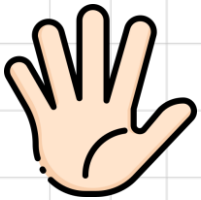
العمليات على المصفوفات
Operations with Matrices

معلمة المادة / تغريد مسعود باجنيد

القوانين الصفية

إستمعي جيداً
لنصائح المعلمة



إرفعي يدك عند
المشاركة

حافظي على الممتلكات
ونظافة فصلك

إعملي مع زميلاتك
كفريق

حل الواجبات وإرسالها
في الوقت المحدد

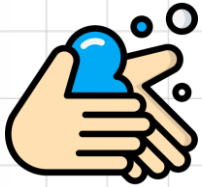
الالتزام بالوقت

الاستعداد الجيد وإبذلي
قصار جهدك

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها اليوم تفيدك غداً

الالتزام بارتداء الكمامة

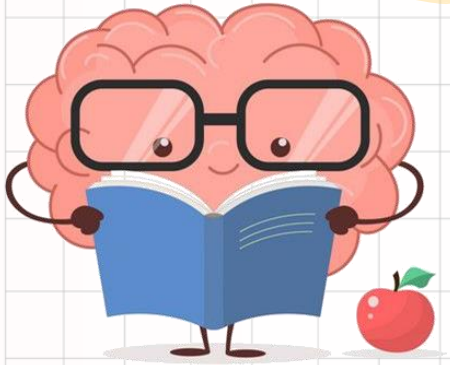
المحافظة على المسافة الأمنة



غسل اليدين وتعقيمها

تجنب المصافحة

الأفكار الرئيسية



1. أجمع المصفوفات وأطرحها.
2. أضرب مصفوفة في عدد.

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

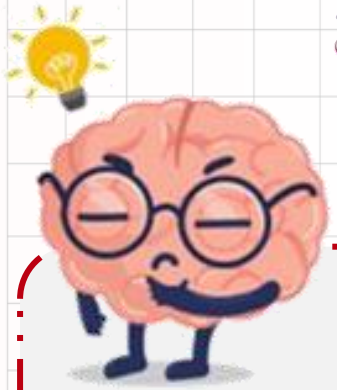
العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس

- أن يجد الطالب ناتج جمع المصفوفات وطرحها.
- أن يجد الطالب ناتج ضرب المصفوفة في عدد ثابت.
- أن يقوم الطالب بإجراء عدة عمليات على المصفوفات.

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

فيما سبق:

درست تنظيم البيانات في مصفوفات.

والآن:

- ✓ أجمع المصفوفات وأطرحها.
- ✓ أضرب مصفوفة في عدد ثابت.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

الـمـفـردات

جمع مصفوفتين

ضرب المصفوفة في عدد ثابت

طرح مصفوفتين

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

لدى مؤسسة تجارية للمعدات الثقيلة فروع في كل من: الرياض، والشرقية، وجدة، يتبع كلًّا منها ثلاثة معارض.
وتبين المصفوفات الآتية معدل النفقات والمبيعات الأسبوعية في معارض المناطق الثلاث:

	جدة		الشرقية		الرياض	
	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات	المبيعات	النفقات
المعرض (1)	109500	1050	122000	1700	145000	1900
المعرض (2)	135000	1800	145500	1800	225000	2400
المعرض (3)	150500	1800	160000	1800	290000	2700

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

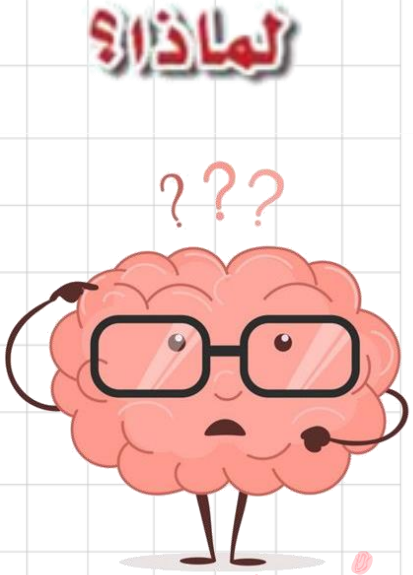
اليوم:

التاريخ:

ما معدل النفقات اليومي للمعرض ٢ في المنطقة الشرقية؟

ما موقع معدل النفقات اليومية للمعرض الأول في كل مصفوفة؟

كيف يمكن أن تجد إجمالي المبيعات الأسبوعية للمعارض الثانية في الشركة لجميع المناطق؟



العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم

ماذا اعرف؟!	ما أريد أن أعرف؟!	ماذا تعلمت اليوم؟!

المفردات الجديدة:

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

جمع المصفوفات وطرحها: يمكن جمع مصفوفتين أو طرحهما إذا وفقط إذا كان لهما الرتبة نفسها، حيث تجمع العناصر المتناظرة في حالة الجمع، وتطرح في حالة الطرح.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

جمع المصفوفات وطرحها

التعبير اللفظي: إذا كانت $\underline{A}, \underline{B}$ مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $\underline{A} + \underline{B}$ هي مصفوفة أيضًا من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في $\underline{A}$ و $\underline{B}$، وكذلك $\underline{A} - \underline{B}$ هي مصفوفة من الرتبة $m \times n$ أيضًا، وتحصل عليها بطرح العناصر المتناظرة.

الرموز:

لتكن: $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix}$

فإن: $\underline{A} + \underline{B} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}, \underline{A} - \underline{B} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$

مثال:

$$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & -5+0 \\ 1+(-9) & 7+10 \end{bmatrix}$$

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

مثال 1 جمع المصفوفات وطرحها

إذا كانت $\underline{C}=\begin{bmatrix}8\\6\end{bmatrix}, \underline{B}=\begin{bmatrix}-4 & -1\\-3 & -7\end{bmatrix}, \underline{A}=\begin{bmatrix}16 & 2\\-9 & 8\end{bmatrix}$ ، فأوجد كلًّا مما يأتي إن أمكن:

(a $\underline{A}+\underline{B}$

عوّض $\underline{A}+\underline{B}=\begin{bmatrix}16 & 2\\-9 & 8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4 & -1\\-3 & -7\end{bmatrix}$

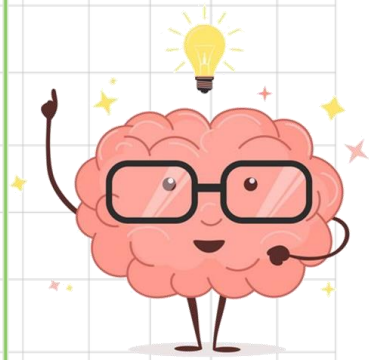
اجمع العناصر المتناظرة $=\begin{bmatrix}16+(-4) & 2+(-1)\\-9+(-3) & 8+(-7)\end{bmatrix}$

بسّط $=\begin{bmatrix}12 & 1\\-12 & 1\end{bmatrix}$

(b $\underline{B}-\underline{C}$

عوّض $\underline{B}-\underline{C}=\begin{bmatrix}-4 & -1\\-3 & -7\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}8\\6\end{bmatrix}$

بما أن المصفوفتين $\underline{B}, \underline{C}$ لهما رتبتين مختلفتين، فلا يمكن إجراء عملية الطرح $\underline{B}-\underline{C}$.



إرشادات للدراسة

إذا كان $\underline{A}+\underline{B}=\underline{C}$
فإن $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(1A $\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix}$

(1B $\begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix}$

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

العمليات على المصفوفات

اليوم:

الموضوع:

الضرب في عدد ثابت: يمكنك ضرب أي مصفوفة في عدد ثابت، وهذا يعني ضرب كل عنصر من عناصر المصفوفة في ذلك العدد الثابت. وتُسمى هذه العملية **ضرب المصفوفة في عدد ثابت**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الضرب في عدد ثابت

التعبير اللفظي: حاصل ضرب مصفوفة $\underline{A}$ من الرتبة $m \times n$ في عدد ثابت k هي مصفوفة $k\underline{A}$ من الرتبة $m \times n$ وكل عنصر فيها يساوي العنصر المناظر له في المصفوفة $\underline{A}$ مضروبًا في العدد الثابت k

الرموز: إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ وَ k عدد ثابت فإن:

$$k \cdot \underline{A} = k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

مثال:

$$-3 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(4) & -3(1) \\ -3(7) & -3(-2) \end{bmatrix}$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

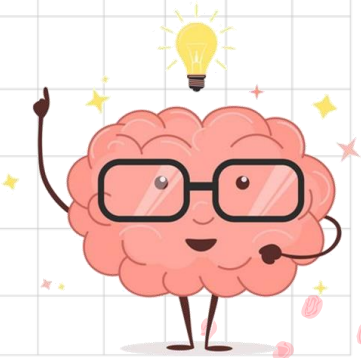
اليوم:

إرشادات للدراسة

ضرب المصفوفة في عدد ثابت

إذا كان $k\underline{A} = \underline{B}$

فإن: $ka_{ij} = b_{ij}$



مثال 2 ضرب مصفوفة في عدد ثابت

إذا كانت $\underline{R} = \begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix}$ ، فجد $5\underline{R}$.

عوّض $5\underline{R} = 5\begin{bmatrix} -12 & 8 & 6 \\ -16 & 4 & 19 \end{bmatrix}$

اضرب كل عنصر في المصفوفة في العدد 5 $= \begin{bmatrix} 5(-12) & 5(8) & 5(6) \\ 5(-16) & 5(4) & 5(19) \end{bmatrix}$

بسّط $= \begin{bmatrix} -60 & 40 & 30 \\ -80 & 20 & 95 \end{bmatrix}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

2) إذا كانت $\underline{T} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 & 8 \\ 9 & -2 & -4 & -1 \end{bmatrix}$، فأوجد $-4\underline{T}$

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تنطبق كثير من خصائص العمليات التي تُجرى على الأعداد الحقيقية على المصفوفات. وفيما يأتي ملخص لهذه الخصائص:

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

خصائص جمع المصفوفات

الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ لها الرتبة نفسها ولأي عدد ثابت k:

الخاصية الإبدالية لجمع المصفوفات $\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$

الخاصية التجميعية لجمع المصفوفات $(\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C} = \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C})$

خاصية التوزيع للضرب في عدد $k(\underline{A} + \underline{B}) = k\underline{A} + k\underline{B}$

يمكنك إجراء عمليات متعددة الخطوات على المصفوفات. وترتيب تلك العمليات شبيه بترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية.

مثال 3 العمليات على المصفوفات

إذا كانت $\underline{B} = \begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ ، $\underline{A} = \begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-4\underline{B} - 3\underline{A}$.

عوّض $-4\underline{B} - 3\underline{A} = -4\begin{bmatrix} -4 & -8 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} - 3\begin{bmatrix} -9 & 12 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$

أوجد ناتج ضرب المصفوفات في الثوابت $= \begin{bmatrix} -4(-4) & -4(-8) \\ -4(2) & -4(-3) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3(-9) & 3(12) \\ 3(2) & 3(-6) \end{bmatrix}$

بسّط $= \begin{bmatrix} 16 & 32 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -27 & 36 \\ 6 & -18 \end{bmatrix}$

اطرح العناصر المتناظرة $= \begin{bmatrix} 16 - (-27) & 32 - 36 \\ -8 - 6 & 12 - (-18) \end{bmatrix}$

بسّط $= \begin{bmatrix} 43 & -4 \\ -14 & 30 \end{bmatrix}$

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

3) إذا كانت $\underline{B} = \begin{bmatrix} 12 & 5 \\ 5 & -4 \\ 4 & -7 \end{bmatrix}$ ، $\underline{A} = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-6\underline{B} + 7\underline{A}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الربط مع الحياة

المخطط المالي

يستعمل المخطّط المالي المصفوفات لتنظيم البيانات التي يستعملها، ووصفها.

يمكنك استعمال المصفوفات في الكثير من الأعمال التجارية.

مثال 4 استعمال العمليات على المصفوفات

أعمال: ارجع إلى فقرة "لماذا" في بداية الدرس، وعبر عن معدل المبيعات والنفقات لجميع المعارض في خمسة أسابيع.

حتى يتم حساب المبيعات في خمسة أسابيع، يجب ضرب كل مصفوفة في العدد 5 وجمع المصفوفات الناتجة معًا.

ضرب كل مصفوفة في 5 ثم الجمع

$$5\begin{bmatrix}1900 & 145000\\2400 & 225000\\2700 & 290000\end{bmatrix}+5\begin{bmatrix}1700 & 122000\\1800 & 145500\\1800 & 160000\end{bmatrix}+5\begin{bmatrix}1050 & 109500\\1800 & 135000\\1800 & 150500\end{bmatrix}$$

تطبيق قاعدة الضرب في ثابت

$$=\begin{bmatrix}9500 & 725000\\12000 & 1\,125000\\13500 & 1\,450000\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}8500 & 610000\\9000 & 727500\\9000 & 800000\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}5250 & 547500\\9000 & 675000\\9000 & 752500\end{bmatrix}$$

اجمع المصفوفات

$$=\begin{matrix}\text{النفقات} & \text{المبيعات}\\\end{matrix}\begin{bmatrix}23250 & 1882500\\30000 & 2527500\\31500 & 3002500\end{bmatrix}$$

تدل المصفوفة النهائية على معدل المبيعات والنفقات في خمسة أسابيع.

إرشادات للدراسة

العناصر المتناظرة

عند تمثيل البيانات بمصفوفات متعددة، تأكد أن العناصر المتناظرة تمثل البيانات المتناظرة.

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

4) **أعمال:** استعمل البيانات أعلاه لحساب معدل المبيعات والنفقات الشهري لجميع المعارض على فرض أن الشهر 30 يومًا.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العمليات على المصفوفات

اليوم:

الموضوع:

تأكد

مثال 1 أوجد الناتج في كلٍّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا:

1) $\begin{bmatrix} 1 & -7 & 11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 & 2 & -8 \end{bmatrix}$

2) $\begin{bmatrix} 4 & -8 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 12 \end{bmatrix}$

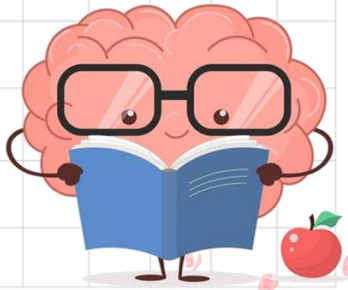
3) $\begin{bmatrix} 7 & -12 \\ 15 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 4 & -9 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} 5 & 13 & -6 \\ 3 & -17 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 & -18 & 8 \\ 2 & -11 & 0 \end{bmatrix}$

مثال 2 أوجد الناتج في كلٍّ مما يأتي:

5) $3\begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$

6) $-6\begin{bmatrix} 15 & -9 & 2 & 3 \\ 6 & -11 & 14 & -2 \\ 4 & -8 & -10 & 27 \end{bmatrix}$



تدرب وحل المسائل

مثال 1 أوجد الناتج في كلٍّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا.

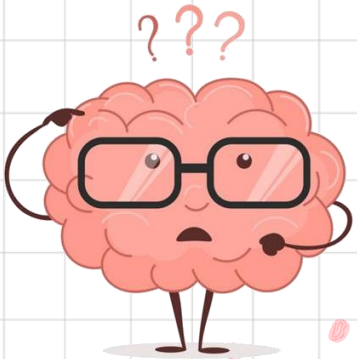
10) $\begin{bmatrix} 12 & -5 \\ -8 & -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & 11 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$

11) $\begin{bmatrix} 9 & 5 \\ -2 & 16 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 & -3 & 7 \\ 12 & 2 & -4 \end{bmatrix}$

الأمثلة 2, 3, 4

12) مشروبات: يبين الجدول المجاور قائمة أسعار المشروبات في مطعم، إذا رفع المطعم أسعار جميع المشروبات بنسبة 50%.

المشروب	صغير	وسط	كبير
غازي	3	4	5
شاي	2	3	4
قهوة	2	3	4
عصير	4	5	6



a) اكتب المصفوفة C التي تمثّل الأسعار الحالية .

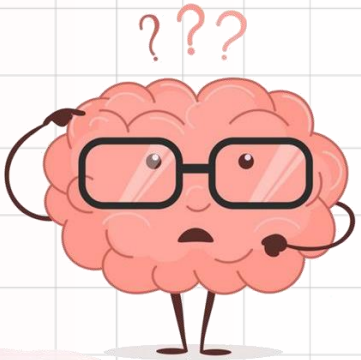
b) ما العدد الذي يمكن أن نضرب المصفوفة C فيه لإيجاد المصفوفة N التي تمثّل الأسعار الجديدة؟

c) جد المصفوفة N.

d) جد المصفوفة $C - N$. ماذا تمثل هذه المصفوفة في هذه الحالة؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا



26) **برهان:** برهن على أن عملية جمع المصفوفات من النوع 2×2 تبديلية .

27) **برهان:** برهن على أن عملية جمع المصفوفات من النوع 2×2 تجميعية .

28) **تحد:** إذا كانت:

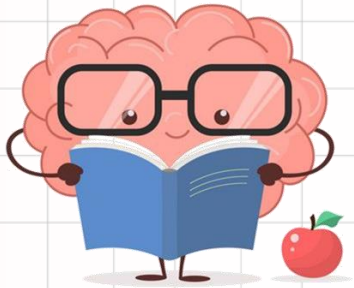
$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}, 3\underline{A} - 4\underline{B} + 6\underline{C} = \begin{bmatrix} 13 & 22 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$$

فأوجد عناصر المصفوفة $\underline{C}$.

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:



مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تدريب على اختبار

32) حل النظام الآتي:

$$0.06p + 4q = 0.88$$
$$p - q = -2.25$$

A $(-0.912, -1.338)$ **C** $(-2, 0.25)$

B $(0.912, -3.162)$ **D** $(-2, -4.25)$

33) رتبة المصفوفة: إذا كانت A , B مصفوفتين من الرتبة 3×5 ، فإن رتبة المصفوفة $A - B$ هي:

A 3×5 **C** 3×2

B 5×3 **D** 3×3

العمليات على المصفوفات

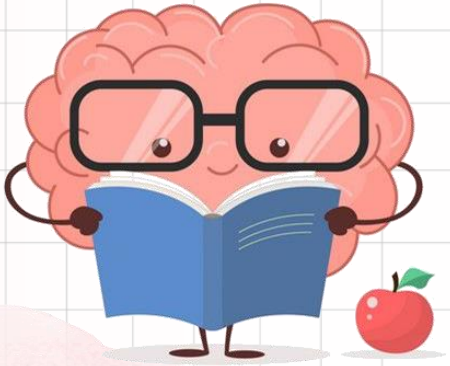
الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

أي وقت تجد نفسك تتنازل عن شيء جيد من أجل أن تحصل على شيء رائع، لا تتردد أبداً؛ فهذه أول خطوة في طريق النجاح



العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة

لدي سؤال

اليوم تعلمت

لم أفهم

الجزء الذي أعجبني من الدرس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العمليات على المصفوفات

الموضوع:

اليوم:

التاريخ:

الواجب

الموضوع: العمليات على المصفوفات

اليوم:

التاريخ:

إنتهى
درس اليوم