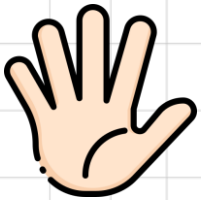
الأعداد المركبة
Complex Numbers

معلمة المادة / تغريد مسعود باجنيد

القوانين الصفية

إستمعي جيداً
لنصائح المعلمة



إرفعي يدك عند
المشاركة

حافظي على الممتلكات
ونظافة فصلك

إعملي مع زميلاتك
كفريق

حل الواجبات وإرسالها
في الوقت المحدد

الالتزام بالوقت

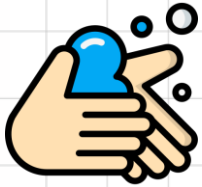
الاستعداد الجيد وإبذلي
قصار جهدك

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها اليوم تفيدك غداً

الالتزام بارتداء الكمامة

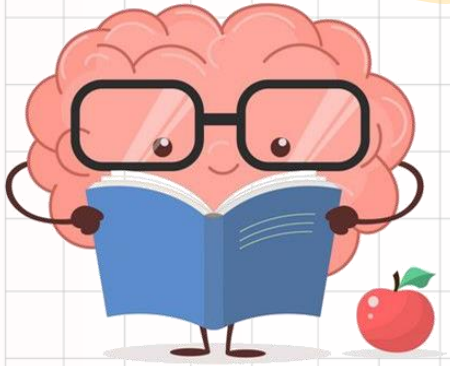
المحافظة على المسافة الأمنة



غسل اليدين وتعقيمها

تجنب المصافحة

الأفكار الرئيسية



1. أجري العمليات على الأعداد التخيلية البحتة.

2. أجري العمليات على الأعداد المركبة.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس

- أن يجري الطالب العمليات على الأعداد التخيلية البحتة.
- أن يجري الطالب العمليات على الأعداد المركبة.

اليوم:

التاريخ:

الموضوع: الأعداد المركبة

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

فيما سبق:

درست تبسيط الجذور التربيعية.

والآن:

- ✓ أجري العمليات على الأعداد التخيلية البحتة.
- ✓ أجري العمليات على الأعداد المركبة.

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

المفردات

الوحدة التخيلية

العدد المركب

العدد التخيلي البحت

المركبان المترافقان

اليوم:

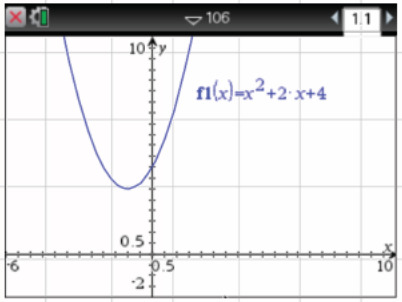
التاريخ:

الموضوع: الأعداد المركبة

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

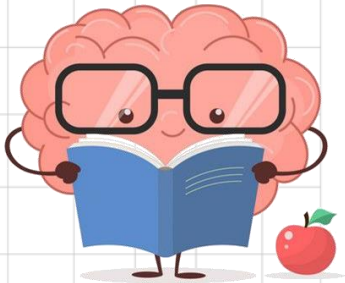
بالنظر إلى الشكل المجاور، تلاحظ أن التمثيل البياني للمعادلة $y = x^2 + 2x + 4$ لايقطع المحور x، لذا ليس للمعادلة جذور حقيقية، فهل يعني ذلك أنه ليس للمعادلة حلول؟



[−6, 10] scl: 0.5 by [−2, 10] scl: 0.5

للتأكد من ذلك استعمل الآلة الحاسبة بالضغط على مفتاح on، ومنها اختر 1: مستند جديد ثم اختر 1: إضافة تطبيق الحاسبة ثم اضغط menu واختر منها 3: العمليات الجبرية 3: ادوات كثيرات الحدود 2: الجذور الحقيقية لكثيرات الحدود

ثم أدخل $x^2 + 2x + 4$ واضغط enter enter فيظهر على الشاشة كلمة **خطأ**، وهذا يعني أنه لا توجد حلول حقيقية للمعادلة، ولكن هناك حلول تخيُّلية.



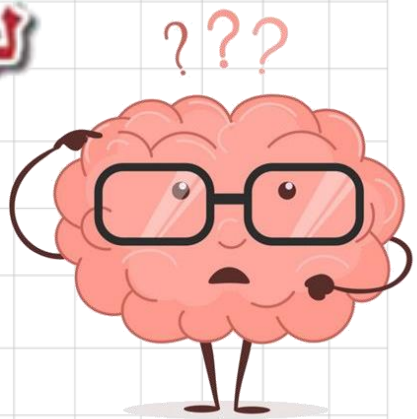
الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟



عند أي نقاط من التمثيل البياني على المستوى الاحداثي تكون $y = 0$ ؟

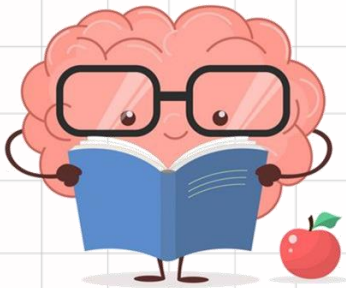
كيف ترتبط الدالة $y = x^2 + 2x + 4$ بالمعادلة $x^2 + 2x + 4$ ؟

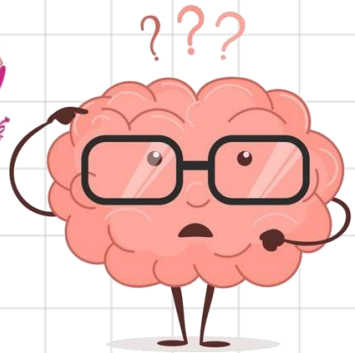
الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم



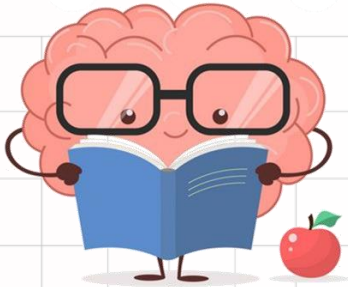


ماذا اعرف؟!	ما أريد أن أعرف؟!	ماذا تعلمت اليوم؟!

المفردات الجديدة:

اليوم:

الموضوع: الأعداد المركبة



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

سنتعرف في هذا الدرس على:

- الجذور التربيعية للأعداد السالبة
- ضرب الأعداد التخيلية البحتة
- معادلة حلولها أعداد تخيلية بحتة
- ضرب الأعداد المركبة
- قسمة الأعداد المركبة
- تساوي الأعداد المركبة
- جمع الأعداد المركبة وطرحها

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

الأعداد التخيلية البحتة: قادت المعادلات "كالمعادلة السابقة" الرياضيين إلى تعريف الأعداد التخيلية، ووحدتها التخيلية i ، حيث تعرف **الوحدة التخيُّلية** i على أنها الجذر التربيعي الموجب للعدد -1 ، وبعبارة أخرى فإن $i = \sqrt{-1}$ ، وهذا يعني أن $i^2 = -1$

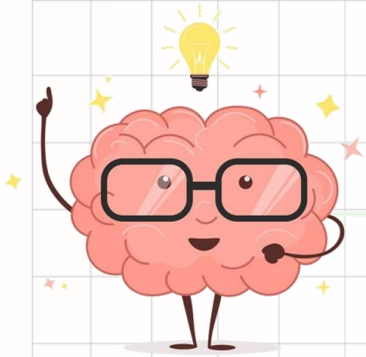
والأعداد في الصورة $i\sqrt{3}$, $-2i$, $6i$، تسمى **أعدادًا تخيُّلية بحتة**، وهي جذور تربيعية لأعداد حقيقية سالبة.

لأي عدد حقيقي موجب مثل b، فإن: $\sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} \cdot \sqrt{-1} = bi$.

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:



مثال 1

الجذور التربيعية للأعداد السالبة

بسِّط كلًّا ممّا يأتي :

a) $\sqrt{-27}$

$$\sqrt{-27} = \sqrt{-1 \cdot 3^2 \cdot 3}$$
$$= \sqrt{-1} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3}$$
$$= i \cdot 3 \cdot \sqrt{3}$$
$$= 3i\sqrt{3}$$

b) $= \sqrt{-216}$

$$\sqrt{-216} = \sqrt{-1 \cdot 6^2 \cdot 6}$$
$$= \sqrt{-1} \cdot \sqrt{6^2}\ \sqrt{6}$$
$$= i \cdot 6 \cdot \sqrt{6}$$
$$= 6i\sqrt{6}$$

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

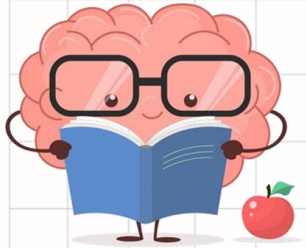
(1A $\sqrt{-18}$

(1B $\sqrt{-125}$

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:



تُحقق الأعداد التخيلية البحتة كلًّا من الخاصيتين (التجميعية والتبديلية) على الضرب، ويبين الجدول الآتي بعض قوى الوحدة التخيلية i:

$i^1 = i$	$i^2 = -1$	$i^3 = i^2 \cdot i = -i$	$i^4 = (i^2)^2 = 1$
$i^5 = (i^2)^2 \cdot i = i$	$i^6 = (i^2)^3 = -1$	$i^7 = (i^2)^3 \cdot i = -i$	$i^8 = (i^2)^4 = 1$

اليوم:

الموضوع: الأعداد المركبة

مثال 2

ضرب الأعداد التخيلية البحتة

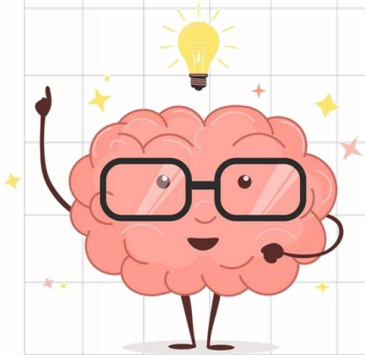
أوجدْ ناتج كلٍّ مما يأتي :

(a $-5i \cdot 3i$

$-5i \cdot 3i = -15i^2$	اضرب
$= -15(-1)$	$i^2 = -1$
$= 15$	بسّط

(b $\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15}$

$\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} = i\sqrt{6} \cdot i\sqrt{15}$	$i = \sqrt{-1}$
$= i^2\sqrt{90}$	اضرب
$= -1 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{10}$	بسّط
$= -3\sqrt{10}$	اضرب



الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(2A $3i \cdot 4i$

(2B $\sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12}$

(2C i^{31}

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

مثال 3 معادلة حلولها أعداد تخيلية بحتة

حل المعادلة : $4x^2 + 256 = 0$.

$4x^2 + 256 = 0$	المعادلة الأصلية
$4x^2 = -256$	اطرح 256 من كلا الطرفين
$x^2 = -64$	اقسم كلا الطرفين على 4
$x = \pm\sqrt{-64}$	خاصية الجذر التربيعي
$x = \pm 8i$	$\sqrt{-64} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{-1} = 8i$

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

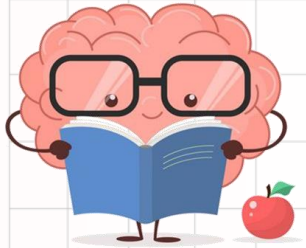
(3A $4x^2 + 100 = 0$

(3B $x^2 + 4 = 0$

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العمليات على الأعداد المركبة: تتكون العبارة $2+3i$ من حدين غير متشابهين ولا يمكن جمعهما، وهما العدد الحقيقي 2 والعدد التخيُّلي $3i$، ويسمى هذا النوع من العبارات **العدد المركب**.

مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

الأعداد المركبة (C)

التعبير اللفظي: العدد المركب هو أي عدد يمكن كتابته على الصورة $a+bi$ ؛ حيث a و b عددان حقيقيان، و i الوحدة التخيلية، ويسمى a الجزء الحقيقي، و b الجزء التخيلي.

مثالان: $5+2i$ $\quad$ $1-3i=1+(-3)i$

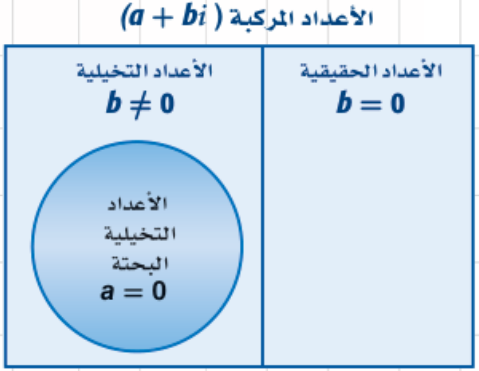
وزارة التعليم

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

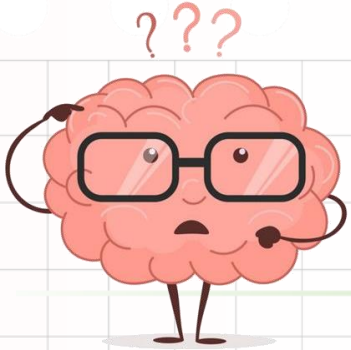
يوضِّح شكل فن المجاور مجموعة الأعداد المركبة .



- إذا كانت $b = 0$ فإن العدد المركب يكون عددًا حقيقيًّا.
- إذا كانت $b \neq 0$ فإن العدد المركب يكون عددًا تخيليًّا.
- إذا كانت $a = 0, b \neq 0$ فإن العدد المركب يكون عددًا تخيليًّا بحتًا.

يتساوى عددان مركبان إذا وفقط إذا تساوى الجزأين الحقيقيين، والجزأين التخيليين؛ أيْ أن:

$a + bi = c + di$ إذا وفقط إذا كان $a = c, b = d$.



الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال 4 تساوي الأعداد المركبة

أوجد قيمتَي x، y الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة: $3x - 5 + (y - 3)i = 7 + 6i$ صحيحة.

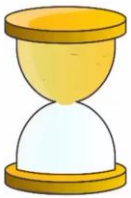
ساو الجزأين الحقيقيين أحدهما بالآخر، وكذلك الجزآن التخيليان.

	الجزآن الحقيقيان		الجزآن التخيليان
$3x - 5 = 7$		$y - 3 = 6$	
$3x = 12$	اجمع 5 لكلا الطرفين	$y = 9$	اجمع 3 لكلا الطرفين.
$x = 4$	اقسم كلا الطرفين على 3		

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:



00:01:00

Start Clear

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

4) أوجد قيمتي x، y الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة : $5x+1+(3+2y)i = 2x-2+(y-6)i$ صحيحة.

اليوم:

الموضوع: الأعداد المركبة

ويمكنك استعمال كلٍّ من الخاصية التبديلية والخاصية التجميعية وخاصية التوزيع عند جمع الأعداد المركبة وضربها، ولكي تجمع أو تطرح أعدادًا مركبة، جمّع الأجزاء المتشابهة؛ أيْ جمِّع الأجزاء الحقيقية معًا وجمِّع الأجزاء التخيلية معًا.

مثال 5 جمع الأعداد المركّبة وطرحها

أوجدْ ناتج كلٍّ مما يأتي :

(a $(5-7i)+(2+4i)$

$(5-7i)+(2+4i)=(5+2)+(-7+4)i$ خواص التبديل والتجميع والتوزيع

$=7-3i$ بسّط

(b $(4-8i)-(3-6i)$

$(4-8i)-(3-6i)=(4-3)+[-8-(-6)]i$ خواص التبديل والتجميع والتوزيع

$=1-2i$ بسّط

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(5A $(-2+5i)+(1-7i)$

(5B $(4+6i)-(-1+2i)$

مثال 6 من واقع الحياة

ضرب الأعداد المركبة

كهرباء: يرتبط فرق الجهد V، وشدة التيار C، والمعاوقة I في الدوائر الكهربائية ذات التيار المتناوب بالصيغة $V = C \cdot I$. أوجد فرق الجهد في دائرة كهربائية ذات تيار متردد إذا كانت شدة تيارها $2 + 4i$ أمبير، ومعاوقتها $9 - 3i$ أوم.

الصيغة الرياضية	$V = C \cdot I$
$C = 2 + 4i \, , I = 9 - 3i$	$= (2 + 4i) \cdot (9 - 3i)$
باستخدام طريقة التوزيع بالترتيب	$= 2(9) + 2(-3i) + 4i(9) + 4i(-3i)$
اضرب	$= 18 - 6i + 36i - 12i^2$
$i^2 = -1$	$= 18 + 30i - 12(-1)$
اجمع	$= 30 + 30i$

وعليه فإن فرق الجهد هو $30 + 30i$ فولت.

الربط مع الحياة

مصابيح الزينة من الأمثلة على الدوائر الكهربائية الموصولة على التوالي، ويؤثر عدد المصابيح فيها في شدة التيار، فينعكس هذا على شدة الإضاءة.

المصدر: كتاب الفيزياء المقرر للصف الثالث الثانوي، 1437هـ

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

6) **كهرباء:** أوجد فرق الجهد لتيار متناوب شدته $4i - 2$ أمبير، ومعاوقته $2i - 3$ أوم.

يسمى العددان المركبان $a - bi$, $a + bi$ **مركبين مترافقين**، وناتج ضربهما هو عدد حقيقي دائمًا على الصورة $a^2 + b^2$. ويمكنك استعمال هذه الحقيقة لإيجاد ناتج قسمة عددين مركّبين.

مثال 7 قسمة الأعداد المركبة

أوجدْ ناتج كلٍّ مما يأتي:

a) $\frac{2i}{3 + 6i}$

$\frac{2i}{3 + 6i} = \frac{2i}{3 + 6i} \cdot \frac{3 - 6i}{3 - 6i}$ — $3 - 6i$, $3 + 6i$ مترافقان مركّبان

$= \frac{6i - 12i^2}{9 - 36i^2}$ — اضرب

$= \frac{6i - 12(-1)}{9 - 36(-1)}$ — $i^2 = -1$

$= \frac{6i + 12}{45}$ — بسّط

$= \frac{4}{15} + \frac{2}{15} i$ — اكتب الناتج على الصورة $a + bi$

b) $\frac{4 + i}{5i}$

$\frac{4 + i}{5i} = \frac{4 + i}{5i} \cdot \frac{i}{i}$ — اضرب في $\frac{i}{i}$

$= \frac{4i + i^2}{5i^2}$ — اضرب

$= \frac{4i - 1}{-5}$ — $i^2 = -1$

$= \frac{1}{5} - \frac{4}{5} i$ — اكتب الناتج على الصورة $a + bi$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إرشادات للدراسة

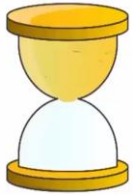
قراءة الرياضيات

يمكنك حل الفرع b من المثال 7 بضرب كل من البسط والمقام في العدد $-5i$ ، ولكن للاختصار تم الضرب في العدد i فقط.

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:



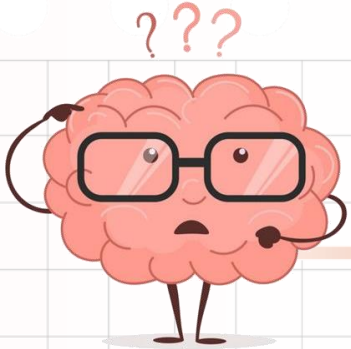
00:01:00

Start Clear

تحقق من فهمك

(7A $\frac{-2i}{3+5i}$

(7B $\frac{2+i}{1-i}$



الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

تأكد

أوجدْ ناتج كلٍّ مما يأتي:

المثالان 1 , 2

1) $\sqrt{-81}$

2) $\sqrt{-32}$

3) $(4i)(-3i)$

4) $3\sqrt{-24} \cdot 2\sqrt{-18}$

5) i^{40}

6) i^{63}

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي :

مثال 3

7) $4x^2 + 32 = 0$

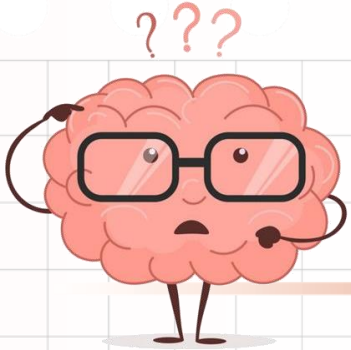
8) $2x^2 + 24 = 0$

في كلٍّ معادلة مما يأتي أوجد قيمتَي a , b الحقيقيتين اللتين تجعلانها صحيحة :

مثال 4

9) $3a + (4b + 2)i = 9 - 6i$

10) $4b - 5 + (-a - 3)i = 7 - 8i$



الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

تدرب وحل المسائل

أوجدْ ناتج كلٍّ مما يأتي:

المثالان 1 , 2

18) $\sqrt{-121}$

19) $\sqrt{-169}$

20) $\sqrt{-100}$

21) $\sqrt{-75}$

22) $(-3i)(-7i)(2i)$

23) $4i(-6i)^2$

24) i^{11}

25) i^{25}

26) $\sqrt{-10} \cdot \sqrt{-24}$

27) $4i\left(\frac{1}{2}\,i\right)^2(-2i)^2$

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

مسائل مهارات التفكير العليا

56) اكتشف الخطأ: قامت كلٌّ من صفاء ومنال بتبسيط $(2i)(3i)(4i)$، فأيٌّ منهما على صواب؟ وضِّح إجابتك.

صفاء	منال
$24i^3 = -24i$	$24i^3 = -24$

57) تحدٍّ: بسّط العدد المركب $(1 + 2i)^3$.

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اليوم:

الموضوع: الأعداد المركبة

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدريب على اختبار

61) ما قيمتا x , y الحقيقيتان اللتان تجعلان $(5 + 4i) - (x+yi) = (-1-3i)$ صحيحة؟

A) $x = 6, y = 7$

B) $x = 4, y = i$

C) $x = 4, y = i$

D) $x = 4, y = 7$

62) قيمة $(3 + 6i)^2$ تساوي:

A) $36 - 27i$

B) $9 + 36$

C) $9 - 36$

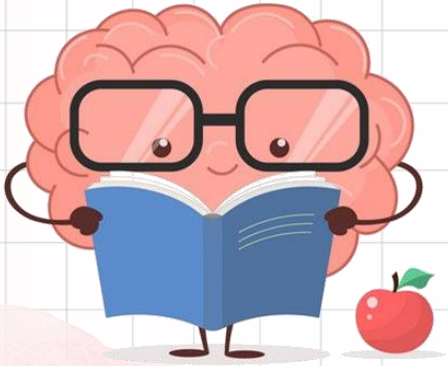
D) $-27 + 36i$

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

أي وقت تجد نفسك تتنازل عن شيء جيد من أجل أن تحصل على شيء رائع، لا تتردد أبداً؛ فهذه أول خطوة في طريق النجاح



الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة

لدي سؤال

اليوم تعلمت

لم أفهم

الجزء الذي أعجبني من الدرس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

الواجب

الموضوع: الأعداد المركبة

اليوم:

التاريخ:

إنتهى
درس اليوم