

الفصل الخامس

أنظمة المعادلات الخطية

١ / راجع باحكيم

اليوم/

التاريخ/

الحصة/



٥-١

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا

درست التمثيل البياني للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين.
- أحل نظامًا مكونًا من معادلتين خطيتين بيانيًا.

المضردات

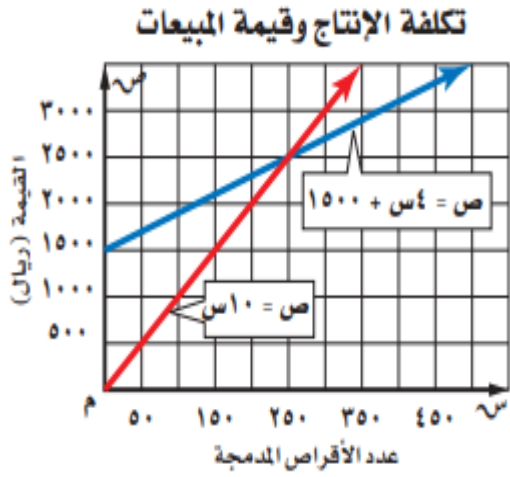
- نظام من معادلتين
- النظام المتسق
- النظام المستقل
- النظام غير المستقل
- النظام غير المتسق

بلغت تكاليف إعداد مادة أقراص مدمجة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل القرص الواحد يكلف ٤ ريالاتٍ ويباع بـ ١٠ ريالاتٍ، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأقراص المدمجة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحًا.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحًا، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ؛ حيث $ص$ تمثل تكلفة الإنتاج، $س$ عدد الأقراص المدمجة المنتجة.

يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة $ص = ١٠س$ ، حيث $ص$ تمثل القيمة الكلية للمبيعات، $س$ عدد الأقراص المدمجة المباعة.

يمكننا تمثيل هاتين المعادلتين بيانيًا من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٢٥٠ قرصًا مدمجًا؛ أي أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٢٥٠ قرصًا مدمجًا.



عدد الحلول الممكنة: تشكّل المعادلتان $ص = ٤س + ١٥٠٠$ ، $ص = ١٠س$ نظامًا من معادلتين، ويُسمى الزوج المرتب الذي يمثل حلًا لكلتا المعادلتين حلًا للنظام.

فيما سبق

درست التمثيل البياني
للمعادلات الخطية.

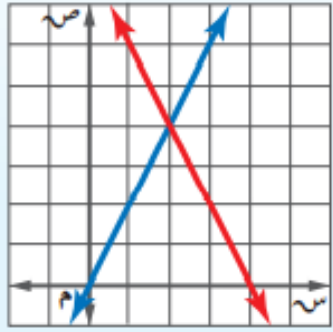
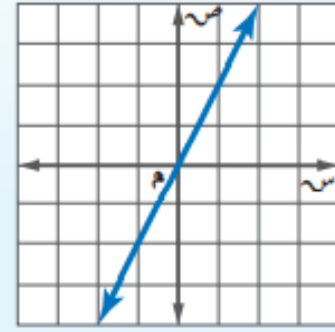
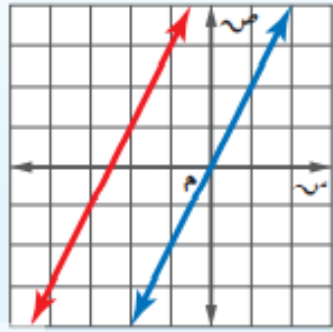
والآن

- أتعرف عدد حلول نظام
مكون من معادلتين
خطيتين.
- أحل نظامًا مكونًا من
معادلتين خطيتين
بيانيًا.

المضردات

- نظام من معادلتين
النظام المتسق
- النظام المستقل
- النظام غير المستقل
- النظام غير المتسق

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظامًا متسقًا**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكل مستقيمًا واحدًا.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظامًا مستقلًا**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظامًا غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظامًا غير متسق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيمتين متوازيتين.

مفهوم أساسي			
الحلول الممكنة			
عدد الحلول	واحد فقط	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلح	متسق ومستقل	متسق وغير مستقل	غير متسق
التمثيل البياني			

مثال ١ عدد الحلول

فيما سبق

درست التمثيل البياني للمعادلات الخطية.

تحقق من فهمك

(أ) $ص = ٢س + ٣$
 $ص = ٢س - ٣$

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين.
- أحل نظامًا مكونًا من معادلتين خطيتين بيانيًا.

المفردات

- نظام من معادلتين
- النظام المتسق
- النظام المستقل
- النظام غير المستقل
- النظام غير المتسق

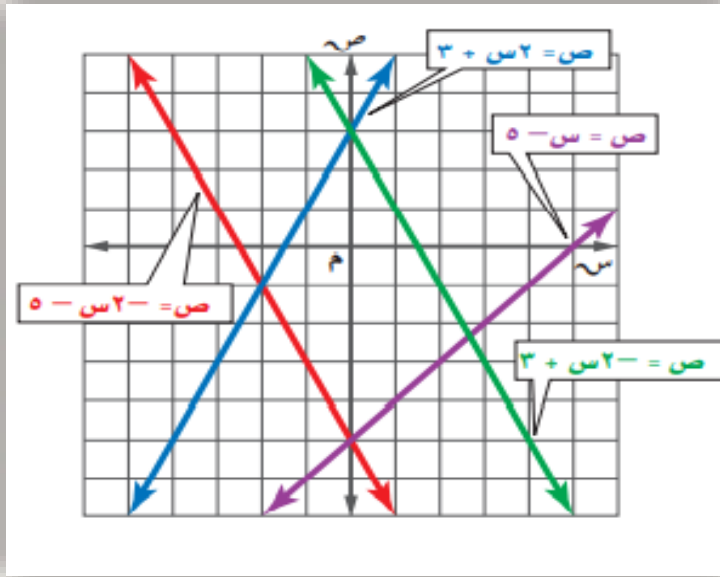
(ب) $ص = ٥ - س$
 $ص = ٢س - ٥$

إرشادات للدراسة

عدد الحلول

عندما تُكتب كل من المعادلتين على الصيغة $ص = م س + ب$ ، فإن قيم $م$ ، $ب$ تحدد عدد الحلول.

عدد الحلول	المقارنة بين قيم $م$ ، $ب$
١	قيمتا $م$ مختلفتان
لا يوجد	قيمتا $م$ متساويتان، وقيمتا $ب$ مختلفتان.
لا نهائي	قيمتا $م$ متساويتان، وقيمتا $ب$ متساويتان.



فيما سبق

درست التمثيل البياني للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين.
- أحل نظامًا مكونًا من معادلتين خطيتين بيانيًا.

المضردات

- نظام من معادلتين
- النظام المتسق
- النظام المستقل
- النظام غير المستقل
- النظام غير المتسق

الحل بالتمثيل البياني: من الطرائق المستعملة في حل نظام من معادلتين تمثيلهما بيانيًا في المستوى البياني نفسه، وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان التي تمثل حل النظام.

مثال ٢ الحل بالتمثيل البياني

ص ١٥٩

ص ١٦٠

تحقق من فهمك

مثّل كل نظام مما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

٢ب) $ص - ٢س = ٣$

$٦س + ٣ص = ٩$

٢أ) $س - ص = ٢$

$٩ = ٢س + ٣ص$

مراجعة المفردات

المستقيمات المتوازية

لا تتقاطع أبدًا، ولها الميل نفسه.

فيما سبق

درست التمثيل البياني
للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام
مكون من معادلتين
خطيتين.
- أحل نظامًا مكونًا من
معادلتين خطيتين
بيانيًا.

المفردات

- نظام من معادلتين
- النظام المتسق
- النظام المستقل
- النظام غير المستقل
- النظام غير المتسق

يمكننا استعمال أنظمة المعادلات لحل مسائل متنوعة من واقع الحياة تتضمن متغيرين أو أكثر.

۱۶. ص

مثال ٣ من واقع الحياة كتابة نظام من معادلتين وحله

تحقق من فهمك

(٣) **ساعات:** يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالاً، ويوفر ١٠ ريالات في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالاً ويوفر ٧ ريالات في الأسبوع، فبعد كم أسبوعاً يصبح معهما المبلغ نفسه؟

فيما سبق

درست التمثيل البياني
للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام
مكون من معادلتين
خطيتين.
- أحلّ نظاماً مكوناً من
معادلتين خطيتين
بياناً.

المفردات

نظام من معادلتين

النظام المتسق

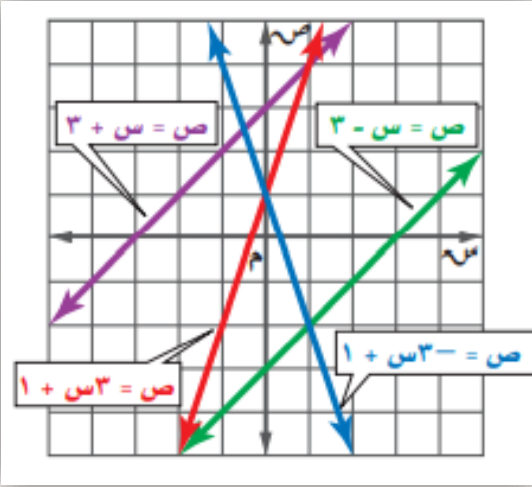
النظام المستقل

النظام غير المستقل

النظام غير المتسق

تأكيد : ص ١٦١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل:



$$(١) \quad \begin{aligned} \text{ص} &= ٣ - س \\ \text{ص} &= ٣ + س + ١ \end{aligned}$$

$$(٢) \quad \begin{aligned} \text{ص} &= ٣ + س \\ \text{ص} &= ٣ - س \end{aligned}$$

فيما سبق

درست التمثيل البياني
للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام
مكون من معادلتين
خطيتين.
- أحل نظاماً مكوناً من
معادلتين خطيتين
بيانياً.

المفردات

- نظام من معادلتين
- النظام المتسق
- النظام المستقل
- النظام غير المستقل
- النظام غير المتسق

درست التمثيل البياني
للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام
مكون من معادلتين
خطيتين.
- أحل نظامًا مكونًا من
معادلتين خطيتين
بيانيًا.

المفردات

- نظام من معادلتين
- النظام المتسق
- النظام المستقل
- النظام غير المستقل
- النظام غير المتسق

(٣٣) أيُّ من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسّر إجابتك:

$$\begin{aligned} 4s - v &= 5 \\ -2s + v &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -s + 4v &= 8 \\ 3s - 6v &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4s + 2v &= 14 \\ 12s + 6v &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3s - 2v &= 1 \\ 2s + 3v &= 18 \end{aligned}$$