

اعداد البعلية: عهود جويهر





اللهم إنا نسألك علمًا نافعًا وعملًا متقبلًا اللهم يا معلم آدم علمنا ويا مفهم سليمان فهمنا (يا مؤتي لقمان الحكمة (يا مؤتي لقمان الحكمة وفصل الخطاب.

 $(x-y)^2$ 





## درست في السابق

درستُ ضرب المصفوفات في عدد ثابت. (الدرس 2-2)





# المصغوفات

مقدمة في المصفوفة و أنظمة المعادلات الخطية

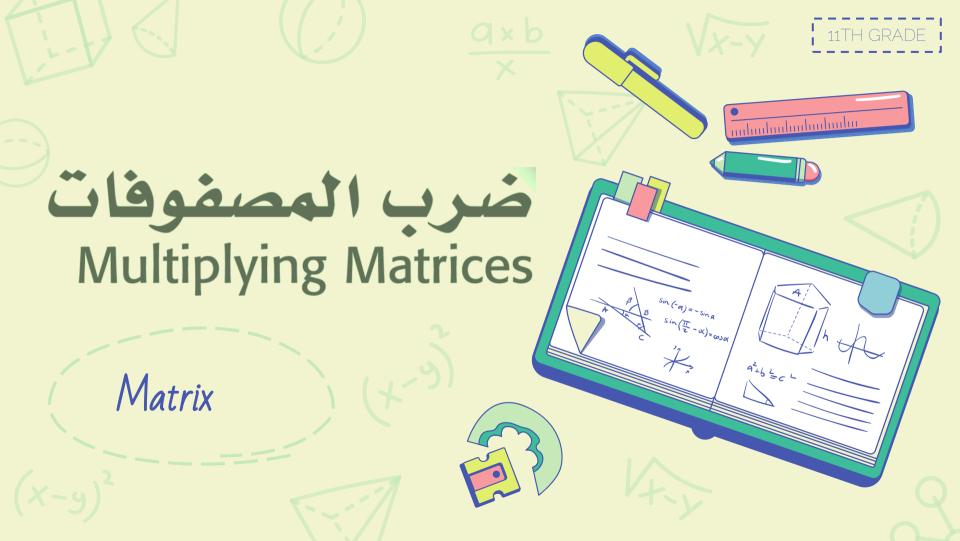
 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  العمليات على المصفوفات  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 

المحددات وقاعدة كرامر

ضرب المصفوفات



(x-y)2





## أهداف الدرس

- أضرب المصفوفات.
- أستعمل خصائص ضرب المصفوفات.









	الشهر وعدد الأقلام			
نوع القلم	المحرم	صفر	ربيع 1	ربيع 2
رصاص	153	217	197	249
حبر سائل	12	6	7	8
حبر جاف	82	146	102	158

يبين الجدول المجاور أنواع الأقلام وعددها التي باعتها مكتبة في 4 أشهر متتالية.

إذا علمت أن سعر بيع قلم الرصاص ريال واحد،

وقلم الحبر السائل 3 ريالات، وقلم الحبر الجاف ريالان، فإنه يمكنك تلخيص الجدول بمصفوفة عدد الأقلام  $\underline{B}$ ، كما يمكنك التعبير عن مصفوفة سعر بيع كل نوع من الأقلام بالمصفوفة  $\underline{P}$ .

$\underline{P}$ مصفوفة الأسعار	$\underline{B}$ صفوفة عدد الأقلام
--------------------------------	-----------------------------------

[ 1 3 2 217 146

وباستعمال ضرب المصفوفات، تجد سعر بيع الأقلام في كل شهر.







# يتناول الدرس دراسة ٥ محاور أساسية



البعور الثانى

ضرب المصفوفات المربعة



الهمور الأول

رتبة مصفوفة ناتج الضرب



لبحور الرابع

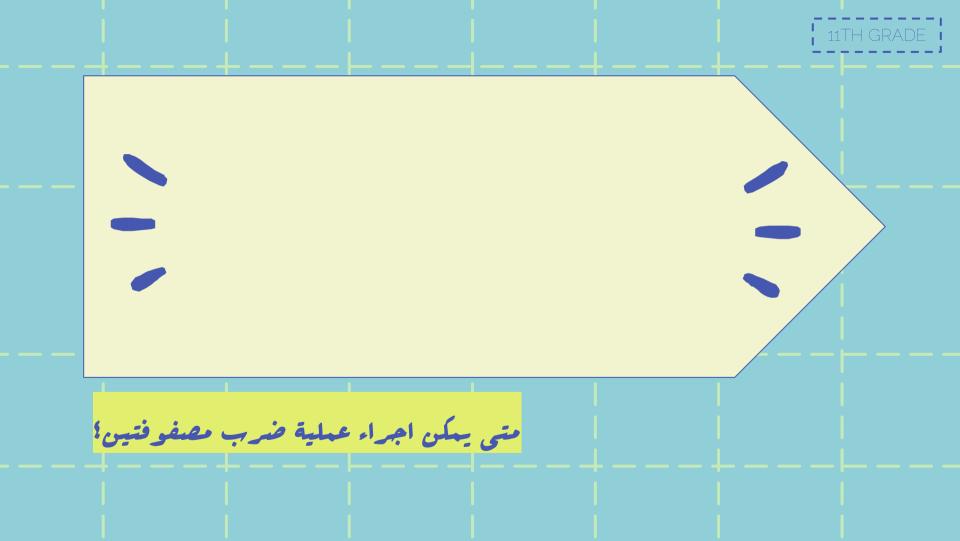
اختبار خاصية الابدال و التوزيع



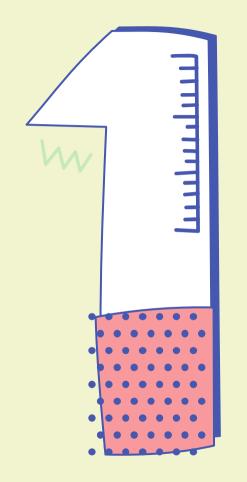
البعور الثالث

ضرب المصفوفات





11TH GRADE







#### مثال 1 رتبة مصفوفة ناتج الضرب

 $\underline{A}_{3\times2} \cdot \underline{B}_{3\times2}$  (1B)

تحقق من فهمك  $\underline{A}_{4\times6}\cdot\underline{B}_{6\times2}$  (1A

### 🗹 تأكد

حدد إذا كانت عملية الضرب معرّفة في كلِّ مما يأتي أم لا، وإن كانت معرّفة فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة: مثال 1

$$\underline{E}_{8\times6} \cdot \underline{F}_{6\times10}$$
 (3

$$\underline{C}_{5\times4} \cdot \underline{D}_{5\times4}$$
 (2

$$\underline{A}_{2\times 4} \cdot \underline{B}_{4\times 3}$$
 (1



 $\frac{9xb}{x}$ 

### أضف إلى مطويتك

## مفهوم أساسي

### ضرب المصفوفات

التعبير اللفظي: العنصر في الصف m والعمود r من المصفوفة  $\underline{A}\,\underline{B}$  هو مجموع نواتج ضرب العناصر في الصف m من المصفوفة  $\underline{B}$  بعناصر العمود r من المصفوفة  $\underline{B}$  بالترتيب.

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{A}\underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \times 5 + 3 \times 7 & 2 \times 6 + 3 \times 8 \\ 1 \times 5 + 4 \times 7 & 1 \times 6 + 4 \times 8 \end{bmatrix}$$

مثال:

الرموزه











### مثال 2 ضرب المصفوفات المربعة

### 🔽 تحقق من فهمك

. 
$$\underline{U}\underline{V}$$
 فأو جد  $\underline{U}=\begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$  ,  $\underline{V}=\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$  فأو جد (2)



## 🗹 تأكد

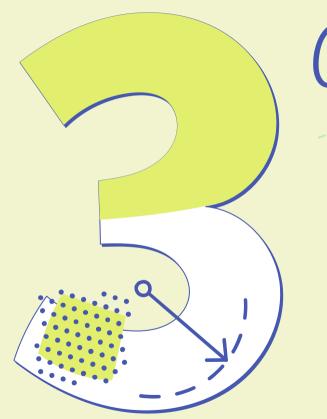
أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا:

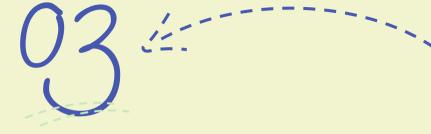
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 7 & -5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -6 & 3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$$
 (4











ضرب المصفوفات







### ضرب المصفوفات

🚯 مثال 3



$$\begin{bmatrix} 2 & 9 & -3 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$
 (27)



11TH GRADE





**خصائص ضرب المصفوفات:** تذكّر أن خصائص جمع الأعداد الحقيقية تبقى صحيحة أيضًا عند جمع المصفوفات، إلا أن بعض خصائص ضرب الأعداد الحقيقية لا تكون صحيحة دائمًا عند ضرب المصفوفات.

### مثال 4 اختبار الخاصية الإبدالية

تحقق من فهمك

$$\underbrace{AB} = \underline{B}\underline{A}$$
 فهل  $\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$  فهل (4)

### مثال 5 اختبار خاصية التوزيع

إذا كانت المعادلة 
$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$
 ,  $\underline{S} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$  ,  $\underline{T} = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$  فحدًّد ما إذا كانت المعادلة

لا. محيحة للمصفوفات المعطاة أم لا. ( $\underline{S} + \underline{T})\underline{R} = \underline{S}\underline{R} + \underline{T}\underline{R}$ 

### أضف إلى مطويتك

#### خصائص ضرب المصفوفات

### مفهوم أساسي

ثُعد الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات  $\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ ، ولأي عدد  $\underline{A}$ ، على أن تكون عمليتا ضرب أو جمع أيَّ منها معرفتين:

الخاصية التجميعية لضرب المصفوفات

الخاصية التجميعية لضرب المصفوفات في عدد

خاصية التوزيع من اليسار للمصفوفات

خاصية التوزيع من اليمين للمصفوفات

#### $(\underline{A}\underline{B})\underline{C} = \underline{A}(\underline{B}\underline{C})$

$$k(\underline{AB}) = (k\underline{A})\underline{B} = \underline{A}(k\underline{B})$$

$$\underline{C}(\underline{A} + \underline{B}) = \underline{C}\underline{A} + \underline{C}\underline{B}$$

$$(\underline{A} + \underline{B})\underline{C} = \underline{A}\underline{C} + \underline{B}\underline{C}$$

$$\begin{bmatrix} -9 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -10 \end{bmatrix}$$
 (7

أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا: 
$$\begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix}$$
 (6)

أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا:

$$\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ -7 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\cdot \begin{bmatrix} 6 \\ -7 \end{bmatrix}$$
 (9

 $\begin{bmatrix} -8 & 7 & 4 \\ -5 & -3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ 8 & 4 \end{bmatrix}$ 

أوجد الناتج في كلِّ مما يأتي إذا كان ذلك ممكنًا:

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 8 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -7 & 1 \\ 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 8 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} -4 & 3 & 2 \\ -1 & -5 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 8 & 4 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}} \underbrace{\begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 4 \\$$

<u>X Y</u> من النوع 2 × 3 ،	إذا كانت المصفوفة	اختيار من متعدد:
<u>ص</u> فوفة <u>Y</u> ؟	ع 4×3، فما رتبة الم	والمصفوفة <u>X</u> من النو
3	$3 \times 4$ C	$2 \times 3$ A
4	$4 \times 2$ <b>D</b>	3 × 2 <b>B</b>
1 1		The state of the s

