قدرات

أحسب مجموع الأعداد من ١ إلى ١٠٠؟

أ) ١٠٠٠٠٠

ب) ٥٠٠٠

ج) ٥٠٥٠

د) ٢٥٥٠

القانون العام والمميز

فيما سبق:

درستُ حل معادلات تربيعية بإكمال المربع.
(مهارة سابقة)

والآن:

- أحل معادلات تربيعية باستعمال القانون العام.
- أستعمل المميز لأحدد عدد جذور معادلة تربيعية وأنواعها.

المفردات

القانون العام

Quadratic Formula

المميز

discriminant

لماذا ؟

أُطلق سهم نحو هدف على الأرض، ويمكن التعبير عن ارتفاعه عن الأرض بالدالة التربيعية:

$$h = -4.9t^2 + 117t + 42$$

حيث h ارتفاع السهم بعد t ثانية من إطلاقه، وللتنبؤ بالزمن اللازم لوصول السهم إلى الهدف، نحل المعادلة:

$$-4.9t^2 + 117t + 42 = 0.$$

ومن الصعب حل هذه المعادلة باستعمال التحليل إلى العوامل، أو التمثيل البياني، أو إكمال المربع.

القانون العام: تمكنت سابقًا من حل بعض المعادلات التربيعية بالتمثيل البياني، أو بالتحليل إلى العوامل، أو باستعمال خاصية الجذر التربيعي، أو بإكمال المربع، أو باستعمال القانون العام؛ وهو قانون يمكن استعماله لحل أية معادلة تربيعية، ويمكن اشتقاق هذا القانون من خلال حل معادلة تربيعية على الصورة القياسية.

مفهوم أساسي — **القانون العام لحل المعادلة التربيعية**

أضف إلى مطويتك

التعبير اللفظي: يمكن حل المعادلة التربيعية المكتوبة على الصورة: $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ باستعمال القانون:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

مثال:

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$$

تعرف المعادلة: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ **بالقانون العام** لحل المعادلات التربيعية.

1

$$ax^2+bx+c=0$$

2

$a=$ $b=$ $c=$

3

$b^2-4ac=$ المميز

b^2-4ac		
0	−	+

4

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{\text{المميز}}}{2a}$$

عندما يكون ما تحت الجذر في القانون العام موجب ومربع كامل فإن للمعادلة جذران حقيقيان نسبيان

إرشادات للدراسة

القانون العام

على الرغم من أن طريقة التحليل إلى العوامل قد تكون الأسهل لحل بعض المعادلات التربيعية، إلا أن القانون العام يحل أي معادلة تربيعية.

معادلة لها جذران نسبيان

مثال

حل المعادلة: $x^2 - 10x = 11$ باستعمال القانون العام.

تحقق من فهمك

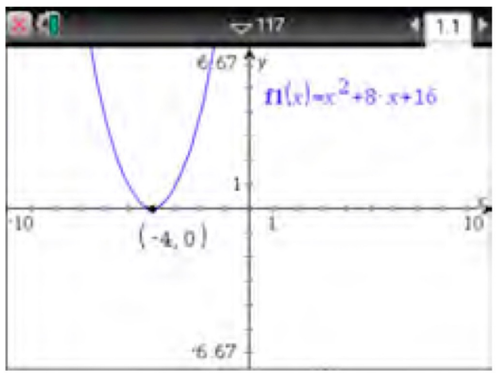
(1A $x^2 + 6x = 16$

عندما يكون ما تحت الجذر في القانون العام صفرًا، فإننا نحصل على جذرٍ نسبيٍّ واحدٍ، ويكون حل المعادلة في هذه الحالة هو هذا الجذر النسبي، ولكنه مكرر مرتين .

معادلة لها جذر نسبي واحد (مكرر مرتين)

مثال

حُلّ المعادلة: $x^2 + 8x + 16 = 0$ باستعمال القانون العام .



[−10, 10] scl: 1 by [−6.67, 6.67] scl: 1

تحقق من فهمك

$x^2 - 16x + 64 = 0$ **(2A**

تحقق من فهمك

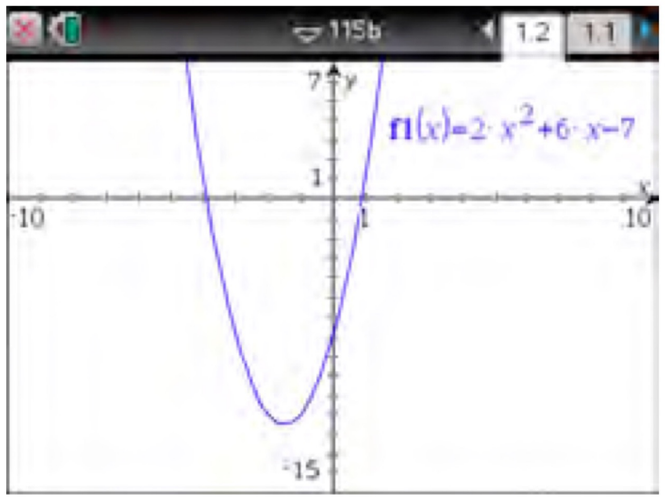
(2B $x^2 + 34x + 289 = 0$

يمكنك التعبير عن الجذور غير النسبية بكتابتها في الصورة الجذرية .

الجذور غير النسبية

مثال

حُلَّ المعادلة: $2x^2 + 6x - 7 = 0$ باستعمال القانون العام.



تحقق من فهمك

$3x^2 + 5x + 1 = 0$ **(3A**

تحقق من فهمك

(3B $x^2 - 8x + 9 = 0$

إذا كان ما تحت الجذر في القانون العام عددًا سالبًا، فإن الحلين يكونان عددين مركبين مترافقين.

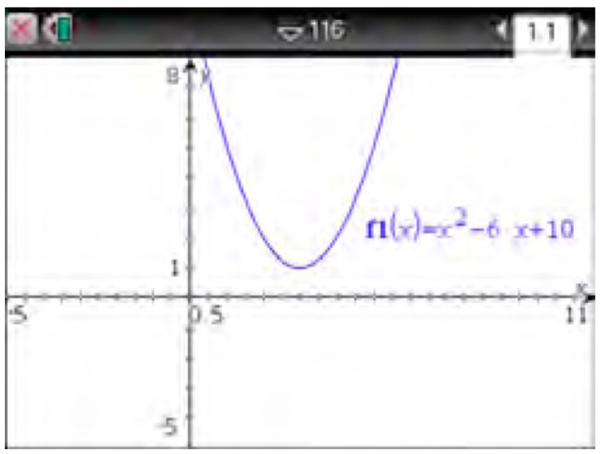
إرشادات للدراسة

الأعداد المركبة

تذكّر أن تكتب حلك في الصورة $a + bi$، وهذه الصورة تُسمّى الصورة القياسية للعدد المركب.

مثال

حُلَّ المعادلة: $x^2 - 6x = -10$ باستعمال القانون العام.



[−5, 11] scl: 0.5 by [−5, 8] scl: 1

تحقق من فهمك

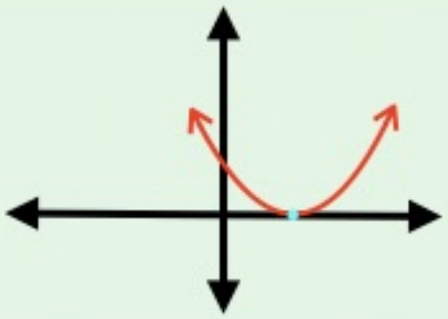
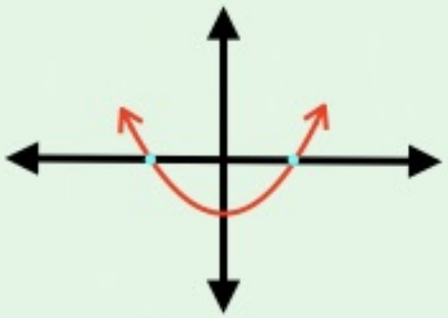
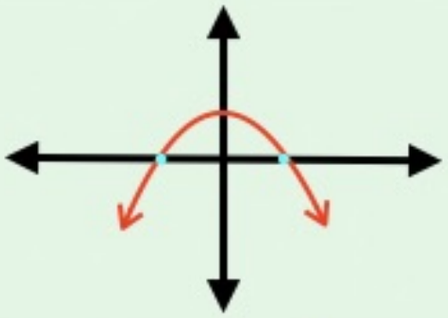
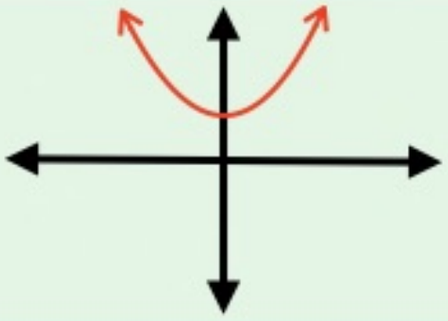
$3x^2 + 5x + 4 = 0$ **(4A**

تحقق من فهمك

$x^2 - 4x = -13$ **(4B**

الجذور والمميز: في المعادلة التربيعية، لاحظ العلاقة بين قيمة ما تحت الجذر وجذور المعادلة التربيعية في الأمثلة السابقة. العبارة $b^2 - 4ac$ تسمى **المميز**.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\boldsymbol{b^2 - 4ac}}}{2a} \leftarrow \text{المميز}$$

المميز	عدد الحلول	الرسم البياني
$b^2-4ac=0$	جذر حقيقي واحد مكرر	
$b^2-4ac>0$ الحلول مربعات كاملة $(1,4,9,16,\ldots\ldots)$	جذران حقيقيان نسبيان	
$b^2-4ac>0$	جذران حقيقيان غير نسبيان	
$b^2-4ac<0$	جذران مركبان مترافقان	

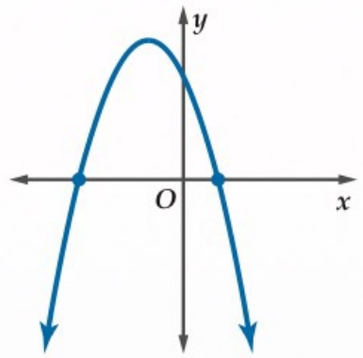
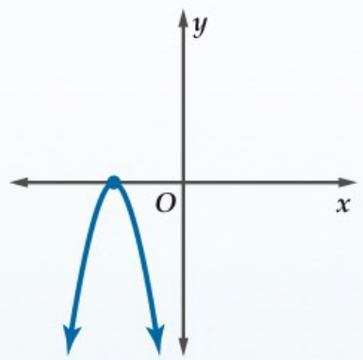
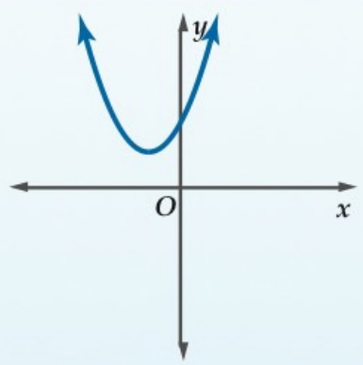
ويمكنك استعمال المميز لتحديد عدد جذور المعادلة التربيعية وأنواعها،

مفهوم أساسي

المميز

اضف إلى مطويتك

في المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث a, b, c أعداد نسبية، $a \neq 0$.

قيمة المميز	عدد الجذور وأنواعها	مثال على التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة
$b^2 - 4ac > 0$، والعبارة $b^2 - 4ac$ مربع كامل.	جذران حقيقيان نسبيان	
$b^2 - 4ac > 0$، والعبارة $b^2 - 4ac$ ليست مربعًا كاملًا.	جذران حقيقيان غير نسبيين	
$b^2 - 4ac = 0$	جذر حقيقي مكرر مرتين	
$b^2 - 4ac < 0$	جذران مركبان مترافقان	

إرشادات للدراسة

الجذور

تذكّر أن حلول المعادلة تسمى جذورًا وهي قيم X التي يقطع عندها التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة المحور X.

وصف الجذور

مثال

أوجد قيمة المميز لكلٍّ من المعادلتين التربيعيتين الآتيتين ، وحدد عدد جذور كلٍّ منهما وأنواعها:

(a $7x^2 - 11x + 5 = 0$

وصف الجذور

مثال

أوجد قيمة المميز لكلٍّ من المعادلتين التربيعيتين الآتيتين ، وحدد عدد جذور كلٍّ منهما وأنواعها:

(b $x^2 + 22x + 121 = 0$

تحقق من فهمك

(5A $-5x^2 + 8x - 1 = 0$

تحقق من فهمك

(5B $-7x + 15x^2 - 4 = 0$

درست فيما سبق طرائق مختلفة لحل المعادلات التربيعية، والجدول أدناه يلخص تلك الطرائق.

ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

حل المعادلات التربيعية

الطريقة	إمكانية استعمالها	حالات استعمالها
التمثيل البياني	أحيانًا	عندما لا يطلب إيجاد الحل الدقيق، وأفضل استعمال لها عند التحقق من معقولية الحلول التي يتم إيجادها بالطرائق الجبرية.
التحليل إلى العوامل	أحيانًا	عندما يساوي الحد الثابت صفرًا **مثال:** $x^2 - 7x = 0$؛ أو عندما يكون من السهل إيجاد العوامل . **مثال:** $x^2 - 5x + 6 = 0$
خاصية الجذر التربيعي	أحيانًا	مع المعادلات المكتوبة على صورة مربع كامل يساوي ثابتًا. **مثال:** $(x - 5)^2 = 18$
إكمال المربع	دائمًا	مع المعادلات المكتوبة على الصورة: $x^2 + bx + c = 0$. **مثال:** $x^2 + 6x - 14 = 0$
القانون العام	دائمًا	عندما لايمكن استعمال بقية الطرائق أو عندما يكون من الصعب استعمالها. **مثال:** $2.3x^2 - 1.8x + 9.7 = 0$

تدرب

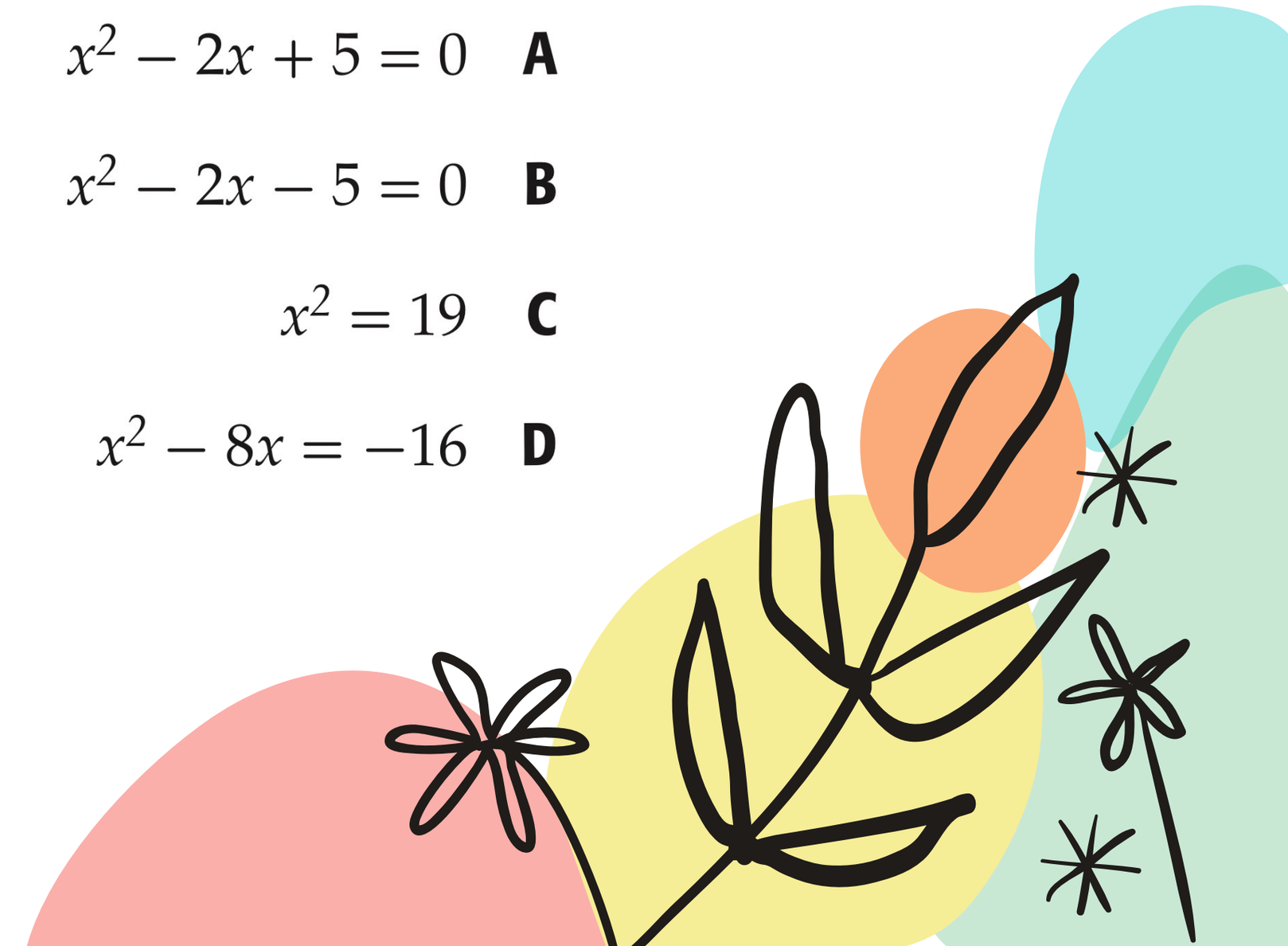
36) أي المعادلات الآتية لها جذر حقيقي مكرر مرتين؟

A $x^2 - 2x + 5 = 0$

B $x^2 - 2x - 5 = 0$

C $x^2 = 19$

D $x^2 - 8x = -16$



تدرب

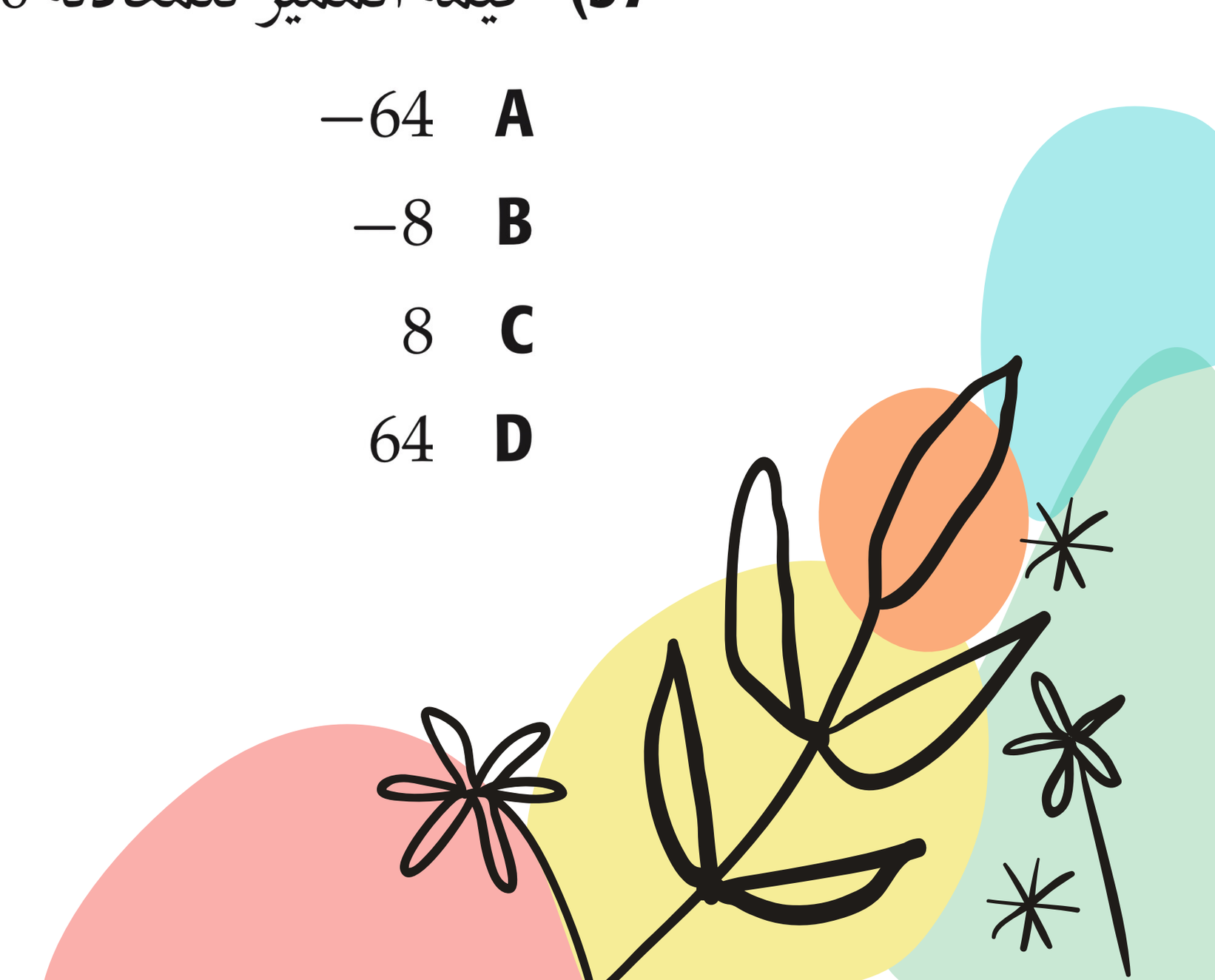
37) قيمة المميز للمعادلة $x^2 - 8x = 0$ هي:

A -64

B -8

C 8

D 64



مهارات التفكير العليا

32) اكتشف الخطأ: حددت كلٌّ من هدى وندى عدد حلول للمعادلة $3x^2 - 5x = 7$. فمن منهما إجابتها صحيحة؟ وضِّح إجابتك.

هدى

$3x^2 - 5x = 7$

$3x^2 - 5x - 7 = 0$

$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(-7)$

$= 109$

وبما أن المميز موجب فللمعادلة حلان حقيقيان.

ندى

$3x^2 - 5x = 7$

$b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(3)(7)$

$= -59$

وبما أن المميز سالب فلا توجد للمعادلة حلول حقيقية.

تحصيلي

مجموعة حل المعادلة $x^2 - 4x + 5 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة هي ..

Ⓐ $\{2 + i, 2 - i\}$

Ⓑ $\{2\}$

Ⓒ $\{i, -i\}$

Ⓓ $\{5 - 4i\}$

تحصيلي

قيمة المميز للمعادلة $x^2 - 8x = 0$ تساوي ..

(A) -64

(B) -8

(C) 8

(D) 64