العمليات على كثيرات الحدود

اليوم :

التاريخ :

الحصة :

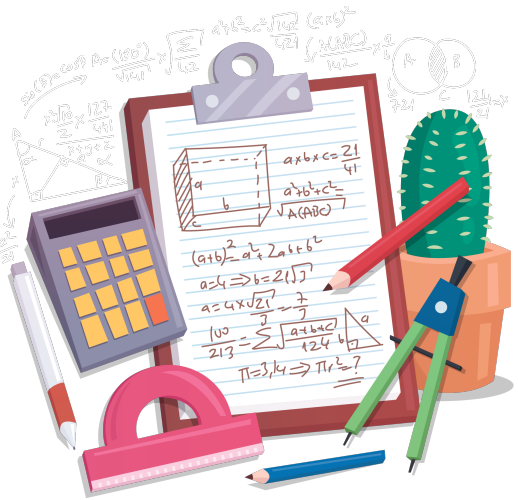
الاستراتيجية :

تمهيد :

أوجد قيمة :

$$(xy)^a = ?$$

فيما سبق : درستُ إيجاد قيم القوى .



فكرة الدرس :

- أضرب وحيدات حد وعبارات تتضمن قوى ، وأقسمها وأبسطها .
- أجمع كثيرات الحدود وأطرحها و أضربها .

المفردات :

- التبسيط .
- درجة كثيرة الحدود .

إعداد : نورة الحربي ، روحية السلمي .

لماذا ؟

يستغرق وصول ضوء الشمس إلى الأرض 8 دقائق تقريبًا؛ إذ يسير الضوء بسرعة كبيرة تصل إلى $3 \times 10^8 \, m/s$ تقريبًا.

ما الوقت الذي سيستغرقه وصول الضوء إلينا من مجرة تبعد مسافة $2.367 \times 10^{21} m$ تقريبًا؟

كيف يمكن كتابة 3×10^8 بالصيغة القياسية؟

كم ثانية في 8 دقائق ؟

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

وحيدة الحد : هي عدد ، أو متغير ، أو حاصل ضرب عدد في متغير واحد أو أكثر بأسس صحيحة غير سالبة ، وتتكون من حد واحد فقط .

التبسيط : عملية تبسيط عبارات تتضمن قوى تعني إعادة كتابتها دون أقواس أو أسس سالبة .

خصائص الأسس

لأي عددين حقيقين x, y ، وعددين صحيحين a, b .

ضرب القوى

$$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$$

قسمة القوى

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b} \quad , x \neq 0$$

الأس السالب

- $x^{-a} = \frac{1}{x^a} \quad , x \neq 0$
- $\frac{1}{x^{-a}} = x^a$

قوة القوى

$$(x^a)^b = x^{ab}$$

قوة ناتج الضرب

$$(xy)^a = x^a y^a$$

قوة ناتج القسمة

- $(\frac{x}{y})^a = \frac{x^a}{y^a} \quad , y \neq 0$
- $(\frac{x}{y})^{-a} = (\frac{y}{x})^a = \frac{y^a}{x^a} \quad , x \neq 0, y \neq 0$

القوة الصفرية

$$x^0 = 1 \quad , x \neq 0$$

عند تبسيط وحيدة الحد ، تأكد من أنك قد بسطتها على نحو كامل .

تبسيط وحيدات الحد

تكون وحيدة الحد في أبسط صورة عندما :

- لا تتضمن قوى قوة .
- يظهر كل أساس مرة واحدة .
- تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة .
- لا تتضمن أسسًا سالبة .

ملاحظات :

إرشادات للدراسة

تحقق

يمكنك التحقق من إجابتك دائمًا باستعمال تعريف الأسس، فمثلًا:

$$\frac{q^2}{q^7} = \frac{q \cdot q}{q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q \cdot q}$$

$$= \frac{1}{q^5}$$

مثال : تبسيط العبارات

بسط كل عبارة فيما يأتي مفترضا ان أيا من المتغيرات لا يساوي صفرا :

(a

$$(2a^{-2})(3a^3b^2)(c^{-1})$$

$$= 6ab^2\ c^{-2}$$

$$= 6ab^2\ (\frac{1}{c^2})$$

$$= \frac{6ab^2}{c^2}$$

(b

$$\frac{q^2r^4}{q^7r^3}$$

$$\frac{q^2r^4}{q^7r^3} = q^{2-7} \cdot r^{4-3}$$

$$= q^{-5}\ r$$

$$= \frac{r}{q^5}$$

(c

$$(\frac{-2a^4}{b^2})^3$$

$$\left(\frac{-2a^4}{b^2}\right)^3 = \frac{(-2a^4)^3}{(b^2)^3}$$

$$= \frac{(-2)^3(a^4)^3}{(b^2)^3}$$

$$= \frac{-8a^{12}}{b^6}$$

تحقق من فهمك :

(1A $(2x^{-3}y^{3})(-7x^{5}y^{-6})$

(1B $\dfrac{15C^{5}d^{3}}{-3c^{2}d^{7}}$

(1C $(\dfrac{a}{4})^{-3}$

(1D $(-2x^{3}y^{2})^{5}$

مجموعة رفقة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

درجة كثيرة الحدود : هي أكبر درجة لوحيدات الحد المكونة لها .

ملاحظات :

إرشادات للدراسة

كثيرات الحدود

تذكّر أن كثيرة الحدود هي وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد، وتُسمى كل وحيدة حد منها حدًّا في كثيرة الحدود. ودرجة وحيدة الحد هي مجموع أسس كل متغيراتها.

مثال : درجة كثيرة الحدود

حدد ما اذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود ام لا ، وان كانت كذلك فاذكر درجتها .

(a) $\frac{1}{4}x^4y^3 - 8x^5$

تعد هذه العبارة كثيرة حدود ، لان كل حد فيها هو وحيدة حد ، ودرجة الحد الأول فيها تساوي $4 + 3 = 7$ ، ودرجة الحد الثاني 5 ، لذا فان درجة كثيرة الحدود 7 .

(b) $\sqrt{x} + x + 4$

هذه العبارة ليست كثيرة حدود ، لان $\sqrt{x}$ ليست وحيدة حد .

(c) $x^{-3} + 2x^{-2} + 6$

هذه العبارة ليست كثيرة حدود ، لان كلا من : x^{-2} , x^{-3} ، ليست وحيدة حد ،

حيث $x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ ، $x^{-3} = \frac{1}{x^3}$ ووحيدات الحد لا تتضمن متغيرات في المقام .

تحقق من فهمك :

(2A $\frac{x}{y} + 3x^2$

(2B $x^5y + 9x^4y^3 - 2xy$

مثال : جمع كثيرات الحدود وطرحها

اوجد ناتج كل مما ياتي ، واكتبه في ابسط صورة .

(a $(4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$

تخلص من الاقواس وجمع الحدود المتشابهة .

$(4x^2 - 5x + 6) - (2x^2 + 3x - 1)$

$= 4x^2 - 5x + 6 - 2x^2 - 3x + 1$

$= (4x^2 - 2x^2) + (-5x - 3x) + (6 + 1)$

$= 2x^2 - 8x + 7$

(b $(6x^2 - 7x + 8) + (-4x^2 + 9x - 5)$

رتب الحدود المتشابهة راسيا ، واوجد ناتج الجمع .

$$\begin{array}{r} 6x^2 - 7x + 8 \\ (+)\quad -4x^2 + 9x - 5 \\ \hline 2x^2 + 2x + 3 \end{array}$$

ملاحظات :

إرشادات للدراسة

طرائق بديلة

لاحظ أن المثال 3a يستعمل طريقة الجمع الأفقي. على حين يستعمل المثال 3b طريقة الجمع الرأسي، وكلتاهما تؤدي إلى الإجابة الصحيحة.

تحقق من فهمك :

(3A $(-x^2 - 3x + 4) - (x^2 + 2x + 5)$

(3B $(3x^2 - 6) + (-x + 1)$

مجموعة رفقة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

يمكن استعمال خاصية التوزيع لضرب كثيرات الحدود .

مثال : ضرب وحيدة حد في كثيرة الحدود

اوجد ناتج : ($2x^2 - 4x + 6$) **3x** ، واكتبه في ابسط صورة .

$$3x(2x^2 - 4x + 6) = 3x(2x^2) + 3x(-4x) + 3x(6)$$

$$= 6x^3 - 12x^2 + 18x$$

تحقق من فهمك :

(4A $\frac{4}{3}x^2(6x^2 + 9x - 12)$

(4B **-2a(** $-3a^2 - 11a + 20$)

مجموعة رفقة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال : ضرب كثيرات الحدود

اوجد ناتج : $(n^2+4n-6)(n+2)$، **واكتبه في ابسط صورة .**

$$= n^2(n+2)+4n(n+2)+(-6)(n+2)$$

$$= n^2 . n + n^2.2 + 4n . n + 4n.2 + (-6) . n + (-6).2$$

$$= n^3 + 2n^2 + 4n^2 + 8n - 6n - 12$$

$$= n^3 + 6n^2 + 2n - 12$$

تحقق من فهمك :

(5A $(x^2+4x+16)(x-4)$

(5B $(2x^2-4x+5)(3x-1)$

مجموعة رفقة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

يمكن استعمال كثيرات الحدود لتمثيل مواقف من واقع الحياة .

مثال : كتابة عبارة كثيرة حدود

قيادة : تتطلب أنظمة احدى شركات النقل البري ان تكون مدة قيادة سائقي الشاحنات 10 ساعات يوميا ، تتخللها فترة استراحة ، فاذا قاد احد سائقي الشركة شاحنتة في فترة ما قبل الاستراحة بسرعة 90 km\h ، وبعد الاستراحة بسرعة 100 km \h ، فاكتب كثيرة حدود تمثل المسافة التي قطعها .

التعبير اللفظي	قاد السائق سيارته بسرعة 90 km/h في فترة ما قبل الاستراحة ، و 100 km/h في فترة ما بعد الاستراحة .
المتغير	ليكن x عدد ساعات القيادة قبل الاستراحة.
العبارة	$90x + 100(10 - x)$

$$90x + 100(10 - x) = 90x + 1000 - 100x$$ خاصية التوزيع

$$= 1000 - 10x$$ اجمع الحدود المتشابهة

فتكون كثيرة الحدود هي $1000 - 10x$

تعقد معظم الدول دورات تدريبية متخصصة واختبارات مشددة لقائدي الشاحنات للتأكد من مستوى تأهيلهم لقيادتها، وتوعيتهم بكيفية التعامل مع الطرق السريعة، بما يقلل المخاطر ويؤمن حركة السير.

ملاحظات :

إرشادات للدراسة

قانون المسافة

تذكّر أن:

المسافة = السرعة × الزمن

تحقق من فهمك :

6) استثمار : استثمر فيصل مبلغ 90000 ريال في مشروعين احدهما صناعي نسبة ربحة السنوي 18% ، والاخر مشروع عقاري نسبة ربحه السنوي 42% ، فاذا كانت x تمثل المبلغ الذي استثمره فيصل في المشروع العقاري ، فاكتب كثيرة حدود تمثل ربحة في المشروعين بعد عام واحد .

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تأكد : بسّط كلًّا مما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

1) $(2a^3b^{-2})(-4a^2b^4)$

2) $\dfrac{12x^4y^2}{2xy^5}$

3) $\left(\dfrac{2a^2}{3b}\right)^3$

4) $(6g^5h^{-4})^3$

مجموعة رقمية للرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

حدد ما إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فاذكر درجتها:

6) $\frac{1}{2}x^2 - 7y$

8) $\frac{ab^3 - 1}{az^4 + 3}$

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي واكتبه في أبسط صورة:

9) $(x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + x - 1)$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل : بسّط كلًّا مما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

14) $(5x^3y^{-5})(4xy^3)$

15) $\dfrac{-y^3z^5}{y^2z^3}$

16) $\dfrac{-7x^5y^5z^4}{21x^7y^5z^2}$

17) $(n^5)^4$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتي، واكتبه في أبسط صورة:

23 $4x(2x^2 + y)$

25 $(a + b)(a^3 - 3ab - b^2)$

مجموعة رفقة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

26) **مزرعة :** استأجر سلمان عاملين بالتناوب لتنسيق مزرعته، فإذا تقاضى الأول 200 ريالٍ عن كل يوم عمل، وتقاضى الثاني 150 ريالًا عن كل يوم عمل، واحتاجت المزرعة إلى 15 يوم عملٍ لتنسيقها، فاكتب كثيرة حدودٍ تمثل تكلفة تنسيق المزرعة إذا عمل الأول مدة x يومًا.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

بسّط كلًّا مما يأتي مفترضًا أن أيًّا من المتغيرات لا يساوي صفرًا:

28) $\left(\frac{4x^{-2}y^{3}}{xy^{-4}}\right)^{-2}$

29) $(a^{2}b^{3})(ab)^{-2}$

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا :

تدريب على اختبار

46) إجابة قصيرة : بسّط المقدار $\frac{(2x^2)^3}{12x^4}$.

47) أيّ مما يأتي ليس عاملاً لكثيرة الحدود $x^3 - x^2 - 2x$؟

A x

B $x + 1$

C $x - 1$

D $x - 2$

تحصيلي :

اذا كان $x + y = x^2 - y^2$ ، فما قيمة $x - y$ ؟

3 , 4 , 16 , 9

الواجب :