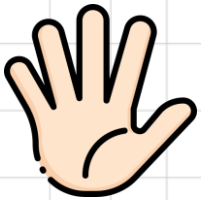
قسمة كثيرات الحدود
Dividing Polynomials

معلمة المادة / تغريد مسعود باجنيد

القوانين الصفية

إستمعي جيداً
لنصائح المعلمة



إرفعي يدك عند
المشاركة

حافظي على الممتلكات
ونظافة فصلك

إعملي مع زميلاتك
كفريق

حل الواجبات وإرسالها
في الوقت المحدد

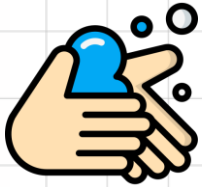
الالتزام بالوقت

الاستعداد الجيد وإبذلي
قصار جهدك

كن صبوراً؛ الدروس التي تتعلمها اليوم تفيدك غداً

الالتزام بارتداء الكمامة

المحافظة على المسافة الأمنة

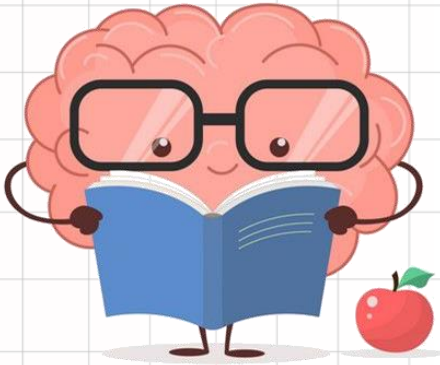


غسل اليدين وتعقيمها

تجنب المصافحة

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الأفكار الرئيسية



1. أقسم كثيرات الحدود مستعملاً القسمة الطويلة.

2. أقسم كثيرات الحدود مستعملاً القسمة التركيبية.

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

الأهداف التي سيكتسبها الطالب في الدرس

- أن يقسم الطالب كثيرات الحدود مستعملاً القسمة الطويلة.
- أن يقسم الطالب كثيرات الحدود مستعملاً القسمة التركيبية.

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

فيما سبق:

درست قسمة وحيدات الحد.

والآن:

- ✓ أقسم كثيرات الحدود مستعملا القسمة الطويلة.
- ✓ أقسم كثيرات الحدود مستعملاً القسمة التركيبية.

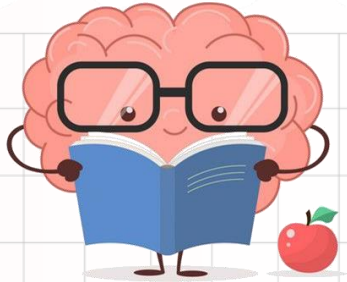
الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

الـمـفـردات

القسمة التركيبية



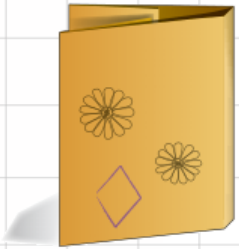
الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

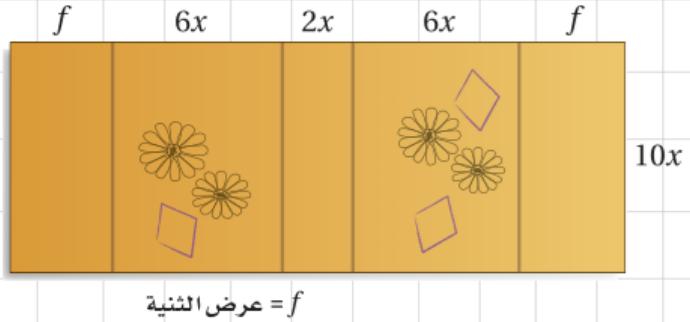
اليوم:

التاريخ:

لماذا؟

تحتاج سلمى إلى $(140x^2 + 60x)$ بوصة مربعة من الورق لعمل غلاف لكتاب طوله $10x$ بوصات. ويظهر الشكل أدناه الجزء الذي تركته للثني على جانبي الغلاف. فإذا كان عرض كعب الغلاف $2x$ بوصة، وعرض كل من الغلاف الأمامي والخلفي $6x$ بوصة، فما عرض كل من جزأي الثني؟ يمكنك استعمال قسمة كثيرات الحدود لمساعدتك على إيجاد الجواب.





f = عرض الثنية

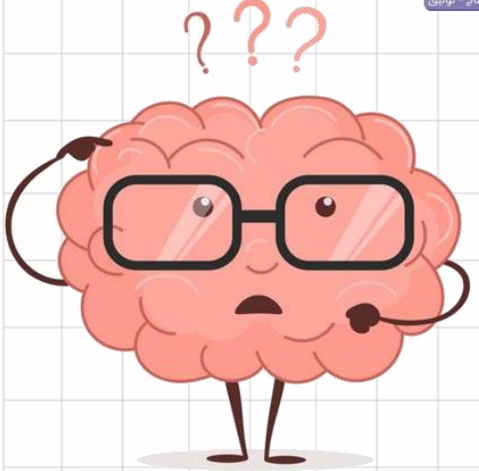
الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق



لماذا؟

ما عرض غلاف الكتاب؟

ما طول الغلاف؟

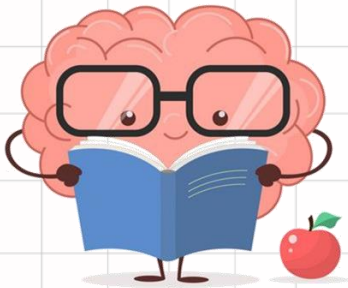
إذا علمت أن عرض الغلاف $10x$ بوصات ومساحته $(14x^2 + 60x)$ بوصة مربعة فكيف يمكنك إيجاد طول الغلاف؟

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

جدول التعلم



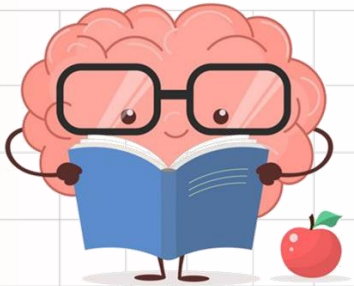
ماذا اعرف؟!	ما أريد أن أعرف؟!	ماذا تعلمت اليوم؟!

المفردات الجديدة:

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

سنتعرف في هذا الدرس على:

- قسمة كثيرة حدود على وحيدة حد
- قسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود أخرى
- على اختبار
- القسمة التركيبية
- معامل x في المقسوم عليه لا يساوي 1

اليوم:

التاريخ:

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

إرشادات للدراسة

خطوات خوارزمية قسمة كثيرة حدود على أخرى:

- اكتب كثيرة الحدود في كلٍّ من المقسوم والمقسوم عليه، بحيث تكون حدودها مرتبة ترتيبًا تنازليًّا حسب درجتها.
- ابدأ بقسمة الحد الأول في المقسوم على الحد الأول في المقسوم عليه، وضع الإجابة في المكان المخصص لذلك.
- اضرب ناتج القسمة في الخطوة السابقة في المقسوم عليه، واكتب الإجابة تحت المقسوم، واطرحه من المقسوم.
- استمر بقسمة الحد الثاني ... إلخ، حتى تصل إلى أن يكون باقي القسمة 0، أو كثيرة حدود درجتها أقل من درجة المقسوم عليه.

القسمة الطويلة: تعلمت في الدرس (3 – 3) قسمة وحيدات الحد، لذا يمكنك قسمة كثيرة حدود على وحيدة حد مستعملًا المهارات نفسها .

مثال 1 قسمة كثيرة حدود على وحيدة حد

بسّط العبارة : $\frac{6x^4y^3 + 12x^3y^2 - 18x^2y}{3xy}$.

اقسم كل حد في البسط على المقام

$$\frac{6x^4y^3 + 12x^3y^2 - 18x^2y}{3xy} = \frac{6x^4y^3}{3xy} + \frac{12x^3y^2}{3xy} - \frac{18x^2y}{3xy}$$

اقسم

$$= \frac{6}{3} \cdot x^{4-1}y^{3-1} + \frac{12}{3} \cdot x^{3-1}y^{2-1} - \frac{18}{3} \cdot x^{2-1}y^{1-1}$$

$y^{1-1} = y^0 = 1$

$$= 2x^3y^2 + 4x^2y - 6x$$

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(1A $(20c^4d^2f - 16cdf^2 + 4cdf) \div (4cdf)$

(1B $(18x^2y + 27x^3y^2z)(3xy)^{-1}$

اليوم:

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

يمكنك استعمال عملية مشابهة للقسمة الطويلة لقسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود أخرى. وتسمى خطواتها خوارزمية القسمة.

مثال 2 قسمة كثيرة حدود على كثيرة حدود أخرى

استعمل القسمة الطويلة لإيجاد ناتج: $(x^2 + 3x - 40) \div (x - 5)$.

$$
\begin{array}{r}
x + 8 \\
x - 5 \overline{)\, x^2 + 3x - 40} \\
(-)\ \ x^2 - 5x \\
\hline
8x - 40 \\
(-)\ \ 8x - 40 \\
\hline
0
\end{array}
$$

اضرب المقسوم عليه في x

اطرح

اضرب المقسوم عليه في 8

اطرح

ناتج القسمة هو $x + 8$، والباقي 0.

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

تحقق من فهمك

(2A $(x^2 + 7x - 30) \div (x - 3)$

(2B $(x^2 - 13x + 12) \div (x - 1)$

قد ينتج باقٍ عن قسمة كثيرتي حدود كما في قسمة الأعداد الكلية، فمثلًا عند إيجاد $11 \div 3$ يكون الناتج 3 والباقي 2، وتكتب عادةً على الصورة $3+\frac{2}{3}$. ويمكنك كتابة نتيجة قسمة كثيرتي حدود مع باقٍ بالطريقة نفسها.

مثال 3 على اختبار

أي مما يأتي يكافئ العبارة: $(a^2+7a-11)(3-a)^{-1}$ ؟

A $a+10-\frac{19}{3-a}$

B $-a+10$

C $-a-10+\frac{19}{3-a}$

D $-a-10-\frac{19}{3-a}$

اقرأ فقرة الاختبار

بما أن العامل الثاني مرفوع للأس -1، فهذه إذن مسألة قسمة.

$$(a^2+7a-11)(3-a)^{-1}=\frac{a^2+7a-11}{3-a}$$

حل فقرة الاختبار

$$\begin{array}{r|l} & -a-10 \\ \hline -a+3 & a^2+7a-11 \\ (-) & a^2-3a \\ \hline & 10a-11 \\ (-) & 10a-30 \\ \hline & 19 \end{array}$$

لتسهيل عملية القسمة، أعد كتابة $3-a$ على الصورة $-a+3$

$-a(-a+3)=a^2-3a$

$7a-(-3a)=10a$

$-10(-a+3)=10a-30$

$-11-(-30)=19$

ناتج القسمة هو $-a-10$، والباقي 19 .

لذا فإن $(a^2+7a-11)(3-a)^{-1}=-a-10+\frac{19}{3-a}$، ومن ثم تكون الإجابة هي البديل **C**.

إرشادات للدراسة

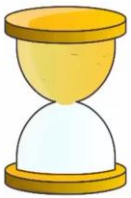
الاختيار من متعدد

يمكنك حذف بعض البدائل عن طريق اختيار قيمة للمتغير a ثم تعويض هذه القيمة في العبارة الأصلية وفي البدائل وإيجاد قيمة كل منها.

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:



00:01:00

Start Clear

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

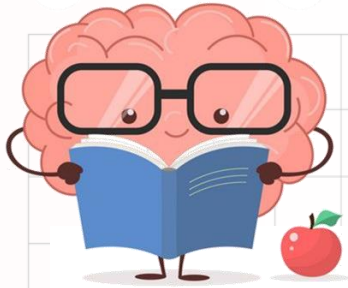
3) أيٌّ مما يأتي يكافئ العبارة: $(r^2 + 5r + 7)(1 - r)^{-1}$؟

A $-r - 6 + \frac{13}{1 - r}$

B $r + 6$

C $r - 6 + \frac{13}{1 - r}$

D $r + 6 - \frac{13}{1 - r}$



مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

القسمة التركيبية: القسمة التركيبية هي طريقة مبسّطة لقسمة كثيرة حدود على ثنائية حد.

مفهوم أساسي

القسمة التركيبية

أضف إلى مطويتك

الخطوة 1: اكتب معاملات المقسوم بعد ترتيب حدوده تنازليًا بحسب درجتها. تأكد من أن المقسوم عليه على الصورة $x-r$ ، ثم اكتب الثابت r في الصندوق، واكتب المعامل الأول أسفل الخط الأفقي.

الخطوة 2: اضرب المعامل الأول في r، واكتب الناتج أسفل المعامل الذي يليه.

الخطوة 3: اجمع ناتج الضرب مع المعامل الذي فوقه.

الخطوة 4: كرر الخطوتين 3 , 2 على ناتج الجمع في الخطوة السابقة حتى تصل إلى ناتج جمع العددين في العمود الأخير. الأعداد في الصف الأخير تمثل معاملات ناتج القسمة، ودرجة الحد الأول أقل بواحد من درجة المقسوم، والعدد الأخير هو الباقي.

وزارة التعليم

مثال 4 القسمة التركيبية

استعمل القسمة التركيبية؛ لإيجاد ناتج: $(2x^3 - 13x^2 + 26x - 24) \div (x - 4)$.

الخطوة 1: اكتب معاملات المقسوم. واكتب الثابت r في الصندوق، وهو في هذا المثال 4. ثم اكتب المعامل الأول وهو 2 أسفل الخط الأفقي.

4	2	−13	26	−24
	↓			
	2			|

الخطوة 2: اضرب المعامل الأول في الثابت r:
$2(4) = 8$ ، واكتب الناتج أسفل المعامل الثاني.

4	2	−13	26	−24
		8		
	2 ↗			|

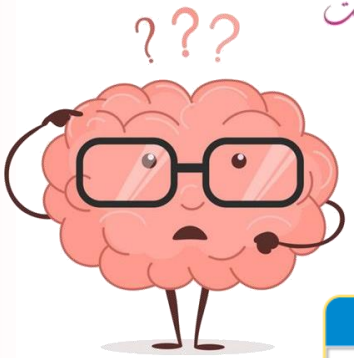
الخطوة 3: اجمع ناتج الضرب مع المعامل الثاني:
$-13 + 8 = -5$

4	2	−13	26	−24
		8		
	2	−5		|

الخطوة 4: اضرب المجموع وهو -5 في الثابت r: $-5 \times 4 = -20$ ، واكتب الناتج أسفل المعامل التالي، ثم اجمع:
$26+(-20)=6$. اضرب المجموع وهو 6 في الثابت r:
$6(4) = 24$، واكتب ناتج الضرب تحت المعامل التالي، ثم اجمع: $-24 + 24 = 0$.

4	2	−13	26	−24
		8	−20	24
	2	−5 ↗	6 ↗	| 0

إذن ناتج القسمة هو $2x^2 - 5x + 6$، والباقي 0.



إرشادات للدراسة

القسمة التركيبية

إذا لم يوجد أحد الحدود في كثيرة حدود المقسوم فأضفه وليكن معامله صفرًا. فمثلًا إذا كان المقسوم
$2x^3 - 4x^2 + 6$
فاكتبه في صورة
$2x^3 - 4x^2 + 0x + 6$

تنبيه!

القسمة التركيبية

تذكّر أن الحدود تجمع ولا تطرح عند إجراء القسمة التركيبية.

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تحقق من فهمك

(4A $(2x^3 + 3x^2 - 4x + 15) \div (x + 3)$

(4B $(3x^3 - 8x^2 + 11x - 14) \div (x - 2)$

(4C $(4a^4 + 2a^2 - 4a + 12) \div (a + 2)$

(4D $(6b^4 - 8b^3 + 12b - 14) \div (b - 2)$

ولإجراء القسمة التركيبية يجب أن يكون المقسوم عليه على الصورة $x - r$، وإذا كان معامل x في المقسوم عليه لا يساوي الواحد، فيجب إعادة كتابة عبارة القسمة بحيث يمكنك استعمال القسمة التركيبية.

تنبيه!

قسمة جميع الحدود

تذكّر أن تقسم جميع الحدود في البسط والمقام على معامل x في المقام.

مثال 5 معامل x في المقسوم عليه لا يساوي 1

استعمل القسمة التركيبية؛ لإيجاد ناتج: $(3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x) \div (3x + 1)$.

$$\frac{3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x}{3x + 1} = \frac{(3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x) \div 3}{(3x + 1) \div 3}$$

أعد كتابة العبارة ليكون معامل x في المقسوم عليه 1 وذلك بقسمة كل من البسط والمقام على 3.

$$= \frac{x^4 - \frac{5}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^2 + \frac{7}{3}x}{x + \frac{1}{3}}$$

بسّط كلًّا من البسط والمقام

وبما أن المقسوم لا يحتوي حدًّا ثابتًا، فضع صفرًا مكانه.

$x - r = x + \frac{1}{3}$, $r = -\frac{1}{3}$ → $-\frac{1}{3}$

1	$-\frac{5}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}$	0
	$-\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
1	−2	1	2	$-\frac{2}{3}$

وعليه فإن الناتج هو $x^3 - 2x^2 + x + 2 - \frac{\frac{2}{3}}{x + \frac{1}{3}}$. وأخيرًا بسّط الكسر

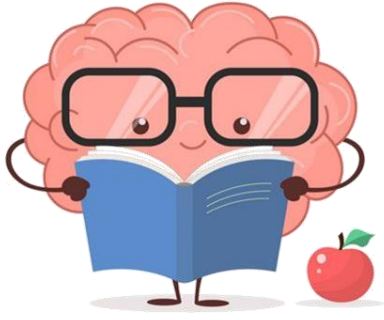
$$\frac{\frac{2}{3}}{x + \frac{1}{3}} = \frac{3 \times \frac{2}{3}}{3 \times (x + \frac{1}{3})}$$

اضرب كلًّا من البسط والمقام في العدد 3

$$= \frac{2}{3x + 1}$$

بسّط

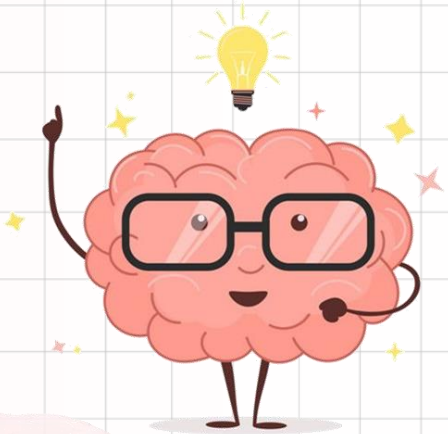
وعليه يكون الناتج هو: $x^3 - 2x^2 + x + 2 - \frac{2}{3x + 1}$.



الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:



تحقق: أوجد ناتج القسمة مستعملاً القسمة الطويلة.

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^3 - 2x^2 + x + 2 \\
\hline
3x + 1 & 3x^4 - 5x^3 + x^2 + 7x \\
(-)\ 3x^4 + x^3 & \\
\hline
 & -6x^3 + x^2 + 7x \\
(-)\ -6x^3 - 2x^2 & \\
\hline
 & 3x^2 + 7x \\
(-)\ 3x^2 + x & \\
\hline
 & 6x \\
(-)\ 6x + 2 & \\
\hline
 & -2
\end{array}
$$

وعليه يكون الناتج هو $x^3 - 2x^2 + x + 2 - \frac{2}{3x+1}$. ✓

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

00:01:00

Start Clear

مجموعة رفعة الرياضيات

تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

(5A $(8x^4 - 4x^2 + x + 4) \div (2x + 1)$

(5B $(8y^5 - 2y^4 - 16y^2 + 4) \div (4y - 1)$

(5C $(15b^3 + 8b^2 - 21b + 6) \div (5b - 4)$

(5D $(6c^3 - 17c^2 + 6c + 8) \div (3c - 4)$

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تأكد

مثال 1 بسّط كلَّ عبارة فيما يأتي :

1) $\dfrac{4xy^2 - 2xy + 2x^2y}{xy}$

2) $(3a^2b - 6ab + 5ab^2)(ab)^{-1}$

المثالان 2, 4 استعمل القسمة الطويلة (خوارزمية القسمة) أو القسمة التركيبية؛ لإيجاد الناتج في كلٍّ ممَّا يأتي:

3) $(x^2 - 6x - 20) \div (x + 2)$

4) $(2a^2 - 4a - 8) \div (a + 1)$

5) $(3z^4 - 6z^3 - 9z^2 + 3z - 6) \div (z + 3)$

6) $(y^5 - 3y^2 - 20) \div (y - 2)$

مثال3

7) **اختيار من متعدد:** أيٌّ مما يأتي يكافئ العبارة : $(x^2 + 3x - 9)(4 - x)^{-1}$ ؟

A $-x - 7 + \dfrac{19}{4 - x}$ **B** $-x - 7$ **C** $x + 7 - \dfrac{19}{4 - x}$ **D** $-x - 7 - \dfrac{19}{4 - x}$

اليوم:

التاريخ:

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تدرب وحل المسائل

مثال1 بسّط كلَّ عبارة فيما يأتي :

(12 $\frac{24a^3b^2 - 16a^2b^3}{8ab}$

(13 $\frac{5x^2y - 10xy + 15xy^2}{5xy}$

(14 $\frac{7g^3h^2 + 3g^2h - 2gh^3}{gh}$

(15 $\frac{4a^3b - 6ab + 2ab^2}{2ab}$

(16 $\frac{16c^4d^4 - 24c^2d^2}{4c^2d^2}$

(17 $\frac{9n^3p^3 - 18n^2p^2 + 21n^2p^3}{3n^2p^2}$

المثالان 2, 4 استعمل القسمة الطويلة (خوارزمية القسمة) أو القسمة التركيبية؛ لإيجاد الناتج في كلٍّ ممَّا يأتي:

(18 $(a^2 - 8a - 26) \div (a + 2)$

(19 $(b^3 - 4b^2 + b - 2) \div (b + 1)$

(20 $(z^4 - 3z^3 + 2z^2 - 4z + 4)(z - 1)^{-1}$

(21 $(x^5 - 4x^3 + 4x^2) \div (x - 4)$

(22 $\frac{y^3 + 11y^2 - 10y + 6}{y + 2}$

(23 $(g^4 - 3g^2 - 18) \div (g - 2)$

اليوم:

التاريخ:

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مسائل مهارات التفكير العليا

37) **اكتشف الخطأ:** قسَّم كلٌّ من خليفة وجمال $2x^3 - 4x^2 + 3x - 1$ على $x - 3$، فقال خليفة: إن الباقي 26، وقال جمال: إن الباقي -100. فأيُّهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

38) **تحدٍّ:** إذا قُسمت كثيرة حدود على ثنائية حد وكان الباقي 0، فما الذي تستنتجه عن العلاقة بينهما؟

39) **تبرير:** راجع أحد أسئلة القسمة في هذا الدرس، وبيّن العلاقة بين درجة كل من: المقسوم، والمقسوم عليه، وناتج القسمة.

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

تدريب على اختبار

43) أيٌّ مما يأتي يكافئ العبارة: $-3(2x^2 - 5x + 1) - (-4x^2 + 2x + 3)$؟

A $2x^2$

B $-10x^2$

C $-10x^2 + 17x$

D $2x^2 + 17x$

44) أيُّ كثيرات الحدود الآتية درجتها 3؟

A $x^3 + x^2 - 2x^4$

B $-2x^2 - 3x + 4$

C $x^2 + x + 12^3$

D $1 + x + x^3$

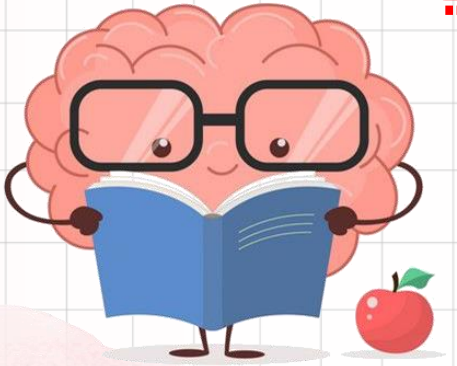
الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رِفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

الحلم هو مجرد حلم أما الهدف فهو حلم له خطة وموعد نهائي لتحقيقه.



الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

اختاري الوجه التعبيري المناسب و اجيبي عن السؤال المرفق معه بالدردشة

لدي سؤال

اليوم تعلمت

لم أفهم

الجزء الذي أعجبني من الدرس

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

الواجب

الموضوع: قسمة كثيرات الحدود

اليوم:

التاريخ:

إنتهى درس اليوم