

# التعبئة

أعد كتابة كل من العبارات الآتية في صورة جمع:

$$5 - 3y \quad (2)$$

$$-5 - 13 \quad (1)$$

استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة كل عبارة:

$$-1(3b^2 + 2b - 1)$$

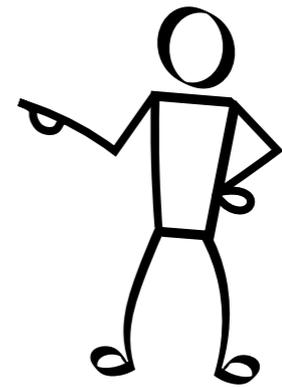
$$-4(a + 5)$$

حل كل معادلة فيما يأتي

$$x^2 - x = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

# الأعداد المركبة



## المفردات

الوحدة التخيلية

imaginary unit

العدد التخيلي البحت

pure imaginary number

العدد المركب

complex number

المركبان المترافقان

complex conjugates

## فيما سبق :

درست تبسيط الجذور

التربيعية.

(مهارة سابقة)

## والآن :

■ أجري العمليات على

الأعداد التخيلية البحتة.

■ أجري العمليات على

الأعداد المركبة.

$$X^2 + 9 = 0$$

الوحدة التخيلية  $i$  على أنها الجذر التربيعي الموجب للعدد  $-1$

$$i = \sqrt{-1}, \text{ وهذا يعني أن } i^2 = -1$$

أعدادًا تخيلية بحتة، وهي جذور تربيعية لأعداد حقيقية سالبة.

$$6i, -2i, i\sqrt{3}$$



مثال

بسّط كلّ ممّا يأتي :

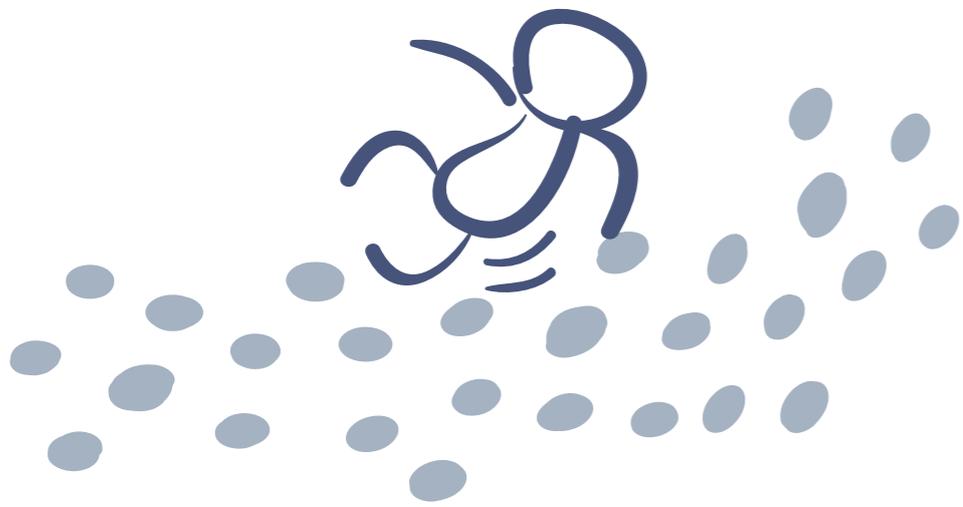
$$\sqrt{-27} \quad (\text{a})$$

$$\sqrt{-216} \quad (\text{b})$$

تحقق من فهمك

$$\sqrt{-125} \quad (1B)$$

$$\sqrt{-18} \quad (1A)$$



## ضرب الاعداد التخيلية البحتة

تُحقق الأعداد التخيلية البحتة كلاً من الخاصيتين (التجميعية والتبديلية) على الضرب،

|            |            |                 |
|------------|------------|-----------------|
| $i^1 = i$  | $i^5 = i$  | $i^{4n+1} = i$  |
| $i^2 = -1$ | $i^6 = -1$ | $i^{4n+2} = -1$ |
| $i^3 = -i$ | $i^7 = -i$ | $i^{4n+3} = -i$ |
| $i^4 = 1$  | $i^8 = 1$  | $i^{4n} = 1$    |

## تساوي الأعداد المركبة

مثال

أوجد قيمتي  $x, y$  الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة:  $3x - 5 + (y - 3)i = 7 + 6i$  صحيحة.

مثال

أوجد ناتج كل مما يأتي :

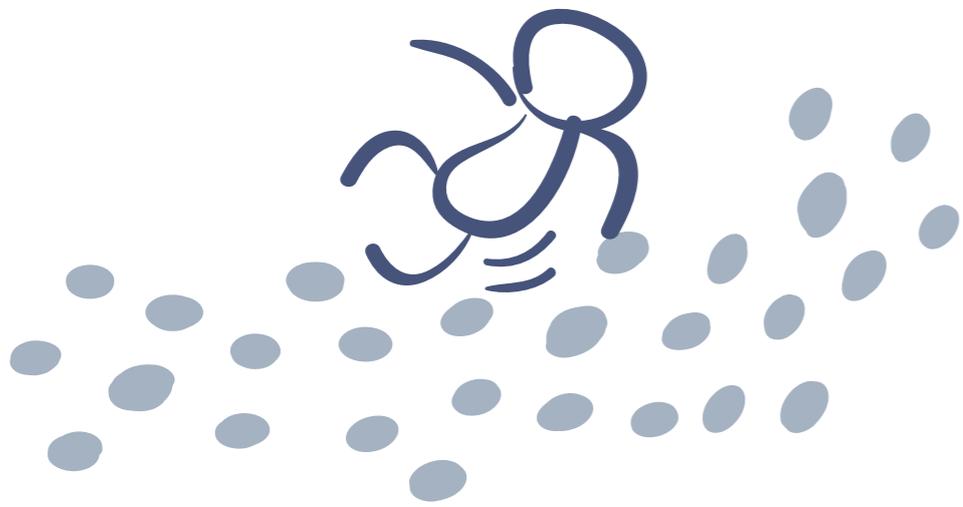
$$-5i \cdot 3i \quad (\text{a})$$

$$\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} \quad (\text{b})$$

تحقق من فهمك

$$\sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12} \quad (2B)$$

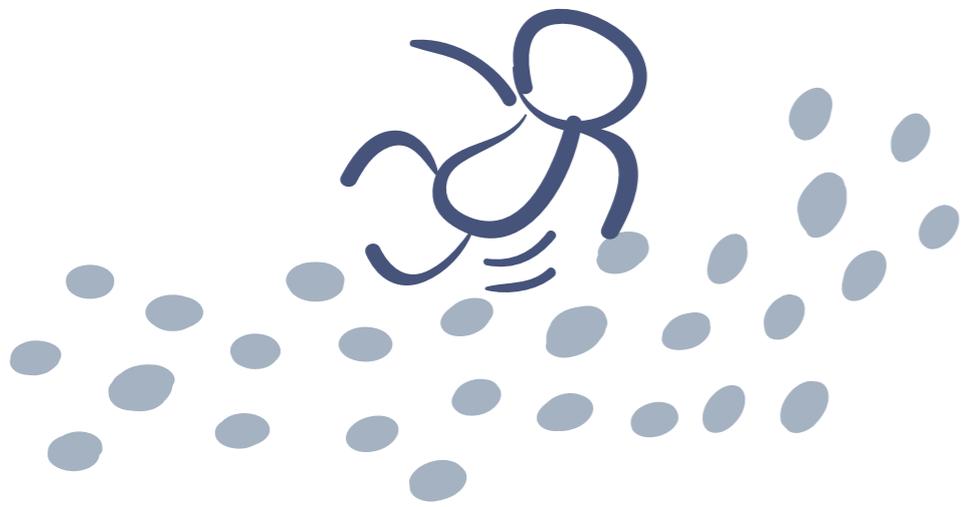
$$3i \cdot 4i \quad (2A)$$



تحقق من فهمك

$i^{31}$

(2C)



تأكد

أوجد ناتج كل مما يأتي:

$$\sqrt{-81} \quad (1)$$

$$(4i)(-3i)$$

$$i^{40}$$



تأكد

$$4x^2 + 32 = 0$$



**العمليات على الأعداد المركبة:** تتكون العبارة  $2+3i$  من حدين غير متشابهين ولا يمكن جمعهما، وهما العدد الحقيقي 2 والعدد التخيلي  $3i$ ، ويسمى هذا النوع من العبارات **العدد المركب**.

أضف إلى  
مطوبتك

مفهوم أساسي

الأعداد المركبة (C)

التعبير اللفظي: العدد المركب هو أي عدد يمكن كتابته على الصورة  $a + bi$ ؛ حيث  $a$  و  $b$  عدداً حقيقيان، و  $i$  الوحدة التخيلية، ويسمى  $a$  الجزء الحقيقي، و  $b$  الجزء التخيلي.

وزارة التعليم  
Ministry of Education  
2021 - 1443

مثالان:  $5 + 2i$   $1 - 3i = 1 + (-3)i$

### الأعداد المركبة $(a + bi)$

| الأعداد التخيلية<br>$b \neq 0$                                | الأعداد الحقيقية<br>$b = 0$ |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| <p>الأعداد<br/>التخيلية<br/>البحثة<br/><math>a = 0</math></p> |                             |

يوضح شكل فن المجاور مجموعة الأعداد المركبة .

- إذا كانت  $b = 0$  فإن العدد المركب يكون عددًا حقيقيًا.
- إذا كانت  $b \neq 0$  فإن العدد المركب يكون عددًا تخيليًا.
- إذا كانت  $a = 0, b \neq 0$  فإن العدد المركب يكون عددًا تخيليًا بحتًا.

يتساوى عدداً مركبان إذا فقط إذا تساوى الجزأين الحقيقيين، والجزأين التخيليين؛ أي أن:  
 $a + bi = c + di$  إذا فقط إذا كان  $a = c, b = d$ .

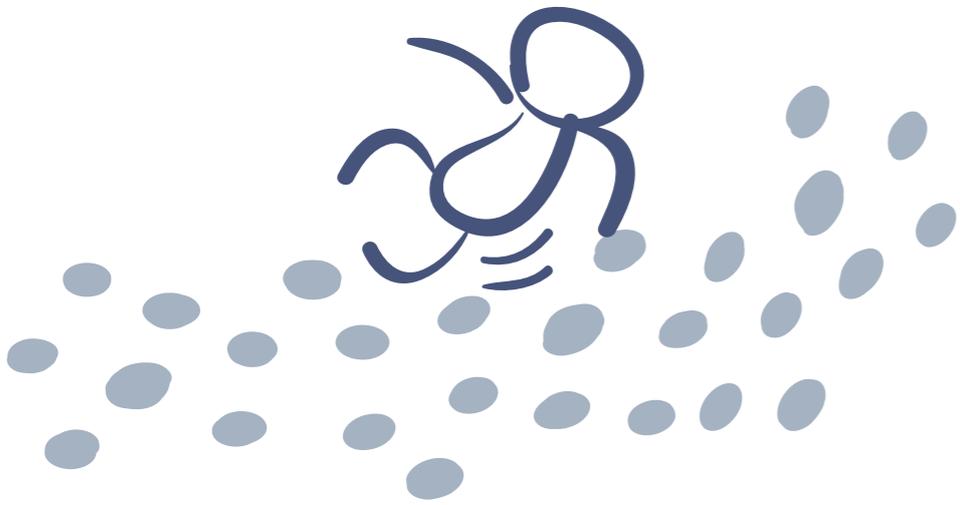
## تساوي الأعداد المركبة

مثال

أوجد قيمتي  $x, y$  الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة:  $3x - 5 + (y - 3)i = 7 + 6i$  صحيحة.

# تحقق من فهمك

(4) أوجد قيمتي  $x, y$  الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة:  $5x + 1 + (3 + 2y)i = 2x - 2 + (y - 6)i$  صحيحة.



ويمكنك استعمال كلٍّ من الخاصية التبديلية والخاصية التجميعية وخاصية التوزيع عند جمع الأعداد المركبة وضربها، ولكي تجمع أو تطرح أعدادًا مركبة، جمّع الأجزاء المتشابهة؛ أيّ جمّع الأجزاء الحقيقية معًا وجمّع الأجزاء التخيلية معًا.

## جمع الأعداد المركبة وطرحها

مثال

أوجد ناتج كل مما يأتي :

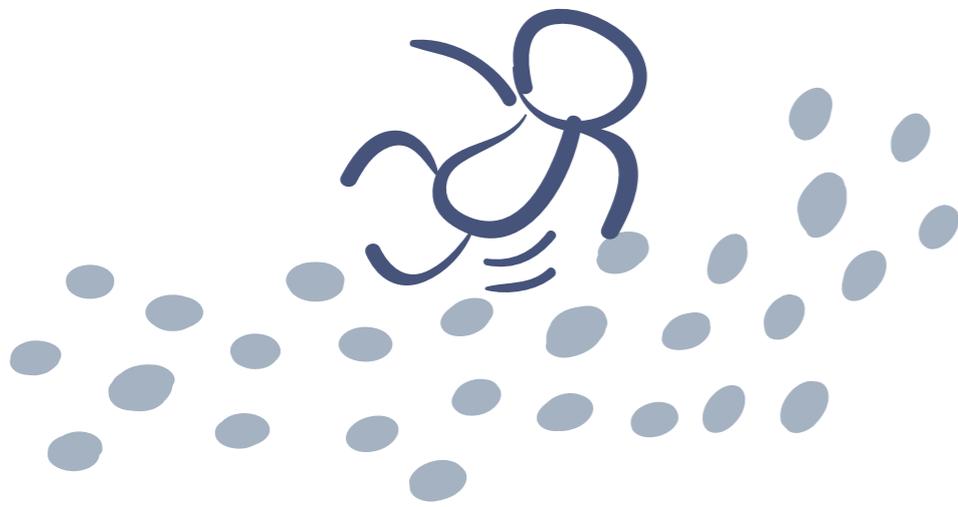
$$(5 - 7i) + (2 + 4i) \quad \text{(a)}$$

$$(4 - 8i) - (3 - 6i) \quad \text{(b)}$$

# تحقق من فهمك

$$(4 + 6i) - (-1 + 2i) \quad \mathbf{5B}$$

$$(-2 + 5i) + (1 - 7i) \quad \mathbf{5A}$$



تستعمل الأعداد المركبة في مسائل الكهرباء، ففي الدوائر الكهربائية ذات التيار المتناوب يمكنك تمثيل فرق الجهد، وشدة التيار، والمعاوقة بأعداد مركبة، ولضرب هذه الأعداد تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب

### إرشادات للدراسة

#### المعاوقة :

في الأعداد المركبة  
تستعمل كلمة المعاوقة  
بدلاً من المقاومة.



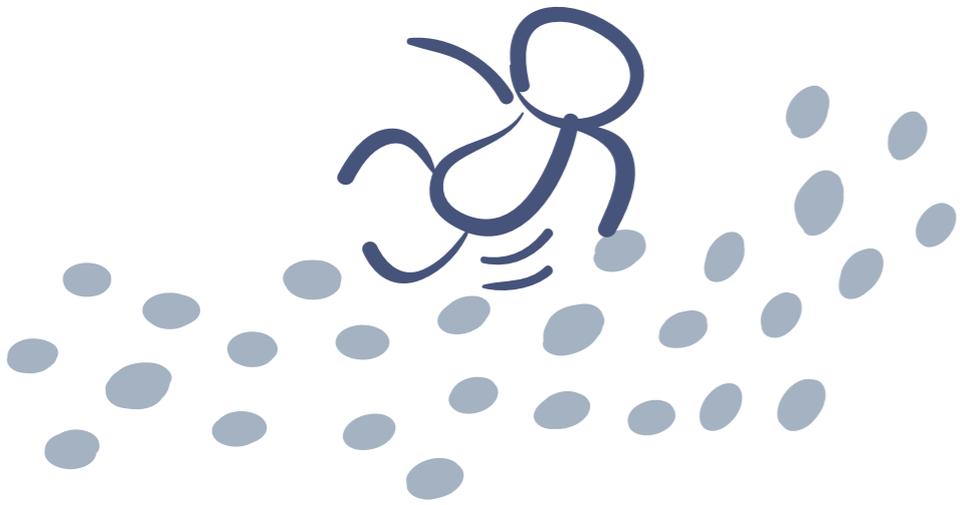
# ضرب الأعداد المركبة

مثال

**كهرباء:** يرتبط فرق الجهد  $V$ ، وشدة التيار  $C$ ، والمعاوقة  $I$  في الدوائر الكهربائية ذات التيار المتناوب بالصيغة  $V = C \cdot I$ . أوجد فرق الجهد في دائرة كهربائية ذات تيار متردد إذا كانت شدة تيارها  $2 + 4i$  أمبير، ومعاوقتها  $9 - 3i$  أوم.

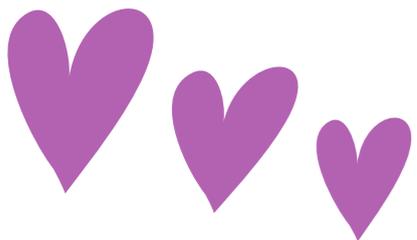
## تحقق من فهمك

(6) **كهرباء:** أوجد فرق الجهد لتيار متناوب شدته  $2 - 4i$  أمبير، ومعاوقته  $3 - 2i$  أوم.



تأكد

$$(6 - 8i)(9 + 2i) \quad \mathbf{(13)}$$



يسمى العددان المركبان  $a + bi$  ,  $a - bi$  **مركبين مترافقين**، وناتج ضربهما هو عدد حقيقي دائماً على الصورة  $a^2 + b^2$ . ويمكنك استعمال هذه الحقيقة لإيجاد ناتج قسمة عددين مركبين.



# قسمة الأعداد المركبة

مثال

أوجد ناتج كل مما يأتي:

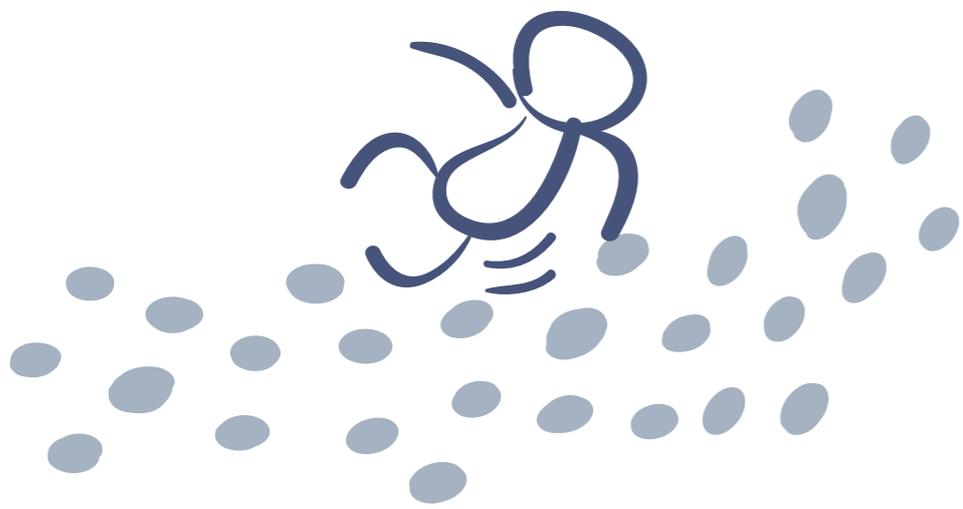
$$\frac{4 + i}{5i} \quad (\text{b})$$

$$\frac{2i}{3 + 6i} \quad (\text{a})$$

# تحقق من فهمك

$$\frac{2 + i}{1 - i} \quad (7B)$$

$$\frac{-2i}{3 + 5i} \quad (7A)$$



(56) **اكتشف الخطأ:** قامت كلٌّ من صفاء ومنال بتبسيط  $(2i)(3i)(4i)$ ، فأَيُّ منهما على صواب؟ وضح إجابتك.

منال

$$24i^3 = -24$$

صفاء

$$24i^3 = -24i$$

(57) **تحذُّر:** بسِّط العدد المركب  $(1 + 2i)^3$ .

تدرب على الاختبار

**(62)** قيمة  $(3 + 6i)^2$  تساوي:

**(A)**  $36 - 27i$

**(B)**  $9 + 36$

**(C)**  $9 - 36$

**(D)**  $-27 + 36i$

## تدرب على الاختبار

**(61)** ما قيمتا  $x, y$  الحقيقيتان اللتان تجعلان  
 $(5 + 4i) - (x + yi) = (-1 - 3i)$  صحيحة؟

**(A)**  $x = 6, y = 7$

**(B)**  $x = 4, y = i$

**(C)**  $x = 4, y = i$

**(D)**  $x = 4, y = 7$

## تحصيلي

قيمة  $i^{12}$  تساوي ..

(A)  $-1$

(B)  $1$

(C)  $i$

(D)  $2i + 10$

## تحصيلي

قيمة  $i^{14} + i^{15} + i^{16} + i^{17}$  تساوي ..

0 (A)

1 (B)

$2i$  (C)

$2i + 1$  (D)

## تحصيلي

أوجد قيمة  $(1 - i)^8$  .

16 (A)

-16 (B)

$16i$  (C)

$-16i$  (D)