ابتسموا ولا تحمّلوا الصباح وِزرَأوجاع الامس

فالصباح بداية ولتكُن البدايات دائماً أجمل.

قدرات

خمسة أعداد المنوال لهم ٤ والوسيط ٦ والمدى ٥ فأوجدي قيمة أكبر عدد ؟

أ) ٩ ب) ٧ ج) ٦ د) ٤

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إنتاج - توثيق

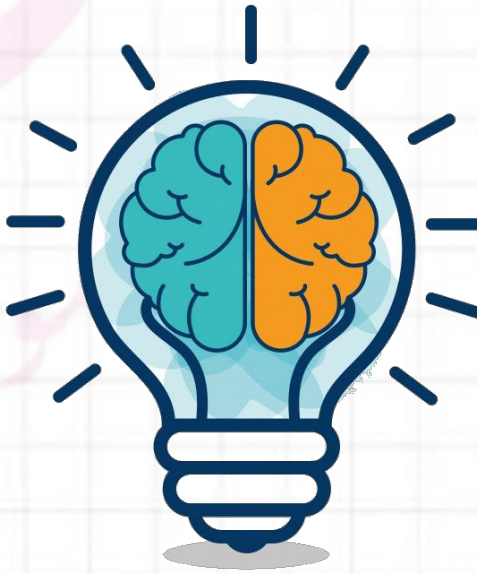
النظير الضربي للمصفوفة وأنظمة المعادلات الخطية

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

اهداف الدرس

فيما سبق:

درستُ حل نظام معادلات خطية جبريًا. (مهارة سابقة)



والآن:

- أجد النظير الضربي لمصفوفة من النوع 2 × 2.
- أكتب معادلات مصفوفية لنظام من معادلتين وأحلها .

عددي طرق حل نظام معادلتين خطيتين جبريا؟

ما هي المصفوفة المحايدة في عملية الجمع ؟

كيف يتم إيجاد النظير الجمعي و الضربي لعدد حقيقي ؟

مفردات الدرس

- مصفوفة الوحدة
- مصفوفة التغير
- النظير الضربي للمصفوفة
- مصفوفة الثوابت
- المعادلة الصفية
- مصفوفة المعاملات

لماذا؟

يبين الشكل المجاور أسعار وجبة الغداء في مطعم. ولتحديد سعر كل من الشطيرة، وعلبة المقبلات، وعلبة العصير، يمكنك إيجاد قيم المتغيرات w, s, d التي تحقق المساواة:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ s \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 19 \\ 38 \end{bmatrix}$$

حيث w تمثل سعر الشطيرة، وs تمثل سعر علبة المقبلات، وd تمثل سعر علبة العصير.

ما الذي تم التعبير عنه بالعدد3 في المصفوفة الأولى؟

ما رتبة مصفوفة ناتج الضرب؟

مصفوفة الوحدة ونظير المصفوفة الضربي: تذكّر أن عددين من الأعداد الحقيقية يكون كلٌّ منهما نظيرًا ضربيًّا للآخر إذا كان حاصل ضربهما هو العنصر المحايد لعملية الضرب. وكذلك الحال في المصفوفات، فإن **مصفوفة الوحدة** هي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيس تساوي واحدًا، والباقي أصفار.

مصفوفة وحدة من النوع 2 × 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة وحدة من النوع 3 × 3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

المصفوفة المحايدة لعملية الضرب

التعبير اللفظي: المصفوفة المحايدة لعملية الضرب ورمزها $\underline{I}$ هي مصفوفة الوحدة، والتي إذا ضربت في أي مصفوفة أخرى من الرتبة نفسها كان الناتج هو المصفوفة الأخرى.

لأي مصفوفة مربعة $\underline{A}$ لها رتبة مصفوفة الوحدة $\underline{I}$ نفسها،
فإن $\underline{A} \cdot \underline{I} = \underline{I} \cdot \underline{A} = \underline{A}$.

الرمـــــوز: إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$، وَ $\underline{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ فإن

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

مثال:

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$$

إذا كانت المصفوفتان $\underline{A}, \underline{B}$ مربعتين ولهما الرتبة نفسها، وكان $\underline{A}\underline{B} = \underline{B}\underline{A} = \underline{I}$ فإن المصفوفة $\underline{B}$ تُسمى **نظيرًا ضربيًّا للمصفوفة** $\underline{A}$ ، وكذلك تُسمى المصفوفة $\underline{A}$ نظيرًا ضربيًّا للمصفوفة $\underline{B}$. وإذا كان للمصفوفة $\underline{A}$ نظير ضربي فإنه يرمز إليه بالرمز $\underline{A}^{-1}$، حيث $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = \underline{I}$

التحقق من النظير الضربي

حدّد ما إذا كانت كلّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًّا للأخرى أم لا فيما يأتي:

(a $\underline{A} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix}$

إرشادات للدراسة

التحقق من النظير الضربي

بما أن عملية ضرب المصفوفات ليست عملية إبدالية، فمن الضروري التأكد من الضرب في الاتجاهين.

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إنتاج - توزيع

تحقق من فهمك

1) $\underline{X} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, \underline{Y} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توزيع

يمكنك استعمال المحدِّدات؛ لإيجاد النظير الضربي لمصفوفة ما.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

النظير الضربي للمصفوفة من النوع 2 × 2

النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $\underline{A}^{-1} = \frac{1}{|\underline{A}|}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$،

وذلك إذا كانت $|\underline{A}| \neq 0$.

لاحظ أنه إذا كانت قيمة محدِّدة مصفوفةٍ ما تساوي صفرًا، فليس للمصفوفة نظير ضربي.

إرشادات للدراسة

لاحظ تبديل موضعي عنصري القطر الرئيس، وتغيير إشارتي عنصري القطر الآخر عند حساب A^{-1} .

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

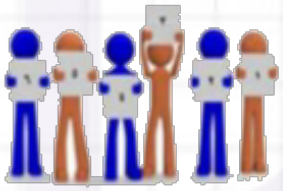
إيجاد النظير الضربي للمصفوفة

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي، إن وجد:

(a $\underline{P} = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

الرؤوس المرقمة



$$\underline{T} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$$ (2B

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix}$$ (2A

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

تأكـد

حدِّد ما إذا كانت كلٌّ من المصفوفتين تمثل نظيرًا ضربيًّا للأخرى أم لا فيما يأتي:

1) $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \underline{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

2) $\underline{F} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \underline{G} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي إن وجد:

3) $\begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$

4) $\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إنتاج - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

إرشادات للدراسة

المعادلات المصفوفية

يمكنك استعمال هذه الطريقة لحل نظام معادلات فقط إذا كان لمصفوفة المعاملات $\underline{A}$ نظير ضربي، أما إذا لم يكن لها نظير ضربي، فيمكن أن يكون للنظام عدد لانهائي من الحلول، أو لا يوجد له حل.

المعادلات المصفوفية: يمكنك استعمال المصفوفات لتمثيل نظام من المعادلات وحله. فمثلًا، يمكنك كتابة **معادلة مصفوفية** لحل نظام معادلتين خطيتين:

$$\begin{matrix} ax + by = m \\ fx + gy = n \end{matrix} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} ax + by \\ fx + gy \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

وَيمكنك التعبير عما سبق بالمعادلة المصفوفية الآتية:

$$\underline{A} \cdot \underline{X} = \underline{B}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

مصفوفة الثوابت
الثوابت في النظام فقط

مصفوفة المتغيرات
المتغيرات في النظام فقط

مصفوفة المعاملات

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

المعادلات المصفوفية:

لحل المعادلات الخطية ذات المجهولين باستخدام قاعدة النظير الضربي نتبع الخطوات التالية:

1) نكتب الصورة العامة للمعادلة الخطية.

$$ax + by = m$$
$$fx + gy = n$$

2) نحول المعادلة السابقة إلى 3 مصفوفات.

مصفوفة

B الثوابت	X المتغيرات	A المعاملات
$\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} a & b \\ f & g \end{bmatrix}$

3) نوجد النظير الضربي لمصفوفة المعاملات (A^{-1}).

4) نوجد قيم x و y من المعادلة المصفوفية التالية.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$$

مثال1: استعمل المعادلة المصفوفية لحل النظام التالي:

$$x + 2y = 9$$
$$3x - 6y = 3$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إلقاء - توثيق

مهارات التفكير العليا

29) **تبرير:** حدِّد إذا كانت الجملة الآتية صحيحة دائمًا، أو صحيحة أحيانًا، أو غير صحيحة أبدًا، وفسِّر إجابتك.
"المصفوفة المربعة لها نظير ضربي".

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إنتاج - توثيق

بطاقة خروج

إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} x+1 & x \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$ ليس لها نظير ضربي ،

فإن قيمة x تساوي:

A $\frac{4}{3}$

B $\frac{4}{5}$

C $-\frac{4}{3}$

D $-\frac{4}{5}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تصوير - إنتاج - توثيق

تحصيلي

أوجد ناتج: $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \cdot [\,1 \quad 3\,]$ ، إذا كان ذلك ممكنًا.

A $[\,-3\,]$

C $\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 12 & 6 \end{bmatrix}$

B $[\,11\,]$

D الضرب غير معرف