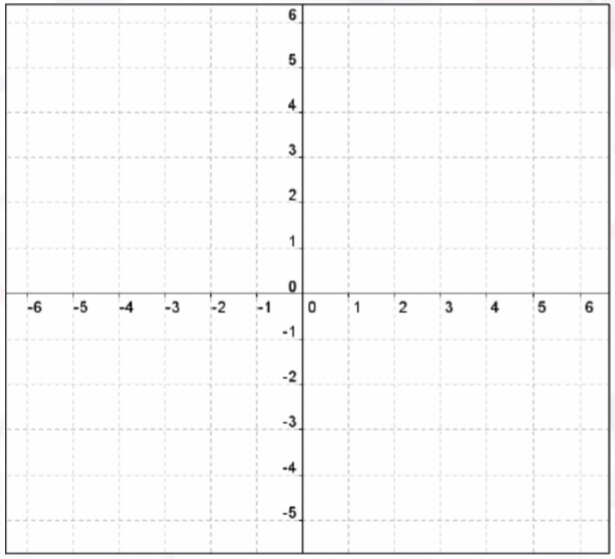
الخطوة 6:

(x, y)	$55x + 70y$	$f(x, y)$	
(600, 1700)	55(600) + 70(1700)	152000	
(600, 1400)	55(600) + 70(1400)	131000	
(1500, 1700)	55(1500) + 70(1700)	201500	← قيمة عظمى
(1500, 800)	55(1500) + 70(800)	138500	
(1200, 800)	55(1200) + 70(800)	122000	← قيمة صغرى

الخطوة 7: يجب إنتاج 1200 ثوبٍ من المقاس الصغير، و 800 ثوبٍ من المقاس الكبير لتكون التكلفة أقل ما يمكن.

تحقق من فهمك

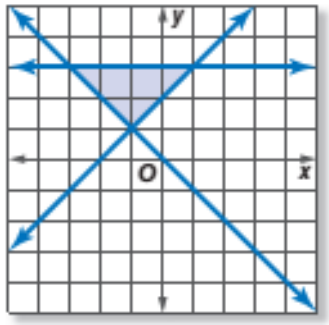
3) **مجوهرات:** تصوغ أسماء من 10 إلى 25 عقدًا، ومن 15 إلى 40 سوارًا شهريًّا. فإذا كانت أجرة صياغة العقد 50 ريالًا. وأجرة صياغة السوار 30 ريالًا، وصاغت في أحد الأشهر 30 قطعة من العقود والأساور على الأقل، فكم قطعة من كلا النوعين عليها صياغتها لتحصل على أكبر أجر؟



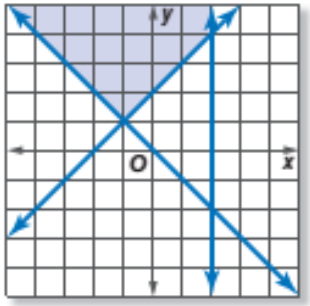
مهارات التفكير العليا

23) حدِّد نظام المتباينات المختلف
عن الأنظمة الثلاثة الأخرى فيما يأتي،
وضِّح إجابتك.

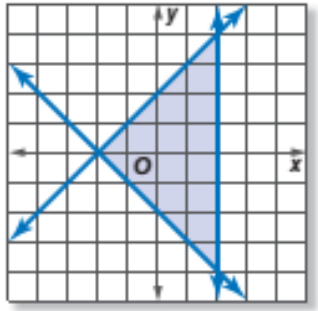
(a



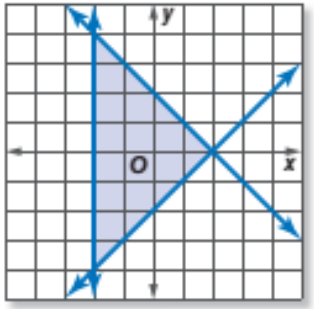
(b



(c



(d



تحصيلي

26) **هندسة:** أيٌّ مما يأتي يُعد وصفًا مناسبًا للتمثيل البياني للمعادلتين $4y = 12x + 16 , y = 3x - 5$؟

A مستقيمان لهما المقطع y نفسه .

B مستقيمان متعامدان.

C مستقيمان لهما المقطع x نفسه .

D مستقيمان متوازيان.