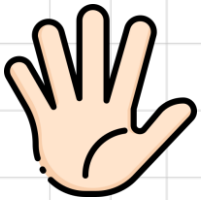
العمليات على كثيرات الحدود
Operations with Polynomials

معلمة المادة / تغريد مسعود باجنيد

القوانين الصفية

إستمعي جيداً
لنصائح المعلمة



إرفعي يدك عند
المشاركة

حافظي على الممتلكات
ونظافة فصلك

إعملي مع زميلاتك
كفريق

حل الواجبات وإرسالها
في الوقت المحدد

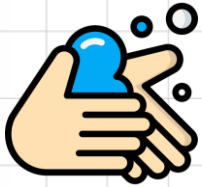
الالتزام بالوقت

الاستعداد الجيد وإبذلي
قصار جهدك

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها اليوم تفيدك غداً

الالتزام بارتداء الكمامة

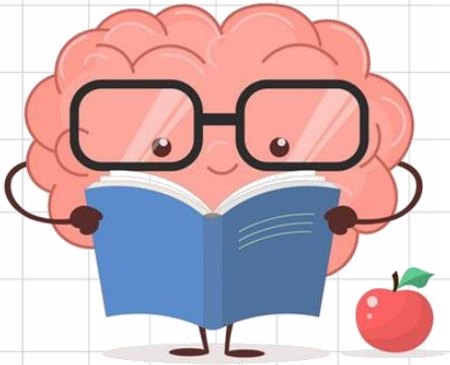
المحافظة على المسافة الأمنة



غسل اليدين وتعقيمها

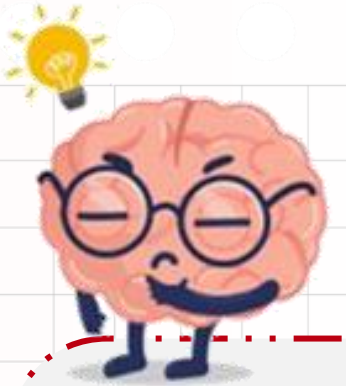
تجنب المصافحة

الأفكار الرئيسية



1. أضرب وحيدات الحد وعبارات تتضمن قوى وأقسمها وأبسطها.

2. أستعمل المميز لأحدد عدد جذور معادلة تربيعية وأنواعها.



الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس

- ضرب وحيدات حد وعبارات تتضمن قوى وقسمتها وتبسيطها.
- جمع كثيرات حدود وضربها وطرحها.
- قسمة وحيدات حد وعبارات تتضمن قوى وقسمتها وتبسيطها.
- أن يضرب الطالب وحيدات الحد.
- أن يضرب الطالب عبارات تتضمن قوى.
- أن يجري الطالب عملية القسمة على وحيدات الحد.
- أن يجري الطالب عملية القسمة على عبارات تتضمن قوى.
- أن يبسط الطالب وحيدات الحد.

- أن يبسط الطالب عبارات تتضمن قوى.
- أن يجمع الطالب كثيرات حدود.
- أن يطرح الطالب كثيرات حدود.
- أن يضرب الطالب كثيرات حدود.

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

فيما سبق:

درست إيجاد قيم القوى.

والآن:

- ✓ أضرب وحيدات حد وعبارات تتضمن قوى وأقسمها وأبسطها.
- ✓ أجمع كثيرات حدود وأطرحها وأضربها.

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

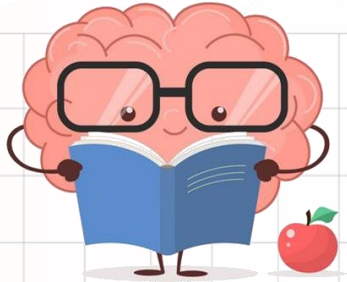
اليوم:

التاريخ:

المفردات

التبسيط

درجة كثيرة الحدود



الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

لماذا؟

يستغرق وصول ضوء الشمس إلى الأرض 8 دقائق تقريبًا؛ إذ يسير الضوء بسرعة كبيرة تصل إلى $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ تقريبًا.

ما الوقت الذي سيستغرقه وصول الضوء إلينا من مجرة تبعد مسافة $2.367 \times 10^{21} \text{m}$ تقريبًا؟

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

لماذا؟

كيف يمكن كتابة 3×10^8 بالصيغة القياسية؟

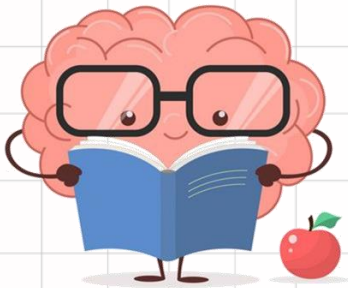
كم ثانية في 8 دقائق؟

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم



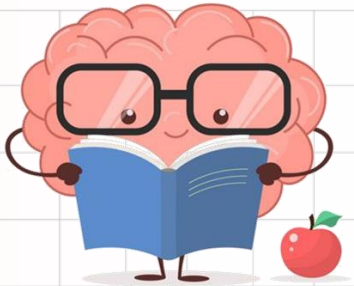
ماذا اعرف؟!	ما أريد أن أعرف؟!	ماذا تعلمت اليوم؟!

المفردات الجديدة:

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

سنتعرف في هذا الدرس على:

- تبسيط العبارات
- درجة كثيرات الحدود
- جمع كثيرات الحدود وطرحها
- ضرب وحيدة حد في كثيرة حدود
- ضرب كثيرات الحدود
- كتابة عبارة كثيرات الحدود

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

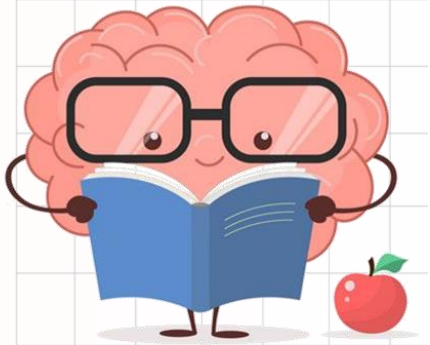
التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

ضرب وحيدات الحد وقسمتها تذكّر أن وحيدة الحد هي: عدد، أو متغير، أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة، وتتكون من حد واحد فقط. والجدول الآتي يلخص خصائص الأسس التي تساعد على ضرب وقسمة وحيدات الحد وتبسيطها، حيث إن عملية تبسيط عبارات تتضمن قوى تعني إعادة كتابتها دون أقواس أو أسس سالبة.

اليوم:

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود



ملخص المفهوم

أضف إلى مطويتك

خصائص الأسس

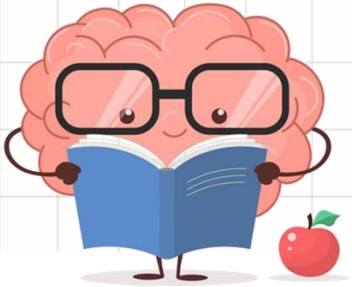
لأي عددين حقيقيين x, y وعددين صحيحين a, b:

الخاصية	التعريف	مثال
ضرب القوى	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$ $p^2 \cdot p^9 = p^{2+9} = p^{11}$
قسمة القوى	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$ ، حيث $x \neq 0$	$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$ $\frac{b^6}{b^4} = b^{6-4} = b^2$
الأسّ السالب	$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$ ، $\frac{1}{x^{-a}} = x^a$ ، حيث $x \neq 0$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$ $\frac{1}{b^{-7}} = b^7$
قوة القوة	$(x^a)^b = x^{ab}$	$(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$ $(d^2)^4 = d^{2 \cdot 4} = d^8$
قوة ناتج الضرب	$(xy)^a = x^a y^a$	$(2k)^4 = 2^4 k^4 = 16k^4$ $(ab)^3 = a^3 b^3$
قوة ناتج القسمة	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}, y \neq 0,$ $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a = \frac{y^a}{x^a}, x \neq 0, y \neq 0$	$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \frac{b^5}{a^5}$
القوة الصفرية	$x^0 = 1, x \neq 0$	$7^0 = 1$

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

عند تبسيط وحيدة الحد، تأكد من أنك قد كتبتها في أبسط صورة.

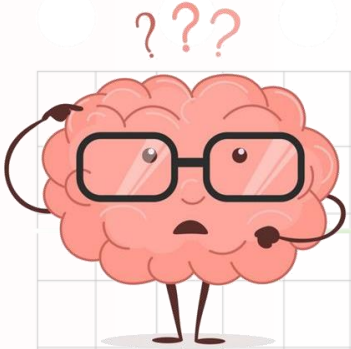
مفهوم أساسي

أضف إلى مطويتك

تبسيط وحيدات الحد

تكون وحيدة الحد في أبسط صورة عندما:

- لا تتضمن قوى قوة.
- يظهر كل أساس مرة واحدة.
- تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة.
- لا تتضمن أقواسًا أو أسسًا سالبة.



الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مثال 1 تبسيط العبارات

بسّط كل عبارة فيما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

a) $(2a^{-2})(3a^3b^2)(c^{-2})$

$(2a^{-2})(3a^3b^2)(c^{-2}) = 6ab^2c^{-2}$ اضرب 2 في 3 ، واضرب a^{-2} في a^3

$= 6ab^2\left(\frac{1}{c^2}\right)$ تعريف الأسس السالبة

$= \frac{6ab^2}{c^2}$ بسّط

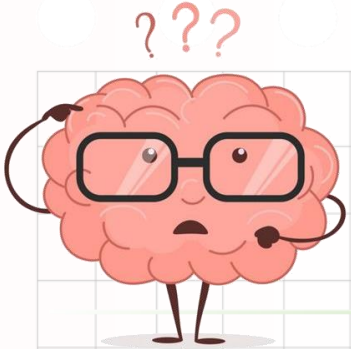
إرشادات للدراسة

تحقق

يمكنك التحقق من إجابتك دائمًا باستعمال تعريف الأسس، فمثلًا:

$$\frac{q^2}{q^7} = \frac{q \cdot q}{q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q}$$

$$= \frac{1}{q^5}$$



الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مثال 1 تبسيط العبارات

بسّط كل عبارة فيما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

(b $\dfrac{q^2r^4}{q^7r^3}$

$\dfrac{q^2r^4}{q^7r^3} = q^{2-7} \cdot r^{4-3}$ قسمة القوى

$= q^{-5}r$ اطرح الأسس

$= \dfrac{r}{q^5}$ تعريف الأسس السالبة

إرشادات للدراسة

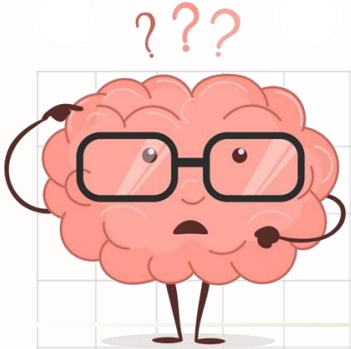
تحقق

يمكنك التحقق من إجابتك دائمًا باستعمال تعريف الأسس، فمثلًا:

$$\frac{q^2}{q^7} = \frac{q \cdot q}{q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q}$$

$$= \frac{1}{q^5}$$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق



الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

إرشادات للدراسة

تحقق

يمكنك التحقق من إجابتك دائمًا باستعمال تعريف الأسس، فمثلًا:

$$\frac{q^2}{q^7} = \frac{q \cdot q}{q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q}$$

$$= \frac{1}{q^5}$$

مثال 1 تبسيط العبارات

بسّط كل عبارة فيما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

c) $\left(\frac{-2a^4}{b^2}\right)^3$

$\left(\frac{-2a^4}{b^2}\right)^3 = \frac{(-2a^4)^3}{(b^2)^3}$ قوة ناتج القسمة

$= \frac{(-2)^3(a^4)^3}{(b^2)^3}$ قوة ناتج الضرب

$= \frac{-8a^{12}}{b^6}$ قوة القوة

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

(1A $(2x^{-3}y^{3})(-7x^{5}y^{-6})$

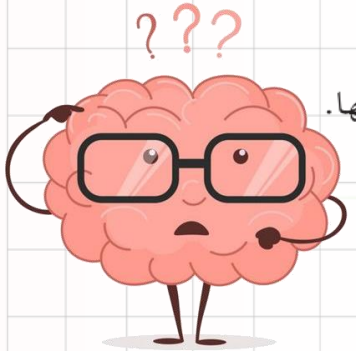
(1B $\dfrac{15c^{5}d^{3}}{-3c^{2}d^{7}}$

(1C $\left(\dfrac{a}{4}\right)^{-3}$

(1D $(-2x^{3}y^{2})^{5}$

اليوم:

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود



العمليات على كثيرات الحدود: **درجة كثيرة الحدود** المبسّطة هي أكبر درجة لوحيدات الحد المكوِّنة لها.

فمثلًا درجة كثيرة الحدود $x^2 + 4x + 58$ هي 2.

مثال 2 درجة كثيرة الحدود

حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها:

a) $\frac{1}{4}x^4y^3 - 8x^5$

تعدّ هذه العبارة كثيرة حدود؛ لأن كل حد فيها هو وحيدة حد؛ ودرجة الحد الأول فيها تساوي $4 + 3 = 7$، ودرجة الحد الثاني 5؛ لذا فإن درجة كثيرة الحدود 7.

b) $\sqrt{x} + x + 4$

هذه العبارة ليست كثيرة حدود؛ لأن $\sqrt{x}$ ليست وحيدة حد.

c) $x^{-3} + 2x^{-2} + 6$

هذه العبارة ليست كثيرة حدود؛ لأن كلًّا من: x^{-2}, x^{-3} ليست وحيدة حد؛

حيث $x^{-2} = \frac{1}{x^2}, x^{-3} = \frac{1}{x^3}$، ووحيدات الحد لا تتضمن متغيرات في المقام.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إرشادات للدراسة

كثيرات الحدود

تذكّر أن كثيرة الحدود هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد، وتُسمى كل وحيدة حد منها حدًّا في كثيرة الحدود. ودرجة وحيدة الحد هي مجموع أسس كل متغيراتها.

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

تحقق من فهمك

(2A $\frac{x}{y} + 3x^2$

(2B $x^5y + 9x^4y^3 - 2xy$

اليوم:

الموضوع: # العمليات على كثيرات الحدود

يمكنك إجراء العمليات المطلوبة على كثيرات الحدود وتبسيطها تمامًا كما تبسّط وحيدة الحد، ثم تجمع الحدود المتشابهة.

مثال 3 جمع كثيرات الحدود وطرحها

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي، واكتبه في أبسط صورةٍ:

a) $(4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$

تخلّص من الأقواس وجمّع الحدود المتشابهة.

$(4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$	العبارة الأصلية
$= 4x^2 - 5x + 6 - 2x^2 - 3x + 1$	وزّع العدد -1
$= (4x^2 - 2x^2) + (-5x - 3x) + (6 + 1)$	جمّع الحدود المتشابهة
$= 2x^2 - 8x + 7$	اجمع الحدود المتشابهة

b) $(6x^2 - 7x + 8) + (-4x^2 + 9x - 5)$

رتّب الحدود المتشابهة رأسيًّا، وأوجد ناتج الجمع.

$$\begin{array}{r} 6x^2 - 7x + 8 \\ (+)\ -4x^2 + 9x - 5 \\ \hline 2x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

إرشادات للدراسة

طرائق بديلة

لاحظ أن المثال $3a$ يستعمل طريقة الجمع الأفقي. على حين يستعمل المثال $3b$ طريقة الجمع الرأسي، وكلتاهما تؤدي إلى الإجابة الصحيحة.

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

مجموعة رِفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

(3A $(-x^2 - 3x + 4) - (x^2 + 2x + 5)$

(3B $(3x^2 - 6) + (-x + 1)$

اليوم:

التاريخ:

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

يمكنك استعمال خاصية التوزيع لضرب كثيرات الحدود.

مثال 4 ضرب وحيدة حدٍّ في كثيرة حدود

أوجد ناتج: $3x(2x^2 - 4x + 6)$، واكتبه في أبسط صورة.

$$3x(2x^2 - 4x + 6) = 3x(2x^2) + 3x(-4x) + 3x(6)$$ خاصية التوزيع

$$= 6x^3 - 12x^2 + 18x$$ اضرب في وحيدة الحد

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

تحقق من فهمك

(4A $\frac{4}{3}x^2(6x^2 + 9x - 12)$

(4B $-2a(-3a^2 - 11a + 20)$

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مثال 5 ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج: $(n^2 + 4n - 6)(n + 2)$، واكتبه في أبسط صورة.

$$(n^2+4n-6)(n+2) = n^2(n+2) + 4n(n+2) + (-6)(n+2)$$ خاصية التوزيع

$$= n^2 \cdot n + n^2 \cdot 2 + 4n \cdot n + 4n \cdot 2 + (-6) \cdot n + (-6) \cdot 2$$ خاصية التوزيع

$$= n^3 + 2n^2 + 4n^2 + 8n - 6n - 12$$ اضرب وحيدات الحد

$$= n^3 + 6n^2 + 2n - 12$$ اجمع الحدود المتشابهة

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

تحقق من فهمك

(5A $(x^2 + 4x + 16)(x - 4)$

(5B $(2x^2 - 4x + 5)(3x - 1)$

يمكنك استعمال كثيرات الحدود لتمثيل مواقف من واقع الحياة.

مثال 6 من واقع الحياة — كتابة عبارة كثيرة حدود

قيادة: تتطلب أنظمة إحدى شركات النقل البري أن تكون مدة قيادة سائقي الشاحنات 10 ساعات يوميًّا، تتخللها فترة استراحة، فإذا قاد أحد سائقي الشركة شاحنته في فترة ما قبل الاستراحة بسرعة 90km/h ، وبعد الاستراحة بسرعة 100km/h ، فاكتب كثيرة حدود تمثل المسافة التي قطعها .

التعبير اللفظي: قاد السائق سيارته بسرعة 90 km/h في فترة ما قبل الاستراحة، و 100 km/h في فترة ما بعد الاستراحة.

المتغير: ليكن x عدد ساعات القيادة قبل الاستراحة.

العبارة: $90\ x + 100\ (10 - x)$

$$90x + 100(10 - x) = 90x + 1000 - 100x$$
خاصية التوزيع

$$= 1000 - 10x$$
اجمع الحدود المتشابهة

فتكون كثيرة الحدود هي $1000 - 10x$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

إرشادات للدراسة

قانون المسافة

تذكّر أن:

المسافة = السرعة × الزمن

الربط مع الحياة

تعقد معظم الدول دورات تدريبية متخصصة واختبارات مشددة لقائدي الشاحنات للتأكد من مستوى تأهيلهم لقيادتها، وتوعيتهم بكيفية التعامل مع الطرق السريعة، بما يقلل المخاطر ويؤمن حركة السير.

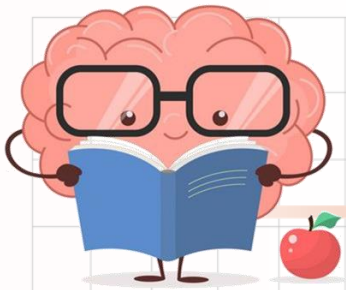
الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

6) **استثمار:** استثمر فيصل مبلغ 90000 ريال في مشروعين أحدهما صناعي نسبة ربحه السنوي 18%، والآخر مشروع عقاري نسبة ربحه السنوي 42%، فإذا كانت x تمثل المبلغ الذي استثمره فيصل في المشروع العقاري، فاكتب كثيرة حدود تمثل ربحه في المشروعين بعد عام واحد.



تأكد

مثال 1 بسّط كلًّا مما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

1) $(2a^3b^{-2})(-4a^2b^4)$ **2)** $\dfrac{12x^4y^2}{2xy^5}$ **3)** $\left(\dfrac{2a^2}{3b}\right)^3$ **4)** $(6g^5h^{-4})^3$

مثال 2 حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها:

5) $3x + 4y$ **6)** $\frac{1}{2}x^2 - 7y$ **7)** $x^2 + \sqrt{x}$ **8)** $\dfrac{ab^3 - 1}{az^4 + 3}$

الأمثلة 3 , 4 , 5 أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي واكتبه في أبسط صورة:

9) $(x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + x - 1)$ **10)** $(3a + 4b) + (6a - 6b)$

11) $3x^2(2xy - 3xy^2 + 4x^2y^3)$ **12)** $(n - 9)(n + 7)$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تمارين ومسائل

مثال 1 بسّط كلًّا مما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

14) $(5x^3y^{-5})(4xy^3)$ **15)** $\dfrac{-y^3z^5}{y^2z^3}$ **16)** $\dfrac{-7x^5y^5z^4}{21x^7y^5z^2}$ **17)** $(n^5)^4$

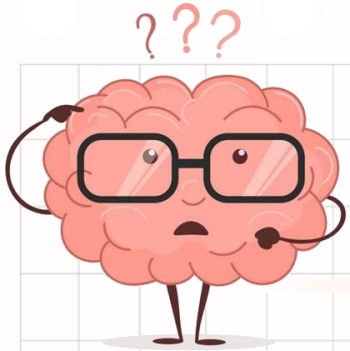
مثال 2 حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها:

18) $2x^2-3x+5$ **19)** a^3-11 **20)** $\dfrac{5np}{n^2}-\dfrac{2g}{h}$ **21)** $\sqrt{m-7}$

الأمثلة 3 , 4 , 5 أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي، واكتبه في أبسط صورة:

22) $(6a^2+5a+10)-(4a^2+6a+12)$ **23)** $4x(2x^2+y)$

24) $(x-y)(x^2+2xy+y^2)$ **25)** $(a+b)(a^3-3ab-b^2)$



مسائل مهارات التفكير العليا

41) **برهان:** وضِّح كيف يمكن برهنة خاصية الأسس السالبة باستعمال خاصيتي قسمة القوى والقوة الصفرية؟

42) **تحدٍّ:** ما الذي يحدث للمقدار x^{-y} عندما تزداد قيمة y لكل $x > 1, y > 0$؟

43) **تبرير:** فسّر لماذا تكون العبارة 0^{-2} غير معرَّفة؟

44) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاث عبارات مختلفة مكافئة لـ x^{12}.

45) **اكتب:** وضِّح لماذا تُعد خصائص الأسس مهمة في الفلك؟ وضمّن توضيحك طريقة إيجاد الزمن اللازم لوصول الضوء من مصدرٍ ما إلى أحد الكواكب.

اليوم:

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

تدريب على اختبار

46) إجابة قصيرة: بسّط المقدار $\frac{(2x^2)^3}{12x^4}$.

47) أيّ مما يأتي ليس عاملاً لكثيرة الحدود $x^3 - x^2 - 2x$؟

A x

B $x + 1$

C $x - 1$

D $x - 2$

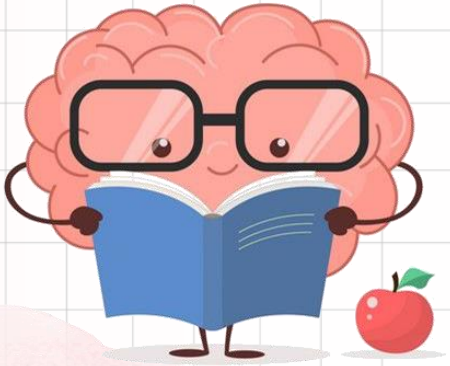
الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

النجاح يحققه الذين **يواصلون**
المحاولة **بنظرة إيجابية** للأشياء.



الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة

لدي سؤال

اليوم تعلمت

لم أفهم

الجزء الذي أعجبني من الدرس

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

الواجب

الموضوع: العمليات على كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

إنتهى
درس اليوم