

في رحلتك لتحقيق أحلامك.. سيجبرك البعض أنك
لا تستطيع، والبعض أنك تخاطر، وبعضهم سيسخر بالفيرة
لأنك وجدت طريقك في الحياة، لذا لا تسمح لهم بإيقاف
رحلتك.. وواصل طريقك نحو القمة بثبات، ولا تلتفت
للأصوات الصغيرة خلفك!

قدرات



مامتوسط الأعداد الآتية : ٣٠٠٠ , ٤٥٠٠ , ٣٢٥٠ , ٣٠٠٠ , ٤٠٠٠ , ٤٧٥٠ ؟

- (أ) ٣٢٥٠ (ب) ٣٥٠٠ (ج) ٣٧٥٠ (د) ٤٠٠٠



دوال كثرات الحدود

فيما سبق:

درست تحليل التمثيل
البياني للدوال التربيعية.
(مهارة سابقة)

والآن:

- أجد قيم دوال كثيرات الحدود.
- أتعرف الأشكال العامة للتمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود، وأحدد عدد أصفارها الحقيقية.



أهداف الدرس

مفردات الدرس

المعامل الرئيس
leading coefficient



دالة القوة
power function



صفر الدالة
zero of a function



كثيرة حدود بمتغير واحد
polynomial in one variable

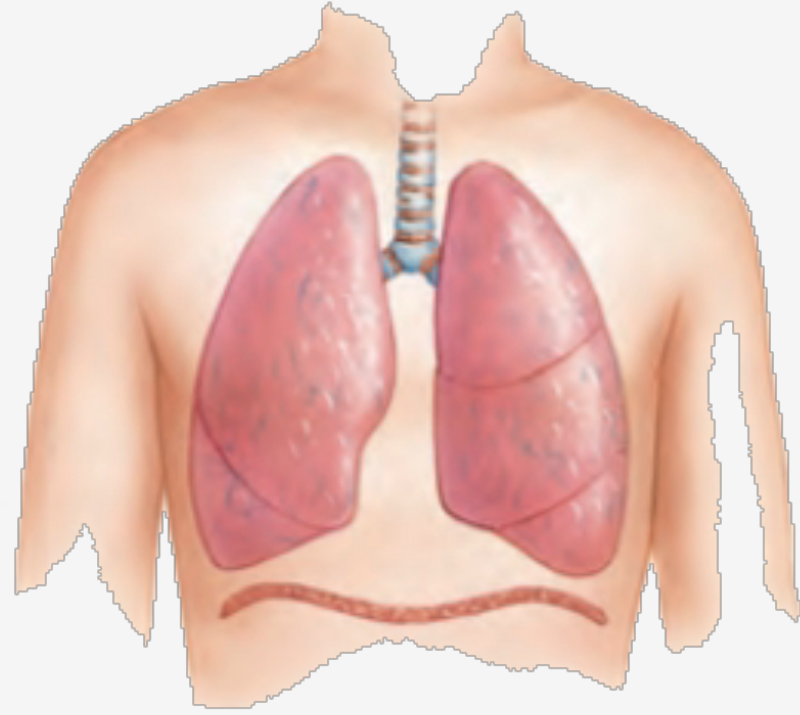


دالة كثيرة الحدود
polynomial function



سلوك طرفي التمثيل
البياني
end behavior





لماذا؟

يمكن تمثيل حجم الهواء في رئتي الإنسان خلال دورة تنفس مدتها t ثانية بالدالة: $v(t) = -0.037t^3 + 0.152t^2 + 0.173t$ ، حيث v الحجم باللترات، t الزمن بالثواني. وهذه الدالة مثال على دالة كثيرة حدود.

كيف تمثل الدالة التربيعية هندسياً؟

دوال كثيرات الحدود: كثيرة الحدود بمتغير واحد هي عبارة جبرية على الصورة:

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ ، حيث $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ أعداد حقيقية، $a_n \neq 0$ ، n عدد صحيح غير سالب. وتكون كثيرة الحدود مكتوبة بالصيغة القياسية إذا كانت أسس المتغير في حدودها مرتبة ترتيباً تنازلياً، ودرجة كثيرة الحدود هي أس المتغير ذي أكبر أس فيها، ويُسمى معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية **المعامل الرئيس**.

كثيرة الحدود	مثال	الدرجة	المعامل الرئيس
الثابتة	12	0	12
الخطية	4 $x - 9$	1	4
التربيعية	5 $x^2 - 6x - 9$	2	5
التكعيبية	8 $x^3 + 12x^2 - 3x + 1$	3	8
الصيغة العامة	a $_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	n	a_n

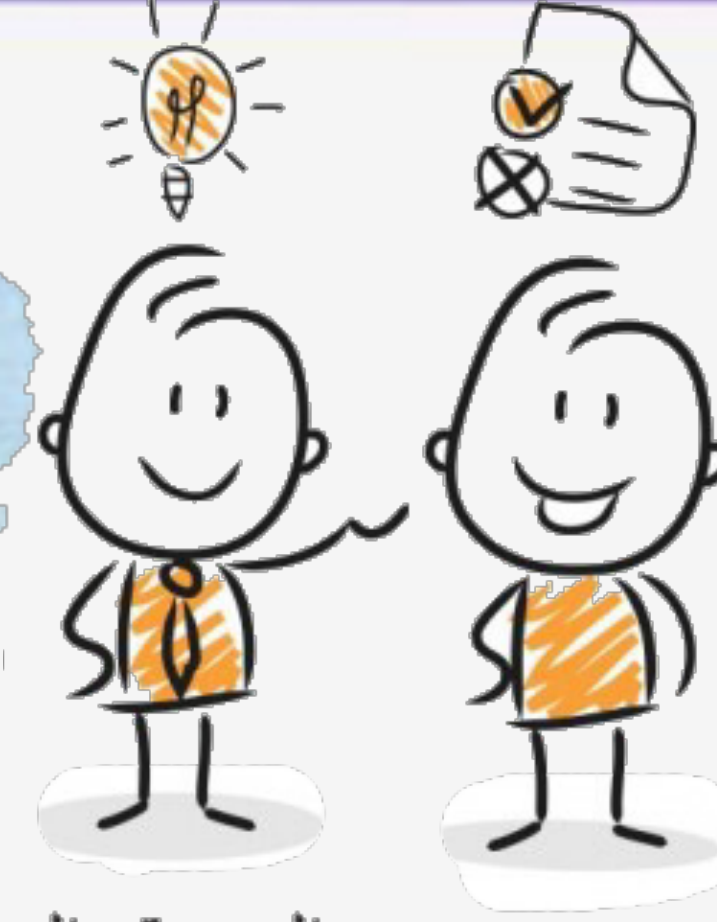
تحقق من فهمك



$$5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14 \quad \textbf{(1B)}$$

$$5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x} \quad \textbf{(1A)}$$

تأكد



مثال 1 حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة حدود بمتغير واحد فاذكر السبب:

(2) $-10x^7 - 5x^3 + 4x - 22$

(4) $8x^5 - 3x^2 + 4xy - 5$

(1) $11x^6 - 5x^5 + 4x^2$

(3) $14x^4 - 9x^3 + 3x - 4y$

ايجاد قيمة دالة كثيرة حدود



دالة كثيرة الحدود هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد، فمثلاً $f(x) = 3x^3 - 4x + 6$ دالة كثيرة حدود تكعيبية. وتكتب أبسط دوال كثيرات الحدود على الصورة $f(x) = ax^b$ ، حيث a عدد حقيقي، b عدد صحيح غير سالب، وتُسمى عندئذٍ **دوال القوة**.

إذا علمت عنصراً في مجال دالة كثيرة حدود، تستطيع معرفة القيمة المقابلة له في المدى.

تحقق من فهمك
ايجاد قيمة دالة كثيرة حدود

ارجع إلى الفقرة في بداية الدرس،

(2) **تنفس:** أوجد حجم الهواء في الرئتين خلال دورة تنفس مدتها 4 ثوانٍ.



الربط مع الحياة

تصل سعة الرئة لدى
الشخص البالغ السليم إلى
6 لترات تقريباً.



$$w(x) = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + 8 \quad (6)$$

تأكد

مثال 2 أوجد $w(5)$, $w(-4)$ لكلٍّ من الدالتين الآتيتين:

$$w(x) = -2x^3 + 3x - 12 \quad (5)$$



قيمة دالة كثيرة حدود

عند متغير

تحقق من فهمك

3A إذا كانت $g(x) = x^2 - 5x + 8$ ، فأوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$.

3B إذا كانت $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$ ، فأوجد $h(-4d + 3) - 0.5h(d)$.



تأكد

مثال 3 إذا كانت $c(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2$, $d(x) = 3x^2 + 6x - 10$ فأوجد كلاً مما يأتي:

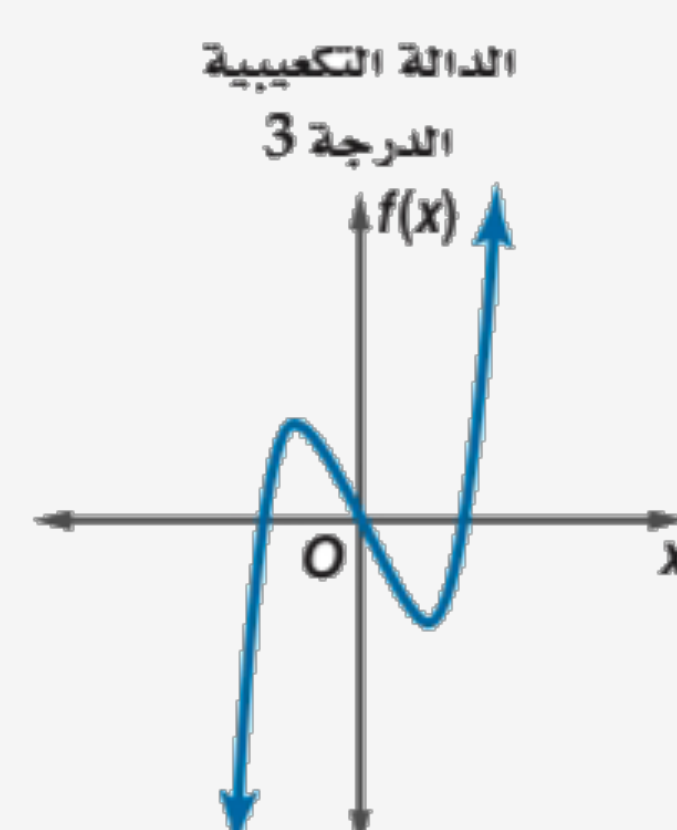
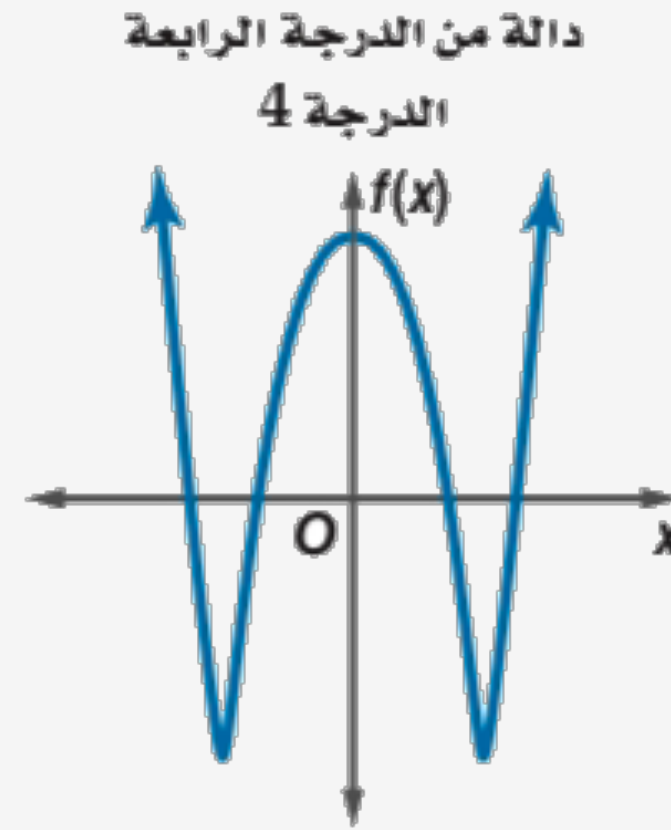
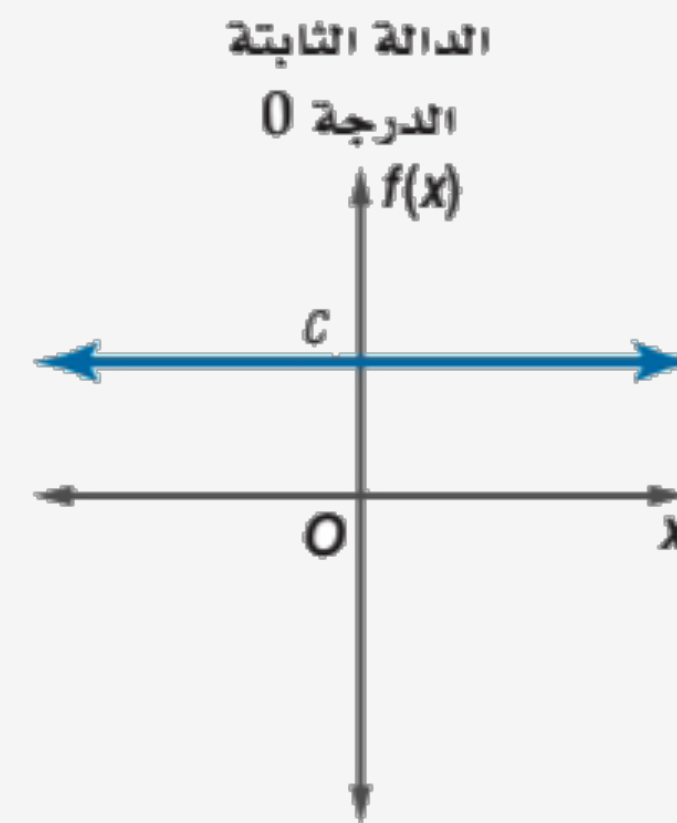
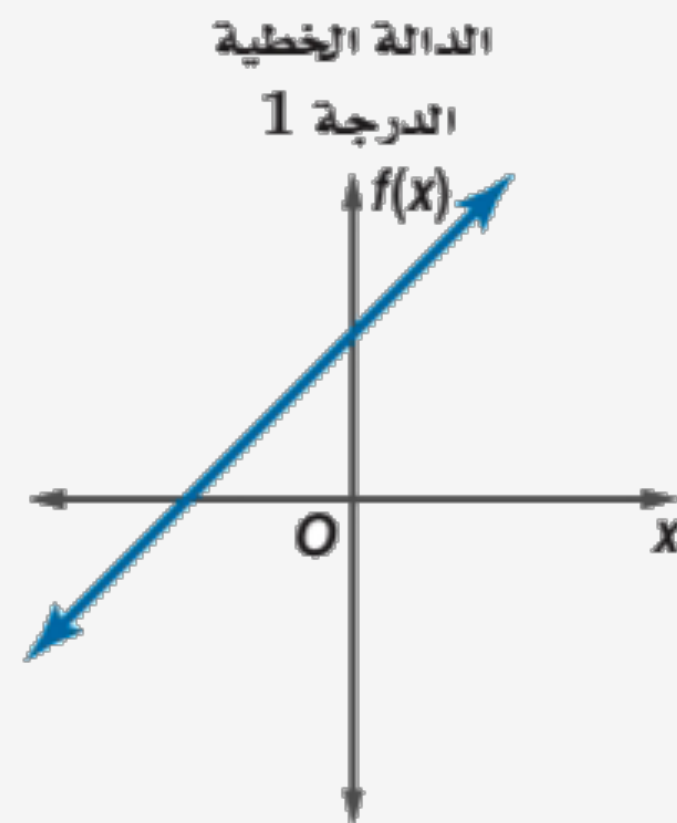
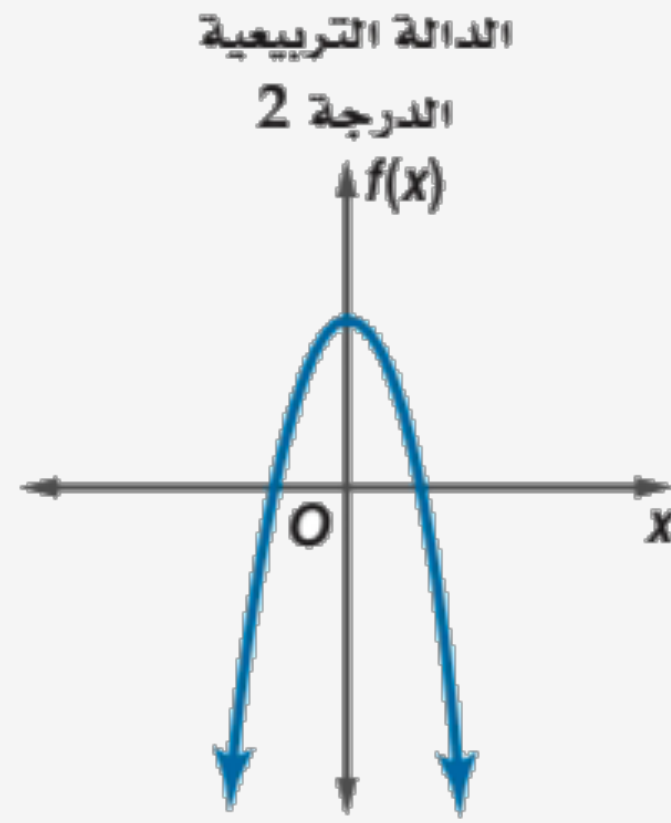
(8) $-4[d(3z)]$

(7) $c(y^3)$

(10) $-3c(2b) + 6d(4b - 3)$

(9) $6c(4a) + 2d(3a - 5)$

التمثيل البياني لدوال كثيرات الحدود: إن التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود يظهر عدد المرات التي يقطع فيها هذا التمثيل المحور x ، وهذا العدد يمثل درجة كثيرة الحدود.



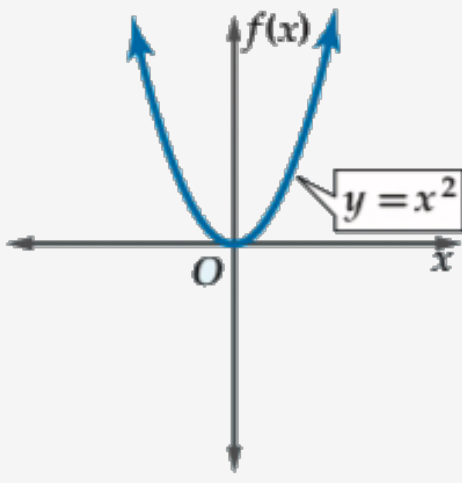
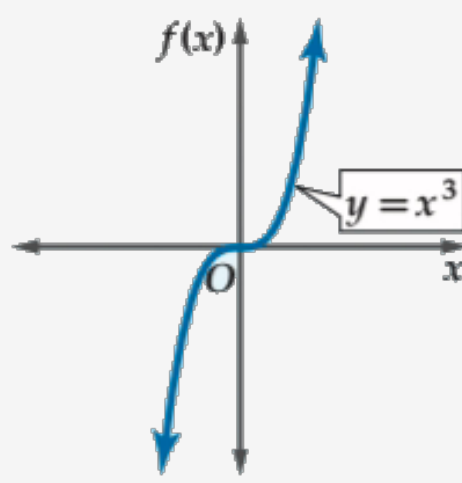
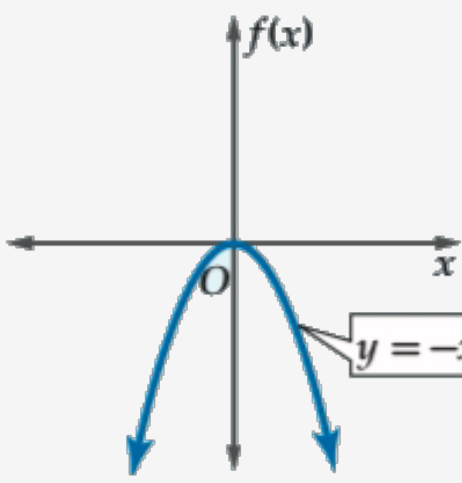
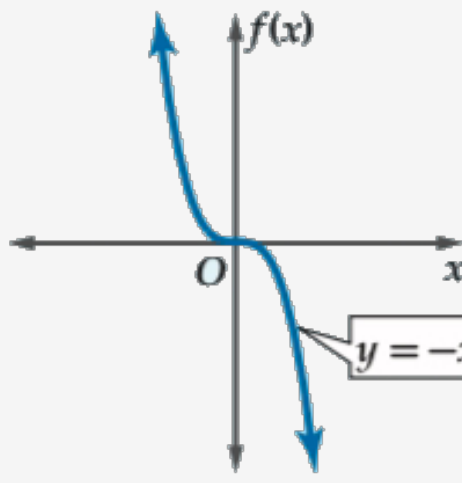
قراءة الرياضيات

الرمزان $+\infty$, $-\infty$

نعبّر عن التزايد
غير المحدود لقيم
المتغير x ، باستعمال
الرمز $+\infty$ ويُقرأ
ما لا نهاية ويكتب
 $x \rightarrow +\infty$
كما نعبّر عن التناقص
غير المحدود لقيم
المتغير x ، باستعمال
الرمز $-\infty$ ويُقرأ
سالب ما لا نهاية ويكتب
 $x \rightarrow -\infty$



مجال دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية ويُحدد **سلوك طرفي التمثيل البياني** للدالة $f(x)$ عندما تقترب x من المالانهاية $(x \rightarrow +\infty)$ ، أو سالب المالانهاية $(x \rightarrow -\infty)$ بكل من: درجة دالة كثيرة الحدود والمعامل الرئيس لها.

مفهوم أساسي		سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود		أضف إلى مطوبتك	
الدرجة : زوجية	المعامل الرئيس : موجب		الدرجة : فردية المعامل الرئيس : موجب المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية سلوك طرفي التمثيل البياني : (في اتجاهين مختلفين) $x \rightarrow -\infty$ عندما $f(x) \rightarrow -\infty$ $x \rightarrow +\infty$ عندما $f(x) \rightarrow +\infty$		
الدرجة : زوجية	المعامل الرئيس : سالب		الدرجة : فردية المعامل الرئيس : سالب المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية سلوك طرفي التمثيل البياني : (في اتجاهين مختلفين) $x \rightarrow -\infty$ عندما $f(x) \rightarrow +\infty$ $x \rightarrow +\infty$ عندما $f(x) \rightarrow -\infty$		

إرشادات للدراسة

سلوك طرفي التمثيل البياني
المعامل الرئيس ودرجة كثيرة الحدود هما العاملان الوحيدان في تحديد سلوك طرفي التمثيل البياني.



صفر الدالة هو الإحداثي x لنقطة تقاطع التمثيل البياني للدالة مع المحور x ، لذا فإنه يمكن تحديد عدد الأصفار لمجموعة رتبة الرياضيات المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية لمعادلة كثيرة الحدود من التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود المرتبطة بها. تذكر أن مقاطع x تحدد هذه الأصفار؛ ولذا فإن عدد مرات تقاطع التمثيل البياني مع محور x يساوي عدد هذه الأصفار.

تطوير - إنتاج - توثيق

أضف إلى

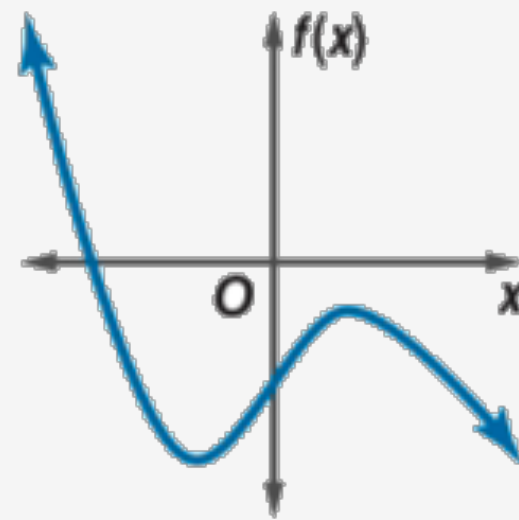
مطوبتك

أصفار الدوال الفردية الدرجة والزوجية الدرجة

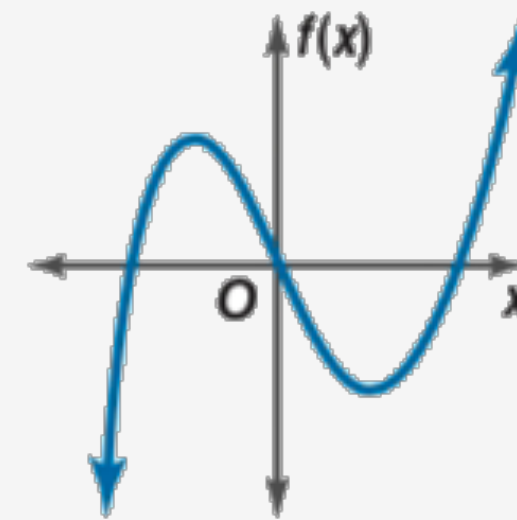
مفهوم أساسي

يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية، ويكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار أو لا يكون لها أصفار تنتمي إلى مجموعة الأعداد الحقيقية.

كثيرتا حدود فرديتا الدرجة

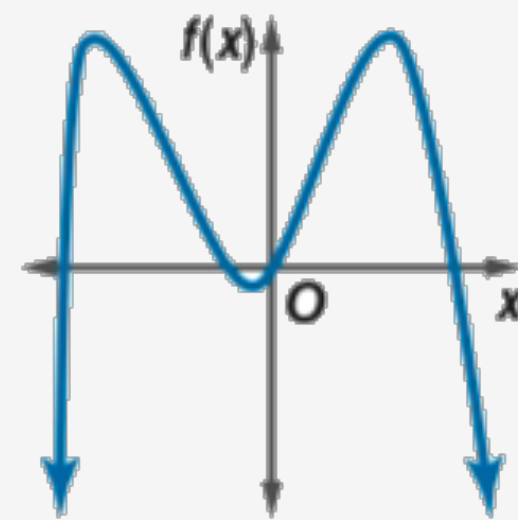


لها صفر واحد حقيقي

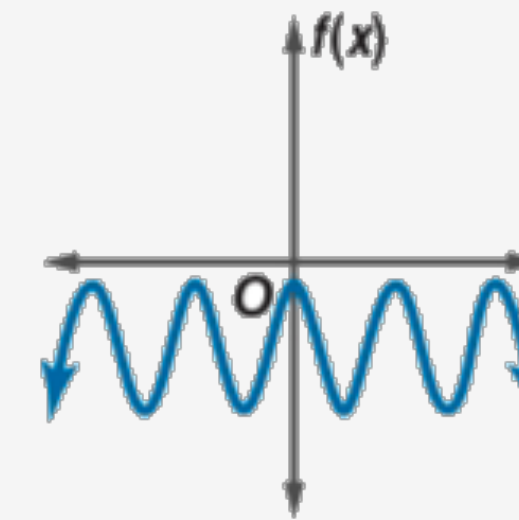


لها 3 أصفار حقيقية

كثيرتا حدود زوجيتا الدرجة



لها 4 أصفار حقيقية



ليس لها أصفار حقيقية

إرشادات للدراسة

الصفر المكرر

عندما يمس التمثيل البياني المحور x ، يكون للدالة صفران متساويان (صفر مكرر).



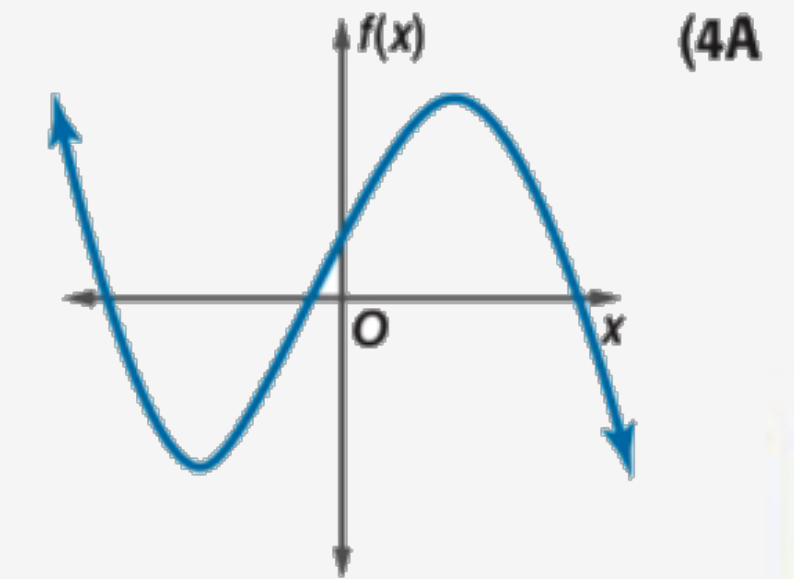
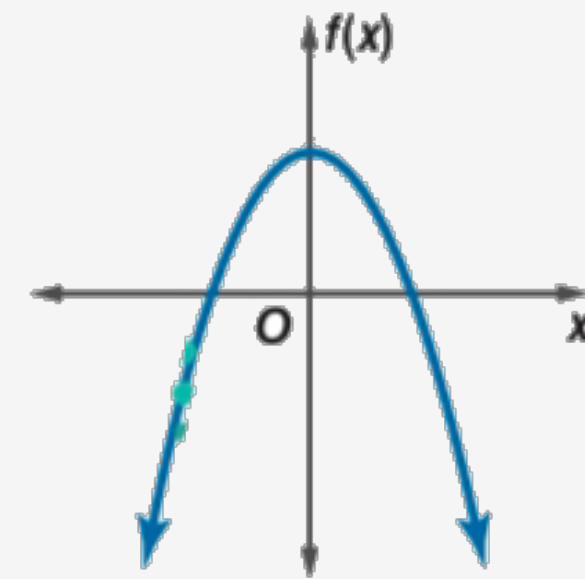
تحقق من فهمك



وصف دالة كثيرة الحدود من تمثيلها البياني

أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

- صف سلوك طرفي التمثيل البياني .
- حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.
- اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.



الرؤوس المرقمة



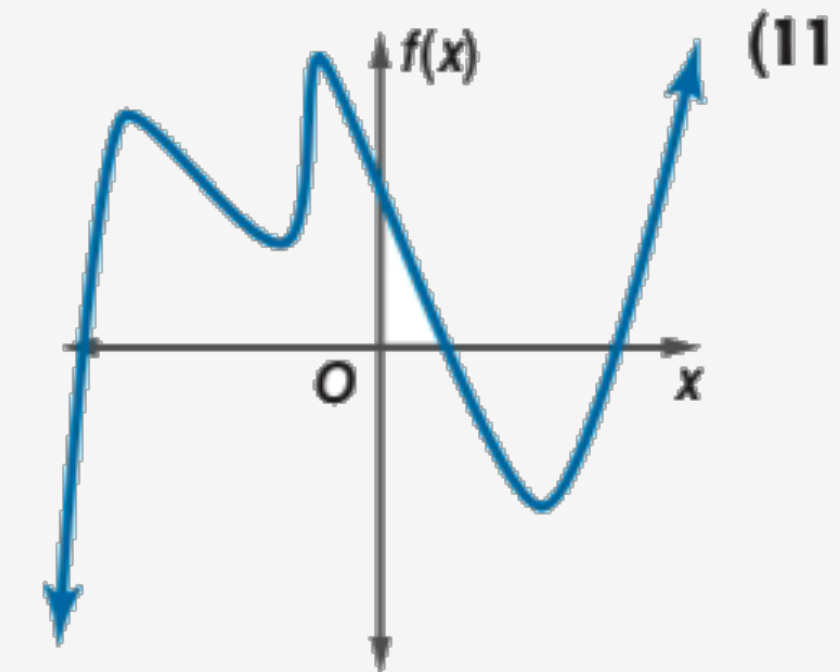
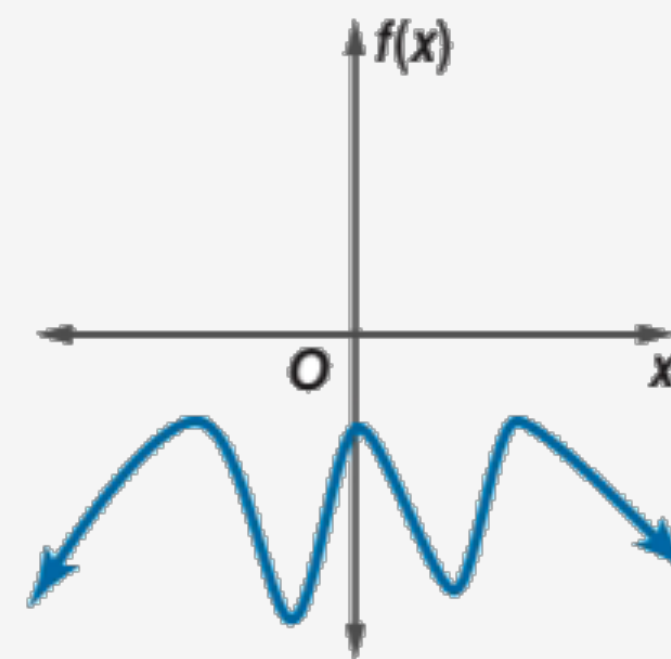
تأكد

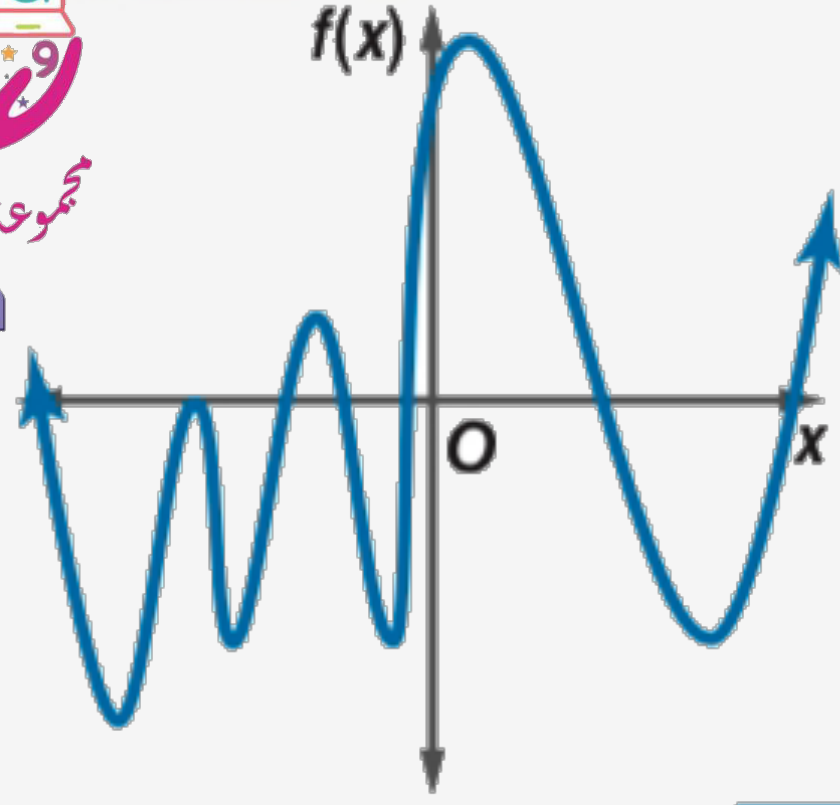
مثال 4 أجب عن الفروع $a - c$ لكل من التمثيلين البيانيين أدناه :

(a) صف سلوك طرفي التمثيل البياني.

(b) حدد ما إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية.

(c) اذكر عدد الأصفار الحقيقية للدالة.





مسائل مهارات التفكير العليا

(52) **اكتشف الخطأ:** حدّد كل من ماجد وبدر عدد أصفار التمثيل البياني المجاور. فأيهما إجابته صحيحة؟ فسّر إجابتك.

بدر

يوجد 7 أصفار؛ لأن التمثيل
البياني يقطع المحور x سبع
مرات.

ماجد

يوجد 8 أصفار؛ لأن التمثيل
البياني يقطع المحور x 7 مرات،
وأحد الجذور مكرر مرتين.

(53) **تحدّد:** إذا كانت $g(x)$ من عوامل $f(x)$ ، وكانت درجة $f(x)$ تساوي 5، ومعاملها الرئيس موجباً، وكانت درجة $g(x)$ تساوي 3 ومعاملها الرئيس موجباً، فصف سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة $\frac{f(x)}{g(x)}$ ، وفسّر إجابتك.

(54) **مسألة مفتوحة:** مثل بياناً كثيرة حدود زوجية الدرجة عدد جذورها 8، وأحدها مكرر مرتين.



تدريب على اختبار

(56) ما باقي قسمة: $x^3 - 7x + 5$ على $x + 3$ ؟

A -11

B 1

C -1

D 11

(57) إذا كان $i = \sqrt{-1}$ ، فإن $5i(7i)$ يساوي :

A 70

B 35

C -35

D -70