

قدرات



قارن بين

القيمة الأولى	القيمة الثانية
١,٤٠	١.٢٥ x ١.٢٥

أ القيمة الأولى أكبر

ب القيمتان متساويتان

ج القيمة الثانية أكبر

د المعطيات غير كافية

ضرب المصفوفات

فيما
سبق



درست ضرب
المصفوفات في عدد.

الآن!



- أضرب المصفوفات..
- أستعمل خصائص ضرب المصفوفات

لماذا ؟

يبين الجدول المجاور أنواع الأقلام وعددها التي باعتها مكتبة في 4 أشهر متتالية.

نوع القلم	الشهر وعدد الأقلام			
	المحرم	صفر	ربيع 1	ربيع 2
رصاص	153	217	197	249
حبر سائل	12	6	7	8
حبر جاف	82	146	102	158

إذا علمت أن سعر بيع قلم الرصاص ريال واحد، وقلم الحبر السائل 6 ريالات، وقلم الحبر الجاف ريالان، فإنه يمكنك تلخيص الجدول بمصفوفة عدد الأقلام B ، كما يمكنك التعبير عن مصفوفة سعر كل نوع من الأقلام بالمصفوفة P .

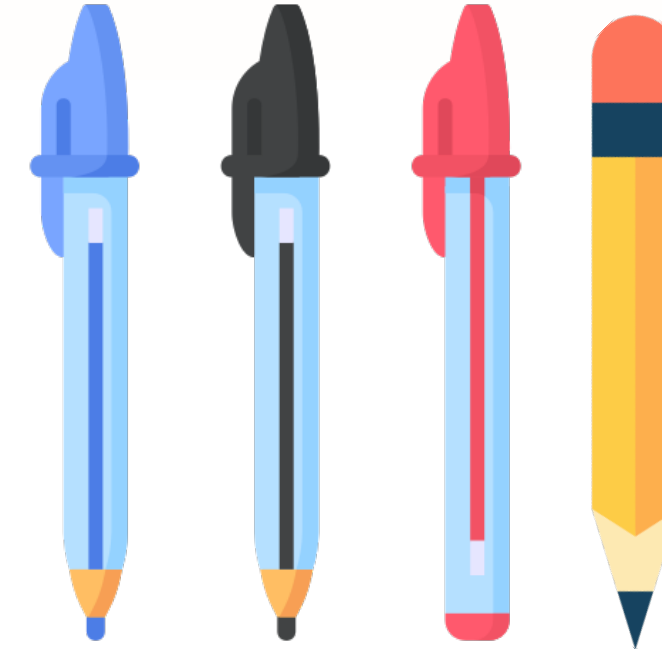
مصفوفة عدد الأقلام B

$$\begin{bmatrix} 153 & 217 & 197 & 249 \\ 12 & 6 & 7 & 8 \\ 82 & 146 & 102 & 158 \end{bmatrix}$$

مصفوفة الأسعار P

$$\begin{bmatrix} \text{قلم الرصاص} & \text{الحبر السائل} & \text{الحبر الجاف} \\ 1 & 6 & 2 \end{bmatrix}$$

وباستعمال ضرب المصفوفات، تجد سعر بيع الأقلام في كل شهر.



يبين الجدول أن المكتبة باعت 249 قلم رصاص في شهر ربيع 2، فما عدد أقلام الحبر الجاف التي باعتها المكتبة في شهر صفر

ماسعر بيع الأقلام في شهر محرم



@math_ghadah



ضرب المصفوفات

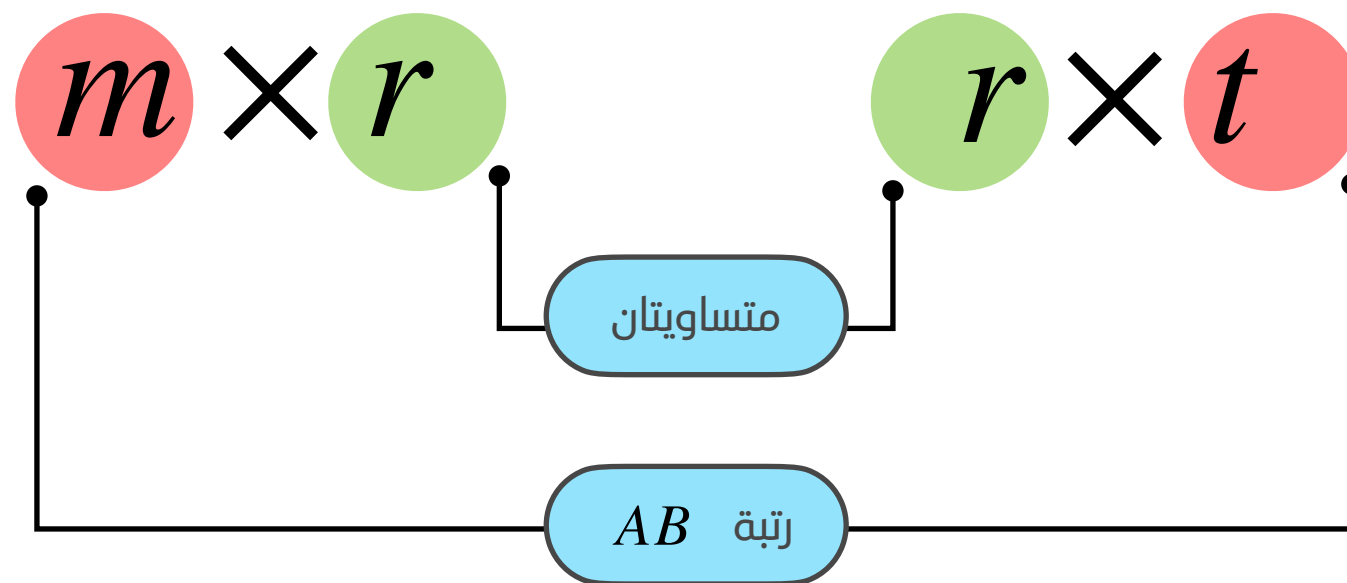
يمكن ضرب مصفوفتين إذا و فقط إذا كان :



عدد أعمدة الأولى = عدد صفوف الثانية

$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{A \ B}$$

لتكن :



رتبة مصفوفة ناتج الضرب

تحقق من فهمك

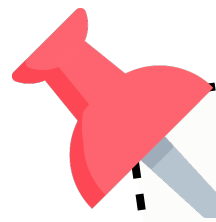
هل يمكن إيجاد $\underline{A} \cdot \underline{B}$ في كل مما يأتي، وإن كانت كذلك، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

(1B) $\underline{A}_{3 \times 2} , \underline{B}_{3 \times 2}$

.....
.....
.....
.....

(1A) $\underline{A}_{4 \times 6} , \underline{B}_{6 \times 2}$

.....
.....
.....
.....



أحياناً تكتب $\underline{A}_{m \times n}$
لتعبر عن مصفوفة $\underline{A}$
رتبتها $m \times n$.

هل يمكن إيجاد $\underline{A} \cdot \underline{B}$ في كل مما يأتي، وإن كانت كذلك، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

(3) $\underline{E}_{8 \times 6} \cdot \underline{F}_{6 \times 10}$

.....

.....

.....

.....

(2) $\underline{C}_{5 \times 4} \cdot \underline{D}_{5 \times 4}$

.....

.....

.....

.....

(1) $\underline{A}_{2 \times 4} \cdot \underline{B}_{4 \times 3}$

.....

.....

.....

.....



هل يمكن إيجاد $\underline{A} \cdot \underline{B}$ في كل مما يأتي، وإن كانت كذلك، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة:

(17) $\underline{M}_{3 \times 1} \cdot \underline{N}_{2 \times 3}$

.....

.....

.....

.....

(16) $\underline{A}_{5 \times 5} \cdot \underline{B}_{5 \times 5}$

.....

.....

.....

.....

(15) $\underline{P}_{2 \times 3} \cdot \underline{Q}_{3 \times 4}$

.....

.....

.....

.....

ضرب المصفوفات

ضرب عناصر صفوف المصفوفة الأولى في عناصر أعمدة الثانية بالترتيب ثم جمع النواتج



$$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{AB}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{bmatrix}$$

تحقق من فهمك

صفحة
76

المحافظة على التركيز

من السهل أن تفقد

التركيز عند ضرب

المصفوفات، وربما

تساعدك تغطية الصفوف

أو الأعمدة التي لا تقوم

بضربها عند إيجاد

عناصر مصفوفة الضرب.

(2) إذا كانت $\underline{U} = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $\underline{UV}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{bmatrix} -8 & 7 & 4 \\ -5 & -3 & 8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 6 \\ 8 & 4 \end{bmatrix} \quad (8)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$[9 \quad -2] \cdot \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 6 & -7 \end{bmatrix} \quad (6)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً:

$$\begin{bmatrix} 2 & 9 & -3 \\ 4 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ -6 & 7 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$[1 \quad 6] \cdot \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (21)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

(3) **مبيعات:** ارجع إلى فقرة "لماذا؟" بداية الدرس، واستعمل ضرب المصفوفات لتحديد سعر بيع الأقلام في كل شهر.

صفحة
77



عدد المشتركين في دورات اللياقة البدنية		
المستوى الثاني	المستوى الأول	الاشتراك
28	35	الأسبوعي
17	32	الشهري
12	18	السنوي

(12) **لياقة بدنية:** يبين الجدول المجاور عدد المشتركين

في دورات اللياقة البدنية في المستويين الأول والثاني لدى أحد مراكز اللياقة البدنية في مدينة الرياض .

إذا كانت رسوم الاشتراك الأسبوعي 110 ريالاً، ورسوم الاشتراك الشهري 165 ريالاً، ورسوم الاشتراك السنوي 439 ريالاً.

(a) اكتب مصفوفة تمثل عدد الأشخاص المسجلين في المستويات كلها، ومصفوفة تمثل رسوم الاشتراك فيها.

.....

.....

.....

.....

(b) ما المبلغ الكلي الذي يحصل عليه المركز من اشتراكات المستويين الأول والثاني.

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

صفحة
77

خصائص ضرب المصفوفات

4) إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 5 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & 6 \\ -4 & 5 \end{bmatrix}$ ، فهل $\underline{AB} = \underline{BA}$ ؟

تذكر أن خصائص جمع الأعداد الحقيقية تبقى صحيحة أيضاً عند جمع المصفوفات إلا أن بعض خصائص ضرب الأعداد الحقيقية لا تكون صحيحة دائماً عند ضرب المصفوفات .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

إذا كانت $\underline{X} = \begin{bmatrix} -10 & -3 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}$, $\underline{Y} = \begin{bmatrix} -5 & 6 \\ -1 & 9 \end{bmatrix}$, $\underline{Z} = \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ -8 & -4 \end{bmatrix}$ فحدّد ما إذا كانت المعادلات الآتية صحيحة للمصفوفات المعطاة أم لا:

$$\underline{XY} = \underline{YX} \quad (13)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تحقق من فهمك

صفحة
78

يتضح من المثال 4 الخاصة
الإبدالية لا تتحقق في ضرب
المصفوفات ، لذا فإن الترتيب
يُعد في غاية الأهمية عند ضرب
المصفوفات

(5) إذا كانت $\underline{R} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ، $\underline{S} = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$ ، $\underline{T} = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$ فحدّد ما إذا كانت المعادلة
 $(\underline{S} + \underline{T})\underline{R} = \underline{S}\underline{R} + \underline{T}\underline{R}$ صحيحة للمصفوفات المعطاة أم لا.

البرهان والأمثلة المضادة

لإثبات صحة خاصية في
جميع الحالات، يجب
إثبات صحتها في الحالة
العامة. ولبيان أن خاصية
ما ليست صحيحة يكفي
إعطاء مثال مضاد لها.

خصائص ضرب المصفوفات

مفهوم
أساسي

تعد الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$ و لأي عدد ثابت K على أن تكون عمليات الضرب أو الجمع معرفه



$$(\underline{A} \underline{B}) \underline{C} = \underline{A} (\underline{B} \underline{C})$$

الخاصية التجميعية لضرب المصفوفات

$$K (\underline{A} \underline{B}) = (K \underline{A}) \underline{B} = \underline{A} (K \underline{B})$$

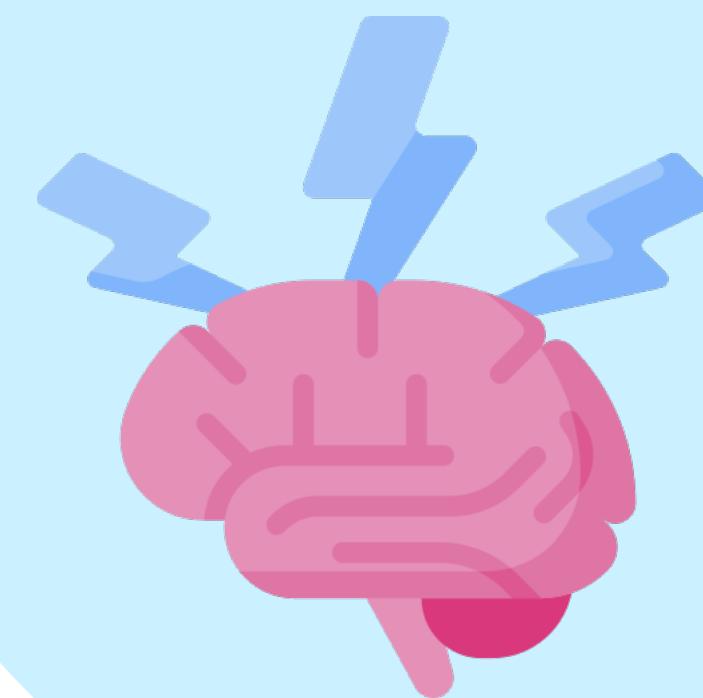
الخاصية التجميعية لضرب
المصفوفات في عدد

$$\underline{C} (\underline{A} + \underline{B}) = \underline{C} \underline{A} + \underline{C} \underline{B}$$

خاصية التوزيع من اليسار
للمصفوفات

$$(\underline{A} + \underline{B}) \underline{C} = \underline{A} \underline{C} + \underline{B} \underline{C}$$

خاصية التوزيع من اليمين
للمصفوفات



(46) **تحذُّ:** جد قيم a, b, c, d التي تجعل العبارة $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 11 \\ 20 & 29 \end{bmatrix}$ صحيحة.



تحصيلي

ما رتبة المصفوفة الناتجة عن عملية الضرب الآتية ؟

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \\ j & k & l \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

4x1

ج

1x4

أ

4x3

د

3x3

ب

لمزيد من العروض التقديمية



أ. غادة الفضلي

