الأعداد المركبة

اليوم :

التاريخ :

الحصة :

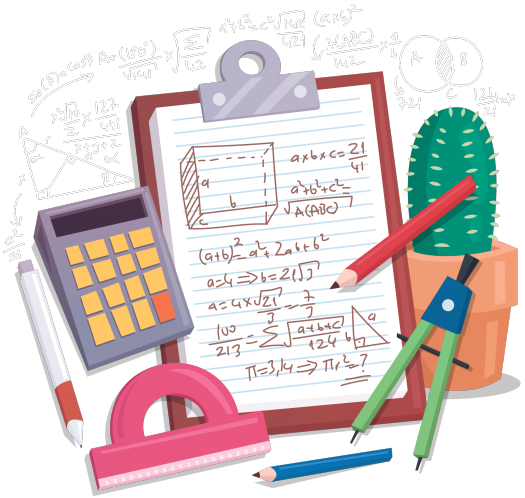
الاستراتيجية :

تمهيد :

$\sqrt{9}$ =

$\sqrt{-9}$ =

فيما سبق : درستُ تبسيط الجذور التربيعية .



فكرة الدرس :

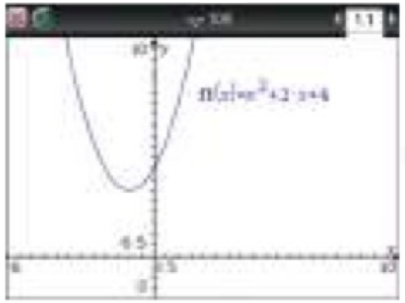
- أجري العمليات على الأعداد التخيلية البحتة .
- أجري العمليات على الأعداد المركبة .

المفردات :

- الوحدة التخيلية .
- العدد التخيلي البحت .
- العدد المركب .
- المركبان المترافقان .

إعداد : نورة الحربي ، روحية السلمي .

لماذا ؟



[−6, 10] scl: 0.5 by [−2, 10] scl: 0.5

بالنظر إلى الشكل المجاور، تلاحظ أن التمثيل البياني للمعادلة $y = x^2 + 2x + 4$ لايقطع المحور x، لذا ليس للمعادلة جذور حقيقية، فهل يعني ذلك أنه ليس للمعادلة حلول؟

عند أي نقاط من التمثيل البياني على المستوى الإحداثي تكون $y = 0$ ؟

كيف ترتبط الدالة $y = x^2 + 2x + 4$ بالمعادلة $x^2 + 2x + 4 = 0$ ؟

الوحدة التخيلية : هي الجذر التربيعي الموجب لـ -1 ، ويرمز له بالرمز i ، وبعبارة أخرى فإن : $i^2 = -1, i = \sqrt{-1}$

أعداد تخيلية بحتة : مثل : $6i, -2i, i\sqrt{3}$ ، وهي جذور تربيعية لأعداد حقيقية سالبة .

لأي عدد حقيقي موجب مثل b ، فإن $\sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} . \sqrt{-1} = bi$

مثال : الجذور التربيعية للأعداد السالبة

بسط كلا مما يأتي :

a) $\sqrt{-27}$

$$\sqrt{-27} = \sqrt{-1 . 3^2 . 3} = \sqrt{-1} . \sqrt{3^2} . \sqrt{3}$$

$$= i . 3.\sqrt{3}$$

$$= 3i\sqrt{3}$$

b) $\sqrt{-216}$

$$\sqrt{-216} =$$

$$\sqrt{-1 . 6^2 . 6} = \sqrt{-1} . \sqrt{6^2} . \sqrt{6}$$

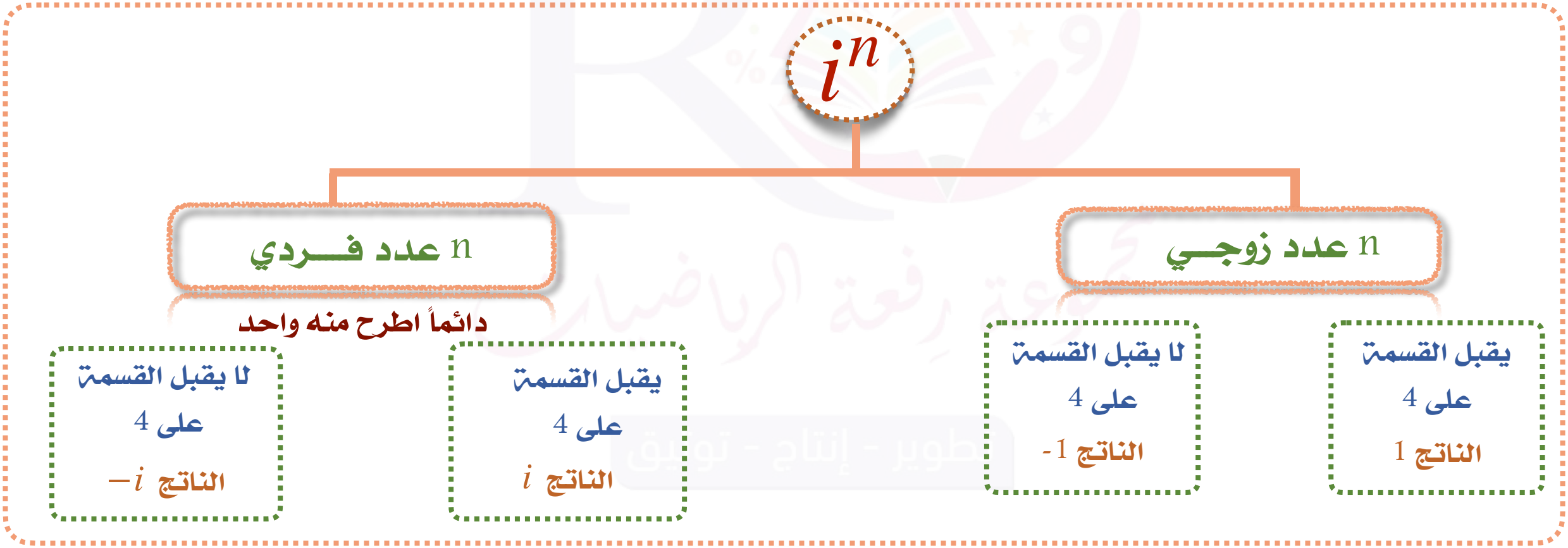
$$= i.6.\sqrt{6}$$

$$= 6i\sqrt{6}$$

تحقق من فهمك :

(1A $\sqrt{-18}$

(1B $\sqrt{-125}$



مثال :

ضرب الأعداد التخيلية البحتة

اوجد ناتج كل مما يأتي :

(a -5i . 3i

$$-5i \cdot 3i = -15i^2$$

$$= -15(-1)$$

$$= 15$$

(b $\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15}$

$$\sqrt{-6} \cdot \sqrt{-15} = i\sqrt{6} \cdot i\sqrt{15}$$

$$= i^2\sqrt{90}$$

$$= -1.\sqrt{9}.\sqrt{10}$$

$$= -3\sqrt{10}$$

تحقق من فهمك :

(2A $3i.4i$

(2B $\sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12}$

(2C i^{31}

تطوير - إنتاج - توثيق

يمكنك حل بعض المعادلات التربيعية باستعمال خصائص الجذر التربيعي .

مثال : معادلة حلولها أعداد تخيلية بحتة

حل المعادلة : $4x^2 + 256 = 0$

$4x^2 + 256 = 0$

$4x^2 = -256$

$x^2 = -46$

$X = \pm\sqrt{-46}$

$X = \pm 8i$

ملاحظات :

إرشادات للدراسة

خصائص الجذر التربيعي

راجع خصائص الجذر التربيعي التي درستها في الصف الثالث المتوسط.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك :

(3A $4x^2 + 100 = 0$

(3B $x^2 + 4 = 0$

مجموعة رفقة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

العدد المركب : تتكون العبارة $2+3i$

- 2 عدد حقيقي
- $3i$ عدد تخيلي بحت

من حدين غير متشابهين
و لا يمكن جمعهما .

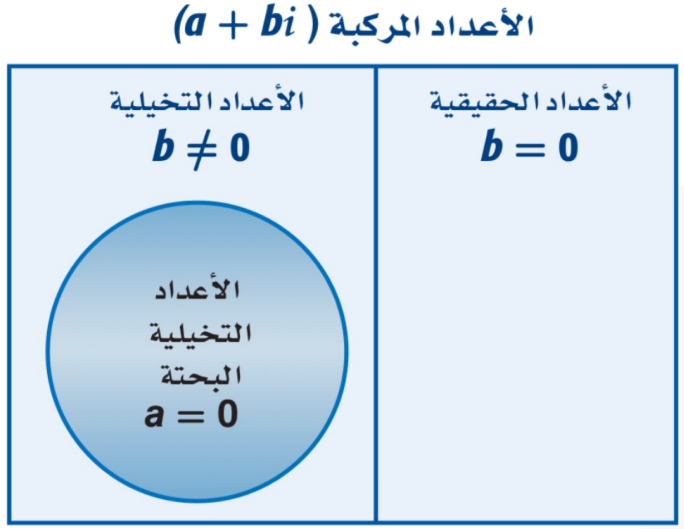
الأعداد المركبة (c)

التعبير اللفظي: العدد المركب هو أي عدد يمكن كتابته على الصورة $a+bi$ ؛ حيث a وَ b عددان حقيقيان، و i الوحدة التخيلية، ويسمى a الجزء الحقيقي، و b الجزء التخيلي.

مثالان: $5+2i$ $\quad$ $1-3i=1+(-3)i$

تطوير - إنتاج - توثيق

يوضِّح شكل فن المجاور مجموعة الأعداد المركبة .



- إذا كانت $b = 0$ فإن العدد المركب يكون عددًا حقيقيًّا.
- إذا كانت $b \neq 0$ فإن العدد المركب يكون عددًا تخيليًّا.
- إذا كانت $a = 0, b \neq 0$ فإن العدد المركب يكون عددًا تخيليًّا بحتًا.

يتساوى عددان مركبان إذا وفقط إذا تساوى الجزأين الحقيقيين، والجزأين التخيليين؛ أيْ أن:
$a + bi = c + di$ إذا وفقط إذا كان $a = c, b = d$.

مثال : تساوي الأعداد المركبة

اوجد قيمتي x , y الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة : 3x – 5+ (y-3)i = 7 + 6i صحيحة .

نساوي الجزأين الحقيقيين أحدهما بالأخر ، وكذلك الجزان التخيليان .

جزء تخيلي

y - 3 = 6
y = 6 +3
y = 9

جزء حقيقي

3x - 5 = 7
3x = 7 + 5
X = 4

تحقق من فهمك :

4) اوجد قيمتي x . Y الحقيقيتين اللتين تجعلان المعادلة : $5x + 1 + (3 + 2y)i = 2x - 2 + (y - 6)i$ صحيحة .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

ويمكنك استعمال كلٍّ من الخاصية التبديلية والخاصية التجميعية وخاصية التوزيع عند جمع الأعداد المركبة وضربها، ولكي تجمع أو تطرح أعدادًا مركبة، جمّع الأجزاء المتشابهة؛ أيْ جمِّع الأجزاء الحقيقية معًا وجمِّع الأجزاء التخيلية معًا.

مثال : جمع الأعداد المركبة وطرحها

اوجد ناتج كل مما يأتي :

(a $(5 - 7i) + (2 + 4i)$

$(5 - 7i) + (2 + 4i) = (5 + 2) + (-7 + 4)\,i$

$= 7 - 3i$

(b $(4 - 8i) - (3 - 6i)$

$(4 - 8i) - (3 - 6i) = (4 - 3) + (-8 - (-6))\,i$

$= 1 - 2i$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك :

(5A $(-2+5i)+(1-7i)$

(5B $(4+6i)-(-1+2i)$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تستعمل الأعداد المركبة في مسائل الكهرباء، ففي الدوائر الكهربائية ذات التيار المتناوب يمكنك تمثيل فرق الجهد، وشدة التيار، والمعاوقة بأعداد مركبة، ولضرب هذه الأعداد تستعمل طريقة التوزيع بالترتيب.

مثال : ضرب الأعداد المركبة

كهرباء : يرتبط فرق الجهد v ، وشدة التيار C ، والمعاوقة I في الدوائر الكهربائية ذات التيار المتناوب بالصيغة V = C.I . اوجد فرق الجهد في دائرة كهربائية ذات تيار متردد اذا كانت شدة تيارها 4i + 2 امبير ، ومعاوقتها 3i – 9 أوم .

$$V = C \cdot I$$

$$= (2 + 4i) \cdot (9 - 3i)$$

$$= 2(9) + 2(-3i) + 4i(9) + 4i(-3i)$$

$$= 18 - 6i + 36i - 12i^2$$

$$= 18 + 30i - 12(-1)$$

$$= 30 + 30i$$

وعليه فان فرق الجهد هو 30i + 30 فولت .

ملاحظات :

إرشادات للدراسة

المعاوقة :
في الأعداد المركبة تستعمل كلمة المعاوقة بدلًا من المقاومة.

مصابيح الزينة من الأمثلة على الدوائر الكهربائية الموصولة على التوالي، ويؤثر عدد المصابيح فيها في شدة التيار، فينعكس هذا على شدة الإضاءة.

المصدر: كتاب الفيزياء المقرر للصف الثالث الثانوي 1437هـ

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك :

6) كهرباء : اوجد فرق الجهد لتيار متناوب شدته $4i - 2$ أمبير ، ومعاوقتة $2i - 3$ أوم.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مركبين مترافقين : هما العددان المركبان $a+bi, a-bi$ ، وناتج ضربهما هو عدد حقيقي دائماً على الصورة a^2+b^2 .

مثال : قسمة الأعداد المركبة

اوجد ناتج كل مما يأتي :

(a $\dfrac{2i}{3+6i}$

$$\frac{2i}{3+6i}=\frac{2i}{3+6i}\cdot\frac{3-6i}{3-6i}=\frac{6i-12i^2}{9-36i^2}=\frac{6i+12}{45}=\frac{4}{15}+\frac{2}{15}i$$

(b $\dfrac{4+i}{5i}$

$$\frac{4+i}{5i}=\frac{4+i}{5i}\cdot\frac{i}{i}=\frac{4i+i^2}{5\,i^2}=\frac{4i-1}{-5}=\frac{1}{5}-\frac{4}{5}i$$

تحقق من فهمك :

(7A $\frac{-2i}{3+5i}$

(7B $\frac{2+i}{1-i}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تأكد : أوجدْ ناتج كلٍّ مما يأتي:

1) $\sqrt{-81}$

2) $\sqrt{-32}$

3) $(4i)(-3i)$

4) $3\sqrt{-24} \cdot 2\sqrt{-18}$

5) i^{40}

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حُلَّ كلَّ معادلة مما يأتي :

7) $4x^2 + 32 = 0$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسِّط كلًّا ممّا يأتي :

11 $(-1+5i)+(-2-3i)$

13 $(6-8i)(9+2i)$

15 $\dfrac{3-i}{4+2i}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل :

أوجدْ ناتج كلٍّ مما يأتي:

18) $\sqrt{-121}$

20) $\sqrt{-100}$

23) $4i(-6i)^2$

24) i^{11}

25) i^{25}

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

في كلٍّ معادلة مما يأتي أوجد قيمتَي x، y الحقيقيتين اللتين تجعلانها صحيحة :

32) $x + 1 + 2yi = 3 - 6i$

50) كهرباء: تبلغ المعاوقة في أحد أجزاء دائرة كهربائية $7 + 8i$ أوم، وفي الجزء الآخر منها $13 - 4i$ أوم. اجمع هذين العددين المركّبين لإيجاد المعاوقة الكلية في الدائرة الكهربائية.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا:

56) اكتشف الخطأ: قامت كلٌّ من صفاء ومنال بتبسيط $(2i)(3i)(4i)$، فأيٌّ منهما على صواب؟ وضِّح إجابتك.

صفاء	منال
$24i^3 = -24i$	$24i^3 = -24$

58) تبرير: حدد إذا كانت الجملة الآتية صحيحة دائمًا، أو صحيحة أحيانًا، أو غير صحيحة أبدًا. وضِّح إجابتك:

"يتكون كل عدد مركب من جزء حقيقي وجزء تخيلي"

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدريب على اختبار

61) ما قيمتا $x\ ,\ y$ الحقيقيتان اللتان تجعلان $(5 + 4i) - (x+yi) = (-1-3i)$ صحيحة؟

A $x = 6, y = 7$

B $x = 4, y = i$

C $x = 4, y = i$

D $x = 4, y = 7$

62) قيمة $(3 + 6i)^2$ تساوي:

A $36 - 27i$

B $9 + 36$

C $9 - 36$

D $-27 + 36i$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحصيلي:

قيمة i^{37} يساوي ...

$i, -i$, 1 , -1

الواجب: