



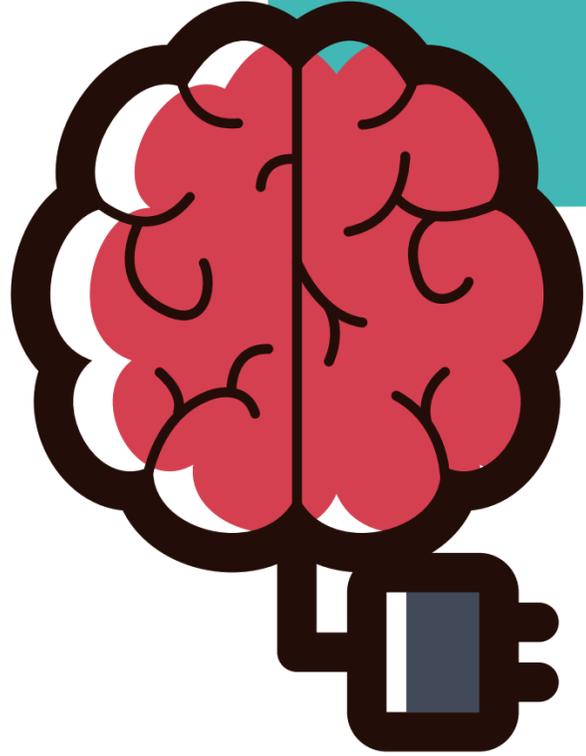
المحددات وقاعدة كرامر

أ. غادة الفضلي

قدرات

قارن بين

القيمة الثانية	القيمة الأولى
$\frac{س + ص}{س ص}$	$\frac{1}{ص} + \frac{1}{س}$



القيمة الثانية أكبر

ب

المعطيات غير كافية

د

القيمة الأولى أكبر

أ

القيمتان متساويتان

ج



المحاور الرئيسية للدرس:

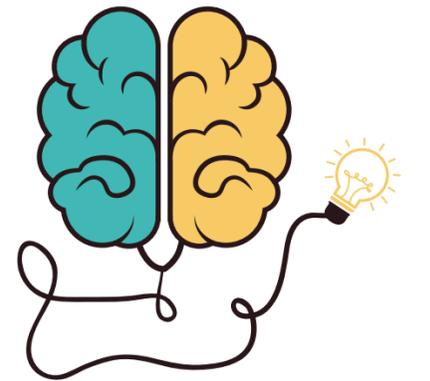
حساب المحددات

حساب مساحة المثلث باستعمال
المحددات

حل أنظمة المعادلات الخطية
باستعمال قاعدة كرامر

فيما سبق

درست حل
أنظمة من
المعادلات
جبرياً



المفردات

- المحددة
- محددة الدرجة الثانية
- محددة الدرجة الثالثة
- قاعدة الأقطار
- مطهفة المعاملات
- قاعدة كرامر



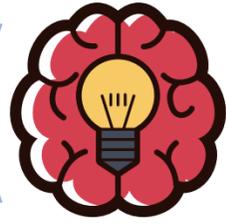
لتحديد الإقليم الذي يعيش فيه أحد النمور، يقوم عالم حيوانات بتتبعه بواسطة جهاز GPS، وبعد عدة أيام، حدد العالم أن الإقليم مثلث الشكل. ويمكنه بعد تحديد إحداثيات رؤوس المنطقة استعمال المصفوفات والمحددات لمعرفة مساحتها.

لماذا يصعب
استعمال الصيغة
السابقة في
هذه الحالة

ما الطريقة التي تعرفها
سابقاً لإيجاد
مساحة مثلث؟



لنتذكر



ماهي المصفوفة
المربعة؟



المحددات



يمكن إيجاد المحددات
للمصفوفات المربعة فقط.

خريطة مفاهيم



المحددات



محددة الدرجة الثالثة

وهي محدودة
المصفوفة من النوع
 3×3

محددة الدرجة الثانية

وهي محدودة
المصفوفة من النوع
 2×2



قطر المصفوفة المربعة



$$\begin{bmatrix} 21 & 3 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$$

جميع العناصر التي تمتد من الزاوية
اليسرى العلوية للزاوية اليمنى
السفلى

محدودة الدرجة الثانية



$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

بالرمز

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

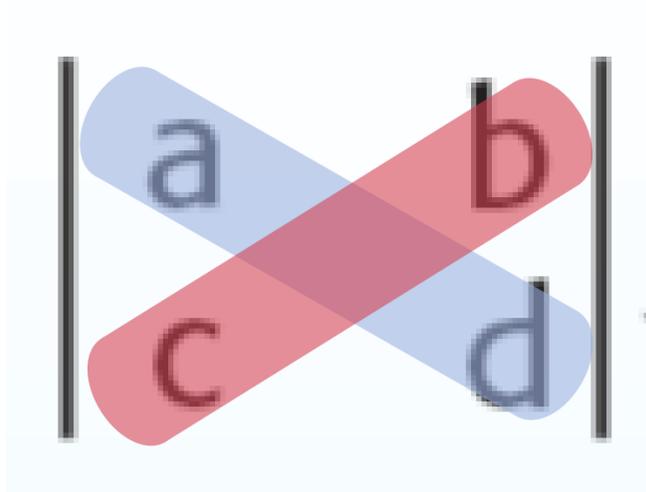
يرمز لمحدودة المصفوفة



يتم إيجاد محدودة المصفوفة بالطريقة التالية



$$ad - bc$$



محددة الدرجة الثانية

مثال 1

تحقق من فهمك

أوجد قيمة كل محددة فيما يأتي:

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} \quad (1B)$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} \quad (1A)$$



مقال 1

محدودة الدرجة الثانية

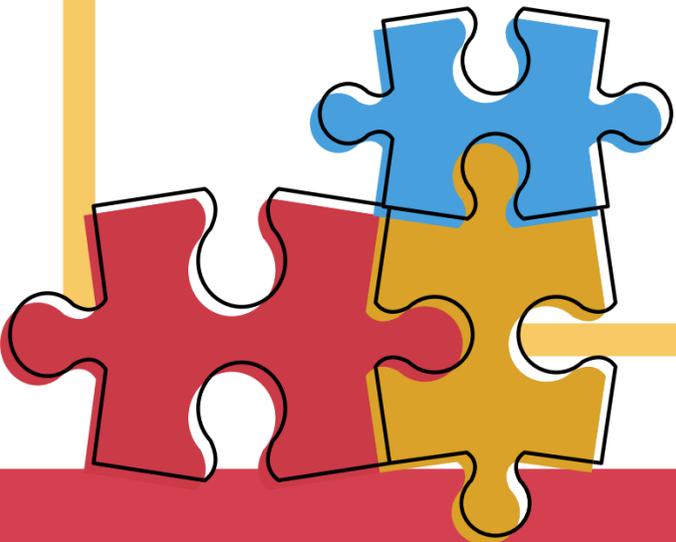


الدقيقة الواحدة

تأكد

أوجد قيمة كل محددة فيما يأتي:

8	6	(1 ✓
5	7	



محددة الدرجة الثالثة



يتم إيجاد محددة الدرجة الثالثة عن طريق قاعدة الأقطار بالطريقة التالية:

نكرر العمودين الأول والثاني على يمين المحددة



مجموعة 1

a	b	c	a	b
d	e	f	d	e
g	h	i	g	h

مجموعة 2

a	b	c	a	b
d	e	f	d	e
g	h	i	g	h

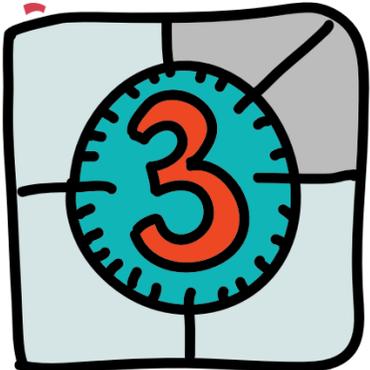
نضرب عناصر كل قطر في الجهتين ثم نجمع النواتج



نطرح ناتج مجموعة 1 - ناتج مجموعة 2



فيديو توضيحي



محددة الدرجة الثالثة

مثال 2

تحقق من فهمك

جد قيمة كل محددة فيما يأتي:

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} \quad (2A)$$





محددة الدرجة الثالثة

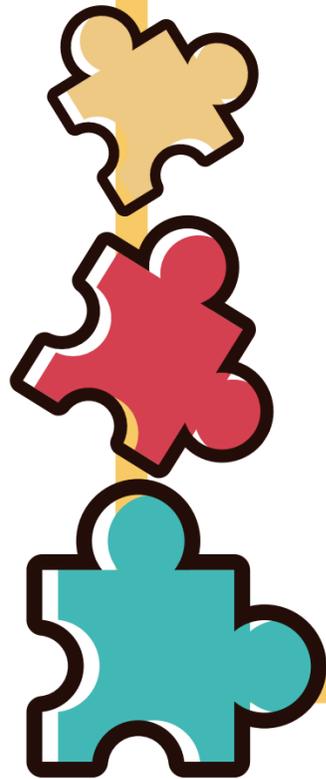


مقال 2

تأكد

أوجد قيمة كل محددة مما يأتي باستعمال قاعدة الأقطار:

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & -5 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix} \quad (5)$$



مساحة المثلث



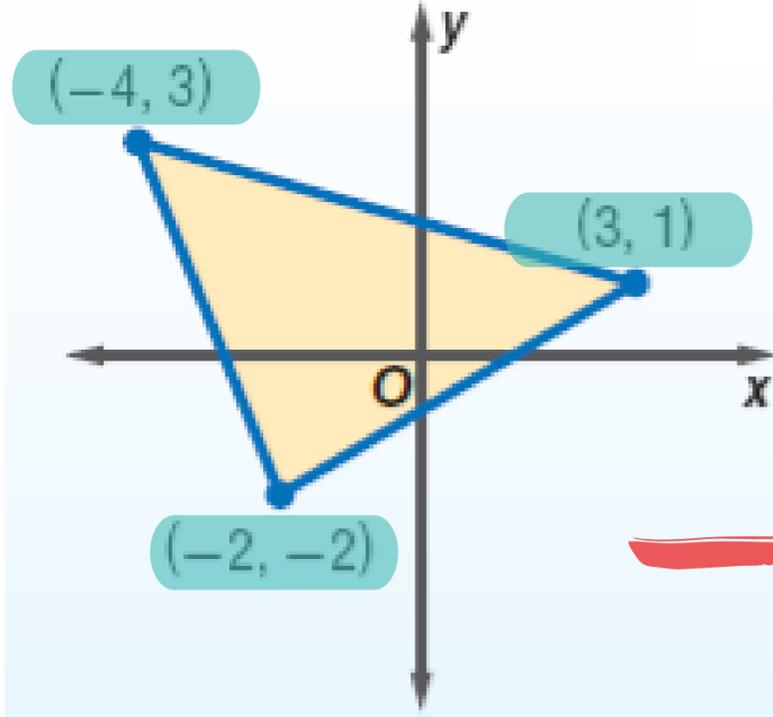
مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه (a, b) , (c, d) , (e, f) هي القيمة المطلقة للمقدار A ، حيث:



إرشادات للدراسة

مساحة المثلث

لا تختلف قيمة مساحة المثلث باختلاف ترتيب الرؤوس في المحددة، أو بتبديل الصفوف فيها.



$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

حساب مساحة المثلث باستخدام المحدودات

مثال 3

تحقق من فهمك

3 خرائط: يقف خالد وسعد ورضوان عند ثلاث نقاط مختلفة على خريطة المدينة التي يسكنونها، فإذا كانت إحداثيات هذه النقاط هي: $(3, 15)$, $(6, 4)$, $(11, 9)$ ، بحيث تمثل كل وحدة على الخريطة 0.5km . فما مساحة المنطقة المثلثة التي يقفون عند رؤوسها؟



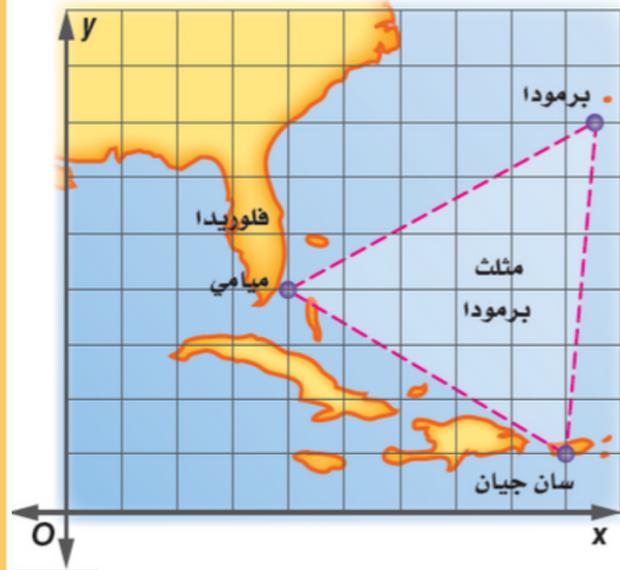
حساب مساحة المثلث باستخدام المحدودات

مثال 3

تأكد

الربط مع الحياة

مثلث برمودا منطقة جغرافية في المحيط الأطلسي على شكل مثلث متساوي الأضلاع (كل ضلع نحو 1500 km)، ومساحته حوالي 1000000 km^2 . وهي منطقة شهيرة بسبب مزاعم عن مخاطر وحوادث وقعت فيها ولم يُحلّ اللغز حتى الآن.



(11) **جغرافيا:** استعمل الخريطة الإحداثية المجاورة، التي تظهر منطقة مثلث برمودا، للإجابة عما يأتي:

(a) احسب مساحة منطقة مثلث برمودا على الخريطة.

(b) إذا كان طول كل وحدة على الخريطة تمثل 175 ميلاً في الواقع، فأوجد مساحة منطقة مثلث برمودا الحقيقية.



إتراء

خريطة مفاهيم



قاعدة كرامر



تستعمل في حل أنظمة المعادلات



وهي المصفوفة التي عناصرها معاملات المتغيرات في نظام معادلات بعدة متغيرات بعد ترتيب النظام.

مصفوفة المعاملات



إذا كانت قيمة المحددة لمصفوفة المعاملات

$$0 =$$

للنظام عدد لا نهائي من الحلول أو لا حل له

إذا كانت قيمة المحددة لمصفوفة المعاملات

$$0 \neq$$

للنظام حل وحيد

قاعدة كرامر



إرشادات للدراسة

قاعدة كرامر

عندما تكون قيمة
محددة مصفوفة
المعاملات C صفراً،
فإنه لا يكون للنظام حل
وحيده.

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام
حيث $\begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix}$ ، $ax + by = m$
 $fx + gy = n$

فإن حل هذا النظام هو $x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|C|}$ و $y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|C|}$ ، وذلك إذا كانت $|C| \neq 0$.



حل نظام من معادلتين



مثال 4

تحقق من فهمك

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

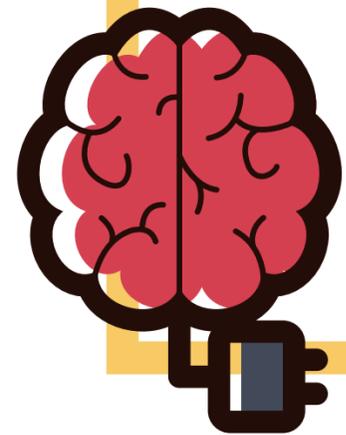
$$8x - 5y = 70 \quad (4B)$$

$$9x + 7y = 3$$



$$7x + 3y = 37 \quad (4A)$$

$$-5x - 7y = -41$$



حل نظام من معادلتين



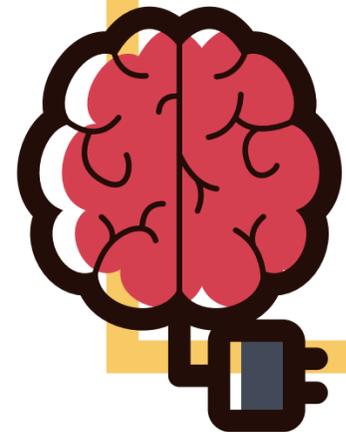
مثال 4

تأكد

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$4x - 5y = 39 \quad (12)$$

$$3x + 8y = -6$$



قاعدة كرامر



استعمال قاعدة كرامر لحل نظام مكون من ثلاث معادلات

$$\underline{C} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ f & g & h \\ j & k & \ell \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} ax + by + cz = m \\ fx + gy + hz = n \\ jx + ky + \ell z = p \end{array} \quad \text{حيث}$$

إذا كانت \underline{C} مصفوفة المعاملات للنظام

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m & b & c \\ n & g & h \\ p & k & \ell \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}, \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & m & c \\ f & n & h \\ j & p & \ell \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}, \quad z = \frac{\begin{vmatrix} a & b & m \\ f & g & n \\ j & k & p \end{vmatrix}}{|\underline{C}|}$$

فإن حل هذا النظام هو



حل نظام من ثلاث معادلات



مثال 5

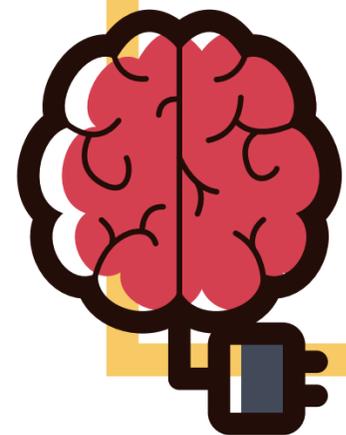
تحقق من فهمك

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$3x + 5y + 2z = -7 \quad (5A)$$

$$-4x + 3y - 5z = -19$$

$$5x + 4y - 7z = -15$$



حل نظام من ثلاث معادلات



مثال 5

تأكد

حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر:

$$4x - 2y + 7z = 26 \quad (14)$$

$$5x + 3y - 5z = -50$$

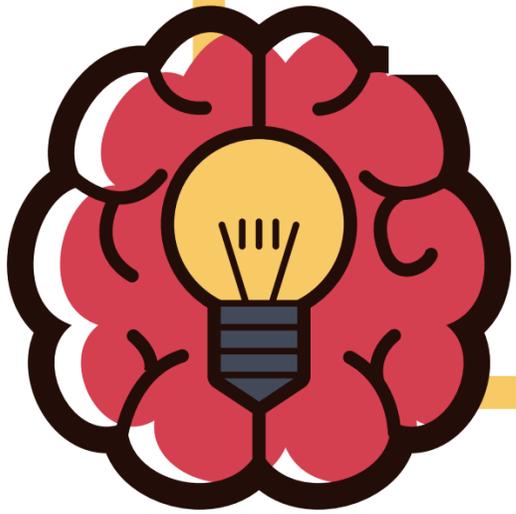
$$-7x - 8y - 3z = 49$$



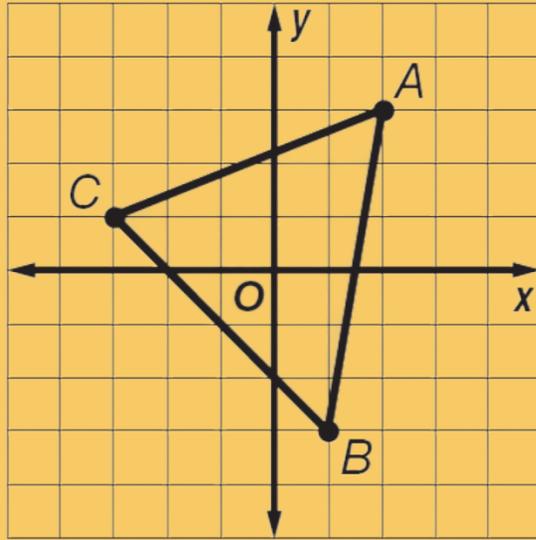
مهارات التفكير العليا



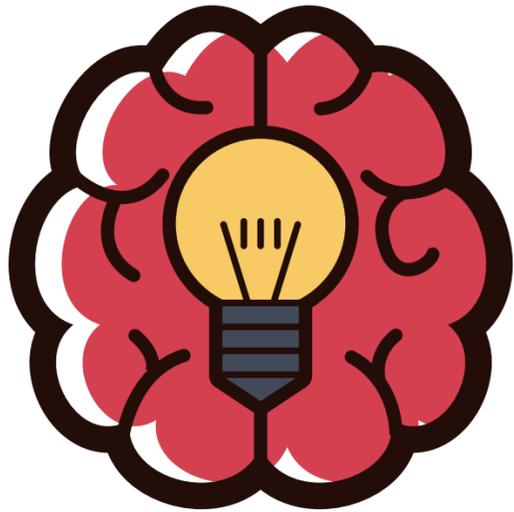
- 33  **مسألة مفتوحة:** أعط مثالاً لمصفوفة من الرتبة 2×2 تحقق الشرط المذكور في كل مما يأتي:
- (a) المحددة تساوي صفراً.
 - (b) المحددة تساوي 25
 - (c) جميع العناصر أعداد سالبة والمحددة تساوي -32



تحصيلي



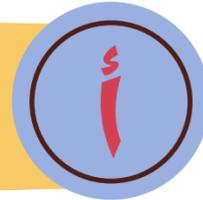
مساحة المثلث في الشكل المجاور وحدات مربعة



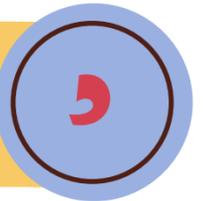
14



10

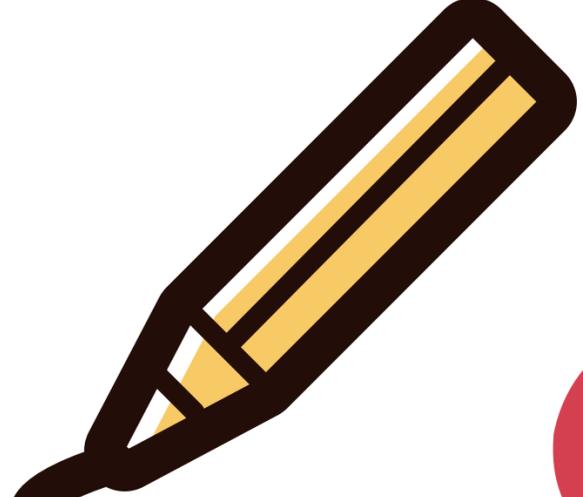


16



12





الواجب



<https://t.me/GhadahAlfadhly>



https://t.me/RAFAH_Secondary3



Ghadah (@Math_Ghadah) / Twitter

لمزيد من
العروض
التقديمية