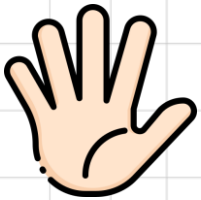
البرمجة الخطية والحل الأمثل
Optimization with Linear Programming

معلمة المادة / تغريد مسعود باجنيد

القوانين الصفية

إستمعي جيداً لنصائح المعلمة



إرفعي يدك عند المشاركة

حافظي على الممتلكات ونظافة فصلك

إعملي مع زميلاتك كفريق

حل الواجبات وإرسالها في الوقت المحدد

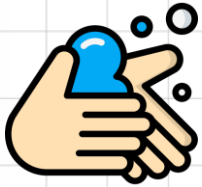
الالتزام بالوقت

الاستعداد الجيد وإبذلي قصار جهدك

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها اليوم تفيدك غداً

الالتزام بارتداء الكمامة

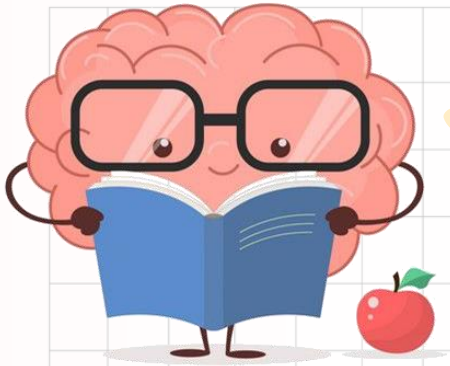
المحافظة على المسافة الأمنة



غسل اليدين وتعقيمها

تجنب المصافحة

الأفكار الرئيسية



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

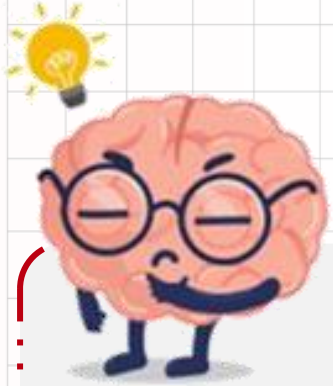
1. أحدد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة ضمن منطقة معينة.

2. استعمل البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل لمسألة حياتية.

الموضوع: البرمجة الخطية والحل الأمثل

اليوم:

التاريخ:



الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس

- أن يجد الطالب القيمة العظمى والقيمة الصغرى لدالة ضمن منطقة الحل.
- أن يستعمل الطالب البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل لمسائل حياتية.

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

فيما سبق:

درست حل أنظمة متباينات خطية بيانياً.

والآن:

- ✓ أجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى لدالة ضمن منطقة الحل.
- ✓ أستعمل البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل لمسائل حياتية.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

المفردات

القيود

غير محدودة

البرمجة الخطية

محدودة

الحل الأمثل

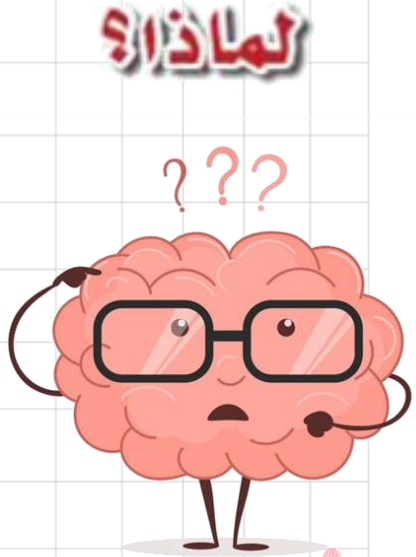
الموضوع: **البرمجة الخطية والحل الأمثل**

اليوم:

التاريخ:

يبين الجدول أدناه أكبر وأقل عدد للأثواب المنتجة في اليوم الواحد من المقاسين الكبير والصغير، وتكلفة إنتاج كل ثوب منها في أحد المصانع الوطنية.

عدد الأثواب المنتجة في اليوم الواحد			
المقاس	أقل عدد	أكبر عدد	تكلفة إنتاج الثوب
صغير	600	1500	55 ريالًا
كبير	800	1700	70 ريالًا



إذا كان عدد الأثواب المطلوب إنتاجها من المقاسين في اليوم الواحد لا يقل عن 2000 ثوب، فكم ثوبًا من كل مقاس يجب إنتاجه لتكون التكلفة أقل ما يمكن؟

هناك **قيود** إضافية على إنتاج المصنع ناجمة عن الطلب والشحن وكفاءة المصنع. وللتعبير عن هذه القيود يمكن استعمال أنظمة المتباينات الخطية.

البرمجة الخطية والحل الأمثل

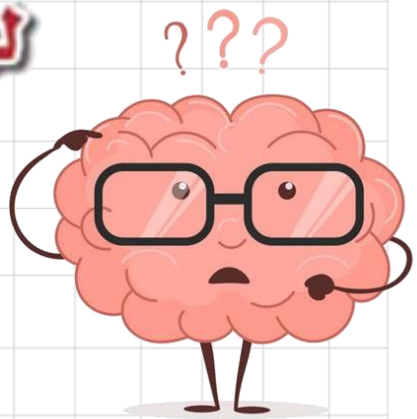
الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟



هل تستطيع الشركة إنتاج 2000 ثوب من المقاس الصغير في اليوم الواحد؟

ما تكلفة إنتاج 1000 ثوب من المقاس الصغير؟

الموضوع: البرمجة الخطية والحل الأمثل

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

ماذا اعرف؟!	ما أريد أن أعرف؟!	ماذا تعلمت اليوم؟!

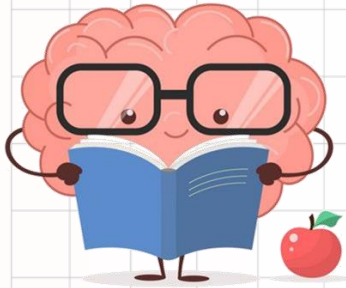
المفردات الجديدة:

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

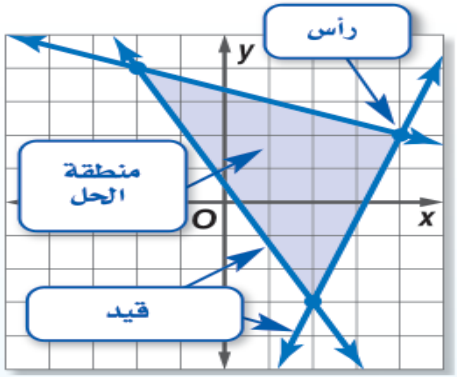
القيمة العظمى والقيمة الصغرى: تواجه المصانع في كثير من الأحيان أوضاعًا ضمن قيود مختلفة وتسعى للوصول إلى أقل تكلفة أو إلى أعلى ربح. مثل هذه الأوضاع يمكن التعامل معها عادة باستعمال البرمجة الخطية.

البرمجة الخطية: هي طريقة لإيجاد القيمة العظمى أو الصغرى لدالة ما تحت قيود معينة كل منها عبارة عن متباينة خطية، وذلك بعد تمثيل نظام المتباينات بيانيًّا، وتقع القيمة العظمى أو الصغرى – إن وجدت – للدالة ذات الصلة دائمًا عند أحد رؤوس منطقة الحل.

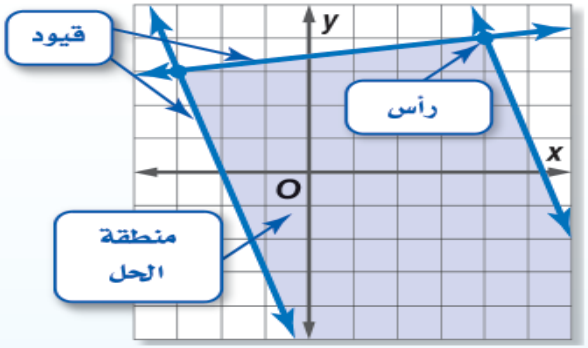
البرمجة الخطية والحل الأمثل

مفهوم أساسي

منطقة الحل



إذا كانت منطقة الحل محدودة (مغلقة) أو محصورة بقيود كما في الشكل أعلاه، فإن القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة تظهر دائمًا عند رؤوس منطقة الحل.



إذا كانت منطقة الحل مفتوحة وممتدة، فهي بذلك غير محدودة، ويمكن أن تحتوي على قيمة عظمى أو قيمة صغرى.

أضف إلى مطويتك

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

قراءة الرياضيات

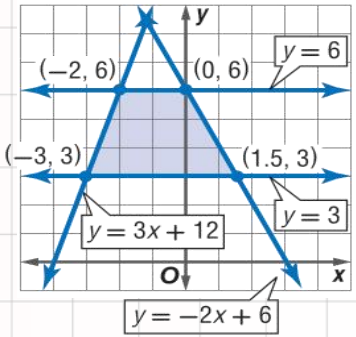
رمز الدالة

يستعمل الرمز $f(x, y)$ للتعبير عن الدالة في المتغيرين x, y. وتُقرأ f لـ x وَ y.

مثال 1 منطقة الحل المحدودة

مثّل نظام المتباينات الآتي بيانيًّا، ثم حدِّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

$$3 \le y \le 6$$
$$y \le 3x + 12$$
$$y \le -2x + 6$$
$$f(x, y) = 4x - 2y$$



الخطوة 1: مثّل المتباينات بيانيًّا، وحدّد إحداثيات الرؤوس.

الخطوة 2: جد قيمة الدالة عند كل رأس.

(x, y)	4x − 2y	f(x, y)	
(−3, 3)	4(−3) − 2(3)	−18	
(1.5, 3)	4(1.5) − 2(3)	0	← قيمة عظمى
(0, 6)	4(0) − 2(6)	−12	
(−2, 6)	4(−2) − 2(6)	−20	← قيمة صغرى

القيمة العظمى للدالة تساوي 0 وتكون عند النقطة (1.5, 3)، والقيمة الصغرى للدالة تساوي 20− وتكون عند النقطة (2, 6−).

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(1A $-2 \le x \le 6$

$1 \le y \le 5$

$y \le x + 3$

$f(x, y) = -5x + 2y$

(1B $-6 \le y \le -2$

$y \le -x + 2$

$y \le 2x + 2$

$f(x, y) = 6x + 4y$

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

إذا نتج عن التمثيل البياني لنظام متباينات منطقةٌ مفتوحة وممتدة، فإنها تكون غير محدودة.

تنبيه

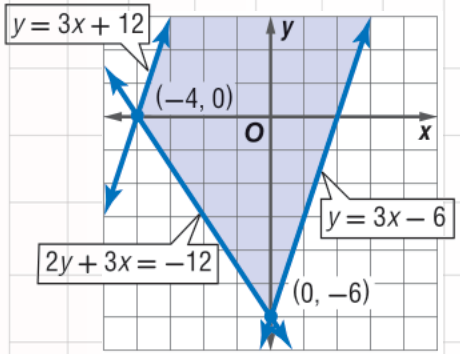
القيمة العظمى والصغرى

لا تفترض عدم وجود قيم عظمى أو صغرى إذا كانت منطقة الحل غير محدودة، بل اختبر قيمة الدالة عند كل رأس؛ لتحدِّد إذا كان هناك قيمة عظمى أو صغرى.

مثال 2 منطقة الحل غير المحدودة

مثّل نظام المتباينات الآتي بيانيًّا ، ثم حدّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

$$2y + 3x \geq -12 \ , \ y \leq 3x + 12 \ , \ y \geq 3x - 6 \ , \ f(x, y) = 9x - 6y$$



مثّل المتباينات بيانيًّا، وأوجد قيمة الدالة عند كل رأس؛ لأن القيمة العظمى أو الصغرى – إن وجدت – تكون عند الرؤوس.

(x, y)	9x − 6y	f(x, y)
(−4, 0)	9(−4) − 6(0)	−36
(0, −6)	9(0) − 6(−6)	36

القيمة العظمى للدالة تساوي 36 وتكون عند النقطة (0, −6)، ولا توجد قيمة صغرى للدالة؛ لأن هناك نقطة أخرى في منطقة الحل وهي (0, 8) وتُعطي القيمة 48− للدالة وهي أقل من 36−.

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(2A

$$y \le 8$$
$$y \ge -x + 4$$
$$y \le -x + 10$$
$$f(x, y) = -6x + 8y$$

(2B

$$y \ge x - 9$$
$$y \le -4x + 16$$
$$y \ge -4x - 4$$
$$f(x, y) = 10x + 7y$$

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إيجاد الحل الأمثل: يُسمّى البحث عن السعر أو الكمية الأفضل أو الأنسب لتقليل التكلفة أو زيادة الربح **الحل الأمثل**، ويمكنك الحصول على ذلك الحل باستعمال البرمجة الخطية.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

استعمال البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل

الخطوة 1 حدّد المتغيرات.

الخطوة 2 اكتب نظام متباينات خطية يمثّل المسألة.

الخطوة 3 مثل نظام المتباينات بيانيًّا.

الخطوة 4 جد إحداثيات رؤوس منطقة الحل.

الخطوة 5 اكتب الدالة الخطية التي تريد إيجاد قيمتها العظمى أو الصغرى.

الخطوة 6 عوض إحداثيات الرؤوس في الدالة.

الخطوة 7 اختر القيمة العظمى أو الصغرى وفقًا لما هو مطلوب في المسألة.

اليوم:

الموضوع:

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الربط مع الحياة

جاوز عدد مصانع الألبسة الجاهزة بالمملكة 300 مصنع، تغطي بإنتاجها المتميز نحو ثلث احتياجات السوق المحلية.

مثال 3 من واقع الحياة

استعمال البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل

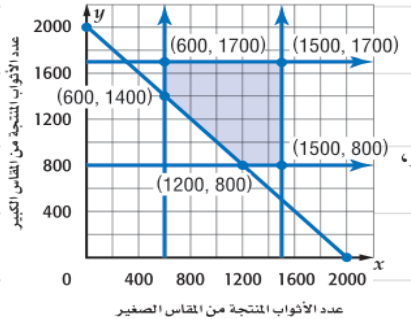
أعمال: عد إلى الموقف الوارد في بداية هذا الدرس، واستعمل البرمجة الخطية لإيجاد عدد القطع التي يتطلب إنتاجها من المقاسين، لتكون التكلفة أقل ما يمكن.

الخطوة 1: افرض أن x هي عدد الأثواب المنتجة من المقاس الصغير. y هو عدد الأثواب المنتجة من المقاس الكبير.

الخطوة 2:

$$600 \le x \le 1500$$
$$800 \le y \le 1700$$
$$x + y \ge 2000$$

الخطوتان 3 و 4: مثِّل نظام المتباينات بيانيًّا كما في الشكل المجاور، ثم حدّد رؤوس منطقة الحل.



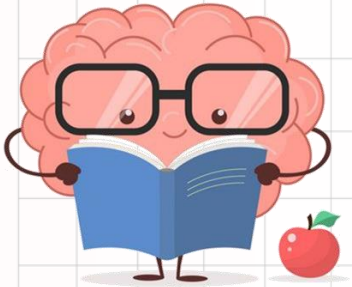
الخطوة 5: الدالة التي تريد إيجاد قيمتها الصغرى هي:

$$f(x, y) = 55x + 70y.$$

الخطوة 6:

(x, y)	55x + 70y	f(x, y)	
(600, 1700)	55(600) + 70(1700)	152000	
(600, 1400)	55(600) + 70(1400)	131000	
(1500, 1700)	55(1500) + 70(1700)	201500	← قيمة عظمى
(1500, 800)	55(1500) + 70(800)	138500	
(1200, 800)	55(1200) + 70(800)	122000	← قيمة صغرى

الخطوة 7: يجب إنتاج 1200 ثوبٍ من المقاس الصغير، و 800 ثوبٍ من المقاس الكبير لتكون التكلفة أقل ما يمكن.



إرشادات للدراسة

منطقية الحل

اختبر منطقية حلك بالتأمل في سياق المسألة.

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

3) **مجوهرات:** تصوغ أسماء من 10 إلى 25 عقدًا، ومن 15 إلى 40 سوارًا شهريًّا. فإذا كانت أجرة صياغة العقد 50 ريالًا. وأجرة صياغة السوار 30 ريالًا، وصاغت في أحد الأشهر 30 قطعة من العقود والأساور على الأقل، فكم قطعة من كلا النوعين عليها صياغتها لتحصل على أكبر أجر؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تأكد

المثالان 2 , 1 مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، ثم حدّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

(1

$y \le 5$

$x \le 4$

$y \ge -x$

$f(x, y) = 5x - 2y$

(2

$y \le -3x + 6$

$-y \le x$

$y \le 3$

$f(x, y) = 8x + 4y$

(3

$y \ge -3x + 2$

$9x + 3y \le 24$

$y \ge -4$

$f(x, y) = 2x + 14y$

(4

$-2 \le y \le 6$

$3y \le 4x + 26$

$y \le -2x + 2$

$f(x, y) = -3x - 6y$

(5

$-3 \le y \le 7$

$4y \ge 4x - 8$

$6y + 3x \le 24$

$f(x, y) = -12x + 9y$

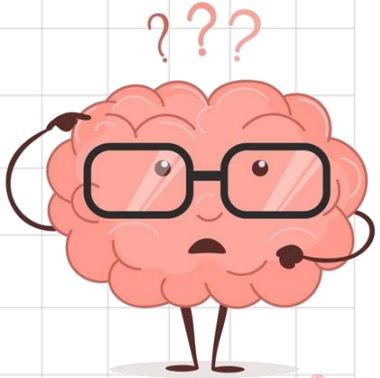
(6

$y \le 2x + 6$

$y \ge 2x - 8$

$y \ge -2x - 18$

$f(x, y) = 5x - 4y$



البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تدرب وحل المسائل

المثالان 1 , 2 مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، ثم حدِّد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة:

(8

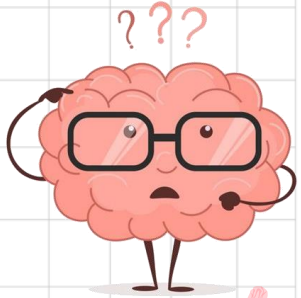
$$-8 \le y \le -2$$
$$y \le x$$
$$y \le -3x + 10$$
$$f(x, y) = 5x + 14y$$

(9

$$-3 \le x \le 2$$
$$y \ge -2x - 6$$
$$4y \le 2x + 32$$
$$f(x, y) = -4x - 9y$$

(10

$$x + 4y \ge 2$$
$$2x + 4y \le 24$$
$$2 \le x \le 6$$
$$f(x, y) = 6x + 7y$$



البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

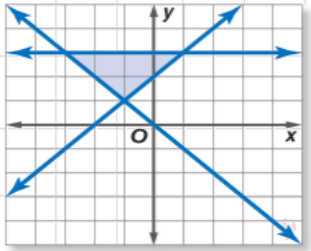
مسائل مهارات التفكير العليا

21) **مسألة مفتوحة :** اكتب نظام متباينات خطية على أن تكون منطقة الحل محدودة وتقع في الربع الرابع فقط ومساحتها 20 وحدة مربعة.

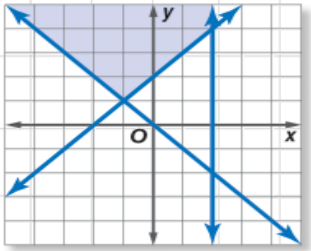
22) **تحد :** جد مساحة المنطقة المحدودة بالمتباينات : $y \geq |x| - 3, y \leq -|x| + 3, x \geq |y|$.

23) حدِّد نظام المتباينات المختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى فيما يأتي، وضِّح إجابتك.

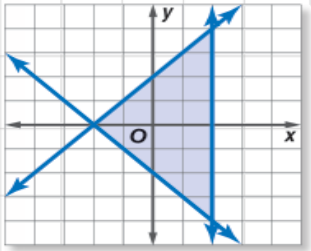
(a



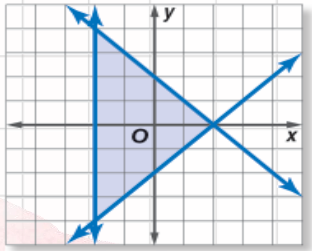
(b



(c



(d



البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تدريب على اختبار

25) حصل عامل على مبلغ 1950 ريالًا أجرة تبليط مساحة من الأرضيات والجدران في أحد البيوت، فإذا كانت أجرة تبليط المتر المربع من الأرضيات 12 ريالًا، وأجرة تبليط المتر المربع من الجدران 15 ريالًا وكان عدد أمتار بلاط الأرضيات يقل عن 3 أمثال عدد أمتار بلاط الجدران بـ $16m^2$، فأي أنظمة المعادلات الآتية تمثّل هذا الموقف؟

A $x + y = 1950$
$3x = y$

B $12x + 15y = 1950$
$x + 16 = 3y$

C $2x + 3y = 15$
$x + y = 12$

D $x - y = 1950$
$12x + 15y = 3$

26) هندسة: أيٌّ مما يأتي يُعد وصفًا مناسبًا للتمثيل البياني للمعادلتين $4y = 12x + 16$, $y = 3x - 5$؟

A مستقيمان لهما المقطع y نفسه .

B مستقيمان متعامدان.

C مستقيمان لهما المقطع x نفسه .

D مستقيمان متوازيان.

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

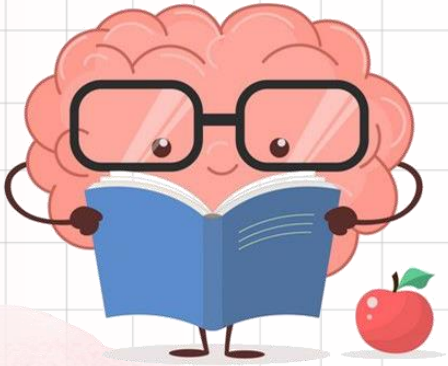
البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

احرص على سماع كلّ كلمةٍ تُقال
في أثناء اليوم الدراسي، وتُسجّلها؛
لأنك حتماً ستحتاج إليها.



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة

لدي سؤال

اليوم تعلمت

لم أفهم

الجزء الذي أعجبني من الدرس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

البرمجة الخطية والحل الأمثل

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

الواجب

الموضوع: البرمجة الخطية والحل الأمثل

اليوم:

التاريخ:

إنتهى درس اليوم